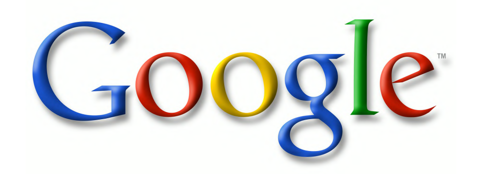
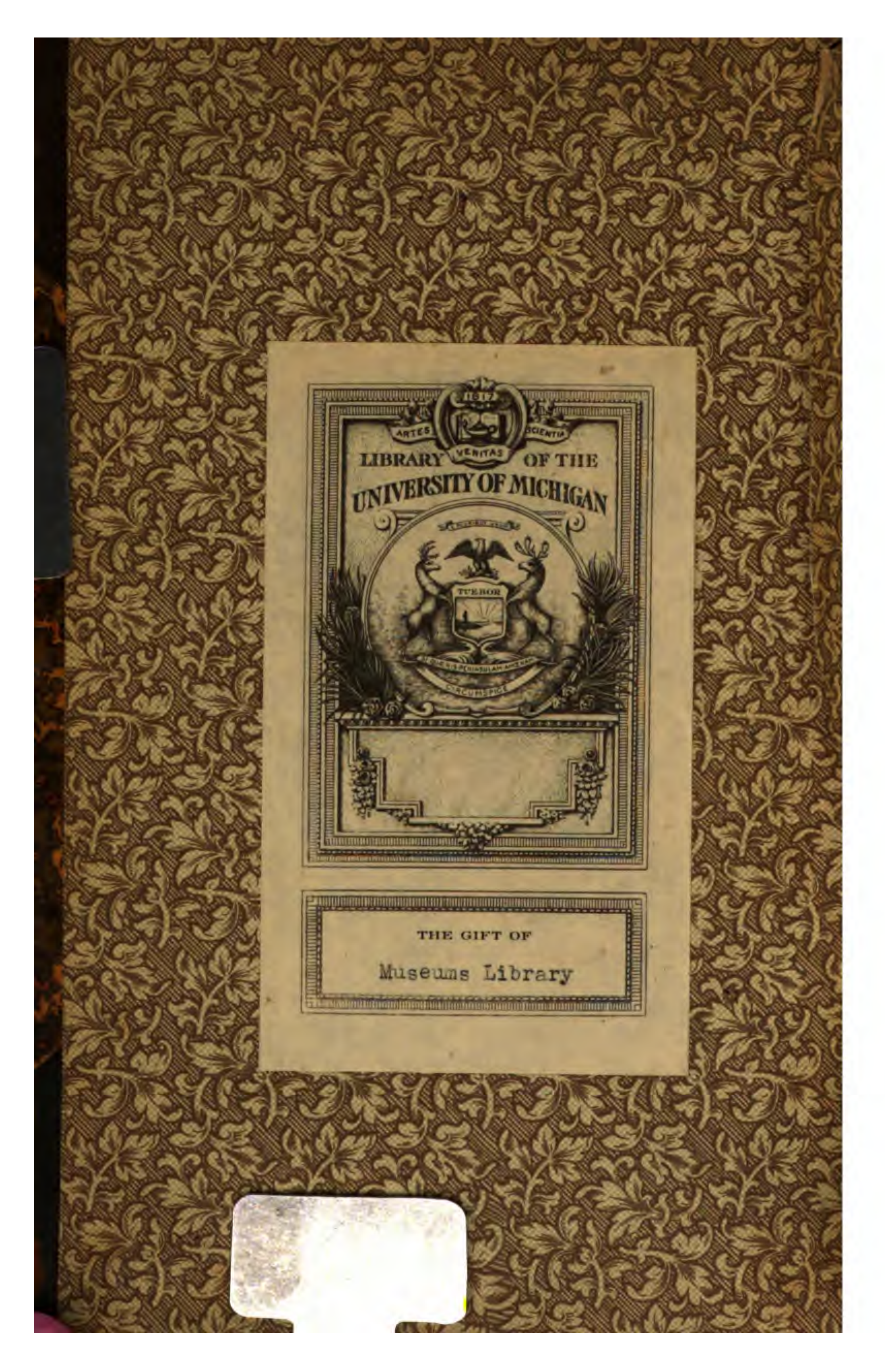
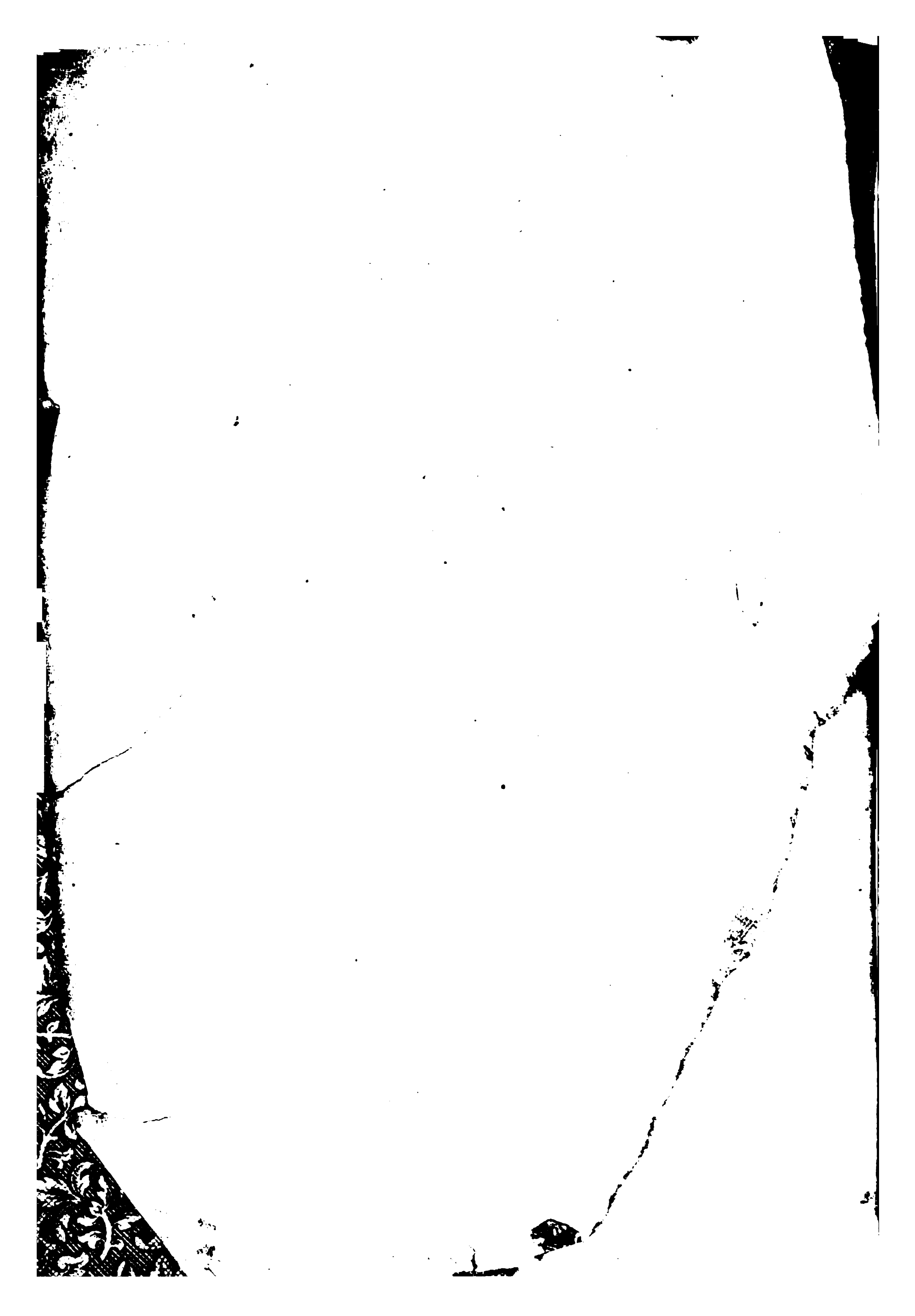



1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE
THE GIFT OF
Museums Library





DIE LEHRE

VON DER

ELEKTRICITÄT

VIERTER BAND

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

DIE LEHRE

VON DER

ELEKTRICITÄT

VON

GUSTAV WIEDEMANN

ZWEITE

UMGEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE

ZUGLEICH ALS VIERTE AUFLAGE DER LEHRE VOM GALVANISMUS UND ELEKTROMAGNETISMUS

VIERTER BAND

MIT 269 EINGEDRUCKTEN ABBILDUNGEN

BRAUNSCHWEIG

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN

1898

VORWORT

DES

ERSTEN BANDES DER DRITTEN AUFLAGE.

Das vorliegende Werk ist aus meiner Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus hervorgegangen, von welcher die erste Auflage in dem Jahre 1861, die zweite in dem Jahre 1874 erschienen ist.

Die Trennung, welche man noch bis in die Mitte dieses Jahrhunderts bei der Behandlung der statischen und galvanischen Elektricität und ihrer Wirkungen beibehielt, hat sich mehr und mehr als unhaltbar herausgestellt. So erwuchs auch für mich die Nothwendigkeit, bei der Bearbeitung einer neuen Auflage das gesammte Gebiet der Elektricitätslehre zusammenzufassen.

Trotz der dadurch bedingten völligen Umarbeitung des früheren Werkes und der Ausdehnung des Stoffes glaubte ich mich dieser Aufgabe um so mehr unterziehen zu müssen, als eine in gleicher Weise umfassende Darstellung der Reibungselektricität, wie in dem ausgezeichneten Werke von P. Riess, seit dem Jahre 1853 nicht wieder gegeben worden ist.

In der Lehre von der Elektricität habe ich im Wesentlichen dieselbe Tendenz befolgt, wie in meinem früheren Werke, die bisherigen Beobachtungen auf dem vorliegenden Gebiete kritisch zu sichten und nach dem gegenwärtigen Standpunkte als geordnetes Ganzes darzustellen.

Aus der Fülle der nach ihrem inneren Zusammenhange an einander gereihten Thatsachen bemühte ich mich, die allgemeineren Consequenzen zu ziehen, welche sich nach dem gegenwärtigen Standpunkte der Wissenschaft ableiten lassen. Dabei mussten die elektrostatischen und galvanischen Erscheinungen stets unter

einem gemeinsamen Gesichtspunkte betrachtet werden, wodurch manche scheinbar vereinzelte Beobachtungen auf beiden Gebieten sich gegenseitig ergänzten.

Die behufs selbständiger Verarbeitung des vorhandenen Materials zu einem einheitlichen Ganzen von mir selbst angestellten Untersuchungen und theoretischen Betrachtungen habe ich indess, wie bereits in dem früheren Werke, nicht stets besonders hervorgehoben, um dadurch nicht die Einheitlichkeit der Darstellung zu schädigen.

Auf die mathematische Behandlung des Gegenstandes bin ich so weit eingegangen, als ihr Schwerpunkt in der Physik liegt, so weit sie also zur Feststellung der allgemeinen Principien oder Theorien und zur Discussion der Methoden und Begründung ihrer Resultate dient. Dagegen habe ich diejenigen Rechnungen nicht oder nur in Citaten erwähnt, in denen die bereits wohlbegründeten Sätze der Elektricitätslehre nur zur Stellung neuer, vielleicht mathematisch interessanter Uebungsaufgaben verwendet werden, nicht aber die Erkenntniss unserer physikalischen Principien gefördert wird, so z. B. bei der Berechnung der Vertheilung der Elektricität auf sich schneidenden Kugeln, der Strömungscurven in allen möglichen, verschieden gestalteten Körpern u. s. f. Diese Probleme gehören in das Gebiet der Mathematik.

In der Sammlung des so überreichen Materials habe ich mich bemüht, so weit dasselbe wirklich zur Förderung unseres Wissens beigetragen hat, möglichste Vollständigkeit zu erzielen. Nachweislich unrichtige oder bereits erledigte Fragen behandelnde Beobachtungen oder theoretische Betrachtungen sind nur dann kurz berührt worden, wenn sie einen bedeutenderen historischen Werth besitzen.

Der in der Einleitung von meinem geehrten Collegen Hankel gegebene kurze historische Ueberblick dürfte wohl geeignet sein, eine Einsicht in den so interessanten Gang der Entwickelung der Elektricitätslehre bis zu den Zeiten von Coulomb und Volta zu gewähren. Für ein eingehenderes Studium desselben besitzen wir ohnehin ältere vortreffliche Werke.

Die Gebiete des Erdmagnetismus und der Technik wurden nur insoweit berücksichtigt, als es der Tendenz des Werkes entspricht.

So weit wie irgend möglich, bin ich auf die Originalabhandlungen zurückgegangen und habe auch durch Zufügung der Jahreszahlen zu den Citaten die historische Aufeinanderfolge und somit die Priorität der Forschungen festzustellen gesucht. Ich habe hierdurch zugleich den Physikern die Möglichkeit geben wollen, sich über den vollen Umfang unserer Kenntnisse an den Quellen zu unterrichten und dadurch zu vermeiden, dass eine Fülle kostbarer Zeit und Arbeitskraft auf die Wiederholung schon früher angestellter Untersuchungen verwendet werde, was auch jetzt noch leider nur zu häufig geschieht.

Die von mir benutzten und verglichenen Citate sind mit einem Asterisk versehen. Der Sicherheit halber sind sie bei der Correctur noch einmal nachgeschlagen worden. Die Literatur ist in dem vorliegenden ersten Bande bis gegen das Ende des Jahres 1881 fortgeführt und soll am Schluss des Werkes durch Nachträge ergänzt werden.

Für die gütige Unterstützung, welche mir durch Mittheilung von Originalbeiträgen und Abhandlungen auch bei der Abfassung dieses Werkes zu Theil wurde, sage ich meinen wissenschaftlichen Freunden den verbindlichsten Dank.

Leipzig, im Juni 1882.

Gustav Wiedemann.

VORWORT

DES

VIERTEN BANDES DER DRITTEN AUFLAGE.

Die mit der zweiten Abtheilung des vierten Bandes abgeschlossene „Lehre von der Elektricität" ist nach den in der Vorrede zum ersten Bande erwähnten Grundsätzen bis zu Ende durchgeführt worden. Um dem Werke auch eine bestimmte zeitliche Begrenzung zu geben, wurde in den Nachträgen die neuere Literatur bis gegen den Schluss des Jahres 1884 berücksichtigt.

Ohne einen bis in das Einzelne fest gegliederten Plan wäre es nicht möglich gewesen, die grosse Fülle des Materials zu einem wohl geordneten wissenschaftlichen Gebäude zusammenzufügen. Da derselbe indess in der Menge der Einzelheiten nothwendig zurücktritt, habe ich in dem dem Werke beigefügten „ausführlichen Inhaltsverzeichniss" die Disposition kurz wiederzugeben versucht. Die Auffindung der in ihrem Zusammenhange dargestellten Thatsachen dürfte dadurch wesentlich erleichtert werden.

Das Sach- und Namenregister hat Herr G. Wertheim in Frankfurt a. M. zu bearbeiten die Güte gehabt.

Durch vielfache Mittheilungen von Originalbeiträgen und Abhandlungen bin ich von meinen wissenschaftlichen Freunden auch bei der Abfassung dieses Werkes auf das Freundlichste unterstützt worden. Ich erlaube mir, denselben dafür meinen besten Dank auszusprechen.

Leipzig, den 1. Juni 1885.

G. Wiedemann.

VORWORT ZUR VIERTEN AUFLAGE.

Die vorliegende vierte Auflage der Lehre von der Elektricität ist nach denselben Grundsätzen bearbeitet worden, die schon im Vorwort zum ersten Bande und zur zweiten Hälfte des vierten Bandes der vorigen Auflage als die leitenden besprochen worden sind.

Die grossartigen Fortschritte der Elektricitätslehre in den letzten Jahren bedingten wiederum eine bedeutende Umarbeitung und Erweiterung des Werkes, welches nunmehr — mit Ausschluss der Gasentladungen — vier Bände umfasst. In Betreff der durchaus nöthigen mathematischen Behandlung, namentlich des Schlusscapitels, welche jetzt noch mehr als früher der Entwickelung der Wissenschaft entsprechend in den Vordergrund getreten ist, bin ich, um den Umfang und Charakter des Werkes nicht zu sehr auszudehnen und zu verändern, auf die neueren theoretischen, mit den experimentellen Ergebnissen auf das Innigste verknüpften Betrachtungen nur so weit eingegangen, als es das Verständniss erforderte. Ferner habe ich am Schlusse eine Anzahl grösserer Werke und Abhandlungen citirt, für die ein besonderes Studium, bei ihrer meist überwiegend mathematischen Art der Behandlung, nöthig erschien.

Bei der grossen Zahl von Untersuchungen, die in den letzten Jahren, besonders auch im Anschluss an die Arbeiten von W. Röntgen, sich mit den Gasentladungen beschäftigen und bei dem zum Theil nur lockeren Zusammenhange der einzelnen Probleme mit den übrigen Gebieten der Elektricitätslehre schien es zweckmässig, dieselben gesondert zu behandeln. Herr Professor E. Wiedemann hat die Bearbeitung dieses Abschnittes übernommen; er soll als ein einheitliches Ganzes erscheinen. Um die Zusammengehörigkeit mit dem vorliegenden Werke auszudrücken, soll dem Buche ein besonderer

derer Titel „zugleich als fünfter Band der Elektricitätslehre“ beigegeben werden.

Wie auch schon in den früheren Auflagen, habe ich mich vielfach der gütigen Hülfe meiner wissenschaftlichen Freunde zu erfreuen gehabt, die mich theils durch einzelne Notizen, theils auch durch kurz gefasste Bearbeitungen der ihnen besonders nahe liegenden Capitel wesentlich unterstützt haben. Ich erlaube mir, ihnen dafür meinen wärmsten Dank auszusprechen.

Die Literatur ist bis zum Beginn des Jahres 1897 benutzt worden. Nach Vollendung des Werkes sollen die während des Druckes erschienenen und die ihnen folgenden Arbeiten in besonderen, vom Hauptwerke getrennten Nachträgen zusammengefasst werden.

Das Namen- und Sachregister ist, wie schon in der vorigen Auflage, von Herrn G. Wertheim in Frankfurt a. M. bearbeitet worden, wofür ich ihm verbindlichst danke.

Leipzig, im März 1898.

G. Wiedemann.

INHALT DES VIERTEN BANDES.

V. Wirkungen der elektrischen Ströme in die Ferne.
(Fortsetzung.)

D. Induction.

Erstes Capitel.

Seite

Zweites Capitel.

Drittes Capitel.

Viertes Capitel.

Fünftes Capitel.

VI. Absolutes Maass der elektrischen Constanten.

VII. Theoretisches Schlusscapitel.

V.

WIRKUNGEN

DER

ELEKTRISCHEN STRÖME

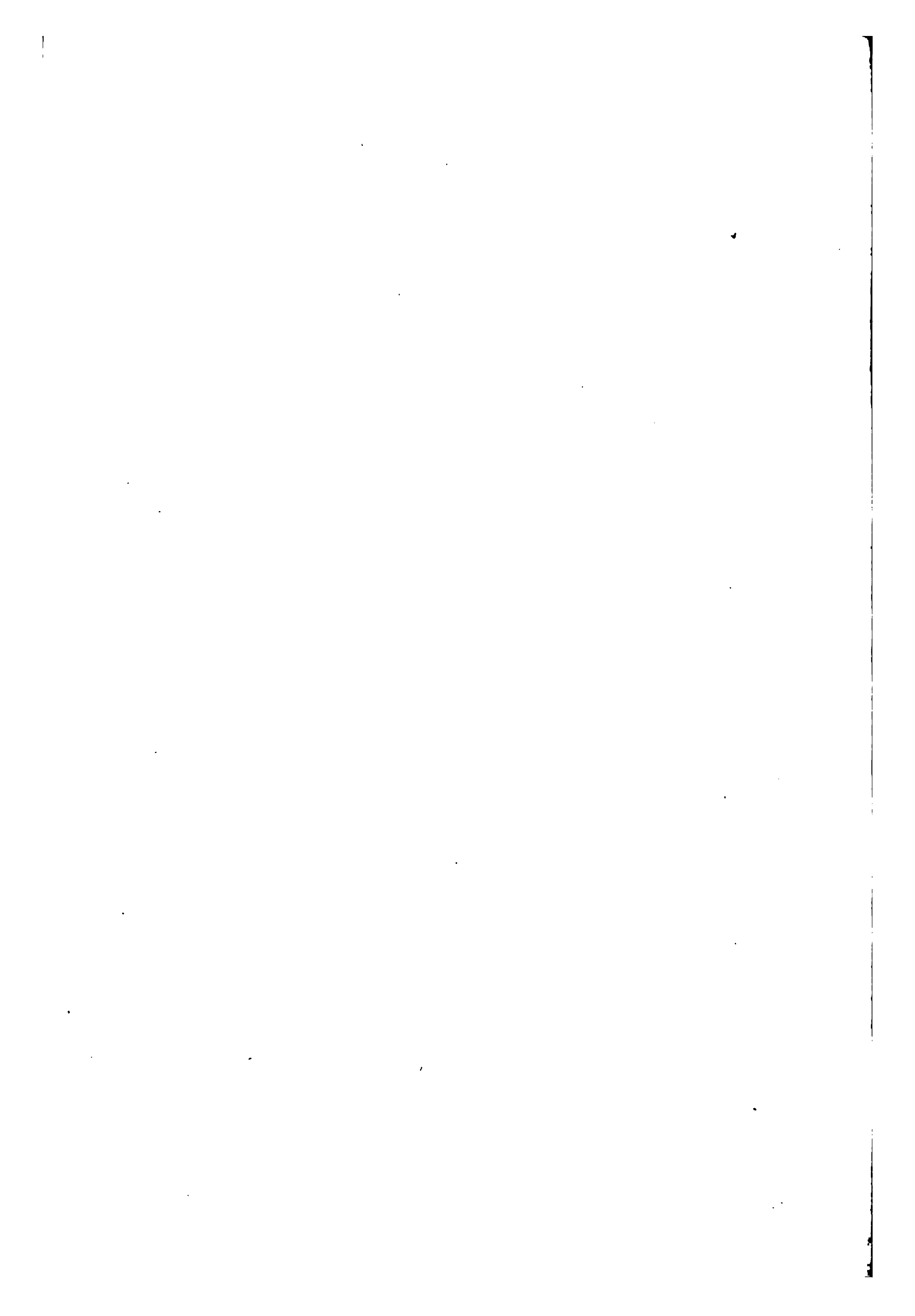
IN

DIE FERNE.

(FORTSETZUNG.)

D.

INDUCTION.



Erstes Capitel.

Induction in linearen Leitern.

I. Grunderscheinungen der Induction.

a) Induction zweier Leiter auf einander und eines Magnets auf einen Leiter.

Bei den elektrodynamischen und elektromagnetischen Phänomenen übertragen die in den Körpern fliessenden elektrischen Massen ihre Anziehungs- und Abstossungswirkungen auf die Körper selbst und setzen sie in Bewegung. Sie wirken ponderomotorisch. Umgekehrt kann in einem ruhenden, nicht vom Strome durchflossenen Körper eine Bewegung der Elektricitäten, ein galvanischer Strom erzeugt werden, wenn sich in einem ihm benachbarten Körper in irgend einer Weise die Bewegung der Elektricitäten ändert. Wir haben hier eine elektromotorische Wirkung. 1

Durch eine Reihe ebenso einfacher wie genialer Versuche hat zuerst Faraday[1]) mit Bestimmtheit nachgewiesen, dass bei einer jeden

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. I, 24. Nov. 1831, Ser. II, 12. Jan. 1832. Die früheren Versuche in diesem Gebiete sind äusserst unbestimmt. So glaubte z. B. A. von Humboldt (Gereizte Muskelfaser 1, 114, 1797) wahrzunehmen, dass ermüdete Froschschenkel wohl durch Armirung des Nervs mit einem Stahlmagnet, nicht mit gewöhnlichem Stahl zuckten; er fand indess bei anderen Versuchen den Einfluss des Magnetismus hierbei nicht bestätigt. Aehnliche Versuche stellte Arnim (Gilb. Ann. 3, 63, 1800) an, indem er einen Froschnerv mit einem Eisenstück und einem Magnete berührte. Er erhielt dabei eine Zuckung; ebenso bei Berührung des Nervs und des Muskels mit den ungleichnamigen Polen zweier gleicher Magnete, deren andere Pole an einander gebracht wurden; nicht aber bei Berührung mit den gleichnamigen Polen der Magnete. Indess auch diese Versuche sind sehr unsicher. Ritter glaubte zu finden, dass zwei Eisennadeln, von denen die eine magnetisirt war, elektromotorisch gegen einander wirkten (Gereizte Muskelfaser 2, 189, 1797). — Einen grossen Schritt weiter thaten Ampère und de la Rive (Ann. de Chim. et de Phys. 25, 271, 1824; Pogg. Ann. 8, 368). Dieselben hängten einen in sich geschlossenen Kupferreifen in dem kreisförmigen Schliessungsbogen eines Stromes frei auf. Bei Annäherung eines Hufeisenmagnetes wurde je nach der Stromrichtung der Reifen angezogen oder abgestossen. Indess verfolgten sie diesen Versuch nicht weiter. Erst Faraday kam durch ein näheres Studium des von Arago entdeckten sogenannten Rotationsmagnetismus, d. h. der Ablenkung einer Magnetnadel über einer rotirenden Metallscheibe und einer frei aufgehängten Metallmasse über einem bewegten Magnet (siehe das Capitel: Induction in körperlichen Leitern), auf die richtige Erkenntniss der Inductionserscheinungen.

Erst in neuerer Zeit ist man darauf aufmerksam geworden, dass etwa ein halbes Jahr nach Faraday Joseph Henry (J. Henry, Silliman's Journal

Veränderung der Lage eines von einem galvanischen Strom durchflossenen Leiters oder eines Magneten, sowie bei jeder Aenderung der Intensität des Stromes in einem feststehenden Leiter oder der Grösse des magnetischen Momentes des Magneten in einem dem Leiter oder Magnet benachbarten Körper ein galvanischer Strom entsteht. Diesen Strom bezeichnet man mit dem Namen inducirter Strom oder Inductionsstrom. Die bei seiner Erzeugung ausgeübte Wirkung des bewegten oder seine Intensität ändernden, primären oder inducirenden Stromes nennt man Volta-Induction oder, wenn der inducirte Strom durch einen Magnet hervorgerufen wird, Magneto-Induction, den inducirten Strom selbst aber im letzteren Falle einen magneto-elektrischen Strom.

Zwischen diesen beiden Formen der Induction besteht indess kein principieller Unterschied. Nach den älteren Theorien lassen sich die Magnete als Stromsysteme auffassen; nach neueren entsteht um beide herum ein Feld von magnetischen Kraftlinien. Sowie die Lage der Leiter gegen letztere oder ihre Richtung und Intensität geändert wird, entsteht ein Inductionsstrom (s. das Weitere später).

Wir betrachten zuerst im Allgemeinen nach einander diese beiden Arten der Induction in ihren einfachsten Fällen, zunächst bei Anwendung linearer Leiter.

2 Verbindet man die Enden eines geradlinigen, auf einem Brett befestigten Drahtes B durch zwei lange, mit Seide übersponnene und um einander gewundene Drähte mit einem Galvanometer, legt neben jenen Draht einen ganz gleichen Draht A und leitet durch denselben den Strom einer Säule, so schlägt die Nadel des Galvanometers nach der einen oder anderen Seite in dem Augenblicke aus, wo man den Kreis des den Draht A durchlaufenden Stromes schliesst oder öffnet. Um das Oeffnen und Schliessen des Stromes bequem vornehmen zu können, kann man sich der Bd. I, §. 295 angegebenen Vorrichtungen bedienen oder auch den Leitungsdraht zwischen der Säule und dem Draht A an einer Stelle unterbrechen, das eine Ende desselben direct mit einem

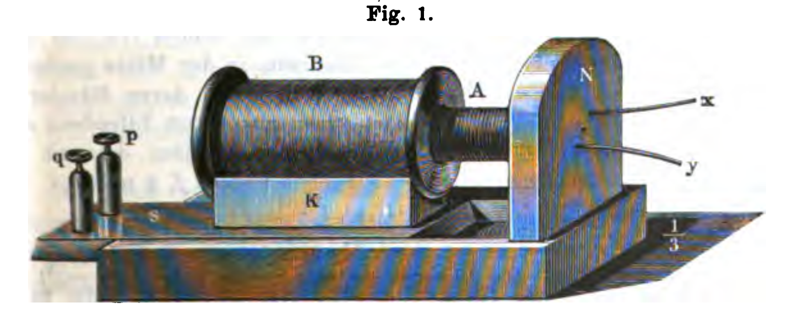
of Science, July 1832) in Albany mittheilte, dass er, ohne einen Bericht von Faraday's Arbeit erhalten zu haben, von seinem grossen Elektromagnet Funken bekam, indem er um den weichen Eisenanker gewisse Spiralen von isolirtem Draht wickelte. Sodann erwähnte er enggewundene Spiralen von isolirtem Band oder Draht, mit denen er später die wechselseitige Induction von Strömen beobachtete (J. Henry, Silliman's Journal of Science, 25. March 1835, p. 169—170. Ibid. Transact. of the American Philosophical Society Febr. 1835, 5, 223. Silliman's Journ. July 1835. Faraday, Exp. Res. 29. Jan. 1835 [s. das Weitere §. 43]). Er verband sodann den einen Pol eines sehr grossen Hare'schen Calorimotors mit einer wohl isolirten Drahtspirale und rieb oder berührte mit dem anderen Ende des Spiraldrahtes (s. Bd. I, S. 839) den anderen Pol, wobei er lebhafte Funken erhielt. Waren die Enden des Drahtes mit Metallhandhaben verbunden, die in der feuchten Hand gehalten wurden, so erhielt man Erschütterungen. Auf diese Weise war die Selbstinduction nachgewiesen, die Faraday indess auch schon vorher mitgetheilt hatte.

Quecksilbernapf verbinden und in den letzteren abwechselnd das andere Ende eintauchen und aus demselben herausheben. Sowohl nach dem Schliessen, als auch nach dem Oeffnen des Stromkreises im Draht A kehrt die Nadel des Galvanometers nach ihrem ersten Ausschlage in ihre Ruhelage zurück; vorausgesetzt, dass die Drähte A und B so weit von dem Galvanometer entfernt sind, dass der Strom in A nicht direct durch seine elektromagnetische Wirkung die Nadel desselben dauernd ablenkt. Die Richtung des Ausschlages der Nadel zeigt, dass beim Schliessen des Stromkreises in A ein kurz andauernder Strom in B inducirt wird, dessen Richtung dem Strome in A entgegengesetzt ist. Beim Oeffnen des Stromkreises in A wird dagegen in B ein dem Strom in A gleich gerichteter, kurz andauernder Strom inducirt. Man bezeichnet die beiden so erhaltenen Inductionsströme mit den Namen Schliessungsstrom und Oeffnungsstrom.

Statt den Strom in A entstehen und vergehen zu lassen, genügt es, seine Intensität zu ändern, sie zu steigern oder zu vermindern, z. B. indem man erst durch eine Nebenschliessung bewirkt, dass nur ein Theil des Stromes der Säule durch A fliesst, und sodann die Nebenschliessung entfernt und später wieder einfügt. Die Induction in B ist die gleiche, wie wenn neben dem zuerst durch A fliessenden permanenten Strom, welcher keine inducirende Wirkung ausübt, noch in A ein neuer, der Aenderung der Stromintensität entsprechender Strom entstanden und nachher wieder verschwunden wäre.

3 Man kann die inducirende Wirkung der Leiter verstärken, wenn man sie in mehreren Windungen über einander legt und so auf einander wirken lässt. Zu dem Ende bedient man sich zweckmässig zweier Spiralen aus übersponnenem Kupferdraht A und B, Fig. 1, von denen die

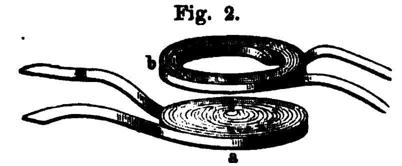
Fig. 1.



erste durch die Drähte x und y mit den Poldrähten der Säule verbunden wird, die zweite B durch die Klemmen p und q mit dem Galvanometer in Verbindung steht. Die inducirte oder Inductionsspirale B (auch wohl Nebenrolle genannt) ist auf einem Schlitten s befestigt, so dass sie sich gerade über die primäre oder inducirende Spirale oder Hauptrolle A hinüberschiebt. Man kann die Spiralen in verschiedenen

Entfernungen von einander aufstellen und die Inductionsströme in B untersuchen, wenn A abwechselnd mit einer Säule verbunden oder die Verbindung aufgehoben wird. In diesem Falle inducirt der in jeder einzelnen Windung der inducirenden Spirale A fliessende Strom in jeder Windung der Inductionsspirale B einen entgegengesetzt oder gleich gerichteten Strom, und so vermehrt sich die inducirende Wirkung, abgesehen von den Nebenumständen, mit der Anzahl der Windungen auf beiden Spiralen und nimmt mit der Entfernung der Spiralen von einander ab.

Fig. 2.



Befestigt man die Inductionsspirale B in horizontaler Lage an einer auf dem Brette K stehenden, durch ihre Mitte gehenden verticalen Axe, so kann man zeigen, dass die inducirende Wirkung mit wachsendem Neigungswinkel der Axen der Spiralen gegen einander abnimmt [1]).

Sehr gut kann man diese Inductionserscheinungen auch an Bandspiralen [2]), Fig. 2, beobachten, d. h. an flachen Spiralen, welche aus etwa 1 bis 2 cm breiten und 20 bis 30 m langen Kupferblechstreifen gewickelt sind, deren beide Seiten mit Seidenband bedeckt werden.

4 Will man stärkere Wirkungen der beim Oeffnen und Schliessen einer Stromleitung in einem benachbarten Leiter inducirten Oeffnungs- und Schliessungsströme erhalten, so verwendet man zweckmässig eine ganze Reihe solcher Ströme, indem man die primäre Leitung oft hinter einander öffnet und schliesst und durch eine besondere Vorrichtung in die der Wirkung der Inductionsströme auszusetzenden Körper nur die Oeffnungs- oder nur die Schliessungsströme eintreten lässt.

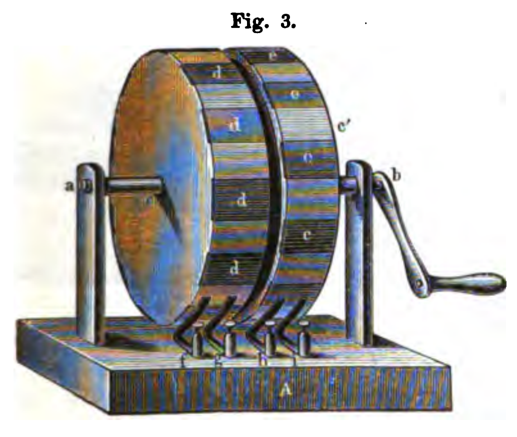
Man bedient sich hierzu des **Disjunctors**, eines zuerst von **Dove** [3]) angegebenen Apparates. Derselbe lässt sich mit einigen Abänderungen folgendermaassen construiren: Man setzt auf die beiden Hälften einer durch eine isolirende Schicht, z. B. von Elfenbein, in der Mitte getheilten Metallaxe ab, Fig. 3, zwei Metallräder c und c' auf, deren Ränder abwechselnd mit nicht leitenden Segmenten d und e von Elfenbein oder Hartgummi ausgelegt sind. Gegen die Räder schleifen die mit den gleichnamigen Klemmmschrauben verbundenen Federn f, g und h, i. Die

---

[1]) **Bowditch**, Proceed. Amer. Acad. 11, 281, 1878. — [2]) **Henry**, Trans. Amer. Philos. Soc. 6; Pogg. Ann. Ergänzungs-Bd. 1, 282, 1842. — [3]) Bei dem Disjunctor von **Dove** (Pogg. Ann. 43, 512, 1838) waren die Räder c und c' durch weit ausgezackte, sternförmige Räder ersetzt, deren Zacken in untergestellte Quecksilberrinnen tauchten. Neben denselben waren auf die Metallaxe volle Metallräder gesetzt, deren Ränder in andere Quecksilberrinnen eingesenkt waren und durch welche die Leitung vermittelt wurde. — Statt der mit isolirenden Sectoren ausgelegten Räder des gezeichneten Apparates kann man auch gewöhnliche Zahnräder von Metall verwenden oder auch Räder von Holz, Elfenbein u. s. w., welche man mit Metalleinlagen d und c versieht. — Aehnliche Apparate von **Wartmann**, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 22, 5, 1848, **Edlund** u. A.

Räder c und c' können durch eine Kurbel oder durch ein besonderes Schwungrad und einen Schnurlauf mit der sie tragenden Axe in Rotation versetzt werden. Man schaltet durch die Klemmschrauben f und g das Rad c in einen Schliessungskreis ein, welcher eine Säule und die inducirende Spirale enthält, während das Rad c' durch die Klemmschrauben h und i in den Schliessungskreis der Inductionsspirale eingefügt wird.

Fig. 3.



Hat man die Räder c und c' so auf die Axe aufgesetzt, dass bei ihrer Drehung die Federn h und i eher auf die Metalloberflächen des Rades c' treten, als die Federn f und g auf die Metalloberflächen des Rades c, dagegen erstere auch früher von jenen Oberflächen abgleiten als letztere, so ist der Kreis des inducirten Stromes nur bei der Schliessung des primären Stromes geschlossen, bei der Oeffnung desselben geöffnet; durch den Kreis des inducirten Stromes kann nur der Schliessungsstrom hindurchgehen. — Verstellt man die Räder umgekehrt so, dass die Federn h und i später auf die Metallflächen von c' auftreffen und abgleiten, als die Federn f und g auf die Metallflächen von c, so kann durch den Kreis der Inductionsspirale nur der Oeffnungsstrom fliessen. — Macht man die Metallflächen des Rades c' etwas breiter als die des Rades c, so kann man beide Räder so stellen, dass die Mitten ihrer Metallflächen einander entsprechen. Dann wird bei der Drehung der Räder der inducirte Kreis vor dem inducirenden geschlossen und nach dem Oeffnen desselben geöffnet, und durch den ersteren gehen sowohl die Schliessungs- wie die Oeffnungsströme hindurch.

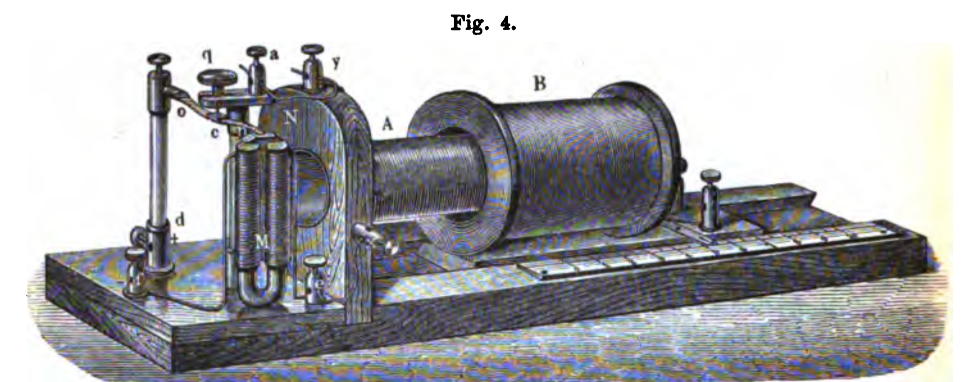
5 Will man eine Reihe abwechselnd gerichteter Inductionsräume erzeugen, so kann man den inducirenden Kreis auch durch einen selbstthätigen Unterbrecher, z. B. durch ein Barlow'sches Rad (Bd. III, §. 207) oder den Bd. III, §. 208 beschriebenen Rotationsapparat von Ritchie abwechselnd schliessen und öffnen.

Zweckmässiger benutzt man hierzu den Wagner-Neef'schen Hammer[1]), dessen sich auch E. du Bois-Reymond in seinem sehr

[1]) J. P. Wagner, Pogg. Ann. **46**, 107, 1839. Ein ähnlicher Apparat mit Platincontact von MacGauley s. du Moncel, Exposé de Applications de l'Électricité. Ein automatischer Unterbrecher mit Quecksilbercontact von Page, Amer. Journ. of Science **35**, 1839, datirt von 1838 u. A.

zweckmässigen Schlittenapparat zur Erzeugung von Inductionsströmen bedient. Dieser Apparat, Fig. 4, hat im Wesentlichen die Construction des Fig. 1 gezeichneten Apparates, an dem noch vor dem Brett *N* der

Fig. 4.

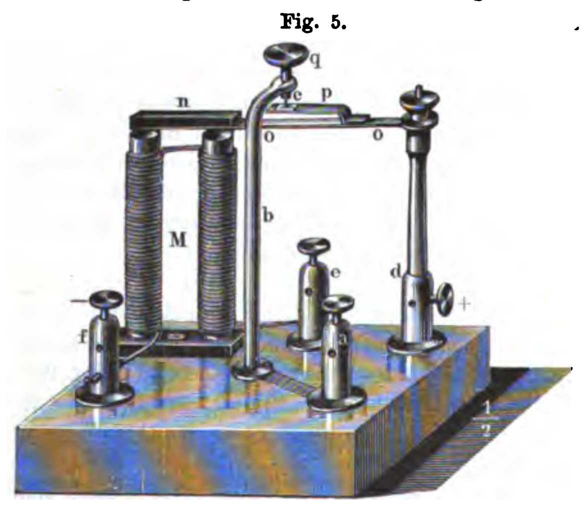


Wagner'sche Hammer angebracht ist, welcher den durch die inducirende Spirale *A* geleiteten Strom unterbricht.

Fig. 5 giebt eine besondere Zeichnung des Hammers in etwas anderer Form als in Fig. 4. Die Buchstaben der Fig. 4 und 5 passen beide für die folgende Beschreibung.

Die mit dem einen Pol einer Säule verbundene Klemmschraube *f* steht mit dem Spiraldraht eines Elektromagnets *M* in Verbindung, dessen anderes Ende zur Klemmschraube *e* führt. Der Elektromagnet selbst besteht aus zwei, zur Vermeidung des magnetischen Residuums hohlen Eisenröhren, welche unten auf eine Eisenplatte aufgeschraubt und oben durch kleine polirte Eisencylinder geschlossen sind. Ueber den Polen des Magnetes befindet sich der parallelepipedische Anker *n* von Eisen, welcher an dem einen Ende einer flachen, auf das obere Ende des Metallstabes *d* aufgeschraubten Messingfeder *o* befestigt ist. Um die unmittelbare Berührung des Ankers mit dem Magnet zu vermeiden, bei welcher er

Fig. 5.



auch nach der Oeffnung des magnetisirenden Stromes am Magnet haften würde, ist er unterhalb mit einem Papier- oder Messingstreifen belegt. Auf die Feder *o* ist unmittelbar ein kleines Platinplättchen *c* aufgelöthet, Fig. 4, oder nach Halske[1]) eine zweite kleine Feder *p*, Fig. 5, aufgesetzt, welche das Platinplättchen *c* trägt. Dieses Plättchen drückt im Ruhezustande der Feder *o* gegen eine Platinspitze, welche an einer in das Messingstativ *b* eingeschraubten Messingschraube *q* befestigt ist. Das Stativ *b* ist mit der Klemmschraube *a* verbunden. — Zwischen den Klemmen *e* und *a* wird die inducirende Spirale *A* vermittelst ihrer Enden *x* und *y* eingefügt. — Verbindet man den zweiten Pol der Säule mit der Klemmschraube *d*, so fliesst der Strom von *d* durch *o*, zwischen Platte *c* und Schraube *q* hindurch über *b* und *a*, sodann durch die inducirende Spirale nach *e* und um den Magnet *M* nach *f*. Der letztere wird dadurch magnetisch und zieht den Anker *n* an. Dabei wird der Strom bei *c* unterbrochen; die Magnetisirung von *M* hört auf und das Platinplättchen *c* wird wieder gegen die Spitze *q* gedrückt u. s. w. — Die Feder *p*, Fig. 5, bewirkt hierbei, dass, wenn der Magnet *M* schon durch den seine Windungen durchfliessenden Strom magnetisirt ist, und sich der Anker *n* mit der Feder *o* gegen seine Pole hinbewegt, doch noch einige Zeit durch die Federkraft von *p* der inducirende Strom zwischen der Schraube *q* und der darunter befindlichen Platinplatte *c* geschlossen bleibt und erst, wenn der Anker eine sehr grosse Geschwindigkeit erlangt hat, ganz plötzlich unterbrochen wird. Auf diese Weise geschieht die Induction in der Inductionsrolle in kürzerer Zeit, was für manche Zwecke praktisch ist, z. B. wenn man durch die Inductionsströme bedeutende physiologische Wirkungen oder Funkenentladungen hervorrufen will.

Will man den inducirenden Strom nicht so schnell öffnen, so kann man an dem Apparat die Feder *p* fortlassen und, wie in Fig. 4, die auf derselben angebrachte Platinplatte unterhalb der Schraube *q* direct auf die Feder *o* auflöthen. — Will man den Strom in der inducirenden Rolle noch öfter unterbrechen, als bei jeder Hin- und Herschwingung der Feder *o* des Apparates Fig. 5, oder ihn in abwechselnder Richtung durch die Rolle leiten, so kann man an der Feder *o* auch noch unterhalb eine Platinplatte anbringen, der eine zweite Platinspitze gegenüber steht, gegen welche jene Platinplatte beim Niedergang des Ankers *n* gegenschlägt[2]). Man verbindet dann die Enden der inducirenden Rolle mit *c* und *d*, die Pole der Säule mit *a* und *f* und die untere zweite Spitze, sowie die Klemmschraube *e* mit den Polen einer zweiten Säule. Je nachdem hierbei die Verbindung mit den Polen der zweiten Säule in dem einen oder anderen Sinne geschieht, hat beim Anschlagen der Feder gegen die untere Spitze der Strom in der inducirenden Spirale die gleiche

---

[1]) Halske und Poggendorff, Pogg. Ann. 97, 641, 1856. Vergleiche auch Sinsteden, Pogg. Ann. 96, 366, 1855. — [2]) Riess, Pogg. Ann. 91, 290, 1854.

oder entgegengesetzte Richtung wie der Strom, welcher die Spirale beim Anschlagen der Feder p gegen die obere Spitze q durchfliesst[1]).

Durch Anbringen eines besonderen isolirten Conductors an dem Hebel des Hammers, welcher in die Schliessung des inducirten Stromes eingeschaltet ist, kann man bewirken, dass nur der Schliessungs- oder nur der Oeffnungsinductionsstrom durch dieselbe gehen[2]).

6 Mittelst dieser Apparate kann man zeigen, dass die Wirkungen der Inductionsströme die gleichen sind, wie die der gewöhnlichen galvanischen Ströme. Die Ablenkung einer Magnetnadel durch die Inductionsströme haben wir schon erwähnt. Leitet man mit Hülfe des Disjunctors, sei es nur die Oeffnungs- oder nur die Schliessungsinductionsströme durch ein Galvanometer, so erhält man eine permanente Ablenkung seiner Nadel in dem einen oder anderen Sinne. — Leitet man sowohl die Oeffnungs- als auch die Schliessungsströme durch das Galvanometer, so bleibt bei sehr schneller Aufeinanderfolge die Nadel in Ruhe, ist sie schon von vornherein abgelenkt, so zeigt sich das Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung seiner Nadel (Bd. III, §. 210).

Auch die Magnetisirung von Eisen und Stahl kann durch Inductionsströme bewirkt werden. Leitet man z. B. nur einen einzelnen Oeffnungs- oder Schliesssungsstrom durch eine Spirale, in welche man eine Stahlnadel eingelegt hat, so erhält sie je nach der Richtung jenes Stromes permanenten Magnetismus. — Bei Anwendung des Disjunctors kann man einen weichen Eisenstab mit Hülfe der Inductionsströme auch für längere Zeit zu einem Elektromagnet machen, indem man durch die ihn umgebende Spirale eine Reihe von Oeffnungs- oder von Schliessungsinductionsströmen leitet.

7 Elektrodynamische Wirkungen zeigen die Inductionsströme ebenfalls. Leitet man sie durch die beiden Rollen eines Bifilardynamometers, so ziehen sich letztere an, wenn auch die Richtung der inducirten Ströme wechselt, da dieser Wechsel gleichzeitig in beiden Rollen des Dynamometers stattfindet. Die Ablenkung der Bifilarrolle entspricht bei gleicher Zeitdauer der Inductionsströme dem Quadrat ihrer Intensität. Das Dynamometer ist in dieser Beziehung ein geeignetes Instrument zur Messung der Intensität jener Ströme. — Leitet man die Inductionsströme nur durch die Bifilarrolle, durch die feste Rolle aber einen constanten Strom, so müssen erstere alle gleichgerichtet sein, um eine constante Ablenkung der Bifilarrolle hervorzubringen.

8 Auch chemische Wirkungen vermögen die Inductionsströme hervorzubringen.

---

[1]) Ein ähnlicher Apparat von Rijke, Pogg. Ann. 97, 69, 1856. — [2]) Siehe das Nähere bei Lewandowski, Wiener med. Presse 1888, Nr. 9; Beibl. 12, S. 603.

Breitet man ein mit Jodkaliumlösung getränktes Fliesspapier auf einer horizontalen Glasplatte aus und drückt auf dasselbe zwei in geeigneten Stativen (Bd. I, S. 440, Fig. 184) befestigte, verticale und vorher gut ausgeglühte Platindrähte, welche mit den Enden der Inductionsrolle eines du Bois'schen Schlittenapparates [1]) verbunden sind, so genügt eine einmalige Schliessung oder Oeffnung des inducirenden Stromkreises, etwa durch einen Schlüssel (Bd. I, §. 295), um sogleich einen schwarzen Jodfleck unter dem Platindraht erscheinen zu lassen, welcher für den betreffenden Inductionsstrom als positive Elektrode dient. Er erscheint beim Oeffnungsinductionsstrom in Folge seiner schnelleren Entwickelung (siehe weiter unten) rascher, als beim Schliessungsinductionsstrom. Dabei tritt auch unter der negativen Elektrode ein, wenn auch schwächerer, so doch deutlicher secundärer Jodfleck auf, wenn, wie gewöhnlich, der Inductionskreis nach dem Entstehen des Inductionsstromes geschlossen bleibt, und zwar namentlich deutlich bei der Schliessungsinduction, etwas später als der primär erzeugte Jodfleck. Dass derselbe von der durch den Polarisationsstrom bedingten Zersetzung des Jodkaliums herrührt, haben wir schon Bd. II, §. 831 erwähnt.

Leitet man einen einzelnen inducirten Strom durch ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Voltameter, so kann man bei nachheriger Verbindung seiner Elektroden mit dem Galvanometer ihre Polarisation nachweisen. Indess ist sie nur gering; sehr viel bedeutender wird sie, wenn man mehrere Inductionsströme hinter einander in gleicher Richtung durch das Voltameter führt [2]). — Leitet man die beim Oeffnen und Schliessen des primären Stromes abwechselnd gerichteten Inductionsströme durch ein Voltameter, so erscheinen die Gase Sauerstoff und Wasserstoff abwechselnd an beiden Elektroden und vereinen sich an denselben zum Theil wieder, wenn die Inductionsströme schnell auf einander folgen. Die hierbei auftretenden Erscheinungen haben wir schon Bd. II, §. 751 näher ausgeführt. — Die specifischen Unterschiede, welche man zuweilen hierbei zwischen den Wirkungen der gewöhnlichen Hydroströme und der Inductionsströme aufstellen wollte, haben sich durchaus nicht bestätigt [3]).

9 Lässt man eine Reihe gleich oder abwechselnd gerichteter Inductionsströme durch einen dünnen, in einem Luftthermometer ausgespannten Platindraht hindurchgehen, so zeigt die Ausdehnung der Luft, event. auch das Glühen des Drahtes die thermische Wirkung der Ströme an.

10 Ist die inducirende Wirkung sehr gross, besteht namentlich die über eine inducirende Spirale gewundene Inductionsspirale aus sehr vielen

---

[1]) E. du Bois-Reymond, Untersuchungen über thierische Elektricität 2 [1], 400, 1849; Monatsber. der Berl. Akad. 1861, 1, 1105. — [2]) Marianini, Bibl. univ. 51, 16; Pogg. Ann. 27, 459, 1833. — [3]) Lenz, Pogg. Ann. 48, 385, 1839.

Windungen und sind ihre Enden einander bis auf einen sehr kleinen Zwischenraum genähert, so entsteht beim Schliessen, noch leichter beim Oeffnen des Stromes in der inducirenden Spirale ein Funken zwischen ihnen. Sind die Enden weiter von einander entfernt, und nähert man ihnen den Knopf eines Elektroskops, so geht bei Erzeugung der Inductionsströme Elektricität zu letzterem über. Die Enden der Spirale haben sich also während der Induction mit freien Elektricitäten geladen, deren Art ganz der durch ein Galvanometer nachzuweisenden Richtung der Inductionsströme entspricht. — Besser zeigen sich diese Erscheinungen, wenn in den Spiralen Eisenkerne liegen (siehe weiter unten).

11 Schaltet man endlich den menschlichen Körper durch zwei an den Enden der Leitung angebrachte metallene Handhaben, welche man mit den Händen ergreift, in den Schliessungskreis der Inductionsströme, z. B. eines Schlittenapparates ein, so erhält man Erschütterungen. Die Inductionsströme üben also auch physiologische Wirkungen aus.

Schon durch das Zuströmen von Elektricität zu den Enden der geöffneten Inductionsspirale können physiologische Wirkungen hervorgerufen werden, wie E. du Bois-Reymond[1]) gezeigt hat.

Verbindet man den Nerv eines präparirten Froschschenkels mit dem einen Ende eines Inductionskreises und leitet entweder den Schenkel oder das andere Ende des Kreises zum Erdboden ab, so zuckt jedesmal der Schenkel, wenn durch irgend ein Mittel in dem Kreise eine elektromotorische Erregung inducirt wird, die bei völliger Schliessung einen Inductionsstrom in ihm erregen würde. Diese Zuckungen treten auch ein, wenn der Nerv unterbunden oder durch einen feuchten Papierstreifen mit dem Ende des metallischen Leiters verbunden wird. Sie zeigen sich, mag nun der Inductionsstrom durch eine doppelte Drahtrolle mit oder ohne Eisendrahtbündel oder eine Magnetelektrisirmaschine erzeugt werden. E. du Bois-Reymond bezeichnet diese Zuckungen mit dem Namen der unipolaren Inductionszuckungen.

Sind beide Enden des Inductionskreises vollständig isolirt, so zuckt der Froschschenkel nicht.

Da ein Froschschenkel einige Zeit nach dem Tode vorzüglich bei dem Beginn eines in seinem Nerven absteigenden, und auch bei dem Aufhören eines aufsteigenden Stromes zuckt, nicht aber, oder sehr viel schwächer beim Aufhören des absteigenden und Beginn des aufsteigenden Stromes, so kann ein solcher Schenkel zur Bestimmung der Richtung der Elektricitätsbewegung in der geöffneten Inductionsspirale dienen. Es ergiebt sich dann, dass die Bewegungen der freien Elektricitäten nach den Enden des ungeschlossenen Inductionskreises hin dieselben

---

[1]) E. du Bois-Reymond, Fortschritte der Physik 1845, S. 538; Untersuchungen 1, 429.

sind, welche bei völliger Schliessung des Kreises den jedesmal in ihm inducirten Strom hervorrufen würden.

Werden die Enden des Inductionskreises durch einen schlechten Leiter, z. B. einen 30 mm langen Streifen von feuchtem Fliesspapier, verbunden, und wird der Nerv des Froschschenkels auf irgend eine Stelle des Streifens gelegt, so zuckt der Muskel stets, da der Inductionsstrom einen Theil des Nerven direct durchfliesst. Wird der Nerv aber zwischen dem Muskel und dem Papierstreifen unterbunden, so zuckt der Muskel nur bei Ableitung des Schenkels. Ein geeignetes Froschpräparat zeigt dann in der Halbirungslinie der Länge des Papierstreifens keine Zuckung, und zwei solche, auf beide Hälften desselben gelegte Präparate zucken abwechselnd bei Umkehrung der Richtung des Inductionsstromes, und zwar um so stärker, je weiter ihre Nerven von der Halbirungslinie entfernt sind. Es wird hierdurch auf dem Schliessungskreise des Inductionsstromes eine Vertheilung der freien Elektricität nachgewiesen, welche der in dem Schliessungskreise einer Hydrosäule völlig analog ist.

Wir werden diese verschiedenen Wirkungen der Inductionsströme erst näher betrachten können, nachdem wir von ihrer Zeitdauer gesprochen haben.

12 Ganz ähnliche Erscheinungen wie beim Entstehen und Vergehen des Stromes in dem inducirenden Draht erhält man, wenn man den mit dem Galvanometer verbundenen Draht B dem inducirenden Draht A nähert oder ihn von demselben entfernt. Man kann hierbei sowohl geradlinige, als auch im Zickzack gebogene Drähte, wie auch Bandspiralen verwenden, oder sich zweckmässig des Schlittenapparates (Fig. 1) bedienen.

Leitet man durch die inducirende Spirale A einen Strom von constanter Intensität, so schlägt die Nadel des mit der Inductionsspirale B verbundenen Galvanometers jedesmal aus, wenn man die Spirale B an A heranschiebt oder von A entfernt; sie kehrt aber nach dem Aufhören dieser Bewegung sogleich in ihre Ruhelage zurück. — Der beim Nähern inducirte Strom in den dem ruhenden Draht A parallel liegenden Theilen des bewegten Drahtes B ist dem inducirenden Strom entgegengesetzt gerichtet; beim Entfernen ist der inducirte Strom dem inducirenden gleichgerichtet.

Statt die Spirale B zu bewegen und A ruhen zu lassen, hätte man ebenso gut die vom Strom durchflossene Spirale A an die jetzt ruhende Inductionsspirale B heranbringen oder von ihr entfernen können und hätte dieselben Resultate erhalten. Es kommt hierbei nur auf die relative Bewegung des inducirenden, vom Strom durchflossenen, und des inducirten Leiters an.

13 Man kann auch die Leiter des inducirenden und inducirten Stromes gegen einander in irgend einer Weise drehen, so dass dabei, wenn durch

beide Ströme flössen, ihre elektrodynamische Wirkung auf einander sich änderte. Man erhält auch dann inducirte Ströme. Die Richtung derselben, ebenso wie die der in §. 12 erwähnten Ströme, lässt sich durch folgenden, von Lenz [1]) ausgesprochenen Satz festhalten:

Wird die relative Lage zweier Leiter *A* und *B*, durch deren ersten *A* ein Strom fliesst, geändert, so wird in *B* ein Strom von der Richtung inducirt, dass er durch seine elektrodynamische Wirkung auf den inducirenden Strom in *A* den Leitern eine Bewegung ertheilen würde, welche der Bewegung, durch welche sie die inducirende Wirkung vollbringen, gerade entgegengesetzt wäre.

So wird in dem Versuch des §. 12 in einem Draht beim Nähern eines vom Strom durchflossenen parallelen Drahtes ein Strom inducirt, der dem inducirenden entgegengesetzt ist, welcher also durch seine abstossende Wirkung auf den inducirenden Strom die Leiter von einander entfernen würde. Umgekehrt wird beim Entfernen der Leiter von einander ein dem inducirenden gleich gerichteter Strom erzeugt, der also die Leiter einander nähern würde.

Ebenso verhält es sich bei folgendem Beispiel.

Verbindet man einen kreisförmigen Leiter *a* von mehreren (etwa 20) Windungen mit den Polen einer Säule und stellt einen ganz ähnlichen zweiten kreisförmigen Leiter *b*, dessen Enden mit dem Galvanometer verbunden sind, in der Weise in ihn hinein, so dass ihre Ebenen einen Winkel von 90° mit einander machen, so entsteht in dem Leiter *b* ein inducirter Strom, wenn die Leiter so gedreht werden, dass ihre Ebenen zusammenfallen. Die Richtung dieses Stromes ist der des Stromes im Leiter *a* entgegengesetzt, so dass also die elektrodynamische Wirkung zwischen dem inducirten und inducirenden Strom die einander genäherten Leiter *a* und *b* von einander entfernen würde. — Dreht man die in einer Ebene befindlichen Leiter so, dass ihre Ebenen wieder einen Winkel von 90° machen, so entsteht umgekehrt ein dem inducirenden gleich gerichteter Strom im Leiter *b* [2]).

Diese Versuche kann man auch mittelst des §. 3 beschriebenen Apparates mit der Abänderung von Bowditch anstellen.

14 Die Richtung der inducirten Ströme bei Annäherung und Entfernung eines von einem Strom durchflossenen Leiters an einen stromlosen Leiter oder umgekehrt, lässt sich unmittelbar ableiten. Die in dem inducirten Leiter erzeugten Inductionsströme erwärmen denselben, leisten also Arbeit. Sie kann nur von der Wechselwirkung des inducirenden

---

[1]) Lenz, Pogg. Ann. **31**, 483, 1834. Schon früher hatte Ritchie (Phil. Mag. [3] **4**, 11, 1834; Pogg. Ann. **31**, 203) diese Beziehung aufgefasst, indess, wie Poggendorff (l. c.) bemerkt, die Bewegungsrichtungen umgekehrt angegeben. — [2]) Lenz, l. c.

und inducirten Stromes herrühren. Werden die Leiter einander genähert, so kann nur dann eine Arbeit erzeugt werden, wenn sie sich abstossen, der inducirte Strom also dem inducirenden entgegengerichtet ist. Werden sie von einander entfernt, so kann dies nur geschehen, wenn die Ströme gleich gerichtet sind, sich also anziehen.

15 Inducirte Ströme können auch durch Einwirkung eines Magnetes auf einen Stromleiter entstehen. Dies hat Faraday (l. c.) zuerst gezeigt. Man kann, um ihre Richtung zu bestimmen, an Stelle des Magnetes die um seine einzelnen Theile in gewissen Richtungen circulirenden Molecularströme setzen.

Die Inductionsströme, welche in einem Leiter hervorgerufen werden, wenn in seiner Nähe plötzlich ein Magnet entsteht oder der Magnetismus desselben plötzlich wieder vernichtet wird, lassen sich z. B. in folgender Art nachweisen. Man umwindet einen als Anker eines hufeisenförmigen Stahl- oder Elektromagnetes dienenden Stab von weichem Eisen mit einer Spirale von langem, dünnem, übersponnenem Kupferdraht und legt die von der Ueberspinnung befreiten Enden desselben quer über einander [1]), oder lässt noch besser das eine Ende in eine kleine, schwach amalgamirte Kupferplatte endigen und stellt das andere, zugespitzte und gleichfalls amalgamirte Ende des Drahtes der Spirale federnd auf die Platte auf [2]). Im Moment des Abreissens des Ankers vom Magnet vibriren die über einander gelegten Drahtenden oder die Spitze und Platte; zugleich verschwindet der Magnetismus des Ankers und in der umgebenden Spirale entsteht ein Strom. Zwischen beiden Enden der Leitung springt ein Funken über. — Selbstverständlich erhält man bei Anwendung natürlicher Magnete von Magneteisenstein die gleichen Resultate [3]).

Legt man in die Drahtspirale des §. 3 beschriebenen Apparates oder des Schlittenapparates von E. du Bois-Reymond einen massiven, oder aus einem Bündel von Eisendrähten gebildeten Eisenkern ein, so sind die Inductionsströme beim Schliessen und Oeffnen des Stromes in der inducirenden Spirale viel stärker, als ohne den Eisenkern, da sich die durch die Aenderung des Magnetismus des letzteren inducirten Ströme zu den beim Oeffnen und Schliessen der Ströme in der inducirenden Spirale selbst erzeugten addiren.

Verbindet man die Enden der auf den Anker gewundenen Inductionsspirale mit einem Galvanometer, so zeigt der Ausschlag seiner Nadel an, dass beim Abreissen des Ankers in der Spirale ein Inductionsstrom erzeugt wird, welcher den Molecularströmen des magnetischen Ankers gleich gerichtet ist. Legt man den Anker wieder an den Magnet

---

[1]) Strehlke, Pogg. Ann. 25, 186, 1832. — [2]) Faraday, Exp. Res. 2, 169; Pogg. Ann. 25, 187, 1832. — [3]) Forbes, Phil. Mag. [3] 1, 49, 1832.

an, so erkennt man an der Ablenkung der Nadel einen seinen Molecularströmen entgegengesetzt gerichteten Inductionsstrom [1]).

Man braucht bei diesen Versuchen den Anker nicht völlig auf den Magnet aufzulegen und von ihm abzuheben; es genügt, seinen Magnetismus zu ändern, indem man ihn aus einiger Entfernung den Magnetpolen nähert und wieder von ihnen entfernt. — Auch kann man den Magnet selbst mit einer Drahtspirale umwickeln. Da sich auch in ihm beim Anlegen und Entfernen des Ankers der Magnetismus temporär ändert, so werden auch in diesem Falle in der Spirale inducirte Ströme erzeugt [2]).

16 Ebenso erhält man Inductionsströme, wenn man den mit einer Spirale umwundenen Anker auf einen Elektromagnet legt und den den letzteren erregenden Strom abwechselnd öffnet und schliesst. Ein mit der Spirale verbundenes Galvanometer zeigt dabei die abwechselnd gerichteten Inductionsströme an. Dasselbe ergiebt sich, wenn man einen geschlossenen Eisenring an einer Stelle mit der Magnetisirungsspirale, an einer anderen Stelle mit der Inductionsspirale umgiebt [3]).

Schon durch einen einzelnen Magnetoinductionsstrom dieser Art kann man einen weichen Eisenstab temporär magnetisiren. Legt man an einen Elektromagnet einen mit Draht umwickelten Anker und verbindet die Enden des Drahtes mit einer Spirale, in der sich ein weicher Eisenstab befindet, unter welchen Eisenfeilen gestreut sind, so richten sich letztere jedesmal auf, wenn man den den Elektromagnet erregenden Strom vermittelst eines Gyrotrops umkehrt [4]).

Schaltet man in den Schliessungskreis des um einen Elektromagnet geleiteten Stromes einen Platindraht ein, der dabei dunkelrothglühend wird, so wird er beim Abreissen des Ankers weissglühend, beim Auflegen aber dunkler, indem im ersten Falle der Magnetismus geschwächt, im zweiten verstärkt wird und so in der den Magnet umgebenden Spirale Ströme inducirt werden, die den Molecularströmen im Magnet oder dem magnetisirenden Strome selbst gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind. Dasselbe geschieht, wenn der Strom noch ein in einer Spirale befindliches Eisendrahtbündel umkreist und letzteres plötzlich entfernt oder wieder in die Spirale eingeführt wird [5]).

17 In ganz gleicher Weise erhält man in einer Spirale Inductionsströme, wenn man sie über eine zweite, von einem constanten Strom durchflossene Spirale schiebt und in letztere plötzlich einen Eisenkern einführt. Ihre Richtung entspricht ganz der oben gemachten Angabe.

---

[1]) Nobili und Antinori, Antologia di Firenze, Nr. CXXXI; Pogg. Ann. 24, 473, 1832. — [2]) Vergl. auch Pohl, Pogg. Ann. 24, 495, 1832. — [3]) Faraday, Exp. Res. Ser. 1, §. 27 u. flgde. — [4]) Dove, Pogg. Ann. 29, 461, 1833. — [5]) Daniel, Compt. rend. 69, 367, 1867.

Wie der Eisenkern wirkt, wenn auch schwächer, durch seine temporäre Magnetisirung ein Stab von Nickel oder Kobalt.

Man kann auch beim Einschieben diamagnetischer Metalle in die Spiralen nachweisen, dass die dabei entstehenden Inductionsströme wirklich durch die Aenderung des Diamagnetismus der Metalle bedingt sind. Die meisten hierauf bezüglichen Versuche ergaben indess Ströme, welche durch die Induction von Strömen in den Massen der diamagnetischen Metalle selbst und die Rückwirkung dieser Ströme auf die in der Nähe befindlichen Inductionsspiralen inducirt waren, und welche eine so bedeutende Intensität im Verhältniss zu den etwa durch diamagnetische Polarisirung der Metalle inducirten Strömen besassen, dass der Einfluss der letzteren nur schwierig wahrgenommen werden konnte [1]).

Dass in allen diesen Versuchen die inducirte Spirale durch eine einzige Drahtwindung oder auch nur durch einen, zu derselben tangential gerichteten geraden Draht ersetzt werden kann, folgt schon aus der Analogie mit den §. 2 beschriebenen Versuchen. Indess sind dann die Inductionsströme meist so schwach, dass sie nur mit empfindlichen Galvanometern nachzuweisen sind.

18 Legt man, um noch ein weiteres Beispiel anzuführen, vor den einen Pol *N* eines Magnetstabes eine Spirale mit ihrer Axe senkrecht gegen die des Stabes und schiebt das Ende *a* eines Eisenstabes *acb* in die Spirale bis zum Pol *N*, so erhält man einen Inductionsstrom, indem der Eisenstab von *N* bei *a* einen Südpol, an dem ausserhalb gelegenen Ende einen Nordpol erhält. Schiebt man den Stab bis zu seiner Mitte *c* in die Spirale ein, so kehrt sich die Polarität der Hälfte *ac* desselben um, während die magnetische Polarisation der Theilchen zwischen *c* und *b* kleiner wird, als vorher zwischen *a* und *c*. Man erhält einen dem ersten entgegengerichteten Inductionsstrom. Schiebt man den Stab in gleicher Richtung weiter vor, bis das Ende *b* vor dem Pole *N* steht, so nimmt der ganze Stab die entgegengesetzte Magnetisirung an, wie in der ersten Lage, man erhält einen noch stärkeren Inductionsstrom im gleichen Sinne wie in dem zweiten Falle [2]).

19 Auch wenn man die relative Lage eines Magnetes und eines Leiters gegen einander ändert, wird in letzterem ein Strom inducirt.

Schiebt man z. B. in den inneren Raum einer mit dem Galvanometer verbundenen Spirale einen Stahlmagnet mit dem einen Pole ein, so entspricht der Ausschlag der Nadel des Galvanometers einem in der Spirale inducirten Strom, welcher den Molecularströmen des Magnetes entgegen-

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 23, 1850, vergl. Bd. III, §. 936 u. f. — [2]) du Moncel, Compt. rend. 94, 558, 1882; Beibl. 6, 510.

gesetzt gerichtet ist. Zieht man den Magnet plötzlich aus der Spirale heraus, so ist der Inductionsstrom jenen Molecularströmen gleichgerichtet. Denken wir uns daher die Drahtspirale mit ihrer Axe vertical aufgestellt, und schieben wir von oben her den Südpol eines Stahlmagnetes hinein, so circulirt der inducirte Strom (von oben betrachtet) durch die Windungen der Spirale in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers. Beim Herausziehen des Südpols circulirt der Strom in entgegengesetzter Richtung. Ersetzt man den Südpol des Magnetes durch seinen Nordpol, so kehren sich die Richtungen der inducirten Ströme um. — Schiebt man den Magnet ganz durch die Spirale hindurch, so ruft seine Annäherung und seine Entfernung in den einzelnen Windungen der Inductionsspirale gleiche und entgegengesetzt gerichtete Inductionsströme hervor, deren chemische Wirkungen z. B. sich aufheben. Auch auf das Galvanometer wirken bei schneller Bewegung des Magnets die beiden Ströme zusammen nicht. — Wird der Magnet langsam in die Spirale eingeschoben oder aus ihr herausgezogen, so wird die Galvanometernadel nicht abgelenkt. Obgleich die gesammte inducirte elektromotorische Kraft hierbei dieselbe ist, wie beim schnellen Bewegen des Magnetes, so ist doch die Zeit, in welcher sie erregt wird, gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel zu bedeutend, um sie merklich zu bewegen [1]).

Wird über einen ruhenden Magnet eine Inductionsspirale geschoben, so zeigen sich die analogen Erscheinungen. Auch hier kann man, wenn auch mit viel geringerem Erfolg, die Drahtspirale durch einen zu ihr tangentialen, geraden Leiter ersetzen.

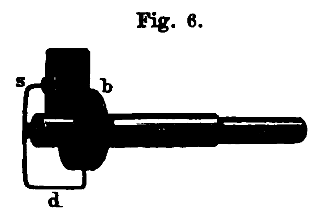
20 Eine Methode, um schon durch sehr kleine Bewegungen eines Magnetes Inductionsströme zu erzeugen, ist von Grossmann [2]) angegeben worden. Ein 250 mm langer, 10 mm breiter und 3 mm dicker, stark magnetisirter Stahlstab wird in seiner Mitte in horizontaler Lage eingeklemmt. Unter sein eines Ende stellt man eine Inductionsspirale (z. B. die Inductionsspirale des du Bois'schen Schlittenapparates) und verbindet sie mit einem Froschpräparat. Wird das andere Ende des Magnetes durch Streichen mit einem Violinbogen in transversale [oder auch longitudinale [3])] Schwingungen versetzt, so werden in der Spirale abwechselnd gerichtete Ströme inducirt, der Muskel des Froschpräparats wird tetanisirt. Wird der Magnet so gestrichen, dass er in mehreren Abtheilungen schwingt und dabei höhere Töne giebt, so bleibt der Muskel in Ruhe, da die Intensität der Inductionsströme geringer ist und sie vielleicht auch zu schnell auf einander folgen (s. auch den Abschnitt Telephon).

---

[1]) Vergl. auch Wartmann, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 19, 280, 1847. — [2]) R. Grossmann, Bericht über die Versammlung der Naturforscher in Wien im Jahre 1856. Wien 1858, 221. — [3]) Carney, Sillim. J. [3], 8, 203, 1874.

21 Auch bei diesen Versuchen kann man einen Funken durch den Inductionsstrom erhalten. Das eine Ende einer kurzen, dicken, auf eine etwas längere Papprõhre *c*, Fig. 6, gewundenen Spirale *b* ist mit einer kleinen Metallplatte *p* verbunden, das andere endet in einer auf die Platte aufstehenden Spitze *s*. In der Papprõhre befindet sich bei *a* ein Holzpflock. Wird der Magnet *m* in die Spirale schnell eingeschoben, so stösst er gegen den Holzpflock; dieser drückt gegen den Draht *ds*, und so wird im Moment des Entstehens des inducirten Stromes die Spitze von der Platte abgehoben, und ein lebhafter Funken erscheint [1]).

Fig. 6.



22 Verbindet man zwei parallel neben einander gestellte Spiralen so, dass ihre Windungen in entgegengesetzten Richtungen laufen, und schiebt in beide zugleich die beiden Schenkel eines hufeisenförmigen Stahlmagnetes ein, so addiren sich die in ihnen inducirten Ströme und man erhält stärkere Wirkungen, als bei Anwendung nur einer Spirale und eines geraden Magnetstabes [2]).

Verbindet man die Multiplicatoren zweier Galvanometer durch Leitungsdrähte und versetzt das astatische System des einen Galvanometers in Schwingungen, so geräth auch das des anderen in Schwingungen, selbst wenn die Galvanometer so weit von einander entfernt sind, dass eine directe magnetische Wechselwirkung ihrer astatischen Systeme auf einander nicht eintreten kann. Hier werden wiederum im Multiplicator des ersten Galvanometers durch die Schwingungen der Magnetnadel Ströme inducirt, welche den Multiplicator des anderen Galvanometers durchfliessen [3]).

23 Die bei der relativen Bewegung eines geschlossenen Leiters und eines Magnetes in ersterem inducirten Ströme lassen sich in ganz derselben Weise näher bestimmen, wie die inducirten Ströme, welche bei der relativen Bewegung zweier geschlossener Leiter entstehen, durch deren einen ein Strom fliesst, durch deren anderen nicht. Auch hier hat der inducirte Strom eine solche Richtung, dass die elektromagnetische Wirkung zwischen ihm und dem inducirenden Magnet dem letzteren und dem Stromesleiter die entgegengesetzte Bewegung ertheilen würde, wie die ist, durch welche die Induction hervorgebracht wird [4]).

Wird z. B. zwischen die gegenüberstehenden Halbanker eines huf-

---

1) **Faraday**, Phil. Mag. **5**, 349, 1834; Exp. Res. **2**, 204; Pogg. Ann. **34**, 292. — 2) **dal Negro**, Phil. Mag. **1**, 45, 1832. **Faraday**, Exp. Res. **2**, 202. — 3) **Fechner**, Pogg. Ann. **45**, 237, 1838. — 4) **Lenz**, Pogg. Ann. **31**, 483, 1834.

eisenförmigen Magnetes eine flache Spirale gebracht, deren Windungsebene auf der axialen Verbindungslinie der Pole des Magnetes senkrecht steht, und dreht man sie um eine gegen diese Linie senkrechte Axe um einen bestimmten Winkel, so wird in der Spirale ein Strom inducirt, welcher den Molecularströmen an den beiden Polen des Magnetes gleichgerichtet ist, der also durch seine elektromagnetische Wirkung auf die Magnetpole die Spirale entgegen der ihr ertheilten Bewegung wieder in ihre erste Lage zurückführen würde. Hat man also den Nordpol des Magnetes zur Linken, so würden die inducirten Ströme in den oberen Theilen der Windungen der Spirale zum Beschauer hinfliessen. — Wird die Spirale aus der geneigten Lage in die erste Lage zurückgedreht, so ist die Richtung der Inductionsströme die umgekehrte.

Zur Bestimmung der elektromagnetischen Wirkung der Magnete auf Ströme, durch deren Richtung hiernach auch die der inducirten Ströme bestimmt wird, lässt sich die bekannte „Schwimmregel" von Ampère verwenden (vergl. Bd. III, §. 131).

Faraday hat für die Induction bei Bewegung des Leiters an einem Magnetpol diese Regel folgendermaassen formulirt. Man schwimme in der Richtung der Kraftlinien in der Richtung vom Nordpol zum Südpol ausserhalb des Magnetes und sehe nach der Richtung der Bewegung des Leiters; dann ist der Inductionsstrom nach rechts gerichtet.

An Stelle derselben hat J. A. Fleming[1]) die folgende „Dreifingerregel" aufgestellt. Man halte die drei ersten Finger der linken Hand nach der Richtung der drei Axen eines rechtwinkeligen Coordinatensystems; den Zeigefinger nach der Richtung der Magnetkraftlinien in der Richtung, wie sie ausserhalb des Magnetes vom Nordpol zum Südpol gehen; den Mittelfinger in der Richtung des positiven Stromes, dann zeigt der Daumen an, wohin sich letzterer zu bewegen strebt.

Für die Induction wird der Zeigefinger und Daumen der rechten Hand in die Richtungen der Kraftlinien und der Verschiebung gebracht, dann zeigt der Mittelfinger die Richtung der inducirten elektromotorischen Kraft an.

24 Durch die Bd. III, §. 921 beschriebenen, von mir angestellten Versuche ist bewiesen, dass ein durch einen Eisenstab (oder ein Eisenrohr)

[1]) J. A. Fleming, Electrician **14**, 396, 1884. — W. Weiler (Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. **7**, 133, 1894; Beibl. **18**, 869) hat dazu noch die folgende Regel für die Bestimmung der Pole einer Spirale oder eines Elektromagneten hinzugefügt: „Soll ein Strom in einem magnetischen Felde inducirt werden, so halte man die Hand so, dass die Kraftlinien durch die Handfläche eindringen und der Daumen nach der Richtung der Bewegung weist; der Zeigefinger deutet dann die Richtung des inducirten Stromes an; wird aber Strom zugeführt, so halte man den Zeigefinger in der Richtung des Stromes und den Handrücken gegen die Richtung der Kraftlinien; der ausgestreckte Daumen giebt die Richtung der Bewegung und die Richtung des Nordpols der abgelenkten Magnetnadel an."

Nöthig dürfte diese ziemlich complicirte Regel nicht sein; s. auch Zepf, Beibl. **20**, 736, 1896.

hindurch gesendeter Strom ihn transversal magnetisirt. Ist also in der Axe des Stabes oder Rohres isolirt ein Kupferdraht befestigt, so muss bei der Umkehrung der Stromesrichtung durch die Umlagerung der magnetischen Molecüle des Eisenstabes im Kupferdraht ein Inductionsstrom erzeugt werden. Ein Bleirohr, in dessen Axe ebenso isolirt ein Kupferdraht befestigt ist, kann diese Wirkung nicht zeigen.

Ebenso müssen in dem Eisenrohr selbst Inductionsströme entstehen, wenn durch den isolirt durch seine Axe geführten Kupferdraht unterbrochene Ströme geleitet werden; in dem Bleirohr nicht.

Diese aus den früheren unmittelbar folgenden Resultate hat auch Villari[1]) durch Versuche an Eisen-, Blei- und Messingröhren bestätigt.

Dagegen ist die von einem Eisendraht in einem benachbarten Kupferdraht inducirte elektromotorische Kraft dieselbe, wie die in unmagnetischen Metallen inducirte Kraft. Es ist dies von vornherein klar, da der durch das Eisen geleitete Strom auf den diametral gegenüberliegenden Seiten die Molecüle, von aussen gesehen, entgegengesetzt richtet und sich so die Wirkungen dieser entgegengesetzten Bewegungen auf den daneben liegenden inducirten Kreis aufheben. Ist der inducirte Kreis von Eisendraht, der inducirende z. B. von Kupfer, so kann auch hier keine Verstärkung eintreten, da dann zu beiden Seiten der Axe des Eisendrahtes die magnetischen Molecüle von der Axe aus gesehen entgegengerichtet werden, also auch hier die Inductionswirkung in Folge ihrer Drehung verschwindet.

Etwas anders gestaltet sich das Verhältniss, wenn eine Eisendrahtspirale in einer Spirale von unmagnetischem Metall, z. B. von Kupfer, liegt. Wird durch die Kupferspirale ein Strom geleitet, so wird die Eisendrahtspirale als Ganzes wie eine Eisenröhre magnetisch; ihre magnetische Axe ist parallel ihrer geometrischen Axe. Hierdurch wird in jeder Windung der Eisendrahtspirale durch die benachbarten, longitudinal magnetisirten Theile derselben die Inductionswirkung der äusseren Kupferspirale gesteigert. Ebenso verhält es sich, wenn die Eisenspirale als inducirende Spirale dient. Der Strom in den Windungen macht die Spirale als Ganzes zu einem Magnet und diese Magnetisirung verstärkt die Inductionswirkung auf die umgebende Kupferspirale. Beim Oeffnen des inducirenden Stromes verschwindet diese Magnetisirung der Eisenspirale als Ganzes und die Oeffnungsinduction wird wiederum verstärkt.

Umgiebt die Eisenspirale die Kupferspirale und wird durch letztere der inducirende Strom geleitet, so wird die Eisenspirale als Ganzes nicht magnetisirt (vergleiche Bd. III, §. 671), und die Inductionswirkung auf sie ist die gleiche, wie auf eine Spirale von unmagnetischem Metall[2]).

---

[1]) Villari, Rendic. Lombardo. 15. Apr. 1869. — [2]) Vergl. auch Villari, l. c.

25 In **Flüssigkeiten** werden auf gleiche Weise durch Magnete Ströme inducirt, wie in metallischen Leitern.

So wand **Faraday** [1]) um einen cylindrischen Eisenstab eine Kautschukröhre von 0,6 cm Durchmesser und 2,6 m Länge in 12 Umgängen. Die Röhre wurde mit verdünnter Schwefelsäure ($^1/_8$) gefüllt. Ihre Enden wurden durch Korke verschlossen, durch welche Kupferdrähte hindurchgingen, die mit den Enden des Drahtes des Galvanometers verbunden waren. Der so umwundene Eisenstab wurde als Anker auf einen Elektromagnet gelegt und der letzteren erregende Strom abwechselnd geschlossen und geöffnet. Hierbei wurden in der Flüssigkeit in der Röhre Ströme inducirt, welche die gleiche Richtung hatten, wie die Inductionsströme in einem in gleichem Sinne um den Eisenstab gewundenen Draht. Die von den Enden der Röhre zum Galvanometer gehenden Drähte lagen so, dass in ihnen selbst beim Oeffnen und Schliessen des magnetisirenden Stromes keine Induction erfolgte. — Auch setzte **Faraday** unter einen Eisenstab, der als Anker auf einen Elektromagnet gelegt war, eine Schale voll sauren Wassers und senkte zu beiden Seiten des Stabes Platinplatten hinein, welche mit dem Galvanometer verbunden waren. Hier entstand ebenfalls beim Erregen und Aufheben der Magnetisirung des Magnetes in der Flüssigkeit ein die Galvanometernadel ablenkender Inductionsstrom.

26 Ferner kann man durch Bewegung vor den Magnetpolen in einer Flüssigkeit Inductionsströme erhalten, wie **J. A. Fleming** (l. c.) gezeigt hat.

Durch eine 200 cm lange, 2 cm weite, zwischen die Halbanker eines starken Elektromagnetes gestellte verticale Glasröhre, an deren Enden Platinelektroden angebracht waren, wurde ein Strom von verdünnter Schwefelsäure geleitet. Die Elektroden waren mit einem Galvanometer verbunden. Es zeigte sich ein Strom, der die Nadel des letzteren zuerst auf 10 bis 15^0 ablenkte und dann die Elektroden polarisirte. War der magnetisirende Strom geöffnet, so entstand kein Strom in der Flüssigkeit. — In ein weites Becken wurden ferner am Rande flache Thonzellen, in die Mitte eine cylindrische gestellt, welche Kupferelektroden in Kupfervitriollösung enthielten. Das Becken war mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt und auf einen Pol des Elektromagnetes gestellt. Wurde die verdünnte Säure in Rotation versetzt, so zeigte das mit den Kupferelektroden verbundene Galvanometer einen inducirten Strom an.

27 Analog kann man Inductionsströme in Flüssigkeitsstrahlen erhalten [2]).

---

[1]) **Faraday**, Phil. Mag. [4] 7, 265, 1854; Pogg. Ann. 92, 299. Auch **Baxter**, Edinb. J. 6, 25; Fortschritte der Physik 1857, 394; und nochmals **J. A. Fleming**, Proc. Roy. Soc. 26, 40, 1877; Beibl. 1, 413. — [2]) **Morton**, Proc. Glasgow Soc. 9, Nr. 12, 1873, 1874.

Colardeau[1]) lässt aus einer Glasflasche durch eine horizontale Röhre, welche sich zu einem flachen Gefäss zwischen den einander sehr nahe gestellten Halbankern eines Elektromagnetes erweitert und in einer horizontalen oder nach oben gerichteten Spitze endet, Quecksilber ausfliessen. Erregt man den Magnet, so wird der Ausfluss des Quecksilbers vorübergehend verzögert und die Sprungweite des Strahles vermindert. Beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes sinkt der parabolische nach oben springende Strahl zuerst und steigt dann wieder.

Auch wenn man direct einen Quecksilberstrahl zwischen zwei nahe einander gegenüber stehenden Glasplatten ausfliessen lässt, in welchen Oeffnungen zum Einbringen der Halbanker angebracht sind, ändert sich die Gestalt der Parabel zwischen den Platten.

Senkt man bei dem ersterwähnten Versuch zwei Elektroden von oben und unten in das Quecksilber, so kann man bei Verbindung derselben mit einem Galvanometer die im Quecksilber erzeugten Inductionsströme nachweisen. Leitet man durch die Elektroden einen Strom, so sinkt oder steigt die Parabel bedeutend.

b) Experimentelle Bestimmung der quantitativen Gesetze der Induction in linearen Leitern.

28 Neben den in den vorigen Paragraphen aufgeführten Gesetzen, welche die Richtung der inducirten Ströme bestimmen, sind die quantitativen Gesetze der soeben behandelten, einfacheren Fälle der Voltainduction und Magnetoinduction in linearen Leitern durch experimentelle Untersuchungen festgestellt worden.

Zuerst haben Lenz und Faraday die Gesetze der Magnetoinduction aufgesucht.

Lenz[2]) schob eine Spirale auf einen Cylinder von weichem Eisen, welcher als Anker von den Polen eines starken Stahlmagnetes abgerissen wurde. Der letztere war aus fünf Lamellen zusammengesetzt und trug etwa 11 kg. Die Intensität i der in der Spirale inducirten Ströme wurde an einem Galvanometer mit astatischer Nadel durch den ersten Ausschlag α derselben nach der Formel $i = const. \,.\, \sin \frac{1}{2}\alpha$ bestimmt. Auch wurde die Spirale abwechselnd in dem einen oder anderen Sinne auf den als Anker dienenden Eisenstab geschoben, und aus den beim Abreissen desselben beobachteten, entgegengesetzten Ablenkungen der Galvanometernadel das Mittel genommen.

Man erhielt nahe gleiche Resultate, mochten die Windungen auf dem als Anker des Magnetes dienenden Eisenstab bis dicht an den Nordpol oder Südpol des Magnetes geschoben werden, oder in der Mitte beider verbleiben (vergl. Bd. III, §. 879).

---

[1]) Colardeau, Journ. de Phys. [2] 5, 218, 1886; Beibl. 10, 731. — [2]) Lenz, Pogg. Ann. 34, 385, 1835.

Zuerst wurde ein langer Draht mit dem Galvanometer verbunden; seine mittleren Theile wurden in 2 bis 20 Windungen um den Anker des Magnetes gewunden. Der Widerstand des Schliessungskreises blieb also ungeändert, die am Galvanometer abgelesenen Intensitäten entsprachen direct den in den Windungen auf dem Anker inducirten elektromotorischen Kräften.

So ergab sich unter Anderem:

Zahl der Windungen n	2	4	8	10	12	14	16	18	20
$\sin \frac{1}{2} \alpha$	0,0491	0,1045	0,2156	0,2740	0,3319	0,3883	0,4470	0,4985	0,5594
$1/n . \sin \frac{1}{2} \alpha$	0,0245	0,0261	0,0270	0,0274	0,0276	0,0277	0,0279	0,0277	0,0280

Die elektromotorische Kraft, welche durch die Magnetoinduction in der den Anker umgebenden Spirale unter sonst gleichen Umständen erzeugt wird, ist also der Anzahl ihrer Windungen direct proportional.

Dasselbe Resultat ergab sich, als bei gleichbleibender Leitung zum Galvanometer die Anzahl der Drahtwindungen der Spirale auf dem Anker vermehrt wurde. Nur war hier die Intensität der erhaltenen Ströme noch mit dem Gesammtwiderstand der Schliessung zu multipliciren, um die der Windungszahl proportionale elektromotorische Kraft zu erhalten.

29 Ferner wurden um den als Anker dienenden Eisenstab, dessen Durchmesser 20 mm betrug, entweder direct sechs bis zehn Drahtwindungen gelegt, oder dieselben in gleicher Anzahl auf runde Holzscheiben von 17,8 cm und 76 cm Durchmesser gewunden, welche auf dem Eisenstab befestigt waren. Da bei dem Abreissen des Ankers von den Polen des Hufeisenmagnetes durch die ungleichzeitige Entfernung der Windungen von denselben Störungen auftraten, wurden die ungleichnamigen Pole zweier gerader Systeme von Magnetstäben an die beiden Enden des Ankers gelegt und beide plötzlich abgerissen.

Die elektromotorischen Kräfte, welche aus den Ablenkungen der Nadel des mit den Windungen verbundenen Galvanometers berechnet wurden, schwankten nur im Verhältniss von 1 : 1,0838 oder 1 : 1,0107. Die elektromotorische Kraft der Induction ist also von der Weite der Windungen nahezu unabhängig.

30 Bei Anwendung von Spiralen, welche aus verschieden dicken Drähten gewunden waren, deren Querschnitte sich wie 233 : 839 : 1661 verhielten, war beim Abreissen des mit ihnen umwundenen Ankers von den Polen des Hufeisenmagnetes das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte

1 : 1,00305 : 1,0085. Die elektromotorische Kraft ist von der Dicke der Drähte unabhängig.

Endlich wurden gleiche Spiralen aus Drähten von verschiedenem Metall, Kupfer, Eisen, Platin, Messing, gewunden und je zwei derselben hinter einander in einen das Galvanometer enthaltenden Schliessungskreis eingeschaltet. Die eine oder andere der Spiralen wurde auf den Anker des Magnetes geschoben und letzterer von den Polen desselben abgerissen. — In beiden Fällen blieb der Widerstand des Schliéssungskreises ungeändert und ebenso der Ausschlag der Nadel des Galvanometers. Die elektromotorische Kraft ist auch von dem Stoffe des Drahtes unabhängig.

Dieses Resultat ist schon früher von Faraday [1]) auf einem anderen Wege gefunden worden. Er umwand den Anker eines Hufeisenelektromagnetes mit zwei parallelen, gleich langen Drähten von verschiedenem Material und verband ihre einen Enden so, dass die in ihnen beim Abreissen und Anlegen des Ankers an den Magnet inducirten Ströme einander entgegen gerichtet waren. Die anderen Enden der Drähte wurden mit dem Galvanometer verbunden. Letzteres zeigt dann bei der Bewegung des Ankers keinen Strom an. — Auch wenn man den einen Draht durch einen mit Zinkvitriollösung gefüllten, mit amalgamirten Zinkelektroden versehenen Kautschukschlauch ersetzt, heben sich die Inductionswirkungen auf [2]). Das oben ausgesprochene Gesetz ist also bestätigt.

Die Intensität der Ströme indess, welche erhalten werden, wenn man den Anker mit gleichviel Windungen von verschiedenem Stoff und verschiedener Dicke umwickelt, ist umgekehrt proportional dem Widerstand des gesammten Schliessungskreises. Sie vermindert sich, wenn man statt eines Drahtes von Kupfer einen solchen von Messing oder zusammengelöthete Stäbchen von Wismuth oder Antimon zur Inductionsspirale verwendet [3]).

Die Art des dielektrischen Zwischenmediums zwischen zwei Spiralen hat auf die Intensität des secundären Stromes keinen unter den gewöhnlichen Umständen bemerkbaren Einfluss [4]).

31 Legt man mehrere Windungsreihen über einander auf den Anker des Magnetes, so nimmt entsprechend die inducirte elektromotorische Kraft zu; zugleich wächst aber auch der Widerstand, und zwar schneller als die Zahl der Windungsreihen, da jede folgende Reihe einen grösseren Umfang besitzt. Bei einem gegebenen Widerstand der äusseren Schliessung der auf den Anker gewundenen Spirale wird daher bei einer bestimmten Anzahl der Windungen die Stromintensität i ein Maximum.

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 2, §. 198 bis 216, 1832. — [2]) Vergl. Lud. Hermann, Pogg. Ann. 142, 586, 1871. — [3]) Nobili u. Antinori, ibid. 24, 478, 1832. — [4]) Siehe H. Wuilleumier, Dissertation, Zürich 1885. Beibl. 10, 641.

Es sei der Radius des cylindrischen Ankers k, die Länge des auf ihm mit Draht umwundenen Raumes a, die gesammte Länge des Drahtes der Windungen l, die Dicke des Drahtes mit seiner Umspinnung $d + \delta$, die Zahl der neben und über einander liegenden Windungsreihen m und n, der Widerstand der Längeneinheit des Drahtes r, der Widerstand des Drahtes ausserhalb der Windungen w, die in jeder Windung inducirte elektromotorische Kraft E, so ist

$$i = \frac{m \, . \, n \, . \, E}{lr + w} \, .$$

Nun ist $m = a/(d + \delta)$, $l = [2nk + n^2(d + \delta)] \, \pi a/(d + \delta)$,

also: $$i = \frac{naE}{a\pi r \, [2nk + n^2(d + \delta)] + w(d + \delta)} \, .$$

Setzt man das Differential dieses Werthes nach n gleich Null, so erhält man das Maximum der Stromintensität, wenn:

$$n = \sqrt{\frac{w}{a\pi r}} \, ,$$

ist. Das Maximum der Stromintensität selbst ist:

$$I_m = \frac{E}{2\left(k\pi r + (d + \delta)\sqrt{\frac{\pi r w}{a}}\right)} \, .$$

Es ist also der elektromotorischen Kraft E, d. h. dem im Anker erzeugten Magnetismus proportional, und wächst mit der Länge a des umwundenen Theiles des Ankers; es nimmt ab mit dem Radius k des Ankers, der Dicke d, dem specifischen Widerstande r des Drahtes und dem Widerstand w der Leitung ausserhalb der um den Anker gelegten Windungen [1]).

32 Schiebt man verschieden stark magnetisirte Stahlstäbe von gleichen Dimensionen, aber verschiedenen magnetischen Momenten, in eine mit einem Galvanometer verbundene Spirale ein und zieht sie heraus, so ist die aus der Ablenkung des Galvanometers abgeleitete elektromotorische Kraft der inducirten Ströme dem Moment der Stäbe proportional.

Dasselbe ergiebt sich, wenn man in die Inductionsspirale eine von einem constanten Strome durchflossene Spirale einlegt und in letztere einen Eisenstab einsenkt oder aus ihr herauszieht. Wenn man, während der Eisenstab in der Spirale liegt, die Stärke des constanten Stromes ändert, und von der am Galvanometer gemessenen elektromotorischen Kraft die durch die Aenderung des Stromes allein ohne Eisenkern inducirte elektromotorische Kraft abzieht, so ist die durch die Aenderung

---

[1]) Lenz, l. c.

des magnetischen Momentes des Eisenkernes hervorgerufene inducirte elektromotorische Kraft jener Aenderung proportional.

33 Windet man daher um zwei Stellen eines Eisenringes zwei Spiralen, deren eine, die inducirte, mit einem Galvanometer, deren andere, die inducirende, mit einer Kette verbunden ist, so ist die beim Schliessen oder Oeffnen des Stromes derselben inducirte elektromotorische Kraft der jeweiligen Aenderung des Momentes des Magnetringes proportional. Beim ersten Schliessen des Stromes ist das temporäre Moment des geschlossenen Ringes grösser als das eines an einer Stelle durchschnittenen, also der Schliessungsinductionsstrom grösser. Beim Oeffnen des Stromes ist das zurückbleibende remanente Moment des geschlossenen Ringes grösser als das permanente Moment des durchschnittenen Ringes. Die Stärke des Inductionsstromes ist der Differenz zwischen ersterem und letzterem proportional, also im Allgemeinen bei gleicher temporärer Magnetisirung im letzteren Falle grösser.

Aehnliche Betrachtungen lassen sich für die Umkehrung des inducirenden Stromes anstellen, wo im Allgemeinen bei gleicher Stärke des inducirenden Stromes wegen der grösseren Aenderungen des temporären Momentes cet. par. die Inductionsströme beim geschlossenen Ringe stärker sein müssen, als beim durchschnittenen (vergl. auch Bd. III, §. 865 u. flgde.).

34 Für die beim Oeffnen und Schliessen eines inducirenden Stromes erzeugte Voltainduction gelten im Allgemeinen dieselben Gesetze, wie für die Magnetoinduction, insofern sie von der Zahl der Windungen der Inductionsspirale und dem Stoff und der Dicke des zu ihr verwendeten Drahtes abhängt. Dies haben auch Felici und Gaugain gezeigt.

Felici[1]) wand um einen Cylinder von Holz von 248 mm Durchmesser einen Kupferdraht in einer Windung und verband seine Enden durch zwei übersponnene und um einander gedrillte Leitungsdrähte mit dem Galvanometer. Auf beiden Seiten dieses Drahtringes waren auf dem Cylinder zwei gleiche Ringe von Kupferdraht angebracht, durch welche der Strom einer Säule geleitet wurde. Ein Commutator diente dazu, in den beiden seitlichen, inducirenden Drahtringen den Strom abwechselnd zu schliessen und zu öffnen, und zugleich die Richtung der in dem mittleren Drahtring inducirten Ströme im Galvanometer gleich zu machen.

Beide inducirende Drähte wurden so gestellt, dass beim Durchleiten des Stromes durch dieselben in entgegengesetzter Richtung sich ihre Inductionswirkungen auf den mittleren Draht aufhoben. Wurde der eine dieser Drähte durch ein Bündel von n dünneren, übersponnenen

---

[1]) Felici, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 34, 64, 1852.

und parallel liegenden Drähten ersetzt, welche nur an ihren Enden leitend verbunden waren, so dass der Strom alle neben einander, und zwar jeden mit dem $n$ten Theil der Intensität durchfliessen musste, welche er in dem zweiten inducirenden Drahtring besass, so blieb die Gleichheit der inducirenden Wirkungen bestehen. — Wurde der eine der seitlichen Drähte statt von Kupfer, von Zink, Eisen u. s. w. gebildet, und wurden beide seitliche Drähte hinter einander in entgegengesetzter Richtung mit dem Galvanometer verbunden, durch den mittleren Draht aber der alternirende Strom der Säule geleitet, so hoben sich die inducirenden Wirkungen auf. Dasselbe trat bei Ersetzung des einen Drahtes durch einen anderen von $n$fachem Querschnitt ein.

Die bei der Voltainduction inducirte elektromotorische Kraft ist also von dem Querschnitt und dem Stoff des Inductionsdrahtes unabhängig, und die Induction durch n Ströme von der Intensität I/n ist gleich der Induction durch einen Strom von der Intensität I.

35 Ersetzte ferner Felici den einen der beiden inducirenden Drähte durch einen, in engen Schlangenwindungen um ihn herumgelegten Draht, so hoben sich die Inductionswirkungen auf. Wie bei den elektrodynamischen Erscheinungen kann man also auch bei der Induction ein Element eines Leiters durch eine Reihe kleiner Elemente ersetzen, die an einander liegend denselben Anfangs- und Endpunkt wie jenes Element haben, von ihm aber nur sehr wenig entfernt sind.

Wurden endlich auf zwei gleiche Holzcylinder in gleichem Abstand je zwei Spiralen von den Windungszahlen m und n so wie m_1 und n_1 gewunden, und die Spiralen m und m_1 als inducirende, die Spiralen n und n_1 als Inductionsspiralen verwendet, so hoben sich bei entgegengesetzter Verbindung der letzteren mit dem Galvanometer die in ihnen erregten Inductionsströme auf, wenn die Producte $mn = m_1 n_1$ waren.

Die elektromotorische Kraft der Voltainduction ist also dem Product der Windungszahlen der inducirenden und Inductionsspirale proportional.

36 Dann wurden auf drei Holzscheiben Drahtringe von 248 mm Durchmesser befestigt, deren Enden in der, dem verticalen Durchmesser entsprechenden Richtung nach unten geleitet wurden (Fig. 7). Diese drei Ringe wurden so aufgestellt, dass ihre Mittelpunkte in einer geraden Linie lagen und ihre Ebenen darauf senkrecht standen. Durch die beiden äusseren Ringe wurde ein Strom in entgegengesetzter Richtung geleitet und der mittlere, mit dem Galvanometer verbundene Ring so lange verschoben, bis in ihm beim Oeffnen und Schliessen des Stromes in den äusseren Ringen kein Inductionsstrom entstand. In Folge der Gestalt des inducirten Ringes bildete sich auch ein solcher nicht, als die Ebene des mittleren Ringes auf denen der anderen Ringe senkrecht stand

und der inducirende Stromkreis geöffnet und geschlossen wurde. — Blieb endlich der durch die äusseren Ringe geleitete Strom beständig geschlossen, und wurde der mittlere Ring von seiner letzterwähnten Lage aus um 90° herum in die parallele Lage gedreht, so entstand auch hier kein Inductionsstrom, obgleich dies in allen anderen Abständen des Ringes von den äusseren Ringen stattfand. Wird also der Leiter aus einer Lage, in welcher beim Oeffnen und Schliessen eines inducirenden Stromes in ihm kein Strom inducirt wird, in eine andere derartige Lage übergeführt, so entsteht ebenso wenig ein Inductionsstrom, wie wenn er in der letzteren Lage verharrte und der inducirende Strom geöffnet und geschlossen würde.

Fig. 7.

Indirect kann man hieraus schliessen, dass, **wenn ein Leiter aus einer Lage, in welcher in ihm durch inducirende Ströme kein Strom inducirt wird, in eine andere übergeführt wird, in ihm ein Inductionsstrom von gleicher Intensität entsteht, wie wenn er in letzterer Lage verharrte, und nun der inducirende Strom geöffnet und geschlossen würde.**

37 Dieses Resultat lässt sich nach Felici[1]) directer in folgender Art nachweisen: Man stellt neben einem mit dem Galvanometer verbundenen Draht A zwei beliebig gebogene andere Drähte B und C auf, welche man mit den Polen einer Säule verbindet. Man verschiebt sie so lange, bis beim Schliessen oder Oeffnen des durch sie hindurchgeleiteten Stromes in A kein Inductionsstrom entsteht, also die Galvanometernadel nicht abgelenkt wird. Entfernt man nach dem Schliessen des Stromes beide Drähte plötzlich aus der Nähe von A, so entsteht in letzterem wiederum kein Inductionsstrom. Ein solcher Strom entsteht aber beim Entfernen der Drähte B und C, wenn sie sich in Lagen befinden, in denen beim Schliessen und Oeffnen des durch sie hindurchgeleiteten Stromes in dem Drahte A ein Strom inducirt wird.

38 Endlich wurden zwei Holzcylinder von den Durchmessern 1 und 2 mit je zwei Drahtrollen umwickelt. Die Windungszahlen der einen derselben, der inducirten Kreise, waren einander gleich. Sie waren in entgegengesetzter Richtung mit einem Galvanometer verbunden. Die Windungszahlen der anderen beiden, inducirenden Kreise, durch welche der Strom einer Säule geleitet wurde, verhielten sich wie 2 (auf dem kleineren) zu 1 (auf dem grösseren Cylinder). Ihre Abstände von den inducirten Kreisen verhielten sich wie 1 : 2. Beim Oeffnen und Schliessen des inducirenden Stromes zeigte das Galvanometer keine Ablenkung.

Die von gleich grossen, parallelen und conaxialen Draht-

---

[1]) Felici, Nuovo Cimento 9, 345, 1859.

kreisen auf einander ausgeübten Inductionswirkungen sind also proportional ihrem Durchmesser, wenn zugleich ihr Abstand in demselben Verhältniss wie ihr Durchmesser zunimmt.

Statt das Galvanometer anzuwenden, kann man bei den §. 35 bis 37 erwähnten Versuchen auch die inducirten Theile der gleich stark inducirend wirkenden Systeme hinter einander und mit einer kleinen Magnetisirungsspirale verbinden, in der eine Nähnadel liegt. Laufen die Inductionsströme der Systeme einander entgegengesetzt, so bleibt sie unmagnetisch[1]).

39 Bei den Versuchen von Gaugain[2]) wurden zwei mit Seide besponnene Kupferdrähte parallel neben einander befestigt, die Enden des einen mit der Säule, die des anderen mit dem Galvanometer verbunden, und der Inductionsstrom in letzterem beim Oeffnen und Schliessen des Stromkreises der Säule bestimmt, während die Drähte in einer verschiedenen Anzahl Windungen zu Spiralen gewickelt waren.

Hiernach ist bei weiteren Windungen die elektromotorische Kraft des inducirten Stromes annähernd der Zahl der Windungen proportional. Ein allgemeineres Gesetz folgt indess aus diesen Versuchen nicht, da mit wachsender Windungszahl die diametral gegenüber liegenden Stellen der Windungen beider Drähte einander näher kommen und so stärker auf einander inducirend wirken, ohne dass die parallel neben einander liegenden Stellen derselben in gleichem Verhältniss stärkere Inductionswirkungen auf einander ausüben.

Bei anderen Versuchen hat Gaugain zwei gleich lange, aber verschieden dicke Drähte neben einander zu einer inducirenden Spirale gewunden und abwechselnd durch den einen oder anderen einen inducirenden Strom geleitet. Wurde dieser Spirale eine Inductionsspirale gegenübergestellt, deren Enden mit einem Galvanometer verbunden waren, und die Intensität des inducirenden Stromes durch Drahteinschaltungen auf derselben Höhe erhalten, so blieb auch die Intensität des inducirten Stromes constant. Dasselbe geschah, als die zweite Spirale als inducirende benutzt und der eine oder andere Draht der ersten mit dem Galvanometer verbunden wurde, während durch eingeschaltete Drähte der Widerstand der Schliessung constant erhalten wurde. **Die elektromotorische Kraft des inducirten Stromes ist also von dem Querschnitt des inducirenden und inducirten Drahtes unabhängig.**

Darauf wurden die Enden des einen Drahtes B einer mit zwei Drähten umwickelten Spirale mit dem Galvanometer, die Enden ihres anderen Drahtes A mit einer constanten Säule unter Einschaltung einer

---

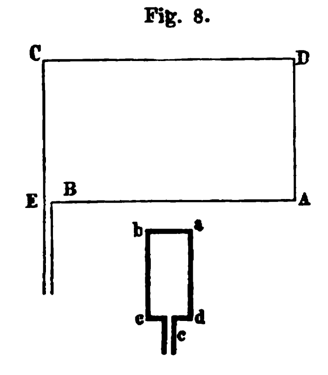
[1]) Felici, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 39, 222, 1853. — [2]) Gaugain, Compt. rend. 39, 909, 1023, 1854.

Tangentenbussole verbunden. Statt den Strom der Säule abwechselnd zu öffnen und zu schliessen, wurde bei Aufhebung ihrer Verbindung mit dem Draht A an die Stelle desselben ein entfernt liegender Draht von gleichem Widerstand in den Schliessungskreis der Säule eingeführt, um dadurch die während der Oeffnung der Säule etwa entstehenden Veränderungen ihrer elektromotorischen Kraft zu vermeiden. — Nach diesen Versuchen ist die elektromotorische Kraft des beim Oeffnen und Schliessen inducirten Stromes der Intensität des inducirenden Stromes direct proportional.

40 Auch Lallemand[1]) hat gezeigt, dass die an einem Spiegelgalvanometer gemessene Intensität des Inductionsstromes in der einen Windungsreihe einer doppelt umwickelten Spirale beim Oeffnen und Schliessen des constanten Stromes in der zweiten Windungsreihe der an einem zweiten Spiegelapparat abgelesenen Intensität des letzteren proportional ist. War die Spirale, ausser mit der inducirenden Windungsreihe, noch mit zwei gleichen Windungsreihen von Kupfer- und Messingdraht umgeben, so waren unter sonst gleichen Verhältnissen die Intensitäten der inducirten Ströme dem Gesammtwiderstand der Schliessung umgekehrt proportional, also die inducirten elektromotorischen Kräfte von dem Stoff des inducirten Drahtes unabhängig.

41 Die Gesetze der Induction in einem als unendlich lang anzusehenden geradlinigen Leiter durch einen ebenfalls geradlinigen kurzen Leiter bei Aenderung der Stromintensität in letzterem sind von Buff[2]) experimentell geprüft worden. Der inducirte Leiter bestand aus einem grossen Viereck $BADCE$ von Kupferdraht, dessen obere Seite CD an der Decke des Zimmers, dessen untere AB auf einem horizontalen Brett befestigt war. Die Länge von AB und CD betrug 4 m, die Länge von BC und AD je 2,32 m. Die freien Enden des Vierecks waren mit einem Galvanometer mit starker und durch eine Kupferhülle in ihren Schwingungen gedämpfter astatischer Nadel verbunden.

Fig. 8.



Unter dem Draht AB befand sich als inducirender Leiter ein kleineres Viereck $abcd$ von 2,8 mm dickem Kupferdraht, dessen verticale Seiten bc und ad je 158 cm lang waren, und welches beliebig AB genähert und um seine verticale Axe gedreht werden konnte. In den Schliessungskreis der Vierecke waren zwei auf eine Axe aufgesetzte Zahn-

---

[1]) Lallemand, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 2, 444, 1864. — [2]) Buff, Pogg. Ann. 127, 57, 1866.

räder eingeschaltet, deren Zwischenräume mit Ebenholz ausgelegt waren. Durch Drehung der in geeignete Stellung zu einander gebrachten Räder konnte man den inducirenden Strom in *abcd* in einer gegebenen Zeit beliebig oft unterbrechen und die bei der Oeffnung oder die bei der Schliessung in *ABCD* inducirten Ströme durch das Galvanometer leiten. — Wurde zuerst nur durch eine flache inducirende Spirale der Strom eines Bunsen'schen Elementes geleitet, dessen Intensität durch eingeschaltete Widerstände abgeändert und an einer Tangentenbussole abgelesen wurde, und mit dem Galvanometer eine der inducirenden gegenüber gestellte Inductionsspirale verbunden, und wurden sodann durch Drehung der in beide Kreise eingeschalteten Zahnräder Inductionsströme in letzterer erzeugt, so war die Intensität i der Inductionsströme, welche der Intensität I der inducirenden Ströme proportional sein musste, dem Werth $\sin {}^1/_2\,\alpha$ proportional, wo α der Ablenkungswinkel der Galvanometernadeln ist. — Draht *AB* konnte gegen *ab* als unendlich lang angesehen werden. Die Inductionswirkungen von *ad* und *bc* heben sich gegenseitig auf; ebenso sind die Wirkungen von *ab* und *cd* auf *CD*, *CB*, *DA* und von *cd* auf *AB* wegen der grossen Entfernungen zu vernachlässigen, so dass nur die Wirkung von *ab* auf *AB* übrig bleibt.

Zuerst war die Seite *ab* parallel *AB*. Hierbei bestätigen die Versuche folgende Sätze:

1. Die in *AB* inducirte elektromotorische Kraft ist proportional der Länge s von *ab* ($s = 30$ und 60 cm; $i = 0{,}1411$ und $0{,}2811$).

2. Wurden in *AB* zwei je 180 cm lange und bezw. 2,8 mm und 1,5 mm dicke Kupferdrähte oder ein Kupferdraht von 2,8 mm und ein Neusilberdraht von 2 mm Dicke hinter einander eingeschaltet, und abwechselnd der eine und der andere der Inductionswirkung von *ab* ausgesetzt, so erwies sich die inducirte elektromotorische Kraft gleich, also unabhängig von der Dicke und dem Stoff des inducirten Drahtes.

3. Wird an einer Stelle von *AB*, welche dem Draht *ab* fernliegt, ein Neusilberdraht eingeschaltet, so nimmt die Intensität des inducirten Stromes im Verhältniss zum Gesammtwiderstand des inducirten Kreises ab; die inducirte elektromotorische Kraft ist von letzterem unabhängig.

4. Wächst der Abstand r zwischen dem inducirenden Leiter *ab* und dem inducirten *AB*, so nimmt die inducirte elektromotorische Kraft e im Verhältniss von $e = I\,(a - b \log r)$ ab, wo a und b Constante sind und a die inducirte elektromotorische Kraft für $r = 1$ bezeichnet. So war z. B. die Ablenkung α der Galvanometernadel:

r =	1	2	3	4	5	6	8	10
α	11,85°	10,5°	9,45°	8,5°	7,95°	7,5°	6,95°	5,95°
α (ber.)	12	10°18′	9°15′	8°32′	7°58′	7°31′	6°48′	6°14′

Für die Berechnung ist $i = \sin {}^1/_2\,\alpha = 0{,}1046 - 0{,}05021 \log r$.

5. Steht der Leiter *ab* senkrecht zur Ebene des Leiters *ABCD*, so übt er keine inducirende Kraft aus.

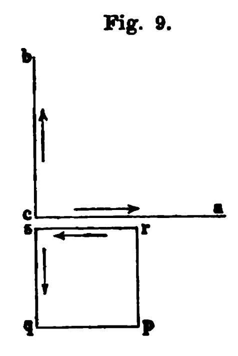
6. Liegt der Leiter *abcd* mit *ABCD* in einer Ebene, so dass *ad* und *bc* auf *AB* senkrecht stehen, *ab* aber gegen *AB* um den Winkel φ geneigt ist, so ist die inducirte elektromotorische Kraft gegeben durch die Formel

$$E = Is.\cos\varphi\left(\varkappa + \varkappa_1 \frac{r + s\sin\varphi}{s\sin\varphi} \log \frac{r}{r + s.\sin\varphi}\right).$$

Um den Draht *ab* schräg zu stellen, war er um einen in *a* befestigten Stift drehbar und zugleich waren in *a* und *b* Charniere angebracht, durch welche *ad* und *bc* immer senkrecht gegen *AB* gestellt werden konnten. So ergab sich z. B.:

φ =	0°	10°	20°	30°	40°	50°
α =	22,5°	14,5	11,35	9,30	7,60	5,90
α (ber.) =	22°30′	14°31′	11°28′	9°15′	7°23′	5°43′

Fig. 9.



7. Ein langer Draht *acb* (Fig. 9) wurde bei *c* mit einem Charnier versehen, und ihm ein Drahtviereck *rspq*, in welchem $rs = 0{,}6$ m, *rp* und *sq* sehr lang waren, in den Abständen $r = 1$, 2, 3 cm gegenübergestellt. Die bei Unterbrechung des Stromes in *rspq* im Draht *acb* inducirte elektromotorische Kraft wurde bestimmt, einmal (I.) als seine beiden Hälften in derselben geraden Horizontalen lagen; sodann (II.) wenn die Hälfte *cb* vertical nach oben in der Fortsetzung von *sq* lag. Es war u. A.:

I.	r =	1	2	3
	α =	23	19,8	17,9
	α (ber.) =	23°0′	19°39′	17°41′
II.	r =	1	2	3
	α =	20,1	17,35	15,40
	α (ber.) =	20°22′	17°11′	15°16′

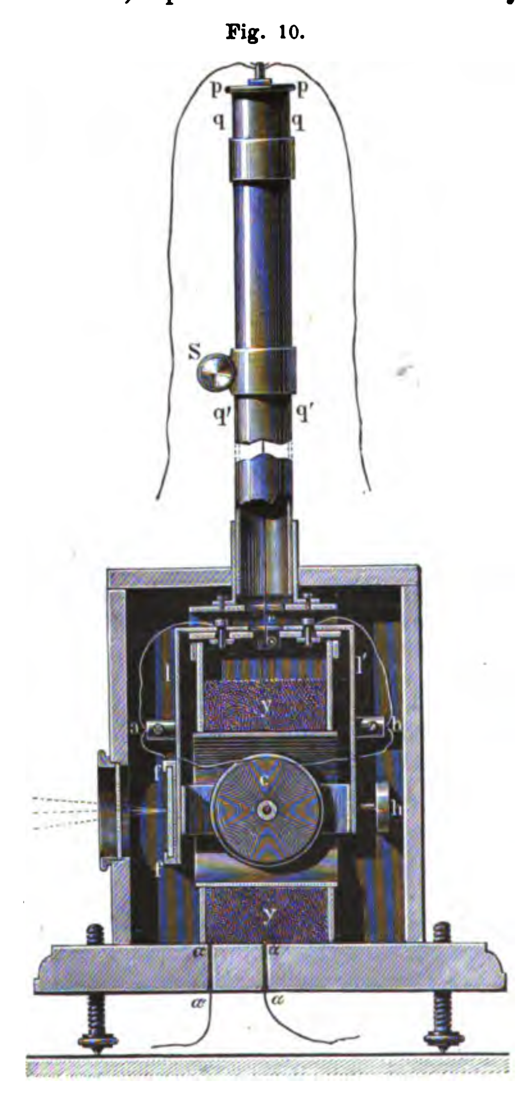
Die unter 4 bis 7 angeführten Resultate folgen unmittelbar aus der später zu entwickelnden Formel für die elektromotorische Kraft *e*, welche durch ein Element *ds* eines geschlossenen Leiters, in dem ein Strom von der Intensität *I* entsteht oder verschwindet, in einem Element *dp* eines benachbarten geschlossenen Leiters inducirt wird:

$$e = \frac{1}{2} I\varepsilon \int \frac{\cos(ds, dp)}{r} ds\, dp,$$

wo ε eine Constante, r die Entfernung der Elemente, $\cos(ds, dp)$ der Cosinus des Winkels zwischen den Elementen ist, und das Integral über alle Elemente *ds* und *dp* zu nehmen ist.

42 Die Gesetze der Induction eines Stromes in einem geschlossenen Leiter bei der Bewegung desselben neben einem von einem constanten Strom durchflossenen Leiter oder einem Magnet sind von W. Weber[1]) experimentell vermittelst seines Dynamometers (Bd. III, S. 52) bestimmt worden. Die bifilar aufgehängte Rolle desselben (Fig. 10) wurde zuerst für sich in Schwingungen versetzt, ohne dass durch die äussere feste Rolle ein Strom geleitet war, und die Weite ihrer auf einander folgenden Schwingungen an einer Scala bestimmt, welche in einem Abstand von 6018,6 mm vor dem an der Bifilarrolle befestigten Spiegel aufgestellt war. Der mittlere Ruhestand der Bifilarrolle blieb bei der Abnahme der Schwingungsbögen ungeändert, ebenso die mittlere Schwingungsdauer, welche 15,4865″ betrug. Die Differenz der Logarithmen des ersten und fünften, zweiten und sechsten u. ff. Schwingungsbogens, dividirt durch die Zahl der dazwischen liegenden Schwingungen, „das logarithmische Decrement“ der Schwingungen blieb gleichfalls constant. Es betrug im Mittel bei 335 Schwingungen $d_0 = 0{,}002414$, während die grösste Abweichung von dem Mittel 0,000038 war. Im Mittel war also in 32 Min. 56,33 Sec. die Schwingungsweite auf die Hälfte

Fig. 10.



[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbest. 1, 61, 1846.

hinabgesunken. — Wurde durch die feste Rolle ein Strom von drei Grove'schen Elementen geleitet, während die Enden der Aufhängungsdrähte der Bifilarrolle mit einander verbunden waren, so wurde bei jeder Schwingung der Bifilarrolle in ihr ein Strom inducirt, welcher dem Strom in der festen Rolle entgegengerichtet war, wenn die Windungen der Bifilarrolle sich dem Parallelismus mit denen der festen Rolle näherten, dagegen gleichgerichtet war, wenn sie sich von der parallelen Lage entfernten. So änderte sich die Richtung des inducirten Stromes von Schwingung zu Schwingung, und die Schwingungsweite der Bifilarrolle veränderte sich nach und nach. Ihr mittlerer Stand wird hierdurch aber nicht geändert. — Die Intensität des Stromes wurde an einem der festen Rolle direct gegenübergestellten Spiegelmagnetometer abgelesen, dessen Magnet durch den Strom in der Rolle abgelenkt wurde. Das logarithmische Decrement ergab sich jetzt im Mittel zu $d_1 = 0{,}00562$. Während die Schwingungsbogen bei 210 Schwingungen von 764,10 bis 50,08 abnahmen, die am Magnetometer beobachtete Stromintensität sich von 108,5 bis 109,4 änderte, differirte das logarithmische Decrement im Maximo von jenem Mittel doch nur um 0,000087. Nach diesen Beobachtungen war die Schwingungsweite jetzt in 14 Min. 8,187 Sec. auf die Hälfte herabgesunken.

Die Differenz der logarithmischen Decremente $d_1 - d_0$, welche mit und ohne Einwirkung des inducirenden Stromes erhalten werden, giebt die Grösse der inducirenden Wirkung des Stromes in der festen Rolle auf die Bifilarrolle.

Da die Differenz $d_1 - d_0$ bei verschiedener Weite der Schwingungsbogen constant ist, so folgt daraus, dass in Folge der Induction allein die Schwingungsbogen nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe abnehmen. Die die Abnahme hervorbringende hemmende Kraft, d. h. die Intensität der inducirten Ströme, ist also der Grösse der Schwingungsbogen, oder, da die Schwingungen isochron sind, der Geschwindigkeit der Bewegung des inducirten Drahtes der Bifilarrolle in jedem Moment proportional.

Dieses Gesetz gilt, wie für die Induction eines geschlossenen Leiters auf einen geschlossenen Leiter, auch für die durch einen Magnet in einem bewegten geschlossenen Draht erzeugte Magnetoinduction. Dies hat Weber auf folgende Weise gezeigt: Vor den Oeffnungen der mit ihrer Axe von Nord nach Süd aufgehängten, in der festen Rolle des Dynamometers schwebenden Bifilarrolle wurden mehrere Magnetstäbe NS in der Lage von West nach Ost nördlich und südlich hingelegt, so dass sie in jener Rolle bei ihren Schwingungen möglichst starke Ströme inducirten. Es wurden:

1. Die logarithmischen Decremente d_0 und d_m bestimmt, während die Bifilarrolle einmal geöffnet und sodann durch Verbindung der Aufhängungsdrähte geschlossen war. Die Differenz

$$\Delta_m = d_m - d_0 = 0{,}002638 - 0{,}002541 = 0{,}000097$$

ergab die dämpfende Wirkung der in der Bifilarrolle inducirten magneto-elektrischen Ströme.

2. Durch die Bifilarrolle wurde ein schwacher Strom geleitet. Der feste Stand der Rolle änderte sich um

$$k_m = 19{,}1 \text{ Scalentheile,}$$

welcher Werth das von den Magneten auf die vom Strome durchflossene Bifilarrolle ausgeübte elektromagnetische Drehungsmoment misst.

3. Nach Entfernung der Magnete wurde wiederum die Differenz $d_s - d_0$ der logarithmischen Decremente der Schwingungen der Bifilarrolle bestimmt, während durch die feste Rolle der Strom geleitet wurde und die Bifilarrolle geschlossen oder geöffnet war. Der Werth

$$\varDelta_s = d_s - d_0 = 0{,}005423 - 0{,}002796 = 0{,}002627$$

entsprach der Wirkung der Voltainduction der festen Rolle auf die Bifilarrolle.

4. Endlich wurde auch durch die Bifilarrolle ein Strom von derselben Intensität wie ad 2 geleitet. Die Ablenkung

$$k_s = 101{,}9 \text{ Scalentheile}$$

gab das durch den Strom in der festen Rolle auf die vom Strom durchflossene Bifilarrolle ausgeübte elektrodynamische Drehungsmoment.

Nehmen wir an, dass die Intensitäten I_m und I_s der in der Bifilarrolle bei den Versuchen ad 1 und 3 inducirten Ströme der ad 2 und 4 beobachteten elektromagnetischen und elektrodynamischen Wirkung k_m und k_s proportional sind, so müssen die ad 1 und 3 gemessenen logarithmischen Decremente $\varDelta_m$ und $\varDelta_s$ den Producten $I_m . k_m$ und $I_s . k_s$, d. i. den Quadraten der Werthe k_m und k_s entsprechen.

Es verhält sich aber:

$$(k_m)^2 : (k_s)^2 = 1 : 28{,}5 \text{ und } \varDelta_m : \varDelta_s = 1 : 27{,}1.$$

Die durch einen Magnet in einem bewegten Leiter erzeugte Magnetoinduction ist also eben so gross, wie die von einem durch eine feste Rolle geleiteten Strom in ihm erzeugte Voltainduction, wenn die elektromagnetischen und elektrodynamischen Drehungsmomente gleich sind, welche durch den Magnet und durch die vom Strom durchflossene feste Rolle auf den von einem Strom von constanter Intensität durchflossenen beweglichen Leiter ausgeübt werden.

43 Wird in einer Inductionsspirale auf irgend eine Weise, sei es durch gewöhnliche oder elektromagnetische Induction, sei es durch Erzeugung des Extrastromes in ihr (s. w. u.), ein Inductionsstrom erregt, dessen Wirkungen auf einen ausserhalb befindlichen Körper untersucht werden sollen, so richtet man zweckmässig die Spirale so ein, dass der Inductionsstrom das Maximum der Intensität besitzt. Ist die Länge, der Durchmesser und die Dicke der Umwindung gegeben, so kennt man die Kupfer-

masse, welche zu dem Draht der Inductionsspirale verwendet werden kann. Wird dieser Draht $n$mal so lang genommen, also die Zahl der Windungen cet. par. der Spirale auf das $n$fache vermehrt, so ist die elektromotorische Kraft der Induction, welche der Zahl der Windungen entspricht, bei gleichbleibender inducirender Kraft auch die $n$fache. Zugleich nimmt bei gleichbleibender Kupfermasse der Widerstand des Drahtes wegen seiner Verlängerung auf das $n$fache, und ebenso wegen der Verringerung seines Querschnittes auf das $n$fache, im Ganzen also auf das n^2fache zu. Ist die elektromotorische Kraft der Induction bei einfacher Windungszahl der Inductionsspirale E, der Widerstand ihres Drahtes W, der Widerstand der Schliessung ausserhalb der Spirale w, so ist die Intensität I des Stromes bei der $n$fachen Windungszahl derselben:

$$I = \frac{nE}{n^2 W + w}.$$

Damit die Intensität dieses Stromes ein Maximum sei, muss

$$n^2 W = w$$

sein, d. h. die Spirale muss bei gleichbleibender Kupfermasse so angeordnet werden, dass ihr Widerstand dem Widerstand der übrigen Schliessung ausser ihr gleich ist. — Bei der Erzeugung von Funken und bei physiologischen Versuchen, zu welchen die Inductionsströme häufig verwendet werden, ist letzterer Widerstand meist sehr bedeutend, so dass man hierbei die Inductionsspiralen aus einem langen, dünnen Kupferdraht winden muss. Bei galvanometrischen Versuchen, bei welchen man sich eines Galvanometers mit weniger Windungen bedient, formt man sie aus weniger Windungen von dickerem Drahte. Bei Anwendung verschiedener Inductionsspiralen kann daher bei der einen die physiologische Wirkung bedeutend, die galvanometrische gering sein, bei einer anderen dieses Verhältniss sich gerade umkehren. Dies hat z. B. Henry[1]) unter Anwendung verschiedener, aus übersponnenem Kupferdraht gewundener, cylindrischer Spiralen oder aus schmalen Kupferstreifen gewundener Bandspiralen beobachtet.

II. Induction durch die Erde.

Auch durch den Erdstrom lassen sich Inductionsströme erzeugen. **44** Dies hat Faraday[2]) in äusserst einfacher Weise zuerst dargethan.

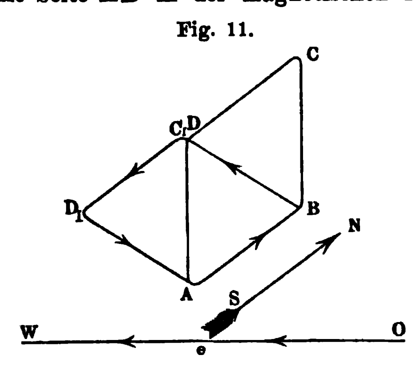
Ein Rechteck von Kupferdraht, dessen Enden mit dem Galvanometer verbunden waren, wurde über dem letzten hin- und herbewegt. Bei jeder Bewegung schlug die Nadel aus und zwar mit wechselnder Be-

---

[1]) Henry, Pogg. Ann. Ergänz.-Bd. 1, 287, 1842. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 2, §. 171 bis 180, 1832.

wegungsrichtung des Rechteckes nach der einen oder anderen Seite. Es bezeichne *ABCD*, Fig. 11, die erste verticale Lage desselben. Seine Ebene falle mit der des magnetischen Meridianes zusammen, so dass die Seite *AB* in der magnetischen Nordsüdrichtung *NS* liege. Stellt dann *OW* den von Ost nach West auf der Erdoberfläche gerichteten Erdstrom vor, so wird beim Umlegen des Rechteckes nach West in die Lage ABC_1D_1 in ihm ein Strom inducirt, welcher dem Strom in *eW* entgegengerichtet ist, also in dem Rechteck von C_1 über D_1 nach *A* und *B*, d. h. in der unteren Seite desselben von Süd nach Nord fliesst. Wird dagegen das Rechteck von dieser geneigten Lage in die frühere verticale gebracht oder noch weiter nach Ost umgelegt, so kehrt sich die Stromesrichtung um; in der unteren Seite *AB* fliesst der Strom von Nord nach Süd.

Fig. 11.



Wird umgekehrt das Rechteck *ABCD* um seine obere Seite *CD* hin- und herbewegt, so treten die umgekehrten Stromesrichtungen auf.

Liegt das Rechteck *ABCD* nicht in der Ebene des magnetischen Meridians, sondern in einer anderen Lage, so zeigen sich analoge Erscheinungen. Kein Strom wird inducirt, wenn das Rechteck parallel der Inclinationsrichtung fortbewegt wird.

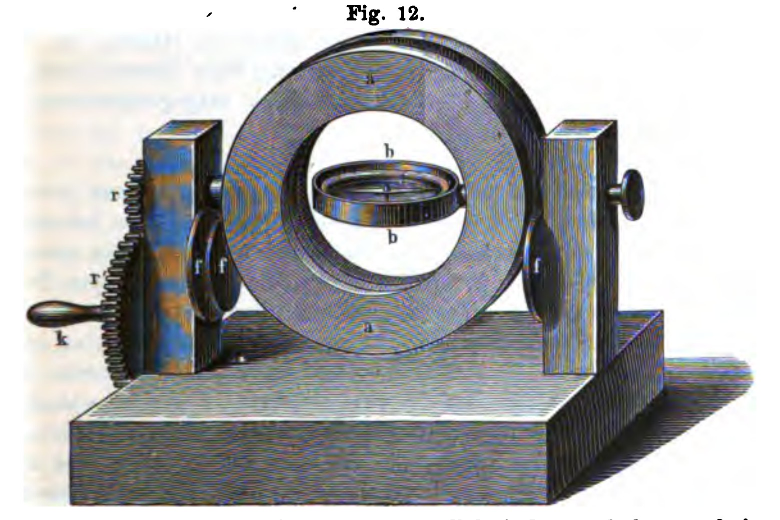
45 In grösserer Intensität kann man diese Ströme erhalten, wenn man ein Drahtgewinde *a* [z. B. nach W. Weber[1]) eine Rolle von 718,3 mm Durchmesser und 120 mm Höhe, welche mit 542 m Kupferdraht von etwa 20 kg Gewicht umwickelt ist (Bd. III, S. 364, Fig. 196)] an einem hölzernen Rahmen befestigt, der an zwei diametral einander gegenüberstehenden Messingzapfen einmal in zwei vertical über einander liegenden Lagern um eine verticale, sodann auch in zwei horizontalen Lagern um eine der Ebene des magnetischen Meridianes parallele, horizontale Axe gedreht werden kann. Die Enden des Inductionsdrahtes werden durch zwei Klemmen mit dem Galvanometer verbunden. Eventuell kann auch die Spirale selbst als Multiplicator dienen, in welchem dann eine Magnetnadel schwebt (Fig. 12).

Bringt man eine Spirale, während ihre Drehungsaxe vertical ist, in eine solche Lage, dass die Ebene ihrer Windungen auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht, und dreht sie um 180° herum, so entsteht ein Inductionsstrom, welcher die Galvanometernadel ablenkt, und dessen

[1]) W. Weber, Abhandl. d. K. Gesellschaft zu Göttingen 5, 53, 1853.

Intensität durch diese Ablenkung bestimmt werden kann. — Wendet man ein Spiegelgalvanometer an, in welchem die Schwingungen der Nadel gedämpft werden, so kann man, wenn die Nadel ihre erste Schwingung vollendet hat, die Spirale plötzlich um 180⁰ zurückdrehen und dieses Umwenden derselben jedesmal wiederholen, wenn die Nadel durch ihre Ruhelage nach der einen oder anderen Seite hindurchgeht. Die Intensität I des bei jeder Drehung der Inductionsspirale inducirten Stromes bestimmt sich dann nach der Bd. III, §. 379 beschriebenen Multiplicationsmethode. Seine elektromotorische Kraft ist, wenn F der von den Windungen der Spirale umschlossene Flächenraum, P die Kraft des Erdmagnetismus, φ der Inclinationswinkel ist, $I = \varepsilon \,.\, FP \,.\, \cos \,.\, \varphi$, wo ε die sogenannte Inductionsconstante ist (vergleiche das folgende Capitel). — Stellt man die Spirale so, dass ihre Windungen vor und nach der

Fig. 12.



Drehung um 180⁰ der Meridianebene parallel sind, so erhält man keinen Inductionsstrom.

Bei der horizontalen Lage der Drehungsaxe bringt man die Ebene der Windungen in eine horizontale Lage und dreht sie so um 180⁰. Der nun inducirte Strom hat die Intensität $I_I = \varepsilon \,.\, F \,.\, P \,.\, \sin \varphi$. Durch Division der beiden Werthe erhält man $I_I / I = tg\, \varphi$. Dies ist ein Mittel zur Bestimmung der Inclination.

Die Richtung der Inductionsströme ist auch in allen diesen Fällen die gleiche, wie die Richtung eines durch die Leiter geschickten Stromes, der ihnen die entgegengesetzte Bewegung ertheilen würde, als die ist, welche man ihnen von aussen mechanisch mitgetheilt hat.

46 Indirect kann man durch den Erdmagnetismus stärkere Inductionsströme erzeugen, wenn man in Eisenstäben temporär den Magnetismus der Lage hervorruft, und sie dabei mit Inductionsspiralen umwickelt.

Hält man die Spirale mit dem Eisenkern so, dass ihre Axe mit der Richtung der Inclinationsnadel zusammenfällt, und kehrt sie plötzlich um 180° um, dass ihr unteres Ende zu oberst kommt, so entsteht in ihr ein inducirter Strom. Seine Richtung ist die gleiche, wie wenn ein bezeichneter (Nord-) Pol eines Magnetstabes von oben in die Spirale hineingeschoben würde. Auch wenn man an Stelle des Eisenstabes einen Stahlmagnet in der Spirale befestigt, entsteht beim Umkehren derselben ein Strom, hervorgebracht durch die Aenderung der temporären Magnetisirung des Stahls. Die entsprechenden Resultate erhält man, wenn die Spirale von vornherein so aufgestellt wird, dass ihre Axe mit der Richtung der Inclinationsnadel parallel ist, und man nun einen Eisenstab einschiebt. Derselbe wird magnetisch, so dass sein Nordpol nach unten gekehrt ist, und erzeugt in den Windungen der Spirale einen Strom, welcher den in ihm angenommenen Molecularströmen entgegengerichtet ist, der also in den nach oben gekehrten Hälften der Windungen der Spirale von West nach Ost fliesst. Beim Herausziehen des Eisenstabes aus der Spirale erhält man einen entgegengesetzten Inductionsstrom [1]).

47 Um hierbei einen sichtbaren Funken zu erhalten, muss man die Intensität des Inductionsstromes bedeutend verstärken. So befestigten Palmieri und Santi Linari [2]) an einem Rahmen von Holz parallele Reihen von (10) 60 cm langen Stücken von Flintenläufen, deren Enden mit Eisenpflöcken verstopft, und die auf ihren ganzen Längen mit übersponnenem Kupferdraht umwickelt waren. Der Rahmen war an einer, gegen die Axen der Läufe senkrechten und in Lagern drehbaren, horizontalen Holzaxe befestigt, auf die zwei Kupferräder gesetzt waren, an welche die Enden der zu den Drahtwindungen der Flintenläufe führenden Leitungsdrähte angelöthet waren. Das eine dieser Räder war nicht unterbrochen, der Rand des anderen so ausgeschnitten, dass er nur zwei diametral gegenüberliegende Spitzen behielt. Beide Räder tauchten in ein Gefäss voll Quecksilber. Der Apparat wurde so gestellt, dass seine Drehungsaxe senkrecht gegen die Ebene des magnetischen Meridians lag, und nun der Rahmen mit den Flintenläufen um jene Axe gedreht. Waren die Spitzen des ausgeschnittenen Rades so gestellt, dass sie sich gerade aus dem Quecksilber hoben, wenn die Flintenläufe bei der Drehung ihre der Inclinationsrichtung parallele Lage verliessen, so dass also der Stromkreis der Spiralen geöffnet wurde, wenn die Aenderung des durch den Erdmagnetismus erzeugten Magnetismus der Flintenläufe, mithin die Intensität der inducirten Ströme im Maximum war, so beobachtete man im Dunkeln sichtbare Funken. Sie verschwanden,

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 2, §. 140 bis 147, 1832; vergl. auch Nobili und Antinori, Antologia Nr. 131; Pogg. Ann. 24, 481, 1832. — [2]) Palmieri und Santi Linari, Compt. rend. 16, 1442, 1843; 18, 762, 1844; Pogg. Ann. 59, 641 u. 62, 285.

wenn das ausgeschnittene Rad um 90° gedreht wurde, weil dann bei der Unterbrechung der Inductionsstrom das Minimum der Intensität besass.

Bei diesem Apparat findet die Induction sowohl direct durch die Aenderung der Lage der Spiralen selbst, als auch namentlich indirect durch eine Aenderung des Magnetismus der Flintenläufe statt.

Später ist es Palmieri[1]) gelungen, auch ohne Anwendung von Flintenläufen Funken durch die Erdinduction zu erhalten. Er ersetzte dabei den Rahmen mit den Flintenläufen durch einen elliptischen Holzrahmen, dessen Hauptaxen 1,2 m und 0,9 m betrugen, und der mit 200 Windungen von mit Seide übersponnenem Kupferdraht von 1,5 mm Dicke umwunden war. Sonst war er ganz wie der Rahmen mit den Flintenläufen vorgerichtet und wurde um seine auf der Ebene des magnetischen Meridians senkrechte grosse Axe in Rotation versetzt.

III. Selbstinduction.

48 Wie ein in einer Drahtspirale entstehender oder verschwindender Strom in einer zweiten benachbarten Spirale einen Inductionsstrom hervorrufen kann, so inducirt auch das Entstehen und Vergehen eines Stromes in jeder einzelnen Windung einer Spirale in den benachbarten Stellen einen Strom, welcher sich mit dem ursprünglichen Strome vereint. Diese Induction einer Spirale bezw. eines anderen Leiters auf sich selbst nennt man Selbstinduction. Den inducirten Strom bezeichnet man mit den Namen Extrastrom[2]), Nebenstrom, secundärer oder Gegenstrom[3]), oder auch wohl mit dem englischen Namen Extracurrent. Der Extrastrom ist bei der Schliessung des Stromkreises dem primären Strom in der Spirale entgegengerichtet. Er subtrahirt sich von demselben und vermindert in der ersten Zeit der Schliessung seine Intensität. Der beim Oeffnen des Stromkreises inducirte Extrastrom ist dem primären Strom gleichgerichtet, addirt sich daher zu ihm und vermehrt seine Intensität im Moment des Oeffnens[4]). Letzteren Strom nennt Moser auch den succedirenden Strom[5]).

49 Legt man in die Drahtspirale einen Eisenkern, so entsteht und verschwindet in demselben gleichzeitig mit dem Entstehen und Verschwinden des Stromes in der Spirale der temporäre Magnetismus. Hierdurch werden in der Spirale Inductionswirkungen in gleichem Sinne hervorgerufen, wie durch die Intensitätsänderungen des Stromes in ihr.

---

[1]) Palmieri, Archives de Genève 5, 190; Pogg. Ann. 67, 244, 1846. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 9, 29. Jan. 1835. Erste Beobachtung von Jenkin, on the influence by induction of an Electric current on itself, 8°, 1834. — [3]) Jacobi, Pogg. Ann. 45, 184, 1838. — [4]) Vergleiche auch dal Negro, Bibl. Univ. 2, 394, 1833; Nobili u. Antinori, Antologia Nr. 136; Pogg. Ann. 27, 436, 1833. — [5]) Moser, Dove's Repert. 1, 330, 1837.

Die Extraströme treten in Folge dessen viel stärker hervor, als ohne Anwendung des Eisenkernes.

50 In anderer Weise kann auch ein gerader Draht auf sich selbst inducirend wirken, indem beim Entstehen und Verschwinden eines Stromes, ebenso wie beim Ansteigen und Absinken in jeder einzelnen Längsfaser desselben in den benachbarten Fasern ein Strom inducirt wird, welcher sich zu dem primär hindurch geleiteten Strom addirt.

Wir werden diese Art der Selbstinduction erst später behandeln und wenden uns zunächst zu der Betrachtung der Extraströme in Drahtrollen.

51 Man kann die Existenz und die Wirkungen des beim Oeffnen des Schliessungskreises entstehenden Extrastromes folgendermaassen nachweisen:

Man verbindet den einen Pol einer Säule durch einen kurzen Draht mit einem Quecksilbernäpfchen, in welches der vom anderen Pole der Säule kommende Leitungsdraht taucht. Hebt man den Leitungsdraht aus dem Näpfchen, so erhält man einen schwachen Funken. Schaltet man aber in den Schliessungskreis noch eine aus einem langen, dünnen Draht gewundene Spirale ein, so erscheint in Folge des in derselben entstehenden Oeffnungs-Extrastromes beim Herausheben des Leitungsdrahtes aus dem Quecksilbernapf ein lebhafter Funken, obgleich jetzt der Widerstand in dem Schliessungskreise viel bedeutender ist, als vorher. Diese Verstärkung des Oeffnungsfunkens zeigt sich, wie dal Negro (l. c.) zuerst beobachtet hat, namentlieh bei Einlegen von Eisenkernen in die Spiralen oder beim Oeffnen des Schliessungskreises des einen Elektromagnet erregenden Stromes.

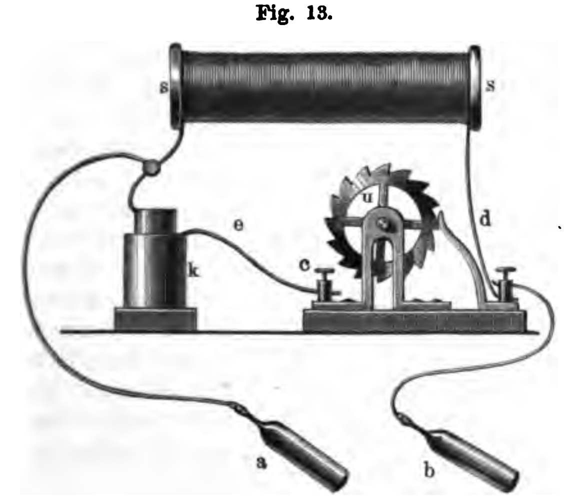
Bringt man an den, neben dem Quecksilbernapf befindlichen Enden der Leitung zwei metallene Handhaben an, welche man mit feuchten Händen fasst, so fühlt man beim Oeffnen des Stromkreises am Quecksilbernapf, wenn derselbe aus einem kurzen Draht besteht, keinen Schlag, wohl aber, wenn er eine Spirale enthält. — Zur Anstellung dieses Versuches braucht man auch nur die mit Handhaben versehenen Enden der an den Polen einer Säule befestigten Leitungsdrähte mit feuchten Händen zu ergreifen, die Handhaben selbst an einander zu bringen und wieder von einander zu entfernen. Man erhält einen Schlag, wenn der Schliessungskreis eine grössere Drahtspirale enthält.

Diese Beobachtungen wurden bei Anwendung einer einen Eisenkern enthaltenden Spirale (s. §. 4) von Jenkin und Masson[1]) im Jahre 1834 zuerst gemacht. Sie führten zunächst zur Entdeckung der Extraströme[2]).

1) Masson, Ann. de Chim. et de Phys. [2] 66, 6, 1837. — 2) Aehnliche Versuche von Henry, s. Anm. zu §. 1, sowie weniger praktisch von Page, Sillim. Journ. 31, 137, 1836; auch Callan, Sturgeon Annals 1, 275, 376, 1836; Sturgeon, Sturgeon Annals of Electricity 1, 418, 1836 u. A.

52 Will man durch den Extrastrom eine Reihe von Erschütterungen auf den Körper wirken lassen, so kann man den Fig. 13 gezeichneten Apparat verwenden. *k* ist die den Strom erregende Säule, *ss* die Spirale, *a* und *b* sind die mit dem Körper verbundenen Handhaben, *u* ein in den Schliessungskreis eingeschalteter Stromunterbrecher (vergleiche Bd. I, §. 261, Fig. 104).

Fig. 13.



Die Handhabe *a* könnte ebenso gut auch an der Klemmschraube *c* angebracht werden, wo aber beim Oeffnen des primären Stromkreises noch die Säule *k* selbst in den durch den Körper geschlossenen Stromkreis des Extrastromes eingefügt bleibt. — Den Unterbrecher *u* kann man durch einen Wagner'schen Hammer oder auch nur durch eine eiserne Raspel ersetzen, deren eines Ende mit der Spirale *s* durch den Draht *d* verbunden wird, und auf welcher man mit dem von der Säule kommenden Leitungsdraht *e* entlang fährt.

Unterbricht man den Strom durch einen Interruptor immer schneller, so erreicht man endlich ein Maximum der physiologischen Wirkung; bei schnellerer Drehung nimmt sie wieder ab [1]), indem dann während der jedesmaligen Schliessung der Schliessungsextrastrom noch nicht völlig abgelaufen ist, und so der Strom beim Oeffnen noch nicht das Maximum seiner Intensität erlangt hat (vergl. weiter unten).

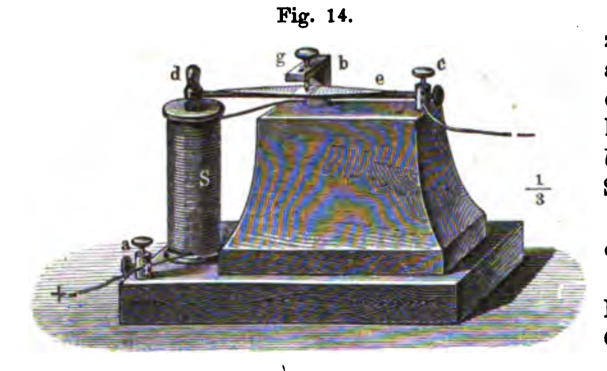
53 Schiebt man während der Unterbrechungen des Stromes in die Spirale *ss* einen Eisenstab oder ein Bündel Eisendrähte ein, so werden die Erschütterungen viel stärker.

Um die physiologische Wirkung des Extrastromes bei Anwendung von Eisenkernen recht deutlich zu zeigen, kann man sich des mit dem Wagner'schen Hammer verbundenen Apparates, Fig. 14 (a. f. S.), bedienen. Die Spirale *S* enthält einen aus dünnen Eisendrähten gebildeten Kern. Ihr eines Ende ist mit der Klemme *a*, ihr anderes mit der Metallschraube *b* verbunden, die unten in eine Platinspitze ausläuft. Gegen die letztere federt die an der Klemmschraube *c* befestigte Messingfeder *e*, auf welche unterhalb *b* ein Platinplättchen gelöthet ist, und die bei *d* einen eisernen

[1]) Masson, Ann. de Chim. et de Phys. [2] 66, 6, 1837.

Knopf trägt. Man steckt zwei Metallstifte, welche an Metallschnüren metallene Handhaben tragen, in besondere Löcher *g* und *f*, welche in die die Schraube *b* führende Metallfassung und die Klemmschraube *a* gebohrt sind, und ergreift die Handhaben mit den Händen. Werden die Klemmen *c* und *a* mit den Polen der Säule verbunden, so ist der Stromkreis derselben durch *cebSa* geschlossen. Der Eisenkern der Spirale wird magnetisch, zieht den Knopf *d* an und öffnet dadurch den Stromkreis an der Schraube *b*. Der hierbei in der Spirale entstehende Extrastrom fliesst durch *f*, *S*, *b*, *g* und den menschlichen Körper. Nach dem Oeffnen des primären Stromkreises wird der Eisenkern der Spirale *S* wieder unmagnetisch. Die Feder *e* drückt den Knopf *d* von demselben ab und legt sich gegen die Schraube *b*, wodurch der Stromkreis von Neuem geschlossen wird [1]).

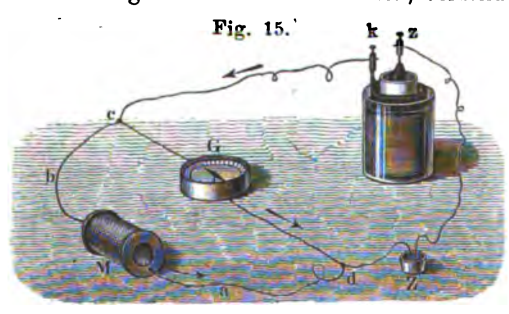
Fig. 14.



Bei diesen Versuchen beobachtet man nur die Wirkungen des Oeffnungsextrastromes, da der Schliessungsextrastrom sich erst nach der metallischen Schliessung der Kette bildet und so den schlechtleitenden menschlichen Körper kaum durchfliesst.

54 Um die **Ablenkung der Nadel eines Galvanometers** durch den Oeffnungsextrastrom zu erhalten, verbindet man die Pole einer Säule *zk*, Fig. 15, durch den Draht *zdabck*, in welchen bei *M* ein langer gerader oder zickzackförmiger Draht oder auch eine Drahtspirale eingefügt werden kann, und vereint die Punkte *c* und *d* desselben durch einen Draht *cd*, in den bei *G* ein Galvanometer eingefügt ist. Die Nadel dieses Galvanometers würde in Folge des in der Richtung des Pfeiles fliessenden Stromes der Säule ausschlagen. Man hindert sie daran durch eine einseitige Hemmung [2]) (vergl. Bd. III, §. 323).

Fig. 15.



[1]) Vergl. Neef, Pogg. Ann. 46, 104, 1839. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 9, §. 1087, 1834; bestätigt von Lenz und Jacobi, Pogg. Ann. 45, 139, 1838.

Besteht M aus einem geraden oder in Zickzackwindungen gebogenen Draht, und öffnet man die Schliessung z. B. bei Z mit Hülfe eines daselbst angebrachten Quecksilbernapfes, so entsteht in dem Draht cMd kein inducirter Strom, die Nadel des Galvanometers bleibt in Ruhe. Schaltet man aber in den Draht bei M eine Spirale von dünnem und langem Kupferdraht ein, so wird beim Oeffnen der Schliessung in dem Zweig aMb ein Extrastrom inducirt, welcher in gleicher Richtung fliesst, wie der verschwindende Strom, der also den jetzt geschlossenen Drahtkreis $aMbcGd$ in der Richtung $MadGc$ durchläuft. In Folge dieses inducirten Stromes schlägt die Nadel des Galvanometers nach der Seite aus, auf welcher sie nicht gehemmt ist.

Man kann diesen Versuch auch ohne einseitige Hemmung der Nadel anstellen, indem man die Nadel, welche durch den primären Strom eine bestimmte Ablenkung erhalten, durch wiederholte Annäherung eines Magnetes um ihre neue Gleichgewichtslage in Schwingungen versetzt, welche gerade bis an den Nullpunkt der Theilung reichen. Oeffnet man den primären Strom in dem Augenblick, wo die Nadel von letzterem zur Gleichgewichtslage zurückzuschwingen beginnt, so weicht sie nun durch den Extrastrom nach der entgegengesetzten Seite aus. Dieser Versuch, welcher zuerst von Moser[1]), freilich mit einem negativen Resultat, angestellt worden ist, giebt nach Jacobi (l. c.) einen sehr deutlichen Beweis der Existenz des Oeffnungsextrastromes.

Auch der bei der Schliessung stattfindende Extrastrom lässt sich, wenn auch schwieriger, nachweisen, wie Faraday[2]) gezeigt hat.

Die Nadel des Galvanometers bei G in der Drahtverbindung, Fig. 15, wurde einseitig in der Weise gehemmt, dass der bei der Oeffnung der Schliessung entstehende Inductionsstrom sie nicht ablenken konnte, und die Intensität des primären Stromes so regulirt, dass die Nadel nicht bedeutend abgelenkt wurde. Wurde nun wieder bei M in den Stromzweig bMa vor dem Schliessen einmal ein gerader oder zickzackförmiger Draht, dann eine Spirale eingefügt, und der Stromkreis bei Z geschlossen, so war der erste Ausschlag der Nadel des Galvanometers im letzteren Falle viel bedeutender, als er durch den Einfluss des primären Stromes allein gewesen wäre. Bei der Schliessung war demnach in der Spirale bei M ein Extrastrom inducirt worden, welcher sich im Zweige cd zu dem primären Strom addirte, also im Kreise $MadGcb$ in der Richtung $MbcGda$ floss, die in der Spirale M dem primären Strom entgegengerichtet war.

Beim Einlegen von Eisenkernen in die Spiralen werden diese Wirkungen bedeutend gesteigert.

55 Um die chemische Wirkung des Extrastromes zu zeigen, bringt man an Stelle des Galvanometers G, Fig. 15, einen Apparat, be-

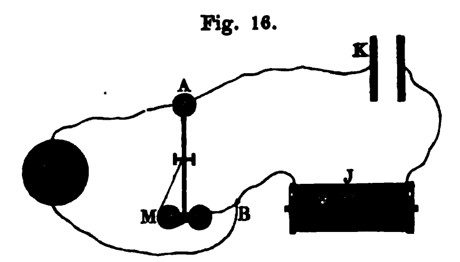
[1]) Moser, Dove's Repertorium, 1, 336, 1837. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 9, §. 1101 u. flgde. 1834.

stehend aus einem auf einer Glasplatte liegenden Streifen von befeuchtetem Jodkaliumkleisterpapier, auf den man die Spitzen zweier mit den Enden der Leitung verbundener Platindrähte in einiger Entfernung von einander aufstellt. Man schaltet in den Zweig *cd* einen so grossen Widerstand ein, dass fast der ganze Strom der Säule durch Zweig *aMb* fliesst und die Zersetzung des Jodkaliums im Zweige *cGd* kaum bemerkbar ist. Oeffnet man nach Einschaltung einer, mit einem Eisenkern versehenen Spirale *M* in den Zweig *ab* den Schliessungskreis bei *Z*, so entsteht an dem einen Platindraht ein blauer Fleck, welcher nachweist, dass die Richtung des Oeffnungsstromes in *M* dem des verschwindenden primären Stromes gleich ist [1]).

Auch wenn man vor der Schliessung der Leitung bei *Z* das Jodkaliumpapier eingeschaltet hat, zeigt die Abscheidung des Jods an dem anderen Platindraht bei erfolgender Schliessung, dass nun der Schliessungsextrastrom dem primären Strom entgegen gerichtet ist.

56 Der in einer Spirale erzeugte Oeffnungsextrastrom kann benutzt werden, um mittelst eines einfachen galvanischen Elementes Wasser zu zersetzen [2]). Zu diesem Zwecke schaltet man in den Schliessungskreis eines solchen Elementes *ZK*, Fig. 16, eine Inductionsspirale *J*, in welche man Eisendrahtbündel legt, und einen Wagner'schen Hammer *MA* ein. Man verbindet den Amboss *A* desselben, sowie einen Punkt *B* der Leitung zwischen der Spirale *J* und dem Hammer mit den Elektroden eines Voltameters *V*. Liegt der Hammer auf dem Amboss *A* auf, so ist der Stromkreis *ZJBMAK* geschlossen, und durch das Voltameter *V* fliesst wegen des grösseren Widerstandes nur ein geringerer Theil des Stromes. Dann wird durch den Magnet *M* der Hammer vom Amboss *A* abgehoben und der genannte Stromkreis geöffnet, so dass der jetzt in *J* entstehende dem primären Strome von *KZ* gleich gerichtete Oeffnungsinductionsstrom mit letzterem zugleich durch das Voltameter *V* fliesst, wo nun durch die vereinte Wirkung beider das Wasser zersetzt wird. Darauf fällt der Hammer auf *A* wieder nieder, und der Process wiederholt sich.

Fig. 16.



Der Vortheil bei diesem Apparate ist nur der, dass im Moment des Oeffnens des primären Kreises die elektromotorische Kraft der Säule durch die des Extrastromes in der Spirale vermehrt wird, die Summe dieser Kräfte grösser ist, als die elektromotorische Kraft der Polarisation

---

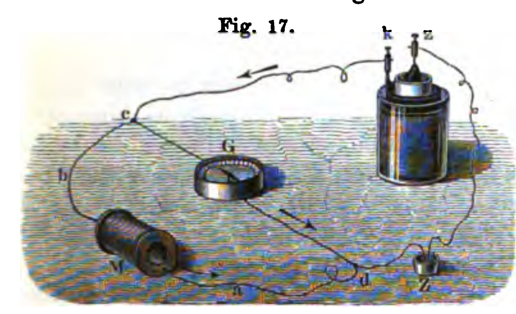
1) Faraday, l. c. — 2) de la Rive, Arch. de Genève 3, 159; Pogg. Ann. 60, 397, 1843.

im Voltameter, und so das Wasser zersetzt wird. Selbstverständlich ist indess, dass die Zinkmenge, welche in der Säule verbraucht wird, sehr viel bedeutender ist, als wenn sie dem zersetzten Wasser äquivalent wäre, da der Strom der Säule beim Aufliegen des Hammers zum grössten Theil durch den letzteren und nicht durch das Voltameter fliesst und so nur zum geringeren Theil wirklich zur Wasserzersetzung beiträgt. Beim Oeffnen des Hammers, wo der Extrastrom mit dem primären Strom zusammen das Voltameter und die Säule durchfliesst, werden in beiden Apparaten äquivalente Mengen Zink gelöst und Wasser zersetzt [1]).

Man hat diesen Apparat zuweilen mit dem Namen eines **elektrochemischen Condensators** bezeichnet.

57 Bringt man an Stelle des Galvanometers *G*, Fig. 17, einen ganz dünnen Platindraht und wählt den Draht *M* so dick, dass durch den den Platindraht enthaltenden Zweig *cd* nur ein sehr kleiner Theil des primären Stromes fliesst, so **erglüht der Platindraht nicht**, wenn der Stromkreis nicht unterbrochen wird. Sobald aber der Stromkreis bei *Z* wiederholt unterbrochen wird, **erglüht er in Folge des Extrastromes**.

Fig. 17.



58 Schaltet man in den Apparat Fig. 17 bei *d* einen Commutator von der Form Bd. IV, S. 6, Fig. 3 ein, durch dessen Drehung der Strom im Zweige *cksd* abwechselnd geschlossen und unterbrochen wird, und entsprechend durch *cd* nur die Schliessungs- oder nur die Oeffnungsströme hindurchgeleitet werden, so kann man diesen Versuch sehr gut zeigen. Es genügt dazu die Anwendung einer Spirale von etwa 130 mm Länge, 20 mm innerem Durchmesser und von etwa 500 Windungen aus 2 mm dickem Kupferdraht und einer Kette von etwa vier **Bunsen**'schen Elementen. Bei Einlegen von Eisendrahtbündeln treten die Glüherscheinungen an dünnen Platindrähten von etwa $^1/_{12}$ mm Dicke und 10 bis 15 mm Länge auch bei den Schliessungsextraströmen sehr gut auf. Zur Schwächung des primären Stromes in dem den Platindraht enthaltenden Zweige *cd* ist es dabei zweckmässig, einen kleinen Wasserzersetzungsapparat mit platinirten Platinplatten in denselben einzuschalten.

Bei ununterbrochener Schliessung erglüht sodann der Draht nicht,

---

[1]) Vergl. auch **Despretz**, Compt. rend. **44**, 1009, 1859. **de la Rive**, Arch. de sciences phys. et nat. **35**, 115, 1857.

wohl aber, wenn der Commutator nur die Schliessungsinductionsströme in die Nebenschliessung *d Gc* eintreten lässt [1]).

Den Platindraht kann man zweckmässig durch eine Glühlampe ersetzen [2]).

59 Schaltet man in den Schliessungskreis einer Säule eine Spirale ein, welche aus zwei gleichen, parallel neben einander gewundenen Drähten besteht, und theilt den Strom der Säule zwischen beiden so, dass er sie in gleicher Richtung durchfliesst, so addiren sich die in jedem Draht beim Oeffnen des Stromes inducirten Extraströme, ebenso haben die von den Windungen des einen Drahtes in denen des anderen inducirten Ströme dieselbe Richtung. Man erhält also beim Oeffnen des Stromkreises einen starken Extrastrom und einen hellen Oeffnungsfunken. — Sind aber die beiden Drähte der Spirale so vereint, dass der primäre Strom beide Drähte in entgegengesetzter Richtung durchfliesst, so heben sich die in den Windungen jedes Drahtes, sowie die in dem einen Draht durch den anderen inducirten Ströme beim Oeffnen des Stromkreises auf; der Oeffnungsfunken ist nur schwach.

Ganz analog giebt ein Bündel von parallel neben einander liegenden, an ihren Enden mit einander verlötheten Drähten beim Einschalten in den Stromkreis einen stärkeren Oeffnungsfunken, wenn die Drähte nahe bei einander liegen, als wenn sie aus einander gebogen werden [3]). — Ein Draht von grösserer Dicke kann ebenfalls stärker wirken als ein dünnerer, indem jede vom Strom durchflossene Längsfaser in den benachbarten Fasern einen gleichgerichteten Oeffnungsstrom inducirt.

Entsprechend entsteht kein Oeffnungsfunken, wenn man einen Draht in der Mitte umbiegt, dass seine beiden Hälften parallel neben einander liegen, ihn so in verschiedene Formen bringt und seine Enden abwechselnd mit den Polen einer Säule verbindet und von derselben loslöst [4]).

60 Die elektromotorische Kraft der Extraströme ist ebenso, wie die elektromotorische Kraft der übrigen Inductionsströme, im Allgemeinen von dem Stoff der Drähte unabhängig, in denen sie erzeugt werden. Nur wenn dieselben aus einem magnetischen Metall, z. B. aus Eisen, bestehen, treten wesentliche Verstärkungen der Extraströme hervor. Da beim Durchleiten eines Stromes durch einen Eisendraht die magnetischen Molecüle sich um die Axe desselben im Kreise herum transversal lagern, induciren sie hierdurch einen, dem hindurchgeleiteten entgegengesetzten Strom, welcher sich zu dem Schliessungsextrastrom addirt. Beim Oeffnen des Stromes kehren die Molecüle mehr oder weniger in ihre unmagne-

---

[1]) Buff, Pogg. Ann. **130**, 362, 1867. — [2]) Shaw, Proc. Cambridge Phil. Soc. **6** [2], 106, 1888; Beibl. **12**, 497. — [3]) Faraday, l. c. §. 1092. — [4]) Faraday, l. c. §. 1098 u. flgde.; vergl. auch Masson, Ann. de Chim. et de Phys. [2] **66**, 5, 1837.

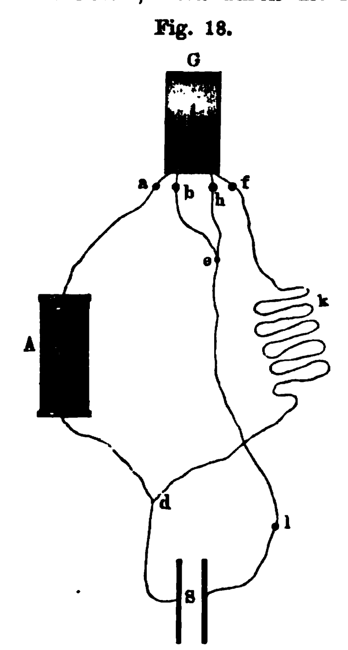
tischen Lagen zurück und erzeugen dadurch einen dem Oeffnungsextrastrom gleichgerichteten Strom.

Während man sonst an geradlinigen Drähten von unmagnetischen Metallen, wenn sie dünn sind, kaum die Induction von Extraströmen wahrnimmt, welche von den in jeder Längsfaser der Drähte sich ändernden Strömen in den benachbarten Fasern inducirt werden[1]), treten dieselben in Folge der eben beschriebenen transversalen Magnetisirung an Eisendrähten stark hervor. Schaltet man daher in den Fig. 17 gezeichneten Apparat statt der Spirale *M* einen geraden Eisendraht ein, so erhält man ähnliche Wirkungen, wie bei Anwendung der Spirale[2]).

61 Die Abhängigkeit der Intensität der Extraströme von der Intensität der in der Inductionsspirale entstehenden und verschwindenden Ströme ist von Edlund[3]) studirt worden.

Der Strom einer Grove'schen Säule *S*, Fig. 18, von zwei oder drei Elementen, wird durch die Leitungsdrähte *Sd* und *Se* geleitet und in den Punkten *d* und *e* derartig verzweigt, dass seine Zweige durch die doppelten Windungen *ah* und *bf* eines Differentialgalvanometers *G* mit Spiegelablesung in entgegengesetzter Richtung fliessen. Bei *A* ist in die Leitung *da* eine Inductionsrolle *A* eingeschaltet, bei *k* in die Leitung *df* ein im Zickzack gewundener Draht von solcher Länge, dass die Widerstände der Schliessungskreise *dAahe* und *dkfbe* gleich sind. Der Draht *k* ist über zwei, 3 m von einander entfernte Glasstangen gewunden, und dann sind seine einzelnen Windungen zusammengebunden. Bei dauernder Schliessung zeigt der Spiegel des Galvanometers keine Ablenkung, die Wirkungen der Ströme in beiden Zweigen heben sich auf.

Fig. 18.



Wird der Schliessungskreis der Säule in einem Punkte *l* geöffnet, so entsteht in der Spirale *A* der dem Oeffnen entsprechende Extrastrom, welcher in der Richtung *dAahebfkd* fliesst und so in beiden Windungsreihen die Nadel des Galvanometers in gleichem Sinne ablenkt. Aus dem Ausschlage kann man mit Rücksicht auf die Dämpfung der Schwingungen durch die ihn

[1]) Siehe indess das Cap. Einfluss der Inductionsströme auf die Vertheilung der Ströme im Querschnitt. — [2]) Vergl. auch Villari, Rendicont. Lombard. 15. April 1869. — [3]) Edlund, Pogg. Ann. 77, 161, 1849.

umgebenden Metallmassen die Intensität des Inductionsstromes berechnen.

Sind die den Magnet des Galvanometers ablenkenden Kräfte der beiden Stromkreise *dahe* und *ebfd* bei gleicher Intensität der sie durchfliessenden Ströme m und m_1, die Widerstände der Stromkreise r und r_1, so ist, da ein in entgegengesetzter Richtung durch beide Kreise neben einander geleiteter Strom den Magnet nicht ablenkt:

$$\frac{m}{r} = \frac{m_1}{r_1} \quad \text{. . . . . 1)}$$

Ist die elektromotorische Kraft des beim Oeffnen der Säule in der Spirale A inducirten Extrastromes gleich E, so ist die Einwirkung dieses Stromes auf den Magnet:

$$A_0 = \frac{E}{r + r_1}(m + m_1) = \frac{Em}{r} \quad \text{. . . . . . 2)}$$

Schliesst man nach dem Oeffnen den Stromkreis dSe wiederum bei l, so erhält man in der Spirale A den bei der Schliessung erzeugten Extrastrom, welcher sich zwischen den drei Stromkreisen *dahe*, *dfbe* und dSe verzweigt. Ist die elektromotorische Kraft dieses Schliessungsextrastromes E_1, der Widerstand des Schliessungskreises dSe gleich R, so ist die Wirkung des so inducirten Stromes auf den Magnet des Galvanometers:

$$A_s = \frac{E_1[m(r_1 + R) + m_1 R]}{r(r_1 + R) + r_1 R} \quad \text{. . . . . . . 3)}$$

oder, nach Gleichung 1):

$$A_s = \frac{E_1 m}{r} \quad \text{. . . . . 4)}$$

Die Wirkungen A_0 und A_s auf die Magnetnadel sind also unabhängig von dem Widerstande des die Säule enthaltenden Stromzweiges, welcher sich bei Anwendung verschiedener Säulen und im Laufe der Versuche ändert.

Die Versuche bieten insofern eine gewisse Schwierigkeit, als der Magnet des Galvanometers beim Oeffnen des primären Stromes sich nicht immer in der Gleichgewichtslage befindet, welche er ohne Einfluss desselben hätte, und so der inducirte Extrastrom in anderer Weise auf ihn wirkt, als in jener. Es lässt sich indess mit Hülfe der Bd. III, §. 381 angeführten Formeln die Intensität der Inductionsströme aus dem Ausschlag des Magnetes berechnen.

Mit Anwendung der gehörigen Vorsichtsmaassregeln ergab sich, dass bei gleicher Intensität der angewandten Ströme die beim Oeffnen und Schliessen erhaltenen Extraströme gleiche, aber entgegengesetzte elektromotorische Kräfte besitzen.

Die etwaigen Unterschiede zwischen der Theorie und Beobachtung folgen aus den durch die Polarisation in der Säule hervorgebrachten

Aenderungen der Stromintensität, durch welche bei gleicher Stärke des angewandten Stromes die Intensität des Schliessungsstromes etwas vermehrt wird.

Ferner ist die elektromotorische Kraft E_1 des Extrastromes der Intensität I des primären Stromes direct proportional, wie dies auch folgende Tabelle ergiebt:

I	33,8	42,1	44,8	46,0	51,9	52,8
E_1 gef.	6,93	9,20	9,61	9,84	11,08	11,58
E_1 ber.	7,32	9,12	9,71	9,97	11,24	11,44
I	54,2	54,7	80,3	83,1	108,4	113,6
E_1 gef.	12,3	12,0	17,45	17,55	23,76	25,09
E_1 ber.	11,74	11,85	17,40	18,00	23,49	24,81

Aendert man die Intensität des inducirenden Stromes dadurch, dass man plötzlich grössere oder geringere Drahtlängen in den Stromzweig dSe einführt, so sind die Extraströme der jedesmaligen Aenderung der Stromintensität direct proportional.

62 Durch eine ganz analoge Methode ist Rijke[1]) zu demselben Resultat gekommen. Da die Abnahme der Stromintensität während der Schliessung des primären Stromes in Folge der Polarisation in der Säule den Oeffnungsstrom zu klein erscheinen lässt, so schloss Rijke die Säule nach der Lostrennung von der Verbindung mit der den Extrastrom gebenden Spirale mittelst eines geeigneten Commutators durch einen Draht von gleichem Widerstand, wie dem ihrer vorherigen Schliessung, und verband sie dann erst wieder zur Beobachtung des Schliessungsextrastromes mit letzterer.

Zur Messung der Intensität der Ströme diente ihm ein Ruhmkorff'sches Spiegelgalvanometer, welches dem Bd. III, S. 307 gezeichneten ganz ähnlich ist. Die Ausschläge a seines Magnetes durch die Extraströme betrugen bei abwechselnder Richtung des primären Stromes:

1. beim Oeffnungsextrastrom . . $a = 18,74$ und $18,80$ (Mittel 18,77)
2. beim Schliessungsextrastrom . $a = 18,56$ und $19,06$ (Mittel 18,81)

Die Gleichheit der Intensität beider Ströme ist also bewiesen.

Dasselbe Resultat erhielt Rijke, als er in die Inductionsspirale ein Bündel Eisendrähte einlegte. Die Ablenkungen betrugen

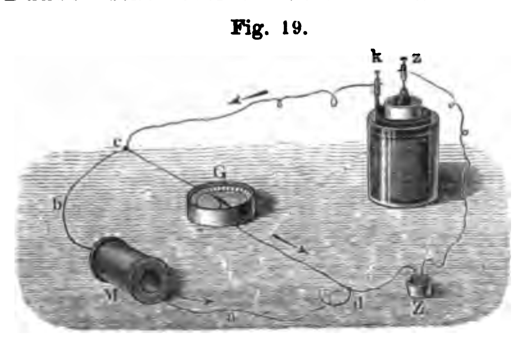
1. beim Oeffnungsextrastrom . $a = 31,33$ und $31,73$ (Mittel 31,53)
2. beim Schliessungsextrastrom $a = 31,36$ und $31,75$ (Mittel 31,545)

Also auch beim Einlegen von Eisenkernen in die Inductionsspiralen sind die elektromotorischen Kräfte einander gleich, welche beim Oeffnen und Schliessen des dieselben durchlaufenden Stromes inducirt werden.

[1]) Rijke, Pogg. Ann. 102, 481, 1857.

63 Dass die elektromotorische Kraft der Extraströme der Intensität des primären Stromes proportional ist, hat auch Buff[1]) bewiesen. Er bediente sich im Wesentlichen des Fig. 19 abgebildeten Apparates. In den Zweig *ckzd* wurde ausser der Säule (einiger Bunsen'scher Elemente) noch ein Rheostat und eine Tangentenbussole eingeschaltet, in den Zweig *cGd* neben dem Galvanometer oder an Stelle desselben ein Wasserzersetzungsapparat *W* mit verdünnter Schwefelsäure vom specif. Gew. 1,14, in welche zwei $^1/_{10}$ mm dicke, 25 mm lange, bis auf ihre Enden in Glasröhren eingeschmolzene ιförmige Platindrähte als Elektroden tauchten. Die Zersetzungsgase wurden in Glasröhren von 11 mm Weite aufgefangen. Die Polarisation der Elektroden durch die Zersetzungsgase beträgt hierbei etwa das 1,95fache der elektromotorischen Kraft eines Bunsen'schen oder Grove'schen Elementes. Die Spirale *M* war 130 mm lang, im Innern 20 mm weit und enthielt 500 Windungen von 2 mm dickem Kupferdraht. An der Verbindungsstelle *d* der Drähte wurde ein Commutator eingefügt, durch welchen die einzelnen Zweige abwechselnd in beliebiger Weise schnell hinter einander verbunden werden konnten, so dass durch *cGd* entweder nur die in der Spirale *M* bei der Schliessung oder nur die bei der Oeffnung der Verbindung mit der Säule inducirten Extraströme fliessen konnten.

Fig. 19.



Bei constanter Schliessung der Säule (zweier Bunsen'scher Elemente) wird bald die Polarisation im Wasserzersetzungsapparat so gross, dass sie den im Zweige *cGd* circulirenden Theil des Stromes der Säule aufhebt und das Galvanometer *G* keine Ablenkung zeigt. Wird aber der Commutator gedreht, so addiren sich in dem einen Falle in *cGd* die Schliessungsextraströme zu den durch die Polarisation erzeugten Strömen und bewirken eine Ablenkung der Galvanometernadel; im anderen Fall überwiegt die elektromotorische Kraft der Oeffnungsextraströme so sehr über die der Polarisation, dass gleichfalls eine Ablenkung eintritt. Wird an Stelle der Spirale *M* ein Neusilberdraht von gleichem Widerstand eingeschaltet, so wird bei Drehung des Commutators die Galvanometernadel nicht abgelenkt; der Polarisationsstrom selbst ist also verschwindend gegen die Extraströme.

Die in dem Wasserzersetzungsapparat selbst erscheinende Elektrolyse ist demnach der Wirkung der letzteren zuzuschreiben. Ist bei der

[1]) Buff, Pogg. Ann. **130**, 337, 1867.

Induction bei Unterbrechung der Verbindung mit der Säule die elektromotorische Kraft der in *M* inducirten Oeffnungsextraströme gleich *e*, ist die elektromotorische Kraft der Polarisation in dem Wasserzersetzungsapparat *W* gleich *p*, ist der Widerstand des Kreises *MbcGWd* gleich *r*, so ist die während der Zeit *t* des Verlaufes des Extrastromes zersetzte Wassermenge *w* proportional $(e - p)t/r$. Nimmt man an, dass *p* während des Verlaufes des Extrastromes constant bleibt (was nicht ganz richtig ist), so kann man aus den bei verschiedenen Stromintensitäten *I* des inducirenden Stromes zersetzten Wassermengen den Werth $p.t$ eliminiren. Dann entspricht die zersetzte Wassermenge *w* der obigen Formel, wenn man $e = const\, I$ setzt.

So fand sich u. A. bei 400 Umdrehungen des Commutators

I	0,656	0,470	0,367	0,279	0,178
w gef.	11,10	7,36	5,45	3,31	1,33
w ber.	11,10	7,34	5,24	3,46	1,40

Bei der Berechnung ist $const = 20{,}30$, $pt = 2{,}21$ gesetzt. Die elektromotorische Kraft des Oeffnungsinductionsstromes ist also der Intensität des inducirenden Stromes proportional.

Bei der Schliessungsinduction fliesst durch den Zweig *cGd* nur ein kleinerer Theil des Inductionsstromes, indem ein grosser Theil desselben durch den Zweig *ckzd* verläuft; die Wasserzersetzung ist demnach viel schwächer. — Beobachtet man in dem Zweig *cGd* ausser dem Wasserzersetzungsapparat noch den Ausschlag des Galvanometers, so zeigt sich bei Anwendung von Säulen von verschiedener elektromotorischer Kraft an Stelle der Kette *kz* die Ablenkung der Nadel des Galvanometers *G* durch die beim Oeffnen des Stromkreises durch den Commutator inducirten Ströme gleich gross, wenn durch Einschaltung von Widerständen die Intensität des Stromes im Zweige *ckzd* constant erhalten wird.

Die elektromotorische Kraft des Oeffnungsinductionsstromes ist also von der elektromotorischen Kraft des inducirenden Stromes bei gleicher Intensität desselben unabhängig.

Bei den Schliessungsströmen nahm hierbei mit wachsender elektromotorischer Kraft der den inducirenden Strom liefernden Kette der Ausschlag der Galvanometernadel zu, weil dann der Widerstand des Zweiges *ckzd* grösser war und sich so ein kleinerer Theil des Extrastromes in denselben verzweigte [1]).

[1]) In Betreff der übrigen in ähnlicher Weise erhaltenen Resultate, nach denen die Zeitdauer der Schliessungsinduction mit wachsender Stromstärke des inducirenden Stromes wächst und gleich starke Ströme von verschieden starken Elektromotoren um so grössere elektromotorische Kräfte beim Schliessen induciren, je grösser ihre elektromotorische Kraft ist, verweisen wir auf die Originalabhandlung. Da man die Aenderungen der Polarisation während des Verlaufes der Inductionsströme nicht kennt, werden die Versuchsbedingungen complicirt. — Mendenhall (Science 8, **208**, 1786, Rep. Amer. Assoc. 1886; Beibl. **10**, 726) will gefunden haben, dass, nachdem ein Strom durch Widerstandsrollen geleitet

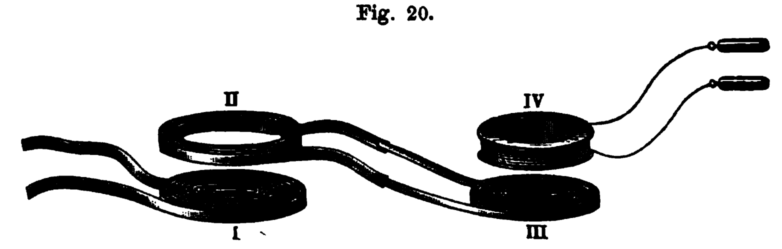
Der Nachweis von Selbstindüctionsströmen in geraden Drähten ist mittelst der erwähnten Methoden nur schwierig. Man beobachtet sie namentlich bei der Untersuchung des zeitlichen Verlaufs der Ströme. Die Berechnung siehe bei der Bestimmung von Selbstinductionscoëfficienten.

IV. Inducirte Ströme höherer Ordnung.

64 Wie ein dauernder galvanischer Strom bei Aenderungen seiner Intensität Inductionsströme erzeugen kann, so vermag auch wiederum ein Inductionsstrom bei seinem Entstehen und Vergehen in benachbarten Leitern neue Inductionsströme hervorzurufen.

Legt man eine Reihe von Bandspiralen in der Fig. 20 gezeichneten Ordnung auf und neben einander, so erhält beim Schliessen oder

Fig. 20.



Oeffnen des die Spirale I durchfliessenden Stromes nicht nur der mit den Enden der Spirale II verbundene menschliche Körper eine Erschütterung, sondern es wird auch, wenn man die Enden der Spirale II mit denen der Spirale III verbindet, in der über letztere gelegten Spirale IV ein Inductionsstrom erregt, welcher physiologische Wirkungen hervorbringen kann. Wird die Spirale IV noch weiter mit einer Spirale V verbunden, so zeigen die physiologischen Wirkungen auch noch einen inducirten Strom in einer auf sie gelegten Spirale VI an u. s. f.

Man bezeichnet hierbei den durch den ursprünglichen Strom inducirten Inductionsstrom als Inductionsstrom erster Ordnung, den durch letzteren inducirten Strom als Inductionsstrom zweiter Ordnung u. s. f. Andere Physiker bezeichnen den ursprünglichen Strom als primären, die Inductionsströme der Reihe nach als secundären, tertiären Strom u. s. f.[1]).

worden ist, sie bei kurzer Schliessung nachher noch Stunden lang einen entgegengesetzten Strom liefern. Dies braucht nicht auf Andauern der Extraströme zu beruhen, sondern kann ganz secundär von Thermoströmen in Folge der Erwärmung der Contactstellen durch den Strom herrühren, oder auch darauf, dass die Spiralen nicht sorgfältig getrocknet oder feucht geworden sind. Bei guter Isolirung mittelst Eintauchen der Rollen in geschmolzenes Paraffin oder Petroleum tritt diese Polarisation nicht ein (s. B. Thomas, Elektrotechn. Zeitschr. 8, 202, 1888; Beibl. 11, 602).

[1]) Henry, Trans. Amer. Phil. Soc. 6. Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 1, 282 u. flgde., 1842.

65 Jeder dieser Ströme besteht aus je $2n$ auf einander folgenden Theilen, aus den beim Entstehen und den beim Vergehen der vorhergehenden Ströme niederer Ordnung inducirten Strömen. Bezeichnen wir die Richtung des primären Stromes durch das Vorzeichen +, so hat der secundäre Strom in der secundären inducirten Leitung beim Schliessen die Richtung —, beim Oeffnen die Richtung +. Diese beiden secundären Ströme erzeugen beim Entstehen und Vergehen in der tertiären Leitung aufeinanderfolgend die tertiären Ströme + —, — + u. s. f.

66 Man kann sich von der Richtigkeit dieses von Henry zuerst aufgestellten Satzes auf verschiedene Weise überzeugen.

Man unterbricht durch ein Zahnrad den Schliessungskreis eines eine inducirende Spirale durchlaufenden Stromes. Hierdurch werden abwechselnd gerichtete Schliessungs- und Oeffnungsinductionsströme in einer, die erste Spirale umgebenden Inductionsspirale erzeugt. Von diesen Inductionsströmen leitet man vermittelst des §. 4 beschriebenen Disjunctors nur die einen oder nur die anderen durch eine dritte Spirale. Legt man auf die dritte Spirale eine mit dem Galvanometer verbundene vierte Spirale, so entstehen in derselben Inductionsströme zweiter Ordnung. Diese lenken wegen ihrer abwechselnden Richtung die Nadel des Galvanometers, wenn sie auf Null steht, kaum ab[1]). Steht aber die Nadel des Galvanometers nicht genau parallel den Windungen des Multiplicators desselben, so schlägt sie nach Abria[2]) in der Richtung ihres ersten Ausschlages weiter aus, welches auch der Sinn desselben sei. Dieses Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung ist ein deutlicher Beweis für die abwechselnde Richtung der durch das Galvanometer fliessenden Ströme.

67 Am besten kann man die beiden entgegengesetzt gerichteten Theile, zunächst eines Inductionsstromes zweiter Ordnung, nachweisen, indem man in seinen Schliessungskreis eine Spectralröhre einschaltet. Bei der Induction erscheint an ihren beiden Elektroden blaues Glimmlicht, was anzeigt, dass durch beide der negative Strom in die Röhre eintritt. Lässt man vor der Röhre um eine ihrer Längsrichtung parallele Axe einen Spiegel sehr schnell rotiren, so beobachtet man darin bei jeder Schliessung und Oeffnung des primären Stromes je zwei Bilder der Röhre, bei denen die entgegengesetzten Elektroden mit Glimmlicht bedeckt sind und welche den beiden entgegengesetzt gerichteten Theilen des Inductionsstromes entsprechen.

Bringt man eine in den Schliessungskreis eines Stromes zweiter Ordnung eingefügte Entladungsröhre mit weiterem mittleren Theil zwischen zwei ungleichnamige Magnetpole, so theilt sich die Entladung in zwei

---

1) Henry, Phil. Mag. [3] 18, 482. Pogg. Ann. 54, 84, 1841. — 2) Abria, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 7, 486, 1843.

nach beiden Seiten der Aequatorialebene abgelenkte Lichtstreifen, was wiederum die doppelte Richtung der Entladung anzeigt.

In gleicher Weise kann man die Ströme höherer Ordnung zerlegen.

68 Leitet man die Ströme höherer Ordnung durch ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Voltameter, so erhält man, wie zu erwarten, nach Verdet[1]) an beiden Platinelektroden beide Gase, Sauerstoff und Wasserstoff, und zugleich beobachtet man die Disaggregation des Platins (Bd. II, §. 754). Die Quantität der Gase und ihr Verhältniss zu einander ist indess durch secundäre Einflüsse, z. B. Wiedervereinigung der an derselben Elektrode entwickelten Gase u. s. f., bei verschiedenen Versuchen sehr unbeständig.

Beim Einlegen von Eisencylindern ist die elektrolytische Wirkung dieser Ströme weit bedeutender.

69 Dieselben Erscheinungen kann man vermittelst eines Ruhmkorff'schen Inductoriums (siehe weiter unten) erhalten. Verbindet man zunächst seine inducirte Spirale mit den Elektroden eines Voltameters, so erscheinen beim Oeffnen und Schliessen des inducirenden Stromes an denselben abwechselnd beide Gase. Unterbricht man aber den Schliessungskreis des inducirten Stromes an einer Stelle, so vermag nur der beim Oeffnen inducirte Strom, in welchem die gleiche Elektricitätsmenge, wie im Schliessungsstrom, aber in kürzerer Zeit, also in grösserer Dichtigkeit inducirt ist, daselbst die Luft in einem Funken zu durchbrechen (siehe weiter unten), und die Zersetzung geschieht polar. Die an den Elektroden abgeschiedenen Gase zeigen, dass der hindurchgegangene Oeffnungsinductionsstrom die gleiche Richtung wie der inducirende Strom hat. — Leitet man also den Inductionsstrom des Ruhmkorff'schen Apparates, ohne eine Unterbrechung anzubringen, durch die eine Drahtlage A einer mit zwei Drähten umwundenen Spirale, so bildet sich in der zweiten Drahtlage B derselben der doppelt gerichtete tertiäre Strom, der beim Hindurchleiten durch ein Voltameter an jeder Elektrode beide Gase abscheidet. Wird indess sein Schliessungskreis unterbrochen, so dass nur der eine kürzere Zeit dauernde, dichtere Theil dieses Stromes durch einen Funken an der Unterbrechungsstelle sich ausgleichen kann, so wird die Zersetzung wiederum polar und zeigt an, dass jener Theil des Stromes dem secundären entgegen gerichtet ist.

Aehnliche Resultate hat Masson[2]) erhalten, als er durch den Inductionsstrom des Ruhmkorff'schen Apparates einen Condensator von 9 bis 26 qdcm Oberfläche lud und durch eine auf eine Glasplatte geklebte flache Drahtspirale entlud. Der letzteren war eine eben solche Spirale gegenüber gestellt, in der bei jeder Entladung des Condensators ein doppelt gerichteter Inductionsstrom inducirt wurde, welcher das Phä-

---

[1]) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 29, 501, 1850. — [2]) Masson, ibid. [3] 52, 418, 1858.

nomen der doppelsinnigen Ablenkung der Galvanometernadel, die gleichzeitige Abscheidung der beiden Gase an den Elektroden des Voltameters u. s. f. zeigte, von dem bei Unterbrechung seiner Schliessung durch ein Funkenmikrometer aber nur der dem inducirenden Strom gleichgerichtete Strom zwischen den Kugeln desselben überging. Die Ströme dritter und vierter Ordnung sind ebenfalls doppelsinnig, indess sind ihre durch das Funkenmikrometer hindurchgehenden Theile der Richtung des nächst niederen Stromes entgegen gesetzt.

Leitet man die Ströme in der primären inducirenden Spirale, sowie die tertiären Ströme, durch einen Disjunctor zum Galvanometer, so dass darin nur die beim Oeffnen der primären Spirale inducirten Ströme circuliren können, während die die secundären Ströme leitende Spirale in sich geschlossen ist, so zeigt der einseitige Ausschlag der Nadel nur eine dem inducirenden Strome entgegen gerichtete, negative Reihe von Inductionsströmen an, da wohl der Uebergang der positiven Inductionsströme grossentheils wegen ihrer geringeren Dichtigkeit an den Federn des Disjunctors gehemmt wird. Fängt man nur die beim Schliessen der primären Spirale inducirten tertiären Ströme auf, so zeigt das Galvanometer eine überwiegende Wirkung der positiven Inductionsströme an [1]). 70

Man hat auch versucht, die Richtung der inducirten Ströme höherer Ordnung in der Weise zu bestimmen, dass man sie durch einen sogenannten Indicator leitete. Derselbe besteht aus einer Drahtspirale, in welche man Stahlnadeln einlegt. Die Richtung der Magnetisirung der letzteren durch die durch die Spirale geleiteten Inductionsströme, welche man durch Annähern der Nadel an die Pole einer Magnetnadel bestimmen kann, sollte die Richtung der magnetisirenden Inductionsströme angeben. 71

Wird die Richtung des inducirenden Stromes mit + bezeichnet, so ergab sich in dieser Weise die scheinbare Richtung der Ströme höherer Ordnung wie folgt:

	beim Oeffnen des primären Stromes	beim Schliessen des primären Stromes
Die Richtung des inducirenden Stromes . . .	+	+
Inducirter Strom erster Ordnung	+	−
„ „ zweiter Ordnung	−	+
„ „ dritter Ordnung.	+	−
„ „ vierter Ordnung.	−	+
„ „ fünfter Ordnung	+	−

[1]) Abria, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 7, 487, 1843.

nach beiden Seiten der Aequatorialebene abgelenkte Lichtstreifen, was wiederum die doppelte Richtung der Entladung anzeigt.

In gleicher Weise kann man die Ströme höherer Ordnung zerlegen.

68 Leitet man die Ströme höherer Ordnung durch ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Voltameter, so erhält man, wie zu erwarten, nach Verdet[1]) an beiden Platinelektroden beide Gase, Sauerstoff und Wasserstoff, und zugleich beobachtet man die Disaggregation des Platins (Bd. II, §. 754). Die Quantität der Gase und ihr Verhältniss zu einander ist indess durch secundäre Einflüsse, z. B. Wiedervereinigung der an derselben Elektrode entwickelten Gase u. s. f., bei verschiedenen Versuchen sehr unbeständig.

Beim Einlegen von Eisencylindern ist die elektrolytische Wirkung dieser Ströme weit bedeutender.

69 Dieselben Erscheinungen kann man vermittelst eines Ruhmkorff'schen Inductoriums (siehe weiter unten) erhalten. Verbindet man zunächst seine inducirte Spirale mit den Elektroden eines Voltameters, so erscheinen beim Oeffnen und Schliessen des inducirenden Stromes an denselben abwechselnd beide Gase. Unterbricht man aber den Schliessungskreis des inducirten Stromes an einer Stelle, so vermag nur der beim Oeffnen inducirte Strom, in welchem die gleiche Elektricitätsmenge, wie im Schliessungsstrom, aber in kürzerer Zeit, also in grösserer Dichtigkeit inducirt ist, daselbst die Luft in einem Funken zu durchbrechen (siehe weiter unten), und die Zersetzung geschieht polar. Die an den Elektroden abgeschiedenen Gase zeigen, dass der hindurchgegangene Oeffnungsinductionsstrom die gleiche Richtung wie der inducirende Strom hat. — Leitet man also den Inductionsstrom des Ruhmkorff'schen Apparates, ohne eine Unterbrechung anzubringen, durch die eine Drahtlage A einer mit zwei Drähten umwundenen Spirale, so bildet sich in der zweiten Drahtlage B derselben der doppelt gerichtete tertiäre Strom, der beim Hindurchleiten durch ein Voltameter an jeder Elektrode beide Gase abscheidet. Wird indess sein Schliessungskreis unterbrochen, so dass nur der eine kürzere Zeit dauernde, dichtere Theil dieses Stromes durch einen Funken an der Unterbrechungsstelle sich ausgleichen kann, so wird die Zersetzung wiederum polar und zeigt an, dass jener Theil des Stromes dem secundären entgegen gerichtet ist.

Aehnliche Resultate hat Masson[2]) erhalten, als er durch den Inductionsstrom des Ruhmkorff'schen Apparates einen Condensator von 9 bis 26 qdcm Oberfläche lud und durch eine auf eine Glasplatte geklebte flache Drahtspirale entlud. Der letzteren war eine eben solche Spirale gegenüber gestellt, in der bei jeder Entladung des Condensators ein doppelt gerichteter Inductionsstrom inducirt wurde, welcher das Phä-

---

[1]) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 29, 501, 1850. — [2]) Masson, ibid. [3] 52, 418, 1858.

nomen der doppelsinnigen Ablenkung der Galvanometernadel, die gleichzeitige Abscheidung der beiden Gase an den Elektroden des Voltameters u. s. f. zeigte, von dem bei Unterbrechung seiner Schliessung durch ein Funkenmikrometer aber nur der dem inducirenden Strom gleichgerichtete Strom zwischen den Kugeln desselben überging. Die Ströme dritter und vierter Ordnung sind ebenfalls doppelsinnig, indess sind ihre durch das Funkenmikrometer hindurchgehenden Theile der Richtung des nächst niederen Stromes entgegen gesetzt.

70 Leitet man die Ströme in der primären inducirenden Spirale, sowie die tertiären Ströme, durch einen Disjunctor zum Galvanometer, so dass darin nur die beim Oeffnen der primären Spirale inducirten Ströme circuliren können, während die die secundären Ströme leitende Spirale in sich geschlossen ist, so zeigt der einseitige Ausschlag der Nadel nur eine dem inducirenden Strome entgegen gerichtete, negative Reihe von Inductionsströmen an, da wohl der Uebergang der positiven Inductionsströme grossentheils wegen ihrer geringeren Dichtigkeit an den Federn des Disjunctors gehemmt wird. Fängt man nur die beim Schliessen der primären Spirale inducirten tertiären Ströme auf, so zeigt das Galvanometer eine überwiegende Wirkung der positiven Inductionsströme an[1]).

71 Man hat auch versucht, die Richtung der inducirten Ströme höherer Ordnung in der Weise zu bestimmen, dass man sie durch einen sogenannten Indicator leitete. Derselbe besteht aus einer Drahtspirale, in welche man Stahlnadeln einlegt. Die Richtung der Magnetisirung der letzteren durch die durch die Spirale geleiteten Inductionsströme, welche man durch Annähern der Nadel an die Pole einer Magnetnadel bestimmen kann, sollte die Richtung der magnetisirenden Inductionsströme angeben.

Wird die Richtung des inducirenden Stromes mit + bezeichnet, so ergab sich in dieser Weise die scheinbare Richtung der Ströme höherer Ordnung wie folgt:

	beim Oeffnen des primären Stromes	beim Schliessen des primären Stromes
Die Richtung des inducirenden Stromes . . .	+	+
Inducirter Strom erster Ordnung	+	−
„ „ zweiter Ordnung	−	+
„ „ dritter Ordnung.	+	−
„ „ vierter Ordnung.	−	+
„ „ fünfter Ordnung	+	−

1) Abria, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 7, 487, 1843.

Hiernach wechselt also scheinbar die Richtung der Inductionsströme höherer Ordnung[1]).

Nach Abria[2]) würde, wenn man eine Reihe von Spiralen nach einander zur Erzeugung von Strömen höherer Ordnung benutzt und nun das Verhältniss der Inductionsströme zweier auf einander folgender Ordnungen durch Magnetisirung von Stahlnadeln vergleicht, dasselbe nahezu constant bleiben zwischen den Strömen zweiter und erster oder dritter und zweiter Ordnung.

72 Diese Versuche geben indess keine sicheren Resultate. Wenn jeder Inductionsstrom höherer Ordnung aus zwei ganz gleichen und gleich verlaufenden, einander entgegengesetzten, beim Entstehen und Vergehen des nächst niederen Stromes inducirten Strömen bestände, so würde eine Stahlnadel, welche der Wirkung beider Partialströme nach einander ausgesetzt wäre, im Sinne des zuletzt wirkenden Stromes magnetisirt erscheinen, da zum Umkehren ihres, durch den ersten Partialstrom erzeugten Magnetismus ein schwächerer Gegenstrom erforderlich ist, als zum Magnetisiren (vergl. Bd. III, §. 612). — Ausserdem kann aber bei gleicher Gesammtintensität die Zeitdauer der beiden Inductionsströme, aus denen die Ströme höherer Ordnung bestehen, sehr verschieden sein, indem der nächst niedere Strom mit einer anderen Geschwindigkeit entstehen kann, als die ist, mit der er verschwindet. Dann ist schon von vornherein die magnetische Wirkung der Partialströme verschieden, indem der Strom, welcher bei gleicher Gesammtintensität kürzere Zeit dauert, also in einer gegebenen Zeit eine grössere Intensität besitzt, die Stahlnadeln stärker magnetisirt.

Hiernach liefern die Versuche über die Magnetisirung von Stahlnadeln durch die Inductionsströme höherer Ordnung durchaus keinen Anhaltspunkt für die Bestimmung ihrer Richtung.

V. Mathematische Theorie der in linearen Leitern inducirten Ströme.

73 Im Vorhergehenden haben wir die einfachsten Sätze über die Induction abgeleitet, soweit sie sich aus den Experimenten ergaben.

Für eine genauere Kenntniss sind die Erscheinungen auf allgemeine Gesetze zurückzuführen.

Theorie von F. Neumann. Dies ist zuerst von F. E. Neumann[3]) geschehen, indem er die Stromwirkungen auf die Wirkung ihrer Elemente zurückführte. Die von ihm entwickelten Sätze ergeben sich

---

[1]) Henry, l. c. — [2]) Abria, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 3, 59, 1841. — [3]) F. E. Neumann, Abhand. d. Berliner Akademie 1845, 1 u. 1847, 1.

auch direct, wie Helmholtz[1]) gezeigt hat, aus dem Princip der Erhaltung der Energie. Wegen ihrer fundamentalen Bedeutung wollen wir die leitenden Gesichtspunkte der Theorie von Neumann hier voranstellen, welche keine besondere Hypothese über die Wirkung der in den Strömen bewegten Elektricitäten selbst in sich schliesst, sondern sich wesentlich nur auf die Erfahrungsresultate stützt.

F. Neumann[2]) geht wesentlich von den §§. 28 u. flgde. angegebenen Resultaten aus, zu denen das Lenz'sche Gesetz hinzukommt. Wird ein vom Strom durchflossener Leiter A in der Nähe eines zweiten Leiters B mit der Geschwindigkeit v bewegt, so wirkt nach diesem Gesetz der in B inducirte Strom auf A so, dass er ihm einen, seiner Bewegung entgegengesetzten Antrieb ertheilt. Wird dieser Antrieb, welchen jedes Element ds des inducirten Leiters B auf jedes Element $d\sigma$ des inducirenden A ausübt, während durch ersteren ein Strom von der Intensität Eins fliesst, nach der Bewegungsrichtung des Elementes $d\sigma$ zerlegt und der erhaltene Werth gleich $\gamma . ds . d\sigma$ gesetzt, so ist die einfachste Annahme, dass die in jedem Element ds des Leiters B inducirte elektromotorische Kraft 74

$$E\, ds = -\, \varepsilon v \gamma ds d\sigma$$

ist. In diesem Ausdruck ist nach den Versuchen von Lenz, Faraday, Felici u. A. (wenn wir die secundären Erscheinungen bei den magnetischen Metallen ausnehmen) ε eine von dem Stoff und dem Querschnitt des inducirten Leiters unabhängige Constante, die Inductionsconstante, deren Werth mit der von Beginn der Wirkung der inducirenden Kraft an verlaufenden Zeit sehr schnell abnimmt, so dass man wenigstens in linearen Leitern die Induction als momentan betrachten kann. Die elektrodynamische Wirkung γ ist in dem Bd. III, §. 26 erwähnten elektrodynamischen Maass gemessen, nach welchem zwei parallele, auf ihrer Verbindungslinie senkrechte Elemente in der Einheit der Entfernung sich mit der Kraft Eins anziehen, wenn durch beide gleichgerichtete Ströme von der Intensität Eins fliessen.

Bezeichnet $\Gamma d\sigma$ die über alle Elemente ds des inducirten Stromkreises ausgedehnte, auf ein Element $d\sigma$ des inducirenden Stromes ausgeübte und nach der Bewegungsrichtung von $d\sigma$ zerlegte elektrodynamische Gegenwirkung, welche aufträte, wenn ein Strom von der Intensität Eins durch den inducirten Stromkreis flösse, so hat der in dem Zeitelement dt in dem ganzen inducirten Kreise erzeugte Strom nach dem Ohm'schen Gesetz die Intensität 75

$$D = -\, \varepsilon \lambda dt \Sigma v \Gamma d\sigma \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

wo das Zeichen Σ die Summation über alle Elemente $d\sigma$ des inducirenden

[1]) Helmholtz, Die Erhaltung der Kraft S. 67, Berlin 1847. — [2]) Wir behalten möglichst die Bezeichnungen von F. Neumann bei.

Stromkreises andeutet und λ die Leitfähigkeit des Schliessungskreises des inducirten Stromes bezeichnet. Eigentlich gilt das Ohm'sche Gesetz nur für einen stationären Zustand der elektrischen Strömung, welcher in der That in dem vorliegenden Falle nicht stattfindet, da D sich mit der Zeit ändert. F. Neumann hat indess gezeigt, dass wenn diese Aenderung mit einer Geschwindigkeit vor sich geht, welche im Verhältniss zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität klein ist, der obige Satz auch dann noch zur Geltung kommen kann.

Bewegt sich der inducirende Leiter von der Zeit t_0 bis zur Zeit t_1, so ist die gesammte Intensität des in dieser Zeit inducirten Stromes

$$I = -\varepsilon\lambda\int_{t_0}^{t_1} dt\,\Sigma v\Gamma d\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Ist der in dem Zeitelement dt zurückgelegte Weg dw, sind die Stellen, in denen sich der inducirende Leiter zu den Zeiten t_0 und t_1 befindet, w_0 und w_1, so ist die Geschwindigkeit $v = dw/dt$ und die Ausdrücke 1 und 2 ändern sich um in

$$D = -\varepsilon\lambda\Sigma\Gamma dw d\sigma; \qquad I = -\varepsilon\lambda\int_{w_0}^{w_1}\Sigma\Gamma dw d\sigma \quad . \quad . \quad (3)$$

Sind die Componenten der elektrodynamischen Wirkung des von dem Strom Eins durchflossenen inducirten Leiters B auf das von dem Strom durchflossene Element $d\sigma$ bezw. X, Y, Z; sind die Projectionen von dw auf die Coordinaten gleich $d\xi$, $d\eta$, $d\zeta$, so ist auch:

$$D = -\varepsilon\lambda\Sigma\,(Xd\xi + Yd\eta + Zd\zeta)\,d\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$I = -\varepsilon\lambda\int_{w_0}^{w_1}\Sigma\,(Xd\xi + Yd\eta + Zd\zeta)\,d\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Den Ausdruck D bezeichnet F. Neumann mit dem Namen Differentialstrom, den Ausdruck I als Integralstrom. — Beide Ströme sind von der Geschwindigkeit der Bewegung des inducirenden Leiters unabhängig und nur von der Lage und Länge des von ihm durchlaufenen Weges bedingt.

76 Leiten wir einen ebenso starken inducirenden Strom wie vorher durch A, so jetzt durch den inducirten Drahtkreis B, und bewegen denselben gegen Leiter A, in welchem nunmehr kein Strom fliesst, genau in gleicher Weise hin, wie vorher A gegen B, so ist, wenn beide Leiter in sich geschlossen sind, die jetzt in A inducirte elektromotorische Kraft die gleiche, wie die vorher in B inducirte, da die elektrodynamische Gegenwirkung und ebenso die inducirende Kraft zwischen je zwei Elementen ds und $d\sigma$ dieselbe bleibt, wie vorher. Die Intensitäten der in beiden Fällen inducirten Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände von A und B.

Ebenso ist es gleichgültig, ob der vom Strome durchflossene Leiter A gegen den nicht vom Strom durchflossenen Leiter B, oder ob B in entgegengesetzter Richtung bewegt wird, und A ruht. Denn denken wir während der Bewegung von A gegen B den Raum bewegt, welcher beide Leiter enthält, so kann hierdurch keine Inductionswirkung zwischen ihnen entstehen. Wird diese letztere Bewegung so angeordnet, dass dadurch A absolut in Ruhe bleibt, so bleibt nur noch die der früheren Bewegung von A entgegengesetzte Bewegung von B übrig, welche jene Bewegung von A völlig in ihrer Wirkung ersetzt. — Für nicht geschlossene Leiter gelten diese Sätze nur unter gewissen Beschränkungen, wenn der ganze Kreis des inducirten Stromes dabei seine Länge nicht ändert.

Für die Induction eines Stromes in einem geschlossenen Stromkreise durch die Bewegung eines Magnetpoles kann man immer den Magnetpol ruhend denken und dem Leiter die entgegengesetzte Bewegung ertheilen und umgekehrt. Man kann dann den Magnetpol durch ein Solenoid ersetzen, dessen eines Ende in der Unendlichkeit liegt, dessen anderes mit dem Magnetpol zusammenfällt. 77

Die elektrodynamische Wirkung eines solchen Solenoids auf ein Stromelement ist nur abhängig von der Lage seines Endes. Seine Wirkung auf einen geschlossenen Leiter ist nur eine anziehende oder abstossende; dagegen kann sie keine Rotation des geschlossenen Leiters verursachen.

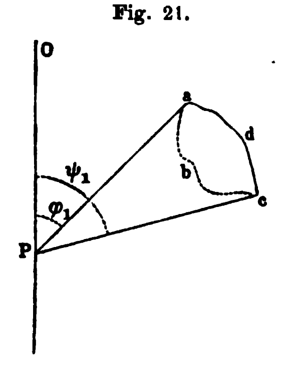
Hat daher der in sich geschlossene Leiter um den Magnet- oder Solenoidpol nur eine rotatorische Bewegung, so kann in ihm kein inducirter Strom entstehen. — Ist das Solenoid begrenzt, oder hat der Magnet zwei Pole, so entsteht ebenso kein inducirter Strom in dem geschlossenen Leiter, wenn er um eine, durch beide Pole gelegte Drehungsaxe rotirt.

Hat dagegen der geschlossene Leiter eine fortschreitende Bewegung, bei welcher alle seine Elemente sich selbst parallel bleiben, so wird in ihm ein Strom inducirt, der durch die oben gegebenen Formeln dargestellt wird, wenn man in ihnen $\Gamma ds d\sigma$ durch die elektromagnetischen Kräfte ersetzt, welche von dem Magnetpol auf alle einzelnen Elemente des geschlossenen Leiters ausgeübt werden, während durch den Leiter ein Strom von der Intensität Eins fliesst. — Sind also die Coordinaten des Poles ξ, η, ζ, seine relativen Verschiebungen gegen den Leiter $d\xi$, $d\eta$, $d\zeta$, ist sein Magnetismus μ; sind die von ihm auf jedes, vom Strom Eins durchflossene Element des geschlossenen Leiters ausgeübten elektromagnetischen Wirkungen $X\mu$, $Y\mu$, $Z\mu$, so erhalten wir den in dem geschlossenen Leiter inducirten Integralstrom bei der Bewegung des Poles auf dem Wege $w_0 w_1$:

$$I = -\varepsilon\mu\lambda\int_{w_0}^{w_1}\Sigma\,(X d\xi + Y d\eta + Z d\zeta)\,d\sigma \quad . \; . \; . \quad (1)$$

78 Bei einem nicht in sich geschlossenen bewegten Leiterstück gestalten sich die Verhältnisse anders. Ist z. B. *adc*, Fig. 21, ein solches Leiterstück, so wird darauf durch den benachbarten Pol P eines Solenoids oder Magnetes sowohl ein translatorischer, als auch in Bezug auf P als Drehungsmittelpunkt ein rotatorischer Bewegungsantrieb ausgeübt, wenn man durch dasselbe einen Strom leitet.

Fig. 21.



Durch beide Bewegungen vor dem ruhenden Pol wird also in *adc* ein Strom inducirt. Der durch die translatorische Bewegung inducirte Strom berechnet sich nach den oben gegebenen Formeln; der durch die rotatorische Bewegung inducirte ist nur von der Lage der Endpunkte a und c des bewegten Leiterstückes abhängig. Denken wir uns durch *adc* einen Strom von der Intensität Eins geleitet, und nennen die Winkel, welche die Linien Pa und Pc mit der durch P gelegten Drehungsaxe OP machen, φ_1 und ψ_1, so ist nach Bd. III, §. 166 der von P ausgehende, auf *adc* ausgeübte, elektromagnetische rotatorische Antrieb, wenn der Magnetismus des Poles μ ist:

$$\mu (\cos \varphi_1 - \cos \psi_1).$$

Wird daher das Leiterstück *adc* um den Pol P um einen kleinen Winkel $d\varrho$ gedreht, so ist der in demselben inducirte Differentialstrom:

$$D = -\varepsilon \mu \lambda (\cos \varphi_1 - \cos \psi_1)\, d\varrho.$$

Sind die Winkel, welche die Drehungsaxe mit den Coordinatenaxen macht, gleich λ, μ, ν, sind die Coordinaten des Poles ξ, η, ζ, die eines Elementes des Leiters *adc* gleich xyz, ist der Abstand des Poles vom Elemente gleich ϱ, so ist auch:

$$D = -\varepsilon \mu \lambda \left(\left[\cos \lambda \frac{x - \xi}{\varrho} \right]_a^c + \left[\cos \mu \frac{y - \eta}{\varrho} \right]_a^c + \left[\cos \nu \frac{z - \zeta}{\varrho} \right]_a^c \right).$$

Die eckigen Klammern deuten an, dass die in ihnen befindlichen Ausdrücke die Differenzen der Werthe sind, welche sie annehmen, wenn man in ihnen für x, y, z und ϱ die für die beiden Endpunkte a und c des Leiters gültigen Werthe einsetzt.

Ist statt eines einzelnen Poles P ein Magnet mit zwei Polen P und Q gegeben, um dessen Axe sich der Leiter *adc* dreht, und sind die Winkel zwischen der Axe und den nach a und c von P und Q gezogenen Linien bezw. φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2, so wird der bei der Drehung des Leiters um den Winkel $d\varrho$ inducirte Diffentialstrom:

$$D = -\varepsilon \mu \lambda [(\cos \varphi_1 - \cos \psi_1) - (\cos \varphi_2 - \cos \psi_2)]\, d\varrho.$$

79 Bei der Induction von Strömen in einem nicht in sich geschlossenen Leiter durch einen Solenoid- oder Magnetpol kann man nicht ohne Weiteres für die Bewegung jenes Leiters die entgegengesetzte Bewegung des Poles substituiren. Denn sind z. B. die Enden des beweglichen Leiterstückes adc durch den ruhenden Schliessungsdraht abc verbunden, in welchem sich der in adc inducirte Strom ausgleicht, so würde, wenn man den Pol an Stelle des Leiterstückes adc bewegte, auch in abc ein Strom inducirt. Soll dies nicht stattfinden, so muss der ruhende Theil abc mit dem Pol fest verbunden sein, so dass er bei der Bewegung des letzteren seine relative Lage gegen ihn beibehält. Nur in diesem speciellen Fall ist die Vertauschung der Bewegungen gestattet. — Dasselbe gilt, wenn die Induction, statt durch einen Magnetpol, durch einen in sich geschlossenen Stromkreis bewirkt wird.

Wird in dem soeben betrachteten Falle an Stelle des ungeschlossenen Leiters der Magnetpol bewegt, so wird sowohl durch die rotatorische, als auch durch die translatorische Bewegung desselben in Bezug auf den Leiter in letzterem ein Strom inducirt. Denkt man sich hierbei durch den Pol eine feste Linie gezogen, welche sich bei seiner rotatorischen Bewegung um den Leiter sich selbst parallel im Raume verschiebt, so nimmt der Pol bei seiner Bewegung um diese feste Linie eine Drehung an. Er inducirt also auch, wenn wir diese feste Linie als Drehungsaxe ansehen, bei der Drehung des Poles um sich selbst in dem ruhenden ungeschlossenen Leiter einen Strom. (Vergl. indess w. u.)

80 Nach Bd. III, §. 242 lassen sich die Componenten XYZ der Wirkung eines geschlossenen Stromes S von der Intensität Eins auf einen Magnetpol P von dem magnetischen Fluidum Eins (welcher also dem Ende eines einseitig unendlich verlängerten Solenoides entspricht, dessen Elementarströme den Flächenraum Eins und die Intensität Eins haben), als die partiellen Differentialquotienten des Potentials des ersteren in Bezug auf den letzteren darstellen. Diese Potentialfunction V ist gegeben durch Oeffnung eines Kegels, dessen Spitze in P liegt und dessen Basis die Peripherie des Stromes S ist.

Sind die Coordinaten von P gleich ξ, η, ζ, so ist:

$$X = \frac{dV}{d\xi}, \quad Y = \frac{dV}{d\eta}, \quad Z = \frac{dV}{d\zeta}.$$

Führen wir diese Werthe in die Gleichung 1 (§. 77) für den durch die Bewegung des Poles in dem geschlossenen Leiter inducirten Integralstrom ein, so erhalten wir:

$$I = -\varepsilon\mu\lambda \int_{w_0}^{w_1} \left\{\frac{dV}{d\xi}\,d\xi + \frac{dV}{d\eta}\,d\eta + \frac{dV}{d\zeta}\,d\zeta\right\}.$$

Der unter dem Integralzeichen stehende Ausdruck ist ein vollständiges Differential. Bezeichnen wir seine Werthe für den Anfangs-

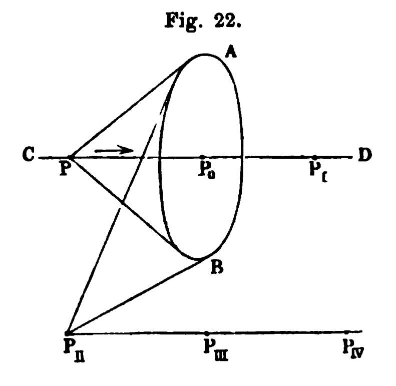
und Endpunkt des Weges des Poles mit V_0 und V_1, so ist:

$$I = -\varepsilon\mu\lambda\,(V_1 - V_0).$$

Die in dem geschlossenen Leiter durch Bewegung des Magnetpoles inducirte elektromotorische Kraft ist also proportional dem Magnetismus des Poles und der Differenz der Potentiale des letzteren in Bezug auf den ersteren am Anfang und am Ende der Bewegung.

81 Die Oeffnung des Kegels, dessen Spitze der Magnetpol, dessen Basis der geschlossene Strom ist, und welche vor und nach der Bewegung des ersteren die betreffenden Potentiale V_0 und V_1 darstellt, muss so bestimmt werden, dass unter Beibehaltung der gleichen Bewegungsrichtung des Poles auch eine entsprechende Aenderung der Kegelöffnung beobachtet wird. Nehmen wir der Einfachheit halber den geschlossenen Strom AB, Fig. 22, als eben an, und schreitet der Pol P auf der auf AB senkrechten Linie CD von P gegen einen innerhalb AB gelegenen Punkt P_0 vor, so wächst allmählich die Oeffnung des Kegels APB bis zu 2π, und diese Zunahme dauert fort, wenn P durch die Ebene von AB hindurchgeht bis zu einem Punkte P_1, welcher die entsprechende Lage wie vorher P hat. In diesem Punkt hat der Kegel eine durch den Werth $4\pi - APB$ dargestellte Oeffnung.

Fig. 22.



Schreitet dagegen der Pol auf einer die Ebene AB ausserhalb des Stromkreises schneidenden Linie von P_{II} aus fort, so nimmt im Gegentheil die Kegelöffnung $AP_{II}B$ bis Null ab, wenn der Pol bis zu dem in der Ebene AB liegenden Punkt P_{III} gelangt, und wird negativ, bis sie in dem Punkt P_{IV}, welcher die dem Punkte P_{II} entsprechende Lage auf der anderen Seite der Stromebene besitzt, den Werth $-AP_{II}B$ hat. Kehrt dann der Punkt ausserhalb AB nach P_{II} zurück, so wechselt die Kegelöffnung wieder das Zeichen und wird wiederum $AP_{II}B$. Schreitet daher der Pol ausserhalb AB von P zu einem Punkt auf der anderen Seite von AB fort und kehrt dann auch ausserhalb AB nach P zurück, so ist das Potential V_0 und V_1 am Anfang und Ende der Bewegung dasselbe, und die Intensität des gesammten, bei dieser Bewegung inducirten Stromes gleich Null.

Geht dagegen der Pol durch das Innere von AB von P aus zu einem Punkt auf der anderen Seite und kehrt nun ausserhalb AB nach P zurück, so erhält das Potential, dessen Werth am Anfang der Bewegung $APB = V_0$ war, am Ende desselben den Werth:

$$V_1 = V_0 - 4\pi.$$

Der Inductionsstrom ist in diesem Falle:

$$I = -4\,\varepsilon\mu\lambda\pi.$$

Geht auf diese Weise der Pol $p$mal von der positiven zur negativen, $n$mal von der negativen zur positiven Seite durch das Innere des geschlossenen Stromes hinüber, so ist der Inductionsstrom:

$$I = -4\,(n - p)\,\varepsilon\mu\lambda\pi.$$

Beschreibt also ein Magnetpol eine geschlossene Curve vor einem geschlossenen Stromkreise, so kann dadurch ein Integralstrom nur inducirt werden, wenn der Pol bei seiner Bewegung wenigstens einmal durch den inneren Raum des Stromkreises hindurchgeht, nicht aber, wenn er nur ausserhalb desselben eine geschlossene Bahn durchläuft.

Es ist von vornherein klar, dass die elektromotorische Kraft der Induction nur von der Aenderung des Potentials V selbst abhängt, nicht aber von der Ursache dieser Aenderung. Wenn daher letztere durch ein anderes Mittel, als durch die Bewegung des Magnetpoles, oder, was dasselbe ist, durch die entgegengesetzte Bewegung des geschlossenen Leiters hervorgebracht wird, so ist die Induction die gleiche, wie vorher. — Bleibt der Magnetpol in Ruhe, ändert sich aber sein Magnetismus, so entspricht auch hier die inducirende Wirkung auf den geschlossenen Leiter der Differenz der Potentiale des Magnets in Bezug auf den Leiter vor und nach der Aenderung. Entsteht plötzlich in der Nähe des Leiters ein Magnetpol, so ist die Aenderung des Potentials dieselbe, wie wenn der Magnetpol aus unendlicher Entfernung mit gleichbleibender Magnetisirung bis zu der betreffenden Stelle gegen den Leiter hinbewegt worden wäre. 82

Ist nicht ein einzelner Magnetpol gegeben, sondern ein ganzer Magnet, so kann man seine Wirkung nach aussen darstellen, indem man sich auf seiner Oberfläche nördliches und südliches magnetisches Fluidum nach gewissen Gesetzen angeordnet denkt. Dann gelten die oben entwickelten Gesetze auch für einen solchen Magnet. Ist $d\omega$ ein Element der Oberfläche desselben, $\mu d\omega$ das ihm zukommende Fluidum, so wird die Intensität des durch ihn in dem geschlossenen Leiter inducirten Stromes:

$$I = -\,\varepsilon\lambda\Sigma\mu\,(V_1 - V_0)\,d\omega.$$

Den Werth $\Sigma\mu V d\omega$ bezeichnet Neumann mit dem Namen „Potential des Leiters in Bezug auf den Magnet oder des Magnetes in Bezug auf den Leiter".

Wird auch hier die Induction nur durch eine Aenderung des Magnetismus des ruhenden Magnetes erzeugt, dessen Oberflächenelement vor und nach derselben die freien Magnetismen $\mu d\omega$ und $\mu_1 d\omega$ enthält, so wird:

$$I = -\,\varepsilon\lambda\Sigma\,(\mu_1 - \mu)\,V_0\,d\omega.$$

83 Mit Hülfe der eben entwickelten Ausdrücke können wir auch den mathematischen Ausdruck für die Induction eines Stromes in einem geschlossenen Leiter B durch die Annäherung eines geschlossenen Stromes A von der Intensität i berechnen. Zerlegen wir den letzteren in eine Anzahl kleiner Molecularströme vom Flächenraum $d\omega$, so kann jeder derselben durch einen kleinen, auf ihm normalen Magnet vom Moment $\frac{1}{2} i\, d\omega$ ersetzt werden (Bd. III, §. 155). Es sei die Länge dieser kleinen Magnete δq, wo q das vom Coordinatenanfangspunkt auf die Ebene der kleinen Ströme gefällte Loth q bezeichnet, dann ist das an den Polen der Magnete angehäufte Fluidum $\pm \frac{1}{2} i\, d\omega / \delta q$. Ist das Potential des einen Poles dieses Magnetes in Bezug auf den inducirten Stromkreis, welcher vom Strom Eins durchflossen gedacht wird, gleich $\frac{1}{2} i V d\omega / \delta q$, so wird, wenn man V als Function des Lothes q betrachtet, das Potential des zweiten Poles in Bezug auf den inducirten Kreis:

$$\frac{1}{2}\, i \,\frac{d\omega}{\delta q}\left(V + \frac{dV}{dq}\,\delta q\right).$$

Bei der Bewegung des geschlossenen Leiters entspricht die inducirende Wirkung beider Pole der Differenz dieser Potentiale. So erhalten wir bei der Summation für alle Elemente $d\omega$ den Integralstrom:

$$I = \frac{1}{2}\,\varepsilon i \lambda \sum d\omega\, \frac{dV}{dq}.$$

Die Grösse $\frac{1}{2} i \Sigma\, d\omega\, dV/dq$ bezeichnet man als das **Potential des geschlossenen Leiters auf den galvanischen Strom**, wobei beide Leiter von Strömen von der Intensität Eins und i durchflossen gedacht werden.

84 Die in einem geschlossenen Leiter durch die Bewegung eines geschlossenen Stromes oder umgekehrt inducirte elektromotorische Kraft ist also proportional der Differenz der Potentiale beider auf einander am Anfang und am Ende der Bewegung. Der Weg selbst, auf dem diese Bewegung vor sich geht, ist wiederum gleichgültig, da es nur auf die Anfangs- und Endlage der beiden Leiter gegen einander ankommt.

Mit Hülfe derselben Betrachtungen, welche wir oben bei der Induction eines Stromes in einem geschlossenen Leiter durch einen Magnet angestellt haben, ersehen wir, dass die in einem ruhenden geschlossenen Leiter durch das plötzliche Entstehen eines galvanischen Stromes in einem benachbarten ruhenden Leiter inducirte elektromotorische Kraft ebenso gross ist, wie wenn der inducirende Leiter bei constantem Durchleiten des Stromes aus unendlicher Entfernung dem inducirten Leiter genähert worden wäre. Wir setzen dabei immer voraus, dass sich der inducirende Strom nicht momentan, sondern mit einer im Verhältniss zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität geringen Geschwindigkeit herstellt.

Nach diesen Resultaten lässt sich auch die Intensität der Extraströme berechnen. Bezeichnet I die Intensität des primären Stromes, und ändert sie sich in der Zeit dt und dI, ist das Potential der inducirenden Spirale auf sich selbst, d. h. die Summe der Potentiale jeder ihrer Windungen auf jede Windung gleich L, so ist die in der Zeit dt inducirte elektromotorische Kraft des Extrastromes $\varepsilon L . dI/dt$. Entsteht oder vergeht der inducirende Strom vollständig, so ist die gesammte elektromotorische Kraft des dabei inducirten Extrastromes gleich $\mp \varepsilon LI$, wo das negative Vorzeichen für den Schliessungs-, das positive für den Oeffnungsextrastrom gilt. — Aus den gegebenen Ausdrücken lässt sich bei bekanntem Widerstand des Schliessungskreises des Extrastromes seine Intensität in jedem Moment seines Verlaufes berechnen (vergl. weiter unten). 85

Eine genauere Untersuchung der Induction von Strömen in geschlossenen Leitern durch geschlossene und vom Strom durchflossene Leiter giebt auch über die Inductionserscheinungen Aufschluss, wenn sich die Gestalt der letzteren in irgend einer Art ändert. Dies ergeben die folgenden Rechnungen: 86

Ein einzelnes Element ds des inducirten Leiters lege in der Richtung o in der Zeit dt den Weg do zurück. Die elektrodynamische Wirkung des Elementes $d\sigma$ des inducirenden Leiters auf ds, wenn durch beide ein Strom Eins fliesst und sie sich im Abstand r von einander befinden, ist in der Richtung ihrer Verbindungslinie (Bd. III, §. 29):

$$\frac{ds d\sigma}{r^2}\left(r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{d\sigma}\right).$$

Um die Wirkung in der Richtung der Bewegung o zu erhalten, ist dieser Ausdruck noch mit dr/do zu multipliciren. Da die Geschwindigkeit der Bewegung do/dt ist, so beträgt nach dem Lenz'schen Satz der Integralstrom, welcher in dem Leiter s inducirt wird:

$$I = -\varepsilon \int dt \lambda i S \sum \frac{ds d\sigma}{r^2}\left\{r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{d\sigma}\right\}\frac{dr}{do}\cdot\frac{do}{dt}$$

$$= \int dt \lambda i \frac{dE}{dt} \quad \dots \quad (1)$$

wo S und Σ die Integrationen nach ds und $d\sigma$ anzeigen und:

$$E = -\varepsilon \int S \sum dt \frac{ds d\sigma}{r^2}\left\{r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{d\sigma}\right\}\frac{dr}{do}\frac{do}{dt} \quad \dots \quad (2)$$

$$= -\varepsilon \int S \sum do \frac{ds d\sigma}{r^2}\left\{r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{d\sigma}\right\}\frac{dr}{do} \quad \dots \quad (3)$$

ist. Der Werth E stellt die elektromotorische Kraft dar, welche durch den vom Strom Eins durchflossenen inducirenden Leiter in der Zeit dt in dem inducirten Leiter inducirt wird. — Sind λ und i constant, so wird $I = \lambda i E$.

Nach der partiellen Integration des ersten Gliedes rechts nach s wird das Glied des dabei erhaltenen Ausdrucks, welches die Form $\frac{1}{r}\frac{dr}{d\sigma}\frac{d^2r}{do\,ds}$ hat, partiell nach o und nach dieser Integration das in dem Integral erhaltene Glied $\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{d^2r}{do\,d\sigma}$ partiell nach σ integrirt. Man erhält dann einen Ausdruck von vier Gliedern, dessen letztes Glied dem negativen Werth von E in Gleichung (2) gleich ist. Addirt man zu demselben den Werth E, so erhält man:

$$E = -\frac{1}{2}\,\varepsilon\int\Sigma\,do\,d\sigma\left[\frac{1}{r}\frac{dr}{do}\frac{dr}{d\sigma}\right]_{s_1}^{s_2} + \frac{1}{2}\,\varepsilon\Sigma S\,d\sigma\,ds\left[\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{d\sigma}\right]_{o_1}^{o_2}$$

$$-\frac{1}{2}\,\varepsilon\int S\,do\,ds\left[\frac{1}{r}\frac{dr}{do}\frac{dr}{ds}\right]_{\sigma_1}^{\sigma_2}.$$

Die an den Klammern stehenden Werthe bezeichnen die Grenzen der Integrationen. Da aber der inducirende Leiter eine geschlossene Bahn haben muss, so muss $\sigma_1 = \sigma_2$ sein und das letzte Integral fällt fort.

Der so erhaltene Ausdruck zeigt, dass die inducirte elektromotorische Kraft unabhängig ist von den Wegen der einzelnen Elemente des bewegten Leiters, also von den Aenderungen seiner Gestalt während der Bewegung, und nur abhängig von den Bahnen, welche seine Endpunkte beschreiben, und den Formen, welche er am Anfang und am Ende seiner Bewegung annimmt. Ist die Peripherie des durch jene beiden Formen und Bahnen begrenzten Viereckes $\doteq p$, so wird die Summe der beiden ersten Integrale, also

$$E = \frac{1}{2}\,\varepsilon S\Sigma\,\frac{d\sigma\,dp}{r}\,\frac{dr}{d\sigma}\,\frac{dr}{dp}.$$

Setzt man $\frac{1}{r}\frac{dr}{dp} = \frac{1}{2r^2}\frac{d(r^2)}{dp}$ und integrirt partiell nach σ, so fällt das erste Glied des Integrales fort, da σ eine geschlossene Curve bildet, und es bleibt:

$$E = \frac{1}{4}\,\varepsilon S\Sigma\,\frac{1}{r}\,\frac{d^2(r^2)}{d\sigma\,dp}\,d\sigma\,dp.$$

Differenzirt man den Ausdruck:

$$r^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2,$$

wo x, y, z die Coordinaten von dp und ξ, η, ζ die von $d\sigma$ sind, nach σ und p, so ergiebt sich:

$$\frac{d^2(r^2)}{d\sigma\,dp} = -2\,\frac{dx\,d\xi + dy\,d\eta + dz\,d\zeta}{d\sigma\,dp} = -2\cos(d\sigma, dp),$$

wo $(d\sigma, dp)$ den Winkel zwischen den beiden Elementen $d\sigma$ und dp bezeichnet. Dann ist:

$$E = -\frac{1}{2}\,\varepsilon S\Sigma\,\frac{d\sigma dp}{r}\cos(d\sigma, dp).$$

Der Werth $-\frac{1}{2}\,S\Sigma\frac{d\sigma dp}{r}\cos(ds, dp)$ stellt aber das Potential zweier geschlossener Stromkreise auf einander dar, deren Elemente $d\sigma$ und dp sind, und durch welche Ströme von der Intensität Eins fliessen (vergl. Bd. III, §. 36).

Die in einem bewegten Leiter durch einen geschlossenen Strom Eins inducirte elektromotorische Kraft E ist also gleich dem mit der Constanten ε multiplicirten Potential desselben auf den Umfang des von dem bewegten Leiter in seiner Anfangs- und Endlage und den Bahnen seiner Endpunkte begrenzten Curvenviereckes, wenn letzteres, sowie der geschlossene Leiter, von einem Strom von der Intensität Eins durchflossen gedacht wird.

Dasselbe Gesetz ergiebt sich auch, wenn die Induction nicht durch einen geschlossenen Strom, sondern durch einen Magnet hervorgerufen wäre.

87 Da die Bahn des inducirten Stromes immer geschlossen sein muss, so ist, wenn nur ein Theil desselben bewegt wird, diese Bewegung nur möglich, wenn die Bahnen seiner Endpunkte in den ruhenden Theil des inducirten Kreises fallen, so zunächst, wenn derselbe aus zwei mit dem Galvanometer G, Fig. 23, verbundenen Drähten ab und cd besteht, auf denen sich der Draht ef aus der Lage ef in die Lage $e_1 f_1$ so verschiebt, dass die Länge seines zwischen ab und cd gelegenen Stückes sich nicht ändert.

Fig. 23.

In diesem Fall ist das erwähnte Curvenviereck durch efe_1f_1 dargestellt, und der Werth E ist gleich der mit ε multiplicirten Differenz der Potentiale des geschlossenen Stromkreises auf die ganze Bahncurve des inducirten Kreises in seinem Anfangs- und Endzustande, während beide vom Strom Eins durchflossen gedacht werden.

Werden diese Potentiale mit $P(\sigma_1 s_1)$ und $P(\sigma s)$ bezeichnet, so ist mithin:

$$E = \varepsilon\,[P(\sigma_1 s_1) - P(\sigma s)].$$

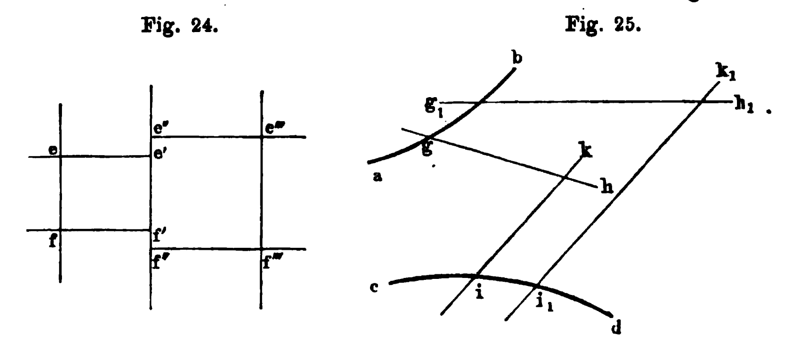
Ist die Intensität des inducirenden Stromes constant gleich i, so ist dieser Ausdruck mit i zu multipliciren, um die inducirte elektromotorische Kraft zu erhalten.

88 Derselbe Ausdruck giebt auch die inducirte elektromotorische Kraft an, wenn bei der Bewegung des Drahtes ef auf den Drähten ab und cd

an den „Gleitstellen“ e und f neue Elemente des bewegten Leiters in den Kreis der inducirten Stromesbahn ein- oder aus derselben austreten, also die Länge des zwischen ab und cd befindlichen Stückes des Leiters ef sich ändert. — Bleibt die Länge ef bis zu einem bestimmten Zeitpunkt seiner Bewegung constant, z. B. bis ef in $e'f'$, Fig. 24, angelangt ist, und ändert sie sich dann um ein Bestimmtes, indem die Leiter ab und cd divergiren, so dass jetzt die Länge des Leiterstückes $e''f''$ ist, in der es sich bis $e'''f'''$ bewegt, so entspricht die in beiden Zeiträumen der Bewegung inducirte elektromotorische Kraft dem Potential des inducirenden Stromes auf die Curvenvierecke $efe'f'$ und $e''f''e'''f'''$, d. i. wie oben der Differenz der Potentiale des inducirenden Stromes auf den inducirten Stromkreis in seinem Anfangs- und Endzustande.

Ganz dasselbe Gesetz gilt auch, wenn der Ein- und Austritt neuer Elemente in die Bahn des inducirten Kreises nicht nur dadurch geschieht,

Fig. 24. Fig. 25.



dass das Leiterstück ef auf den divergirenden Unterlagen fortgleitet, sondern auch, wenn z. B. diese selbst dabei eine Bewegung zu oder von einander haben, oder wenn man auf die Drähte ab und cd (Fig. 25) zwei Drähte gh und ik legt, und beide in die Lagen g_1h_1 und i_1k_1 überführt.

Auch wenn der inducirte Kreis verzweigt ist, gilt dasselbe Gesetz, indem wir ihn in eine Anzahl geschlossener Umgänge zerlegen können, in welchen bei der Bewegung des einen, sie begrenzenden Leiterstückes die Induction in ganz gleicher Weise geschieht, wie in einer einfachen unverzweigten Bahn.

89 Bleibt der Kreis des inducirten Stromes unverändert, während sich ein Theil des inducirenden Stromkreises bewegt, so gelten dieselben Gesetze; ebenso auch, wenn sich Theile beider Kreise bewegen, da es nur auf ihre relative Bewegung ankommt. Nur muss, wenn sich dabei die Länge des inducirenden Kreises ändert, die Intensität des Stromes darin constant erhalten werden. — Bei der Induction durch verzweigte inducirende Kreise muss diese Constanz in allen einzelnen Umgängen derselben bestehen.

Aendert sich die Intensität i des inducirenden Stromes in der Zeit dt um di, während die Elemente der beiden auf einander wirkenden Stromkreise ruhen, so ist die dadurch in der Zeit $t_1 - t_0$ erzeugte elektromotorische Kraft der Induction, wenn $P(s\sigma)$ das Potential der vom Strom Eins durchflossenen Stromkreise bezeichnet, gleich: 90

$$\varepsilon \int_{t_0}^{t_1} dt\, P(s\sigma)\, \frac{di}{dt}.$$

Findet zugleich noch eine Bewegung der Leiterstücke statt, so dass in der Zeit dt das Potential sich um $dP(s\sigma)/dt$ ändert, so ist die hierdurch in der Zeit $t_1 - t_0$ inducirte elektromotorische Kraft:

$$\varepsilon \int_{t_0}^{t_1} dt i\, \frac{dP(s\sigma)}{dt}.$$

Die durch beide Vorgänge gleichzeitig inducirte elektromotorische Kraft ist demnach:

$$F = \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} dt \left\{ P(s\sigma)\, \frac{di}{dt} + i\, \frac{dP(s\sigma)}{dt} \right\} = \varepsilon\, [i_1 P_1(s\sigma) - i_0 P_0(s\sigma)],$$

wo i_1 und i_0, P_1 und P_0 die Werthe der Intensitäten und Potentiale zu den Zeiten t_0 und t_1 angeben, wenn der inducirte und inducirende Leiter vom Strom Eins durchflossen gedacht werden.

Die bei irgend einer Veränderung der Intensität des inducirenden Stromes oder der relativen Lage und Gestalt des inducirenden oder inducirten Stromkreises in letzterem inducirte elektromotorische Kraft ist also ganz allgemein gleich der mit der Constante ε multiplicirten Differenz der Potentiale beider Kreise auf einander in ihrem Anfangs- und ihrem Endzustande, wenn der eine von einem Strom von der jedesmaligen Intensität i_1 und i_0, der andere von einem Strom von der Intensität Eins durchströmt gedacht wird.

Die Constante ε in den Formeln für die Induction kann je nach der Wahl der Einheiten der Constanten in der Ohm'schen Formel verschiedene Werthe annehmen. Es werde ein Drahtkreis, in welchem ein Strom von der in einem beliebigen Maass, z. B. im elektromagnetischen Maass, gemessenen Intensität Eins fliesst, von einem zweiten Drahtkreise, auf den das Potential des ersten Drahtkreises gleich Eins ist, plötzlich bis in die Unendlichkeit entfernt, dann wird die Inductionsconstante gleich Eins. 91

Wir kommen auf diesen Punkt bei der Betrachtung der absoluten Maasse der Constanten des Stromes zurück.

92 Auf einem anderen Wege hat Felici[1]) die Theorie der Inductionsströme entwickelt. Mit Hülfe der §. 34 bis 38 mitgetheilten, besonders hierzu angestellten Versuche gelangt er auf einem ganz ähnlichen Wege, wie Ampère zu seiner Formel in Betreff der elektrodynamischen Wirkung, zu folgendem Ausdruck, welcher die elektromotorische Kraft E angiebt, die in einem Leiterelement ds_1 inducirt wird, während in einem Elemente ds ein Strom von der Intensität Eins entsteht oder verschwindet:

$$e = A\left(\frac{d^2 r}{ds\,ds_1} + K\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1}\right) ds\,ds_1 \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

wo r der Abstand der Elemente, A und K Constante sind. Diese Formel unterscheidet sich von der von Neumann gegebenen, zunächst für geschlossene Leiter gültigen Formel durch die unbekannte Constante K.

Gehören die Elemente ds und ds_1 in sich geschlossenen Stromkreisen an, so fällt bei der Integration das erste Glied fort, und die in dem Inductionskreise erzeugte elektromotorische Kraft ist

$$P = K\int\int\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1}\,ds\,ds_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo der Werth P das Potential beider Stromkreise auf einander ist.

Dieselbe elektromotorische Kraft wäre nach den Versuchen des §. 36 inducirt worden, wenn der inducirende Kreis dem inducirten aus unendlicher Entfernung genähert oder aus seiner Lage in dessen Nähe bis zur unendlichen Entfernung von ihm entfernt worden wäre.

Wird daher der inducirende Leiter aus einer Lage in eine andere gebracht, für welche beide Lagen der Werth P bezw. P_1 und P_2 ist, so ist die inducirte elektromotorische Kraft:

$$E = P_2 - P_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Diese Formel stimmt mit der von Neumann gegebenen vollkommen überein.

93 Die Gesetze der Induction folgen aus dem Princip von der Erhaltung der Energie, wie dies zuerst von Helmholtz gezeigt worden ist.

Wir betrachten indess zuerst die elektrolytischen Verhältnisse nach Koosen[2]).

Durch irgend einen Umstand werde in einem Stromkreise vom Widerstand R, in welchem Anfangs in Folge einer in ihm wirkenden elektromotorischen Kraft E einer galvanischen Kette ein Strom von der Intensität I fliesst, ein dem Strom I entgegengerichteter Strom inducirt, wodurch die Intensität auf den Werth i hinabgedrückt wird. Da sich

---

[1]) Felici, Nuovo Cimento 1, 325; 2, 321, 1855; 3, 198, 1856; 9, 75, 1859; Ann. de Chim. et de Phys. [3] 40, 251, 1854; 51, 378, 1857; 56, 106, 1859. — [2]) Koosen, Pogg. Ann. 91, 436, 1854.

vor der Induction in der Zeiteinheit in der Kette εI Aequivalente Zink lösen, so ist die für die Lösung der Zinkmenge Eins in der Schliessung erzeugte Arbeit gleich $A_0 = I^2 R/\varepsilon I = IR/\varepsilon = E/\varepsilon$. Ist durch die Induction die Stromintensität auf i gesunken, so ist nun die für die Lösung der Zinkmenge Eins erzeugte Arbeit gleich $A_1 = i^2 R/\varepsilon i = iR/\varepsilon$. Sie ist also kleiner als vorher. Da aber die bei der Lösung der gleichen Zinkmenge Eins erzeugte Arbeit immer dieselbe A_0 sein muss, so muss neben der zur Wärmeerzeugung verwendeten Arbeit A_0 noch eine zweite „Nebenarbeit" A_2 auftreten, welche durch die Gleichung $A_1 + A_2 = A_0$ bestimmt, also gleich ist:

$$A_2 = \frac{R}{\varepsilon}(I - i).$$

Während der Auflösung der Zinkmenge εi, d. h. in der Zeiteinheit, wird dann die Nebenarbeit $Ri(I - i)$ gethan.

In diesem Ausdruck ist $e = R(I - i)$ die durch die inducirende Kraft in der Leitung erzeugte elektromotorische Kraft, also $Ri(I - i)$ die bei der Stromintensität i durch dieselbe geleistete Arbeit $i.e$.

94 Wollen wir nun die Inductionswirkungen bei der Bewegung zweier Leiter gegen einander und gleichzeitiger Aenderung der Stromintensität in ihnen berechnen, so ist sowohl ihre Induction auf einander, wie auch ihre Induction auf sich selbst zu beachten.

In einem bestimmten Moment sei das Potential der Leiter, wenn durch sie Ströme von der Intensität Eins fliessen, M; das Potential eines jeden auf sich selbst L_1 und L_2, die Stromintensitäten in ihnen seien i_1 und i_2, ihre Widerstände r_1 und r_2. Sind e_1 und e_2 die in ihnen bei der Induction erzeugten elektromotorischen Kräfte, so müssen die Arbeitsleistungen in den Leitern den von aussen zugeführten Arbeitsmengen gleich sein. So ist mit Berücksichtigung der Resultate des vorigen Paragraphen:

$$e_1 i_1 + e_2 i_2 = \left\{ r_1 i_1^2 + i_1 \frac{d}{dt}(i_1 L_1 + i_2 M) \right\} + \left\{ r_2 i_2^2 + i_2 \frac{d}{dt}(i_2 L_2 + i_1 M) \right\}.$$

Da i_1 und i_2 von einander unabhängig sind, kann die Gleichung nur bestehen, wenn die Differenz der Coëfficienten der gleiche Functionen von i_1 und i_2 enthaltenden Glieder überall gleich Null ist, was nicht der Fall ist, oder einzeln

$$e_1 i_1 = r_1 i_1^2 + i_1 \frac{d}{dt}(i_1 L_1 + i_2 M) \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

$$e_2 i_2 = r_2 i_2^2 + i_2 \frac{d}{dt}(i_2 L_2 + i_1 M) \;\text{[1]} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

---

[1]) Könnte man L_1 und $L_2 = 0$ setzen, also die Selbstinduction der Leiter vernachlässigen, und ferner i_2 constant setzen, so erhielte man $i_1 = \frac{1}{r_1}\left(e_1 - i_2 \frac{dM}{dt}\right)$, so dass dann $i_2 dM/dt$ ganz die Rolle einer elektromotorischen Gegenkraft

Erhalten die Leiter in der Zeit dt einen Zuwachs an lebendiger Kraft dL, sei es durch ihre elektrodynamische Wirkung, sei es durch äussere Kräfte, welche in der Zeit dt die Arbeit dA leisten, so ist

$$dL = dA + i_1^2 dL_1 + i_2^2 dL_2 + i_1 i_2 dM \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Setzen wir $e_2 = 0$, sind L_1, L_2 und M constant, ändert sich also nur die Stromintensität, und ist in der einen Schliessung keine elektromotorische Kraft thätig, so folgt

$$\int_0^t e_1 i_1 dt = \int_0^t (r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2) dt + L_1 i_1^2 + L_2 i_2^2 + M\left(\int_0^t (i_1 di_2 + i_2 di_1)\right).$$

Da nach einiger Zeit i_2 verschwindet, so ist dann $L_2 i_2^2 = 0$ und das Integral des letzten Gliedes $M i i_1 = 0$, und es wird nach dieser Zeit

$$\int e_1 i_1 dt = \int (r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2) dt + L_1 i_1^2,$$

so dass die chemische Arbeit in der Kette der einen Schliessung der Wärmeerzeugung in beiden Schliessungen und ausserdem noch dem Potential $L_1 i_1^2$ der ersteren Schliessung auf sich selbst entspricht, welches wir als zur Strombildung verbraucht ansehen können [1]).

Wird der inducirende Strom geöffnet, so wird die Arbeit $L_1 i_1^2$ wieder gewonnen; die gesammte Wärmeerzeugung in den Schliessungen ist dann also der chemischen Arbeit in der Kette äquivalent.

95 Magnetkraftlinien bei der Induction. Die Theorie der Magnetkraftlinien, wie wir sie schon Bd. III, S. 493 in Anschluss an die elektrischen Kraftlinien, Bd. I, §. 115, behandelt haben, findet auch eine Anwendung auf die Induction.

Wird ein Element Ds eines Leiters in der Entfernung r vor einem Magnetpol Eins in der Richtung einer Magnetkraftlinie bewegt, so wird in ihm kein Strom inducirt. Fliesst durch das Element ein Strom von der Intensität i, so wird bei der Bewegung keine Arbeit geleistet. Wird das Element aber senkrecht gegen die Magnetkraftlinie um die Entfernung $D\sigma$ bewegt, so wird in demselben ein Strom inducirt, dessen elektromotorische Kraft $1/r^2$ proportional ist. In der Entfernung r

---

übernähme. In dieser Weise hat zuerst Helmholtz (Erhaltung der Kraft, Berlin 1847, S. 60; Pogg. Ann. 91, 255, 1854) zunächst mit Vernachlässigung der Selbstinduction, die Inductionsgesetze aus dem Princip der Erhaltung der Kraft entwickelt. Vergl. hierüber C. Neumann, k. sächs. Ber. 20. Oct. 1871, S. 450 und Helmholtz, Ges. Abh. 1, 677. Seydler, Sitzungsber. d. k. böhm. Ges. 6. April 1883. Umow, Wied. Ann. 13, 185, 1881. Clausius, Mechan. Wärmetheorie 2, 224, 1879. — [1]) Vergl. hierüber W. Thomson, Nichols. Cyclopädia edit. 1860, Dynamic. Relations of Magnetism. Weitere Ausführungen dieses Gegenstandes Stefan, Wien. Ber. 64 [2], 193, 1871. Briot, Mechan. Wärmetheorie, Deutsche Ausgabe, Leipzig 1871, S. 352 u. flgde. Aehnlich auch Mascart, Compt. rend. 90, 901 1880; Beibl. 4, 732; s. auch Edlund, Pogg. Ann. 157, 102, 1876. Aus energetischen Principien, mit Hülfe der Kraftlinien, hat auch Ebert (Zeitschr. f. phys. Chem. 18, 321, 1895; Beibl. 20, 298) die Gesetze der Induction abgeleitet.

schneidet aber das Element auf dem von ihm bei seiner Bewegung überfahrenen Viereck $Ds\,D\sigma$ nur $1/r^2$ der Kraftlinien, wie in der einfachen Entfernung. Die inducirte elektromotorische Kraft ist also der Zahl der von dem Element bei seiner Bewegung geschnittenen Kraftlinien proportional.

Umgekehrt, fliesst ein Strom i durch das Element, so ist die Arbeit, welche bei der Bewegung desselben geleistet wird, gleich $i.Ds D\sigma/r^2$, also wiederum proportional der Zahl der geschnittenen Kraftlinien.

96 Das Potential eines Magnetpoles auf einen geschlossenen Drahtkreis, in welchem ein Strom von der Intensität i fliesst, ist gleich i multiplicirt mit dem körperlichen Winkel, welchen der vom Pol zu der Peripherie des Stromkreises gezogene Kegel in sich schliesst. Demselben Werth entspricht aber auch die Zahl der Magnetkraftlinien, welche die durch den Stromkreis umgrenzte Fläche schneiden. Wird der Stromkreis in der Weise bewegt, dass er einmal neben dem Pol vorbeigeht, und sodann zu seiner früheren Stellung zurückkehrt, während die von seiner Peripherie umgrenzte Fläche den Pol umschliesst, so ist die dabei geleistete Arbeit gleich der Gesammtänderung des Potentials des Poles auf den Stromkreis multiplicirt mit der Stromintensität, also gleich $4\pi i$. Eben diesem Werth entspricht auch die Zahl der von dem Stromkreis bei seiner Bewegung geschnittenen Magnetkraftlinien.

Entsprechend ist wiederum die in dem Drahtkreis inducirte elektromotorische Kraft proportional 4π.

In allen Fällen sucht sich der Strom so zu bewegen, dass die Zahl der Magnetkraftlinien, welche ihn schneiden, anwächst, und die Arbeit dabei ist gleich der Zahl der zu den ihn früher schneidenden Linien hinzugekommenen Linien. Umfliesst also der Strom einen kleinen ebenen Schliessungskreis, welcher um irgend einen Punkt drehbar ist, so stellt er sich mit seiner Ebene gegen die Magnetkraftlinien senkrecht.

97 Bewegt sich um einen sehr langen, geraden Draht, dessen Enden mit einem langen und weiten Schliessungskreise verbunden sind, und durch den ein Strom von der Intensität i fliesst, ein Magnetpol von der Stärke Eins, so dass er einmal die vom Strome umschriebene Fläche schneidet, und dann ausserhalb derselben zu seiner früheren Lage zurückkehrt, so ist wiederum die Arbeit gleich $4\pi i$. Wir können also annehmen, dass auch von dem geraden Strome als Begrenzung 4π Magnetkraftflächen ausgehen, deren Zahl direct der Arbeit entspricht, welche der Pol Eins bei seiner Bewegung während der Durchschneidung derselben leistet.

Da es nur auf die relative Bewegung des Magnetpoles gegen den Stromleiter ankommt, so kann man den ganzen Raum mit dem Stromleiter und Pol drehen und verschieben, ohne dass dadurch die Induction geändert wird. Wird der Strom so verschoben, dass der Magnetpol

ruht, der Leiter aber sich bewegt, so bleiben die Resultate wiederum unverändert.

98 Sind mehrere Pole oder geschlossene Ströme im Magnetfelde, so vereinen sich die Kraftlinien, welche alle auf den, den verschiedenen Kraftquellen gemeinsamen Flächen gleichen Potentials senkrecht stehen.

Werden die letzteren Flächen so gelegt, dass bei dem Uebergang eines Poles von der Einheit der Intensität von der einen zur nächst folgenden die Arbeit Eins geleistet wird, so kann man von einem bestimmten Ausgangspunkt ausgehend, jeder der auf einander folgenden Flächen einen bestimmten, stets um gleich viel sich ändernden Potentialwerth beilegen. Gehen diese Flächen aber von geschlossenen Stromkreisen aus, so werden diese Werthe vieldeutig, und zwar unterscheiden sich die einzelnen derselben um je $4\pi i$, da, wie wir gesehen, bei einmaligem Durchgang des Poles durch die Stromkreise und Rückkehr desselben zu dem Ausgangspunkt die Arbeit $4\pi i$ geleistet wird.

Mittelst der Kraftlinien ergeben sich also dieselben Resultate, wie nach den Rechnungen von F. E. Neumann. Die ersteren können demnach von vornherein jedenfalls als eine zutreffende graphische Darstellung der Erscheinungen angesehen werden[1]). Weiteres s. im Schlusscapitel.

---

[1]) Ein Apparat, welcher die Induction durch einen Magnet in hübscher Weise nach der Anschauung von Kraftlinien demonstrirt, ist von Pfaundler (Zeitschr. f. physik. u. chem. Unterricht **1**, 53, 1887; Beibl. **12**, 282) construirt worden.

Auf einer verticalen Säule kann sich ein horizontaler gerader Cylindermagnet drehen und längs seiner Axe verschieben. Auf beide Enden sind nahe kugelförmige Holzfassungen aufgesteckt, welche Niveauflächen darstellen; eine kleinere am einen Ende, von der starke gebogene Metalldrähte ausgehen, welche die Kraftlinien darstellen und deren Enden in eine weitere Niveaufläche fallen, und eine grössere am anderen, die durch sechs äquidistante Meridiane und vier Parallelkreise in 30 abwechselnd schwarz und weiss gefärbte Felder getheilt ist. Die Grösse dieser Felder ist so bemessen, dass durch jedes derselben eine gleiche Kraftwirkung hindurchgeht. Einige der Parallelkreise und Meridiane sind mit dicken versilberten Kupferdrähten belegt, von denen je zwei benachbarte mit einem Galvanometer verbunden werden können. Auch zwei benachbarte Kraftliniendrähte können mit demselben verbunden werden. Ein gerader oder schwach gekrümmter, kürzerer oder längerer versilberter Kupferdrahtleiter ist transversal am Ende eines Holzstückes befestigt und kann über zwei Kraftliniendrähte an dem einen oder zwei Parallelkreisen oder Meridianen an der anderen Seite des Magnets entlang geführt werden.

An den Kraftliniendrähten kann man zeigen, dass kein Strom entsteht, wenn der Kupferdrahtleiter keine Kraftlinien schneidet, wobei sich der Leiter auf einer Schnittebene durch die Magnetaxe oder auf der Rotationsfläche einer Kraftlinie bewegen kann und in beiden Fällen die Lage des Leiters parallel zu den Kraftlinien, seine Bewegungsrichtung senkrecht zu denselben sein kann, oder umgekehrt. An den Meridianen und Parallelkreisen wird der Leiter auf eine Niveaufläche senkrecht zu den Parallelkreisen gestellt und parallel zu denselben bewegt, oder ebenso zu den Meridianen. Man erhält dann Ausschläge am Galvanometer, welche der Anzahl der überschrittenen Felder, also auch der Anzahl der durchschnittenen Kraftlinien proportional sind.

VI. Quantitative Bestimmung der Inductionscoëfficienten linearer Leiter.

Die Bestimmung der durch die Induction erzeugten elektromotorischen Kraft beruht auf der Auswerthung des Potentials der auf einander inducirend wirkenden Körper. 99

Sind z. B. ds und ds_1 zwei Elemente zweier Drahtspiralen, ist $(ds\, ds_1)$ ihr Raumwinkel, r ihr Abstand, so ist ihr Potential auf einander:

$$\frac{1}{2}\int\int\frac{\cos(ds, ds_1)}{r}\, ds\, ds_1,$$

wo die Integrale über alle Elemente beider Spiralen zu nehmen sind.

Man bezeichnet dieses Potential mit dem Namen Inductionscoëfficient, auch elektrodynamische Constante oder elektrodynamisches Potential, englisch auch Inductanz.

Die Dimension des Inductionscoëfficienten ist demnach eine Länge, im C.-G.-S.-System ein Centimeter. 100

Als praktische Einheit desselben gelten 10^9 cm oder ein Quadrant.

Von dem internationalen Elektricitätscongress in Chicago 1893 wurde diese Einheit als Henry (H) bezeichnet, welcher Name aber zu den gesetzlichen Benennungen der übrigen Einheiten noch nicht allgemein hinzugenommen worden ist.

Da die Dimension des Widerstandes, ein Ohm gleich LT^{-1}, eine Länge, dividirt durch eine Zeit ist, so würde diese Dimension, mit der Zeit T multiplicirt, die Dimension des Inductionscoëfficienten geben, daher der von Ayrton und Perry[1]) vorgeschlagene Namen Secohm (Secunde mal Ohm), und für den betreffenden Messapparat Secohmmeter, die indess auch nicht allgemein eingeführt worden sind.

Wir werden diese Bezeichnungen mit anderen absoluten Maasseinheiten später im Zusammenhang besprechen.

Man unterscheidet den Coëfficienten der gegenseitigen Induction zweier Leiter auf einander, welchen man nach Vorgang von Maxwell gewöhnlich mit M bezeichnet, von dem Coëfficienten der Induction der einzelnen Theile eines Leiters auf einander. Dies ist der Selbstinductionscoëfficient L. 101

a) Mathematische Berechnung der Inductionscoëfficienten.

Die Berechnung des Inductionscoëfficienten ist zunächst eine Aufgabe der Mathematik. Die vollständige Ausführung der Rechnung gehört 102

---

[1]) Ayrton und Perry. Journ. Soc. Telegraph Engineers, 28. April 1887, Nr. 67, 292.

nicht hierher. Wir wollen nur das Endresultat für einige wichtige Fälle mittheilen.

1. Berechnung der Coëfficienten M der gegenseitigen Induction.

103 α) Das Potential zweier conaxialer Drahtkreise von den Radien r_1 und $r_1 + c$, deren Ebenen um die Länge b von einander abstehen, ist annähernd, wenn b gegen r_1 relativ klein ist:

$$M = 4\pi r_1 \left(\log \frac{8 r_1}{\sqrt{c^2 + b^2}} - 2\right) \text{[1]}.$$

Dieser Werth ist ein Maximum, wenn $\log(8 r_1 / \sqrt{c^2 + b^2}) = 7/2$ ist[2].

Liegen die Drahtkreise in einer Ebene, so ist $b = 0$, also das Potential

$$M = 4\pi r_1 \left(\log \frac{8r}{c} - 2\right) \text{[3]}.$$

Maxwell[4]) hat diesen Werth genauer mittelst elliptischer Integrale erhalten zu

$$M = 4\pi \sqrt{r_1 r_2}\, f(\gamma),$$

wenn die Radien mit r_1, r_2, der Abstand ihrer Ebenen mit b bezeichnet ist und

$$\gamma = \arcsin \frac{2\sqrt{r_1 r_2}}{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + b^2}}$$

und

$$f(\gamma) = \left(\frac{2}{\sin\gamma} - \sin\gamma\right) F(\gamma) - \frac{2}{\sin\gamma} E(\gamma)$$

sind. $F(\gamma)$ und $E(\gamma)$ sind die vollständigen elliptischen Integrale erster und zweiter Gattung mit dem Modul $\sin\gamma$.

Die nebenstehende Tabelle giebt die Werthe von $\log f(\gamma)$ für verschiedene Argumente γ[5]).

104 β) Zwei gleiche Rollen in einem kleinen Abstand ihrer Mittelebenen, der aber grösser ist, als die Diagonale des Querschnitts ihrer Windungen, haben den gegenseitigen Inductionscoëfficienten:

$$M = 4\pi r n^2 \left\{ \log \frac{8r}{a} - 2 + \frac{b^2 - h^2}{12 a^2} + \frac{2b^4 + 2h^4 - 8b^2h^2}{120 a^4} \right.$$
$$+ \frac{3b^6 - 7b^4h^2 + 7b^2h^4 - 3h^6}{504 a^6} + \left(\log \frac{8r}{a} - 2\right) \times$$
$$\left. \left(\frac{3b^2 + h^2 + 18a^2}{96 r^2} - \frac{15 a^4}{1024 r^4}\right) + \frac{7b^2 + 23h^2 + 60a^2}{192 r^2} - \frac{29 a^4}{2048 r^4} \right\}.$$

---

[1]) Wenn nichts Besonderes bemerkt ist, bezeichnet hier und im Folgenden „log" stets den natürlichen Logarithmus. — [2]) Maxwell, Treatise [2] 2, 316. — [3]) Ibid. [3] 2, 343. — [4]) Ibid. [3] 2, 338. — [5]) Ibid. [3] 2, 347. Heydweiller, Elektr. Messungen 244.

Berechnung des gegenseitigen Inductionscoëfficienten zweier Kreise nach Maxwell (S. 78).

$$f(\gamma) = (2/\sin\gamma - \sin\gamma)\,F(\gamma) - (2/\sin\gamma)\,E(\gamma).$$

γ	lg $f(\gamma)$	γ	lg $f(\gamma)$	γ	lg $f(\gamma)$	γ	lg $f(\gamma)$
60,0°	$\overline{1}$,499478	62,3°	$\overline{1}$,563278	64,6°	$\overline{1}$,626659	66,8°	$\overline{1}$,687198
1	502265	4	566040	7	629410	9	689953
2	505050	5	568801	8	632161	67,0	692708
3	507834	6	571562	9	634912	1	695464
4	510617	7	574322	65,0	637663	2	698221
5	513399	8	577081	1	640414	3	700978
6	516179	9	579839	2	643164	4	703736
7	518958	63,0	582597	3	645915	5	706495
8	521736	1	585355	4	648666	6	709254
9	524513	2	588111	5	651417	7	712015
61,0	527288	3	590867	6	654168	8	714776
1	530063	4	593623	7	656919	9	717537
2	532836	5	596378	8	659670	68,0	720300
3	535608	6	599133	9	662421	1	723064
4	538380	7	601887	66,0	665173	2	725829
5	541150	8	604641	1	667925	3	728594
6	543919	9	607394	2	670677	4	731361
7	546687	64,0	610147	3	673430	5	734129
8	549454	1	612900	4	676182	6	736897
9	552221	2	615652	5	678936	7	739667
62,0	554986	3	618404	6	681689	8	742439
1	557751	4	621156	7	684443	9	745211
2	560515	5	623908				

Zur Berechnung von Selbstinductionscoëfficienten nach Stefan (S. 86).

h/b	y_1	y_2	h/b	y_1	y_2
0	0,50000	0,1250	0,55	0,80815	0,3437
0,05	54899	1269	0,60	81823	3839
0,10	59243	1325	0,65	82648	4274
0,15	63102	1418	0,70	83311	4739
0,20	66520	1548	0,75	83831	5234
0,25	69532	1714	0,80	84225	5760
0,30	72172	1916	0,85	84509	6317
0,35	74469	2152	0,90	84697	6902
0,40	76454	2423	0,95	84801	7518
0,45	78154	2728	1,00	84834	8162
0,50	79600	3066			

Hier ist b die Breite, h die Höhe des rechteckigen Ringquerschnitts, n die Windungszahl, r der Radius der Rollen, a der Abstand der Mittelpunkte beider Rollen. Die achten Potenzen von b/a und h/a, die sechste von a/r, die vierte von b/r und h/r sind vernachlässigt [1]).

105 γ) Liegen zwei Rollen von den Längen $2x$ und 2ξ conaxial und concentrisch, sind n und n' ihre Windungszahlen, $r^2 = x^2 + a^2$, wo a der Radius der grösseren Rolle ist, α der der kleineren Rolle, so ist, wenn $\alpha > 2a/3$, $2x = \sqrt{3a}$ und $2\xi = \sqrt{3\alpha}$, der Inductionscoëfficient annähernd

$$M = 8\pi^2 n n' \alpha^2 \frac{x\xi}{r}.$$

Solches Rollensystem lässt sich als „Inductanznormale“ benutzen [2]).

106 δ) Für eine lange Spirale von denselben Dimensionen und einen engeren ihr conaxialen Kreis vom Halbmesser r_2, dessen Ebene von den Endflächen der Spirale um a_1 und $a_2 = 1 - a$ absteht [3]), ist:

$$M = \frac{2\pi^2 n r_2^2}{l}(Q_{a_1} + Q_{a_2}),$$

wo

$$Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}\left\{1 + \frac{3}{8}\frac{r_1^2 r_2^2}{(a^2 + r_1^2)^2} + \frac{5}{16}\frac{r_1^4 r_2^4}{(a^2 + r_1^2)^4}\left(\frac{7}{4} - \frac{a^2 + r_1^2}{r_1^2}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{35}{128}\frac{r_1^6 r_2^6}{(a^2 + r_1^2)^6}\left(\frac{33}{8} - \frac{9}{2}\frac{a^2 + r_1^2}{r_1^2} + \frac{(a^2 + r_1^2)^2}{r_1^4}\right) r \cdots\right\}.$$

107 ε) Ist eine lange Spirale mit einer Windungslage von der Länge l, dem mittleren Radius r, der Windungszahl n_1 umgeben von einer conaxialen und concentrischen flachen Spirale von der radialen Höhe h, dem mittleren Halbmesser r_1, der axialen Breite des Querschnittes b und der Windungszahl n_2, so ist [4])

$$M = \frac{4\pi^2 r_1^2 n_1 n_2}{l}\left\{1 + S_1 + \frac{1}{12}\left(b^2 S_2 + h^2 S_3\right) + \cdots\right\},$$

wo

$$S_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}} - 1\right) + \frac{6 r_1^2 r_2^2 l}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^5} + \frac{20 r_1^4 r_2^2 l\,(3r_2^2 - l^2)}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^9}$$

---

[1]) Stefan, Wied. Ann. 22, 107, 1884; s. auch Weinstein, ibid. 21, 329, 1884; Jones, Phil. Mag. [5] 27, 56, 1889. — [2]) Andr. Gray, Phil. Mag. [5] 33, 62, 1891; Beibl. 16, 228. S. auch das Werk von Andr. Gray, Absolute Measurements in Electricity and Magnetism, Vol. II, 1893, in welchem überwiegend mathematisch die Berechnung von Inductionscoëfficienten behandelt wird. — [3]) Lorenz, Wied. Ann. 25, 24, 1885. Heydweiller, Elektrische Messungen, S. 181, Leipzig 1892. — [4]) Himstedt, Wied. Ann. 26, 547, 1885. Heydweiller, l. c.

$$S_2 = \frac{-24\, l r_2^2}{\sqrt{l^2 + 4 r_2^2}^5}\left\{1 + \frac{10 r_1^2 (3 r_2^2 - l^2)}{\sqrt{l^2 + 4 r_2^2}^4}\right.$$

$$\left. + \frac{70 r_1^4 (10 r_2^4 - 10 l^2 r_2^2 + l^4)}{\sqrt{l^2 + 4 r_2^2}^8} + \cdots\right\}$$

$$S_3 = \frac{2 l}{\sqrt{l^2 + 4 r_2^2}^5}\left\{8 r_2^2 - l^2 + \frac{3}{4} r_1^2 \frac{(l^4 + 84 l^2 r_2^2 + 96 r_2^4)}{\sqrt{l^2 + 4 r_2^2}^4}\right.$$

$$\left. + \frac{5}{2} r_1^4 \frac{(720 r_2 - 790 r_2^4 l^2 + 100 r_2^2 l^2 - l^6)}{\sqrt{l^2 + 4 r_2^2}^8}\right\}.$$

Wird die kurze Spirale um eine kleine Strecke a aus der Mitte verschoben, so ist für $b^2 S_2$ zu setzen:

$$(b^2 + 12 a^2) S_2.$$

ζ) Der Coëfficient der Induction zweier um den Abstand d von einander abstehender paralleler Drähte von der Länge l ist bei Vernachlässigung der Selbstinduction und wenn d/l sehr klein ist, nach Hutchinson[1]: 108

$$M = l\left(\log nat \frac{2l}{d} - 1\right).$$

2. Berechnung der Coëfficienten L der Selbstinduction.

α) Die Selbstinduction L eines geraden cylindrischen Drahtes von der Länge l und dem Radius ϱ ist 109

$$L = 2l\left\{\log \frac{4l}{\varrho} - 0{,}75 + \frac{k-1}{2}\right\},$$

wo k eine Constante ist. Sie ist nach Neumann gleich $+1$, nach Maxwell 0, nach W. Weber -1.

Aendert sich der Strom sehr schnell, so ist 1 an Stelle von 0,75 zu setzen[2].

Nach Stefan[3] ist der Selbstinductionscoëfficient eines geraden cylindrischen Drahtes von der Länge l und dem Radius ϱ

$$L = 2l \log \frac{2l}{\varrho c},$$

wenn ϱ klein gegen l ist und der Strom in einer sehr dünnen Schicht an der Oberfläche des Drahtes fliesst.

Nach der Formel von F. Neumann ist $c = e$, gleich der Basis des natürlichen Logarithmensystems, nach W. Weber ist $c = e^2$, nach der elektromagnetischen Theorie ist $c = e^{3/4}$.

---

[1]) Hutchinson, Electrician 25, 746, 1890; Beibl. 15, 125. — [2]) Siehe Stefan, Wied. Ann. 41, 405, 1890. Siehe auch Heydweiller, Elektrische Messungen S. 182, 1892. — [3]) Stefan, Wied. Ann. 41, 405, 1890.

Für einen kreisförmig gebogenen Draht, dessen Enden nahe an einander liegen, ist nach allen drei Theorien

$$c = \frac{\pi e^2}{2}.$$

β) Ist die Substanz des Drahtes magnetisirbar und von der Magnetisirungszahl k bezw. der Permeabilität $\mu = 1 + 4\pi k$, so ist[1])

$$L = 2l\left(\log\frac{2l}{\pi} - \frac{3}{4} + \pi k\right) = 2l\left(\log\frac{2l}{\pi} + \frac{\mu}{4} - 1\right).$$

γ) Wird der Draht mit einem Rohre vom Radius ϱ' umgeben, so ist

$$L = 2l \log \frac{\varrho'}{\varrho}\ ^{2)}.$$

In einem in der Höhe h über der Erde ausgespannten Telegraphendraht vom Radius ϱ kann man die Erde als eine dem Draht einerseits gegenüberliegende Ebene ansehen und der Selbstinductionscoëfficient wird für die Längeneinheit

$$L = 2 \log \frac{2h}{\varrho}.$$

Hat der Draht die Magnetisirungszahl k, so vergrössert sich dieser Werth auf

$$L = 2l \log \frac{2h}{\varrho} + 2\pi k\ ^{3)}.$$

110 δ) Der Selbstinductionscoëfficient zweier paralleler Drähte von der Länge l, den Durchmessern d_1 und d_2 und dem Abstand a ihrer Axen ist

$$L = 2l\left(\log\frac{4a^2}{d_1 d_2} + 0{,}5\right).$$

Berühren die Drähte einander, so ist bei gleich dicken Drähten $a = d_1 = d_2$ und demnach der kleinste Werth des Selbstinductionscoëfficienten $L_{min} = 3{,}773\,l$ [4]).

Dieser Ausdruck ist indess nur dann richtig, wenn die Permeabilitäten μ und μ_1 der der Luft μ_0 gleich sind[5]).

Ist indess der eine Leiter von Eisen und hat die Permeabilität μ, hat der andere die Permeabilität μ_0 der Luft, so wird der Inductionscoëfficient

$$L = \frac{1}{2}\left(\mu + \mu_0\right) + 2\mu_0 \log\frac{b^2}{a a^1} + 2\mu_0 \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \log\frac{b^2}{b^2 - a^2}$$

---

1) Siehe Maxwell, Electricity and Magnetism. — 2) Stefan, l. c. — 3) Kirchhoff, Wied. Ann. Ergbd. 5, 1, 1871. Lorenz, Wied. Ann. 7, 192, 1879. — 4) Heydweiller, l. c., S. 182. — 5) Mac Donald, Trans. Cambr. Phil. Soc. 15, 3, 303, 1892; Beibl. 17, 227. S. auch Weinstein, Induction zweier conaxialer Rollen von verschiedener Windungszahl auf einander und einer Rolle auf sich selbst. Wied. Ann. 21, 329, 1884. Brillouin, Ann. de l'école normale 11, 361, 1862. Hertz, Sehr kleine Inductionscoëfficienten, Wied. Ann. 10, 414,

ε) Das Selbstpotential eines geraden Blechstreifens von der Länge l, der Breite b und Dicke a ist **111**

$$L = 2l\left\{log\frac{2l}{b} - \frac{\pi}{3}\frac{a}{b} + \frac{1}{2}\right\}\ ^{1)}.$$

ζ) Cl. Maxwell[2]) hat die Aufgabe behandelt, die Induction zwischen zwei sehr langen, einander parallelen und hohlen, cylindrischen Leitern zu berechnen, wenn der Strom in dem einen in der einen Richtung hin, in dem anderen in entgegengesetzter Richtung zurückfliesst. Die äusseren Radien der Leiter seien a_1 und a_1^1, die inneren a_2 und a_2^1, der Abstand der Axen der Leiter von einander sei b. Die Permeabilitäten des Stoffes der Leiter seien μ und μ^1, die des Zwischenmediums μ_0. Dann ist die Induction für eine Strecke von der Länge l der Leiter **112**

$$\frac{L}{l} = 2\mu_0\, log\,nat\,\frac{b^2}{a_1 a_1^1} + \frac{1}{2}\mu\left[\frac{a_1^2 - 3a_2^2}{a_1^2 - a_2^2} + \frac{4a_2^4}{(a_1^2 - a_2^2)}\,log\,nat\,\frac{a_1}{a_2}\right]$$
$$+ \frac{1}{2}\mu^1\left[\frac{a_1^{12} - 2a_2^{12}}{a_1^{12} - a_2^{12}} + \frac{4a_2^{14}}{(a_1^{12} - a_2^{12})}\,log\,nat\,\frac{a_1^1}{a_2^1}\right].$$

Sind a_2 und $a_2^1 = 0$, also die Leiter massive Stäbe, so wird[3])

$$\frac{L}{l} = 2\mu_0\, log\,\frac{b^2}{a_1 a_1^1} + \frac{1}{2}\left(\mu + \mu^1\right).$$

Die magnetische Vertheilung ist indess nur zu berücksichtigen, wenn die Leiter aus magnetischen Metallen bestehen, bezw. $\mu_0 = \mu = \mu^1 = 1$ ist.

Setzt man $(a_1^2 - a_2^2) = c^2$ bezw. $(a_1^{12} - a_2^{12}) = c^{12}$, so sind c und c^1 gleich den Radien von massiven Cylindern von demselben Querschnitt, wie die hohlen[4]). Dann werden in Gleichung 1) die Werthe in den Klammern mit Fortlassung der Glieder mit den vierten Potenzen von c/a_1 bezw. c^1/a^1 gleich $\frac{2}{3}\frac{c^2}{a_1^2}$ und $\frac{2}{3}\frac{c^{12}}{a_1^{12}}$.

Ist die Dicke der Cylinder gering, so wird

$$\frac{L}{l} = 2\mu_0\,\frac{b^2}{a_1 a^1} + \frac{\mu}{3}\frac{c^2}{a_1^2} + \frac{\mu_1}{3}\frac{c^{12}}{a_1^{12}}.$$

1886. In Betreff der Literatur siehe ferner Potier, Berechnung des Selbstinductionscoëfficienten in einem besonderen Falle. Ein von einer conaxialen Hülle umschlossener, unbegrenzter cylindrischer Leiter (ein Telegraphenkabel) unter Einfluss von Wechselströmen von hoher Frequenz. Das Product aus der elektrostatisch gemessenen Capacität und dem elektromagnetisch gemessenen Selbstinductionscoëfficienten ist gleich der Dielektricitätsconstante, bezw. gleich Eins. Compt. rend. **118**, 166; Beibl. **18**, 787. Anderson, Widerstand und Selbstinduction verzweigter Leiter. Phil. Mag. [5] **33**, 352, 1892; Beibl. **16**, 446. Ch. Aug. Guye, Selbstinductionscoëfficient von n parallelen und äquidistanten Drähten, deren Querschnitte auf einen Umfang vertheilt sind. Compt. rend. **119**, 219, 1894; Beibl. **18**, 956.

[1]) M. Wien, Wied. Ann. **53**, 929, 1894. — [2]) Maxwell, Electricity and Magnetism, 3. ed., **2**, 318. — [3]) Nach einer Correctur von Lord Rayleigh, Phil. Mag. [5] **21**, 382, 1886. — [4]) Lord Rayleigh, l. c.

Sind b, c, c^1 gegeben, so nimmt also der Inductionscoëfficient mit wachsendem äusseren Radius a_1 und a_1^1 der Leiter ab.

113 Sind R_{A_1} und R_{A_2} die mittleren geometrischen Abstände[1]) der Querschnitte A_1 und A_2 des hin- und herlaufenden Theiles des Stromes, so ist auch, wenn μ überall constant ist

$$\frac{L}{l} = 4\,\mu_0 \left(\log A_1 A_2 - \frac{1}{2} \log R_{A_1} - \frac{1}{2} \log R_{A_2} \right).$$

Für kreisförmige Querschnitte von den Radien a_1 und a_1^1 und dem Abstande b ihres Mittelpunktes ist

$$\frac{L}{l} = 2\,\mu_0 \log \frac{b^2}{a_1 a_1^1} + \mu_0.$$

Für einen elliptischen Querschnitt mit den Halbaxen α und β ist

$$\log R = \log \frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{1}{4}\ ^{2}).$$

114 η) Berechnungen von kleinen Selbstpotentialen mittelst des Princips des mittleren geometrischen Abstandes sind von M. Wien[3]) für verschiedene Figuren ausgeführt worden, so für einen Kreisring mit kreisförmigem Querschnitt

$$L = 4\,\pi R \left(\log \frac{R}{\varrho} + 0{,}333 \right),$$

wo R der Radius, ϱ die Dicke ist[4]).

Für eine Kreislinie ist

$$L = 4\,\pi R \left(\log \frac{8R}{\varrho} - 2 \right),$$

was das Selbstpotential einer unendlich dünnen kreisförmigen Röhre und zugleich eines kreisförmigen Volldrahtes für sehr schnelle (Hertz'sche) Schwingungen wäre.

---

[1]) Siehe Maxwell, Elect. and Magn. [3] 2, 324. Sind $dx\ dy$ und $dx^1\ dy^1$ die Flächenelemente der Querschnitte der beiden Leiter, r der Abstand derselben und A_1 und A_2 die Flächen der beiden Querschnitte, so kann man einen Werth R berechnen, so dass $A_1 A_2 \log R = \iiiint \log r \,.\, dx\, dy \,.\, dx^1\, dy^1$ ist. Sind die Querschnitte in n Paare von gleich grossen Elementen getheilt, so ist $\log R \,.\, n$ gleich der Summe der Abstände aller Elementenpaare und R der geometrische Mittelwerth aller Abstände zwischen den Elementen. R liegt zwischen dem grössten und kleinsten Werth von r. (Siehe auch Guye, Arch. de Genève 32, 480, 574, 1892; Beibl. 19, 888.) — [2]) J. J. Thomson, s. Lord Rayleigh, l. c. 384. — [3]) Auch H. F. Weber, Berl. Berichte 1886, 511. M. Wien, Wied. Ann. 53, 928, 1894. S. auch derartige Berechnungen von Ch. Eug. Guye, Compt. rend. 118, 1329, 1884; Beibl. 18, 955. Eigentlich lässt sich das Princip des mittleren geometrischen Abstandes nur für lineare gerade Leiter verwenden; es genügt aber auch für schwach gekrümmte Leiter (Max Wien, l. c.). — [4]) Eine Formel von Blathy (Electrician 24, 630, 1890. Electr.-techn. Zeitschr. 11, 311, 1891; Beibl. 14, 653) stimmt mit Versuchen von Max Wien nicht überein.

Der Selbstinductionscoëfficient eines Kreisringes mit elliptischem Querschnitt, der die Axen a, b hat, ist

$$L = 4\pi R\left(\log\frac{2R}{a+b} + 0{,}333\right)\text{[1]}.$$

Ist die Excentricität e und ϱ der Radius eines Kreises von gleichem Querschnitt, so ist auch

$$L = 4\pi R\left\{\log\frac{R}{\varrho} + 0{,}332 - \frac{1}{32}e^4\right\},$$

also sehr wenig von dem Selbstpotential eines Ringes von kreisförmigem Querschnitt und gleichem Flächeninhalt verschieden.

115 ϑ) Ist der Strom in dem Draht mit kreisförmigem Querschnitt nicht gleichmässig durch den Querschnitt vertheilt, sondern die Stromdichtigkeit umgekehrt proportional dem Abstand von der Axe, so wird der Coëfficient der Selbstinduction

$$L_1 = \pi\left\{4\alpha(L-2) + 2c\left(L-\frac{5}{4}\right) - \frac{c_2}{16a}\left(2L+19\right)\right\},$$

wo α der Radius der mittleren Faser des Stromes, c der Radius des Querschnittes des Drahtes, $L = \log(8a/c)$.

Fliesst der Strom nur an der Oberfläche des Drahtes (bei sehr schnellen Wechseln der Stromrichtung), so wird der Coëfficient

$$L_2 = \pi\left\{4\alpha(L-2) + 2c\left(L+\frac{3}{2}\right) + \frac{c^2}{16a}\left(4L+11\right)\right\}\text{[2]}.$$

116 ι) Die Selbstinduction eines sehr schmalen Drahtrechtecks, dessen Längsseiten l, dessen kürzere Seiten a sind, bei dem Radius ϱ des Drahtes ist

$$L = 4l\left(\log\frac{a}{\varrho} + \frac{1}{4}\right).$$

Der Selbstinductionscoëfficient [3]) eines Drahtkreises von der Länge l und dem Radius ϱ des Drahtquerschnittes ist

$$L = 2l\left(\log\frac{l}{\varrho} - 1{,}508\right)$$

und eines Quadrates

$$L = 2l\left(\log\frac{l}{\varrho} - 1{,}910\right)\text{[3]}.$$

117 $\varkappa$) Für ein ebenes Drahtrechteck von den Seitenlängen a und b und dem Drahthalbmesser ϱ berechnet Mascart [4]) den Selbstinductionscoëfficienten L, wenn $m = \sqrt{a^2 + b^2}$ ist und ϱ/a sowie ϱ/b klein sind,

---

[1]) Siehe auch J. J. Thomson, Phil. Mag. 23, 384, 1886. — [2]) Siehe auch Minchin, Electrician 32, 168, 1893; Beibl. 18, 234. — [3]) Nach Kirchhoff, Pogg. Ann. 121, 559, 1864, Abhandl. 17, 6. — [4]) Mascart, Compt. rend. 118, 277, 1894; Beibl. 18, 599.

$$L = 4\left[2m - a - b + a \log \frac{2ab}{\varrho(a+m)} + b \log \frac{2ab}{\varrho(b+m)}\right].$$

Hierbei ist vorausgesetzt, dass die Ströme nur an der Oberfläche verlaufen.

118 λ) Der Selbstinductionscoëfficient einer Rolle[1]), deren innerste Windung bis zur Axe des Drahtes den Radius a_0, deren äusserste $a_0 + c$ hat, deren Länge b, deren Windungszahl n ist, ergiebt sich, wenn $a_0 + \frac{1}{2}c = a$ bezw. $b/c = x$ gesetzt wird:

$$L = n^2 F\left(\frac{b}{c}\right) = 4\pi a n^2 \left\{\log\left(\frac{8a}{c}\right) + \frac{1}{12} - \frac{\pi}{3}x - \frac{1}{2}\log(1+x^2) + \frac{1}{12}\frac{1}{x^2}\log(1+x^2) + \frac{1}{12}x^2\log\left(1+\frac{1}{x^2}\right) + \frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{x}\right)\operatorname{arc\,tg} x\right\}.$$

Bei genauerer Berechnung ist noch das Glied $n^2 f(b/c)$ beizufügen, wo F und f dieselbe Bedeutung wie in §. 103 haben, und

$$f\left[\frac{b}{c} = x\right] = \frac{\pi c^2}{24a}\left\{\left[\log\left(\frac{8a}{c}\right) - \frac{1}{2}\log(1+x^2)\right](1+3x^2) + 3{,}45(1+x^2) + 27{,}475 - 1{,}6\pi x^3 + 3{,}2x^3 \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{10}\frac{1}{x^2}\log(1+x^2) - \frac{13}{6}x^4\log\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right\}$$ ist[2]).

119 μ) Bei der Ausrechnung für eine gleichmässig gewickelte, kurze und weite Rolle vom mittleren Halbmesser r, der axialen Breite b, der radialen Höhe des Windungsquerschnittes h, der Windungszahl n, der Dicke des Drahtes ohne isolirende Hülle d_0, mit Hülle d_1, wird[3])

$$L = 4\pi r n^2\left\{\left(1 + \frac{3b^2+h^2}{96r^2}\right)\log\frac{8r}{\sqrt{b^2+h^2}} - y_1 + \frac{b^2}{16r^2}y_2 + \frac{1}{n}\log\frac{d}{d_0}\right\}.$$

Hierin ist

$$y_1 = \frac{2h}{3b}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{h} + \frac{2b}{3h}\operatorname{arc\,tg}\frac{h}{b} - \frac{h^2}{6b^2}\log\frac{\sqrt{b^2+h^2}}{h} - \frac{b^2}{6h^2}\log\frac{\sqrt{b+h^2}}{b}2 - \frac{1}{12},$$

$$y_2 = \frac{23}{40} + \frac{221}{360}\frac{h^2}{b^2} - \frac{1}{30}\frac{h^4}{b^4}\log\frac{\sqrt{b^2+h^2}}{h} + \frac{1}{6}\frac{b^2}{h^2}\log\frac{\sqrt{b^2+h^2}}{b} - \frac{8b}{15h}\operatorname{arc\,tg}\frac{h}{b}$$ [3]).

---

[1]) Maxwell, Phil. Trans. 155 [1], 508, 1865. S. Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. 32, 117, 1886. — [2]) Vergl. in Betreff der Richtigkeit dieses Gliedes Lord Rayleigh, l. c. — [3]) Stefan, Wied. Ann. 22, 112, 1884.

Die Werthe y sind als Functionen von h/b auf der Tabelle S. 79 verzeichnet.

Ist der Draht besponnen und hat für sich den Radius r_2, mit der Bespinnung den Radius r_1, so ist der Ausdruck für L zu vermehren um

$$4\pi r n \left(\log \frac{r_1}{r_2}\right) + 0{,}1549.$$

ν) Für eine so lange Rolle, dass eine weitere Verlängerung am einen Ende das Magnetfeld am anderen nicht wesentlich ändert, ist annähernd **120**

$$L = \frac{n^2 r^2}{0{,}01844\,r + 0{,}031\,h + 0{,}035\,b}\,10^{-5}.$$

Hier ist n die Zahl der Windungen, r der mittlere Radius in Centimetern, h die radiale Höhe, b die axiale Breite, und b und h kleiner als $\frac{1}{2}a$ [1]).

ξ) Besteht die Spirale aus zwei gleich weiten, einander parallelen Spiralen von den Breiten b und b_2, welche im Abstand b_1 von einander stehen, so ist ihr Potential auf sich selbst **121**

$$L = \frac{n^2}{b^2}\left\{2b^2 F\left(\frac{b}{c}\right) + b_1^2 F\left(\frac{b_1}{c}\right) + (2b + b_1)^2 F\left(\frac{2b + b_1}{c}\right)\right.$$
$$\left. - 2(b + b_1)^2 F\left(\frac{b + b_1}{c}\right)\right\},$$

zu welchem Ausdruck event. das Correctionsglied

$$+ \frac{n^2}{b^2}\left\{2b^2 f\left(\frac{b}{c}\right) + b_1^2 f\left(\frac{b_1}{c}\right) + (2b + b_1)^2 f\left(\frac{2b + b_1}{c}\right)\right.$$
$$\left. - 2(b + b_1)^2 f\left(\frac{b + b_1}{c}\right)\right\}$$ kommt [2]) (vgl. §. 118).

o) Für ein ringförmiges Solenoid von dem Halbmesser R der Solenoidaxe, dem Halbmesser r der Windungen und der Windungszahl n ist **122**

$$L = 2\pi n^2 \left\{R - \sqrt{R^2 - r^2}\right\}.$$

b) Experimentelle Bestimmung von Inductionscoëfficienten.

Die experimentelle Bestimmung von Inductionscoëfficienten kann in verschiedener Weise ausgeführt werden. **123**

1. Man vergleicht den zu bestimmenden Inductionscoëfficienten mit einem anderen durch Experiment oder Rechnung bestimmten.

---

[1]) Perry, Phil. Mag. [5] 30, 223, 1890; Beibl. 14, 1011. — [2]) Maxwell, Treatise 3. ed., 2, 318, 1892, nach Lord Rayleigh.

124 Andere Bestimmungen folgen aus der Vergleichung der Dimensionsverhältnisse verschiedener Grössen.

Wir haben schon §. 100 erwähnt, wenn L und T die Längen- und Zeitdimensionen bezeichnen, dass die Dimension der Inductionscoëfficienten im elektromagnetischen System $[L]$ sei.

Wir werden später ausführen, dass die Dimension der Capacität $[C] = [L]^{-1} [T]^2$, die des Widerstandes $[R] = [L] [T]^{-1}$ ist. Die Dimension der Inductionscoëfficienten ist also $[R] T$ oder $[R]^2 [C]$, oder auch $T^2/[C]$.

Hiernach kann man den Selbstinductionscoëfficienten

2. mit dem Product eines Widerstandes mit einer Zeit;

3. mit dem Product des Quadrates eines Widerstandes mit einer Capacität;

4. mit dem Quotienten des Quadrates einer Zeit durch eine Capacität [1])

vergleichen. Alle Angaben geschehen im C.-G.-S.-System.

1. Experimentelle Bestimmung des Coëfficienten der gegenseitigen Induction.

125 α) Die directeste Methode ist, dass man durch eine inducirende Spirale A einen Strom von bekannter Intensität leitet und ihn öffnet und schliesst. Zugleich bestimmt man die jeweilige Stärke des Inductionsstromes in der zweiten inducirten Spirale B.

Die Stromstärke im primären Kreise wird mit Hülfe einer in denselben eingeschalteten Tangentenbussole von bekanntem Reductionsfactor f gemessen, die Stärke des inducirten Stromes an einem in den inducirten Kreis eingeschalteten und calibrirten ballistischen Galvanometer. Man kann auch in denselben Kreis noch einen Erdinductor einschalten und die durch Drehung desselben um $\pm 180^0$ erzeugten Ablenkungen bestimmen [2]).

Ist ϑ die Ablenkung der Tangentenbussole, so ist die Stärke des primären Stromes $J = f H tg \vartheta$, wo H die horizontale Componente des Erdmagnetismus ist. Die Ablenkung der Galvanometernadel in der secundären Schliessung sei α, der Widerstand der letzteren r, der Coëfficient der gegenseitigen Induction der Spirale M. Dann ist die in derselben bewegte Elektricitätsmenge $Q = MJ/r$. Wird der Erdinductor, dessen Fläche F sei, um 180^0 gedreht, so ist die bewegte Elektricitätsmenge $Q_0 = 2 FH/r$. Ist die Ablenkung der Galvanometernadel hierbei β, so ist $Q/Q_0 = \alpha/\beta = M f tg \vartheta / F$ und $M = \frac{\alpha}{\beta} \frac{F}{f tg \vartheta}$.

Sind die Ausschläge des Galvanometers durch den inducirten Strom und den des Erdinductors zu ungleich, so kann man sie durch Ein-

---

[1]) Vergl. Heydweiller, Elektrische Messungen, S. 184. Leipzig, J. A. Barth, 1892. — [2]) Bosanquet, Phil. Mag. [5] 23, 412, 1887; Beibl. 11, 738.

schaltung von Widerständen in den primären oder secundären Kreis auf geeignete Grössen bringen.

β) Bei einer Abänderung dieser Methode von Abraham[1]) wird der primäre Strom mittelst eines rotirenden Commutators, dessen Geschwindigkeit durch eine stroboskopische Methode geregelt wird, n mal in der Secunde geschlossen und der Inductionsstrom durch die eine Windungsreihe eines Differentialgalvanometers geleitet. Der Ausschlag wird durch einen constanten, durch die zweite Windungsreihe geleiteten Strom compensirt. Dann wird der Commutator angehalten und der inducirte Zweig als Nebenleitung zu einem Widerstand r im inducirenden Kreise geschaltet. Bleibt das Gleichgewicht des Galvanometers bestehen, so ist $r = nM$, wo M der Inductionscoëfficient ist. r kann durch ein Normalohm gebildet sein. — Enthalten die Spiralen Eisenkerne, so besteht diese Beziehung nicht mehr. 126

γ) Kennt man das z. B. durch Rechnung zu findende Potential zweier vom Strom Eins durchflossener conaxialer Spiralen A, B auf einander, wenn sie sich in verschiedenen Entfernungen von einander befinden, so schaltet man, um das Potential anderer Spiralen A_1, B_1 auf einander zu messen, A und A_1 hinter einander in den Schliessungskreis einer Säule zugleich mit einem Interruptor ein und verbindet die Spiralen B und B_1 einerseits unter einander, andererseits mit einem Galvanometer in der Art, dass bei den Unterbrechungen des Kreises der Spiralen A und A_1 die in ihnen erzeugten Ströme einander entgegenlaufen. 127

Durch den Interruptor werden nur die Oeffnungs- oder nur die Schliessungsinductionsströme zu dem Galvanometer geleitet. Verschiebt man die Spiralen A und B gegen einander, bis dieses Instrument keinen Strom in B und B_1 angiebt, so ist das Potential von A_1 auf B_1 dem von A auf B gleich.

Statt des Galvanometers kann man auch ein Telephon in den Schliessungskreis der Spiralen B und B_1 einfügen; dasselbe giebt aber meist durch sein Tönen Veränderungen der Stromintensität im Stromkreise $B B_1$ auch bei den Lagen der Spiralen an, in welchen das Galvanometer keinen Strom anzeigt, da die Inductionsströme in B und B_1 nicht immer gleichzeitig verlaufen, selbst wenn ihre gesammte elektromotorische Kraft die gleiche ist.

Legt man die Spirale A_1 bei diesen Versuchen fest und bringt B_1 an verschiedene Stellen, wobei aber die Axen von A_1 und B_1 einander parallel bleiben, so kann man die Stellen aufsuchen, an welchen in B_1 durch den Strom in A_1 gleich starke elektromotorische Kräfte inducirt werden, und sie durch Curven verbinden. Dies sind dann Curven 128

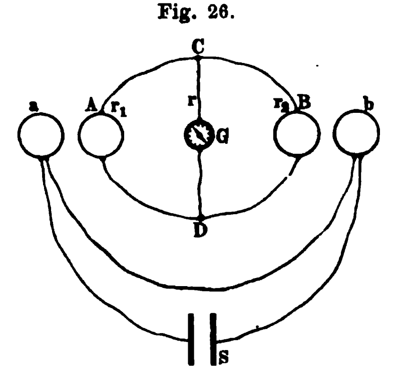
[1]) Abraham, Compt. rend. 117, 624, 1893; Beibl. 18, 234.

gleicher Induction. Wird die Spirale B_1 von einem Punkt einer dieser Curven zu einem anderen Punkt derselben Curve verschoben, während durch A_1 ein constanter Strom fliesst, so wird in B_1 kein Strom inducirt. Wird B_1 von irgend einem Punkt einer Curve zu irgend einem Punkt einer anderen Curve verschoben, so ist die inducirte elektromotorische Kraft die gleiche, wo auch jene Punkte auf den betreffenden Curven liegen [1]).

Auch kann man die Curve aufsuchen, in der in B_1 keine Induction stattfindet, und dadurch z. B. die Berechnung der Potentiale durch das Experiment bestätigen [2]).

129 δ) Will man die Inductionscoëfficienten zweier Paare von Spiralen, A und a, sowie B und b (Fig. 26) mit einander vergleichen, so kann man auch nach Maxwell [3]) durch a und b den Strom einer Säule S leiten, welchen man durch einen Interruptor an einer Stelle unterbrechen kann, und die Enden der Spiralen A und B so unter einander verbinden, dass die beim Oeffnen und Schliessen des Stromes der Säule in ihnen erzeugten Inductionsströme einander entgegenlaufen. Man vereint sodann zwei Punkte der Verbindungsdrähte ACB und ADB mit einander durch einen ein Galvanometer G enthaltenden Brückendraht und verändert die Widerstände der Zweige CAD oder CBD so lange, bis das Galvanometer beim Oeffnen oder Schliessen des Interruptors keinen Ausschlag zeigt.

Fig. 26.



Sind E_1 und E_2 die Potentiale der Spiralenpaare auf einander, bezw. die in A und B inducirten elektromotorischen Kräfte, sind r, r_1, r_2 die Widerstände der Zweige CGD, CAD, CBD, so ist die Intensität des Stromes in der Brücke gleich Null, wenn $E_1 : E_2 = r_1 : r_2$ ist (vergl. Bd. I, §. 353).

Da die elektromotorischen Kräfte der Extraströme, welche beim Entstehen und Vergehen der in den Spiralen A und B direct inducirten Ströme in letzteren erzeugt werden, einander gleich und entgegengesetzt sind, so heben sich ihre Wirkungen auf die Galvanometernadel auf, vor-

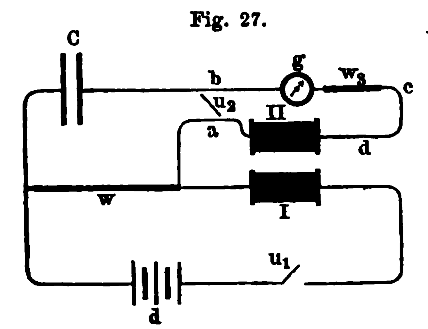
1) Vergl. Grant, Phil. Mag. [5] **12**, 330, 1881; Beibl. **5**, 898. — 2) Grant, Chem. News **19**, 21, 1879; Beibl. **3**, 645. — Minchin, Phil. Mag. **37**, 406, 1894; Beibl. **18**, 866, hat gezeigt, wie man die Abhängigkeit der Ströme in einer primären und secundären Rolle von den charakteristischen Eigenschaften beider Rollen durch Hyperbeln darstellen kann. — 3) Maxwell, Treatise 3. ed. **2**, 395, 1892. Versuche dieser Art von Brillouin (Compt. rend. **93**, 1010, 1881; Beibl. **6**, 39) über die Inductionscoëfficienten geben Resultate, welche mit der Berechnung übereinstimmen.

ausgesetzt, dass die Zeit des Verlaufes der Induction gegen die Schwingungsdauer derselben relativ klein ist.

Die zur Einstellung anzuwendenden Methoden sind dieselben, welche wir schon bei der Bestimmung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes erwähnt haben. Nur ist bei Einschaltung von Widerständen in die Leitungen darauf zu achten, dass in ihnen selbst keine Inductionswirkungen ausgeübt werden.

ε) Roiti[1]) bestimmt den Coëfficienten durch Messung von Capacität und Widerstand. Er leitet den Strom einer Säule S (Fig. 27) durch einen Unterbrecher u_1, die inducirende Rolle I und einen veränderlichen Widerstand w. An das Ende des Widerstandes w wird ein Stromzweig angeschlossen, der einen Condensator von der Capacität C, das Galvanometer g vom Widerstand w_g den veränderlichen Widerstand w_1 und die Inductionsrolle II enthält. Die Punkte b und a können durch einen Unterbrecher U_2 von verschwindendem Widerstand verbunden werden. **130**

Fig. 27.



Zuerst wird bei geöffnetem u_2 der Unterbrecher u_1 geschlossen. Bei der dabei erfolgenden Ladung des Condensators erhält die Galvanometernadel den auf den doppelten Sinus des halben Winkels zu reducirenden Ladungsausschlag a_1. Dann werde u_1 geöffnet, u_2 geschlossen. Der reducirte Inductionsausschlag sei a_2. Ist $w^1 = w_2 + w_3 + w_g$ der Widerstand des Zweiges $abgcda$, so ist

$$M = Cw . w^1 \frac{a_2}{a_1}.$$

ζ) Eine Verbesserung dieser Methode ist die Methode von Carey Foster[2]). Fig. 28 (a. f. S.) giebt die Anordnung des Apparates an. B ist eine constante Kette, P ist die inducirende, S die secundäre Rolle, C ein Condensator von bekannter Capacität c, G ein Galvanometer, F und r sind beliebig zu verändernde Widerstände. K ist ein Stromunterbrecher. **131**

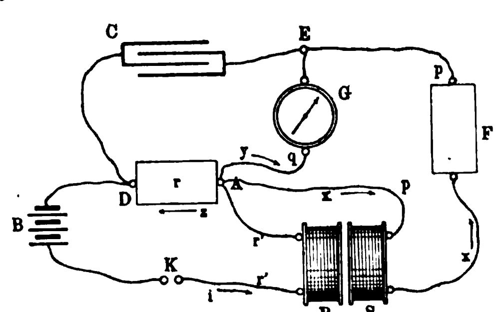
M sei der Inductionscoëfficient zwischen P und S, L der Selbstinductionscoëfficient von S. i sei die Stromstärke in der Kette und der inducirenden Rolle P.

[1]) Roiti, N. Cimento [3] 16, 175, 1884; Beibl. 8, 867. Heydweiller, Elektrische Messungen S. 197. — [2]) Carey Foster, Chem. News 54, 288, 1886. (Physical Society 27. Nov. 1886.) Phil. Mag. [5] 23, 121, 1887; Beibl. 11, 554. — Ueber dessen Methode s. auch Swinburne, Phil. Mag. [5] 24, 85, 1887; Beibl. 12, 76.

Bei der Beobachtung wird der Widerstand F so geregelt, dass beim Schliessen oder Oeffnen des Contactes K die Galvanometernadel keinen Ausschlag giebt.

Dann seien die Widerstände $ASFE = p$, $AGE = q$, $AD = r$, die entsprechenden Ströme in den beiden ersten x, y und die Potentiale in den Punkten A und E gleich A und E.

Fig. 28.



Ist der Batteriestrom beim Schliessen constant geworden, so sind die Ströme x und $y = 0$, also $A = E$, und die Ladung des Condensators Cir. Zeigt die Galvanometernadel keinen Ausschlag, so muss auch die Gesammtstärke des Stromes y während der ganzen Zeit seines Anwachsens Null sein. Die Gesammtmenge der durch Strom x fortgeführten Elektricität ist demnach gleich der Ladung des Condensators gewesen, d. h. $\int_0^\infty x\,dt = Cir$.

Ist aber die mittlere Stromstärke $y = 0$, so ist auch für alle Werthe der Zeit die mittlere Potentialdifferenz $A - E = 0$, und die wirksame elektromotorische Kraft in dem Leiter p ist allein durch die gegenseitige Induction der Rollen P und S bedingt, da der Integralwerth der elektromotorischen Kraft der Selbstinduction verschwinden muss. Danach ist:

$$\int x\,dt = \frac{M}{p}\int_0^\infty \frac{di}{dt}\,dt = Cir \text{ oder } M = Cpr.$$

Damit der Galvanometerstrom y in jedem Moment gleich Null sei, und ebenso sein mittlerer Werth, ist es wesentlich, dass der Werth des Selbstinductionscoëfficienten L der Rolle S gleich dem Coëfficienten M der gegenseitigen Induction sei. Ist r' der Widerstand der primären Rolle und der Säule zwischen den Punkten A und D, so muss zur Erzielung der Maximalempfindlichkeit der Methode $p/q = r/r'$ sein.

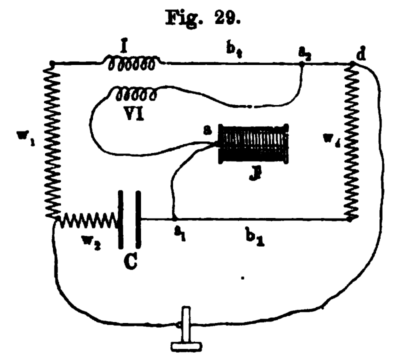
Eine Reihe von Versuchen bestätigt die Zuverlässigkeit der mittelst dieser Methode erhaltenen Resultate [1]).

---

[1]) Eine ähnliche Methode ist, wie C. Foster (Chem. News 55, 282, 1887, Beibl. 11, 736) bemerkt, schon etwas früher von Vaschy und de la Touanne (Electrician 17, 1886) benutzt worden, nur ist dabei das Galvanometer mit dem variablen Widerstand ϱ vertauscht, was den Vortheil hat, dass der Widerstand der secundären Rolle nicht bekannt zu sein braucht.

η) **Heydweiller**[1]) leitet den Strom eines Inductoriums J (Fig. 29) mittelst zweier Schleifcontacte s_1, s_2 zu zwei Brückendrähten b_1 und b_2. In den Draht b_2 und die Leitung as_2 sind die auf einander wirkenden Inductionsspiralen I und VI eingeschaltet. C ist ein Condensator, w_1, w_2, w_4 sind inductionsfreie Widerstände von Rheostaten. Zunächst werden s_1 und s_2 so verschoben und dann w_2 und w_4 so abgeglichen, dass s_2 nach dem Ende rechts von b_2 rückt, bis das bei T befindliche Telephon verstummt. 132

Fig. 29.



Dann ist das gegenseitige Potential M der Rollen I und VI

$$M = w_1 w_4 C$$

und das Selbstpotential L der Rolle I

$$L = M \frac{w_2 + w_4}{w_4} = w_1 (w_2 + w_4) C.$$

Das Resultat folgt, wenn man die Anordnung in der **Wheatstone**'schen Brücke (Fig. 30) zeichnet, wo 3 der von w_4 ab gezählte, auf Null reducirte Abschnitt $s_2 d$ ist. Es seien die Potentialdifferenzen an den Enden jedes Zweiges unter Einfluss der Induction p_1, p_2, p_3, p_4, die Stromstärken in ihnen, wenn der Strom im Telephonzweig Null ist, i_1, i_2, i_3, i_4. Setzt man $w_1^1 = p_1/i_1$, $w_2^1 = p_2/i_2$, $w_3^1 = p_3/i_3$, $w_4^1 = p_4/i_4$, dann ist

Fig. 30.

$$w_1^1 w_4^1 = w_2^1 w_3^1,$$

woraus bei Entwickelung der Einzelwerthe von w^1 sich obige Formel ergiebt.

Die Methode entspricht sehr nahe der von **Carey Foster**. Nur ist der Widerstand w_2 zu dem Condensator hinzugefügt. Demnach ist die bei ersterer Methode nicht gut angängliche Verwendung des Telephons ermöglicht.

2. Experimentelle Bestimmung der Coëfficienten der Selbstinduction.

α) **Methode von Joubert**[2]) **mittelst Widerstands- und Zeitmessung.** Die $n$mal in der Secunde alternirenden Ströme einer Wechsel- 133

---

[1]) **Heydweiller**, Wied. Ann. **53**, 497, 1894. — [2]) **Joubert** s. **Mascart** u. **Joubert**, Elektricität und Magnetismus. Deutsch von **Levy**, **2**, 482, 1888.

strommaschine werden hinter einander durch zwei Leiter $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ mit den Selbstinductionscoëfficienten L_1 und L_2 geleitet und an ihre Enden nach einander ein Quadrantelektrometer in Doppelschaltung (d. h. an das eine Ende der eine Quadrant, an das andere der andere, mit der Nadel verbundene Quadrant) angelegt. Die auf die Quadrate der Potentialdifferenzen reducirten Ausschläge der Nadel seien in beiden Fällen γ und γ_1. Ist die Stromstärke i, und sind die Widerstände beider Leiter w_1 und w_2, τ die Zeit eines Wechsels der Ströme τ_1 bezw. die Zahl der Wechsel in der Secunde n, so ist

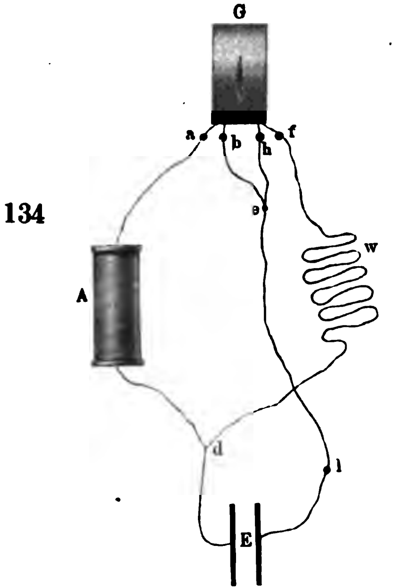
$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{w_1^2 + \frac{4\pi^2 L_1^2}{\tau^2}}{w_2^2 + \frac{4\pi^2 L_2^2}{\tau^2}}.$$

Ist der Leiter $A_2 B_2$ inductionsfrei, so wird

$$L = \frac{\tau}{2\pi}\sqrt{\frac{w_2^2 \gamma_1 - w_1^2 \gamma_2}{\gamma_2}} = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{w_2^2 \gamma_1 - w_1^2 \gamma_2}{\gamma_2}}.$$

Puluj[1]) legt statt eines Elektrometers ein Elektrodynamometer an die Enden der Widerstände an. Hierbei treten indess in letzteren Ströme auf, welche die Verhältnisse compliciren.

Fig. 31.



Troje[2]) bestimmt ebenfalls den Selbstinductionscoëfficienten mittelst des Elektrodynamometers. Seine Resultate stimmen mit den Berechnungen von Oberbeck[3]).

134

β) **Methode von F. Kohlrausch[4]) durch Widerstands- und Zeitmessung mittelst des Differentialgalvanometers.** Der durch einen Inductor E (einen in einer Spirale verschobenen Magnet) oder einen elektromagnetischen Inductionsapparat erzeugte Inductionsstoss wird durch die beiden gleichen Windungsreihen eines Differentialgalvanometers in entgegengesetzter Richtung verzweigt. In die beiden gleichen Leitungen zu denselben wird einerseits der auf seinen Selbstinductionscoëfficienten L

---

[1]) Puluj, Elektrotechnische Zeitschr. **12**, 346, 1891; Beibl. **15**, 594. — [2]) Troje, Wied. Ann. **47**, 501, 1892. — [3]) Oberbeck, ibid. **17**, 816, 1040, 1882. — [4]) F. Kohlrausch, ibid. **31**, 594, 1887.

zu untersuchende Widerstand A, andererseits der ihm gleiche inductionsfreie Widerstand w eingeschaltet.

Zuerst wird der Inductor durch eine constante Kette ersetzt. Sind die beiderseitigen Widerstände gleich, so darf das Galvanometer keinen Ausschlag geben.

Sodann wird der Inductor an Stelle der Kette eingeschaltet.

Es sei E die elektromotorische Kraft des Inductors zur Zeit t, W sein Widerstand, γ der Widerstand jeder Multiplicatorhälfte, C die Galvanometerconstante, i_0 die Stromstärke in dem Zweige mit Selbstinduction, i_1 dieselbe im anderen Zweige, dann ist die Beschleunigung der Galvanometernadel durch einen Inductionsstoss

$$\frac{d^2x}{dt^2} = C\,(i_1 - i_0) = C\,\frac{L}{w+\gamma}\,\frac{di_0}{dt}.$$

Ist am Anfang des Stromflusses die Nadel auf Null, so ist dann $dx/dt = CLi_0/(w+\gamma)$ und am Ende desselben $dx/dt = 0$, da $i_0 = 0$, also während desselben die Gesammtverschiebung

$$x^1 = C\,\frac{L}{w+\gamma}\int i_0\,dt \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Da nun $i_0 = E/(2\,W + w + \gamma)$ ist, so folgt

$$x^1 = C\,\frac{L}{w+\gamma}\,\frac{1}{2\,W+w+\gamma}\int E\,dt \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Hier ist noch $C\int E\,dt$ zu bestimmen. Dazu wird ein grosser Widerstand R in den Zweig der einen Galvanometerhälfte eingeschaltet und durch denselben ein voller Inductionsstoss geschickt. Die Stromstärke ist zur Zeit t

$$\frac{d^2x}{dt^0} = Ci = \frac{CE}{R+W+\gamma},$$

also die durch denselben der Nadel ertheilte Geschwindigkeit

$$u = \frac{C}{R+W+\gamma}\int E\,dt \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Der hierdurch erzeugte Ausschlag sei x, das Dämpfungsverhältniss k, $\log k = \lambda$, die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel gleich τ. Ferner sei

$$k^{\frac{1}{\pi}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{\pi}{\lambda}} = S,$$

dann ergiebt sich

$$u = x\,\frac{\pi}{\tau}\,S \quad \text{und} \quad C\int E\,dt = x\,\frac{\pi}{\tau}\Big(R + W + \gamma\Big).S,$$

woraus endlich folgt:

$$L = \frac{x'}{x}\frac{\tau}{\pi}\left(w + \gamma\right)\frac{2W + w + \gamma}{R + W + \gamma}\cdot\frac{1}{S}\text{[1]}.$$

[1]) Bei ganz genauen Ableitungen ist noch auf die Selbstinduction des Inductors und der Multiplicatorhälfte Rücksicht zu nehmen; s. F. Kohlrausch, l. c.

Bei einer Methode von Culmann (Dissertation, Berlin 1884; Beibl. 9, 279) wird ein Strom einer constanten Kette zwischen einem Galvanometer und einer Nebenleitung verzweigt. Letztere wird in einem bestimmten Moment unterbrochen, sodann nachher die Hauptleitung. Ist in die Hauptleitung eine Spirale eingeschaltet, deren Selbstpotential L ist, so lässt sich dasselbe aus dem Ausschlage der Nadel des Galvanometers berechnen.

Hierfür muss aber noch die Zeit zwischen der Unterbrechung der Nebenleitung und Hauptleitung bestimmt sein. Dies kann nach der Methode von Pouillet oder mittelst eines Pendelapparates geschehen, wobei indess die Dauer des Oeffnungsfunkens zu berücksichtigen ist.

Eine complicirtere Vorrichtung von M. Baumgardt (Centralbl. f. Elektrotechnik 8, 215, 1886; s. auch 12, 230, 1889; Beibl. 10, 518; 14, 138), wobei der Strom einer Säule zwischen der zu untersuchenden Rolle S und den beiden Rollen eines Spiegelgalvanometers verzweigt wird und letztere so verstellt werden, dass erstere in beiden entgegengesetzt gleiche Inductionswirkungen ausübt, also bei Kurzschluss vor der Bussole die Nadel derselben nicht ablenkt. Die beiden Galvanometerrollen werden nunmehr eingeschaltet und die Widerstände in ihren Zweigen geändert, bis die Nadel wieder auf Null steht. Ist L der Selbstinductionscoëfficient, sind r_1 und r_2 die Widerstände des Galvanometerzweiges und des Zweiges der Rolle S, γ der Galvanometerausschlag beim Commutiren des Stromes in S allein, β derselbe beim Oeffnen des Stromes im unverzweigten Theil, λ der Selbstinductionscoëfficient des Galvanometers, welcher übrigens vorher bei verschiedenen Stellungen der Multiplicatorrollen nach irgend einer Methode zu bestimmen ist, δ das Dämpfungsverhältniss des Magnetspiegels, T eine Schwingungsdauer, so ergiebt sich:

$$L = 2r_2\frac{T}{\pi}\sqrt{\delta}\,\frac{\beta}{\gamma} + \lambda\,\frac{r_2}{r_1}.$$

Enthält die Spirale Eisenmassen, so wird an Stelle des Galvanometers ein Dynamometer verwendet, durch dessen bewegliche und unifilar aufgehängte Rolle der Strom einer Hülfsbatterie geleitet wird.

Bei der Methode von v. Wyss (Dissertation, Zürich. Zürcher u. Furrer 1886. Beibl. 10, 420) sei in einen primären Kreis I vom Gesammtwiderstande w_1 eine elektromotorische Kraft E und eine Spirale S vom bekannten Selbstpotential L_1, in einen secundären Kreis II vom Gesammtwiderstand w_2 ihr gegenüber eine Spirale S, deren Selbstpotential L_2 zu bestimmen ist, eingeschaltet. Durch den primären Kreis wird der Strom einer Wechselstrommaschine geleitet, dessen Intensität i_1 variirt. Ist M das Potential beider Spiralen auf einander, so wird in dem Kreise II in jedem Moment die elektromotorische Kraft $-\, Mdi/dt$ inducirt. Zugleich werden in Kreis I und II elektromotorische Kräfte $-\, Q_1 di_1/dt$ und $-\, Q_2 di_2/dt$ inducirt, wo i_2 die Stromintensität im Kreise II ist, und Q_1 sich aus dem Selbstpotential L_1 und dem der Zuleitungsdrähte zusammensetzt. Die zur Bestimmung von i_1 und i_2 vorhandenen Gleichungen sind demnach

$$w_1 i_1 = E - Mdi_2/dt - L_1 di_1/dt$$

und

$$w_2 i_2 = -\, Mdi/dt - L_2 di_2/dt,$$

welche integrirt werden.

Zur Messung der Stromstärken i_1 und i_2 dient ein Elektrodynamometer, dessen feste Rolle mit ihren Windungsebenen parallel der Ebene des magnetischen Meridians, dessen bewegliche Rolle im Ruhestand senkrecht dazu steht. Das Selbstpotential des Dynamometers sei verschwindend klein. Es wird abwechselnd das eine Mal der Strom i_2 durch beide Rollen, das andere Mal nur

γ) Herwig[1]) schaltet die Inductionsspirale, deren Selbstinductionscoëfficient zu bestimmen ist, in den einen der beiden Zweige eines Differentialspiegelgalvanometers ein und in den anderen Zweig einen aus zwei entgegenlaufenden Hälften bestehenden Draht. Ist der Ausschlag beim Oeffnen des durch beide Zweige geleiteten Stromes gleich β, erzeugt ein constanter Strom einer Kette von der elektromotorischen Kraft E_1, welcher beide Multiplicatorhälften, deren Widerstand R_1 sei, durchfliesst, den Ausschlag α, ist R der Widerstand des Extrastromes, I die Intensität des primären Stromes, sind λ und T das logarithmische Decrement und die Schwingungsdauer des Magnetspiegels, so ist der Selbstinductionscoëfficient der Spirale 135

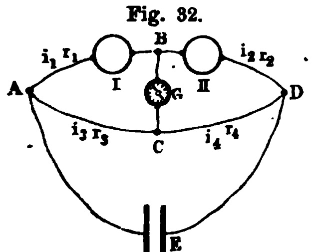
$$L = \frac{R}{R_1} \frac{\beta}{\alpha} \frac{E_1}{I} \frac{T e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}.$$

Dabei ergab sich z. B., als eine Spirale aus zwei parallelen, bezw. 0,265 und 2,18 mm dicken Drähten gewunden wurde, oder aus einem 30 mm langen, 40 mm breiten und $^1/_2$ mm dicken Kupferband und aus dem 0,265 mm dicken Kupferdraht, dass die beiden Theile jeder Spirale, trotz ihrer grossen Ungleichheit doch einen gleichen Coëfficienten der Selbstinduction besassen, also wie lineare Drähte wirkten.

Auch mittelst der Wheatstone'schen Brücke kann man den Selbstinductionscoëfficienten bestimmen. 136

Schon Bd. I, §. 354 bis 357 haben wir die Bedingungen der Stromlosigkeit in der Brücke behandelt, wenn sich die elektromotorischen Kräfte und Widerstände der einzelnen Zweige mit der Stromstärke ändern. Diese Betrachtungen finden hier ihre Anwendung.

Fig. 32.



δ) So hat Maxwell[2]) mittelst der Wheatstone'schen Brücke den Selbstinductionscoëfficienten L_2 einer Spirale bestimmt, indem er ihn mit dem bekannten Coëfficienten L_1 einer Normalspirale verglich. Man schaltet beide Spiralen in die zwei Zweige

durch die bewegliche Rolle geführt, während jetzt durch die feste Rolle der Strom i_1 fliesst. In beiden Fällen werden drei Drehungsmomente entwickelt: das erste durch die directe Stromeseinwirkung, das zweite in Folge der durch die Drehung der beweglichen Rolle in der feststehenden inducirten elektromotorischen Kraft, das dritte endlich durch die unifilare oder bifilare Aufhängung. Die drei Momente bedingen eine Gleichgewichtslage. L_2 wird aus den beiden Gleichgewichtslagen und dem gegenseitigen Potential M berechnet. Ist der Werth des im Dynamometer existirenden Selbstpotentials erheblich, so ist dessen Kenntniss erforderlich. Es lässt sich auch dieses Selbstpotential aus den Messungen eliminiren durch Vertauschung der beiden Spiralen S_1 und S_2. Nur muss man in diesem Falle das Selbstpotential der Spirale P kennen.

Versuche bestätigen die Genauigkeit der Methode.

[1]) Herwig, Wied. Ann. 7, 488, 1879. — [2]) Maxwell, Treatise 3. ed. 2, 361, 1881. 3. ed. 2, 399, 1892. Phil. Trans. Roy. Soc. London 155, 475.

AB und BD (Fig. 32 a. v. S.) ein und verändert die Widerstände r_1, r_2, r_3, r_4 der vier Parallelzweige so, dass ein constanter Strom von E keine Ablenkung am Galvanometer G in der Brücke BC hervorruft. Dann ist $r_1/r_2 = r_3/r_4$ und $i_1 = i_2$, sowie $i_3 = i_4$. Darauf wird der die Säule E enthaltende Zweig durch einen Interruptor unterbrochen. Sollen sich hierbei die Wirkungen der Selbstinductionen aufheben, so müssen sie einerseits in B und C und andererseits in A und D gleiche und entgegengesetzte Potentiale erzeugen. Also muss sein

$$\frac{L_1}{r_1}\frac{di_1}{dt} = \frac{L_2}{r_2}\frac{di_2}{dt}.$$

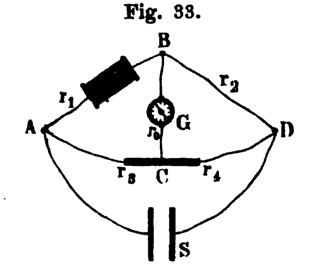
und wenn $i_1 = i_2$ ist

$$L_1 : L_2 = r_1 : r_2\ ^{1)}.$$

137 ε) Eine andere Methode, bei welcher es keiner Normalspirale bedarf, ist die folgende [2]):

In einen Zweig AB der Wheatstone'schen Drahtcombination $ABCD$, Fig. 33, wird die zu untersuchende Spirale eingeschaltet. Die Verbindung des Brückendrahtes mit der übrigen Leitung bei C wird wiederum so lange verstellt, bis bei constanter Verbindung der Säule mit A und D durch das in die Brücke eingeschaltete Galvanometer kein Strom fliesst. Dann verhalten sich die Widerstände der vier Zweige AB, BD, AC und CD:

Fig. 33.



$$r_1 : r_2 = r_3 : r_4.$$

Aendert sich die Intensität im Zweige ASD, so werden sowohl in der Spirale im Zweige AB, als auch in den Windungen des Galvanometers G Ströme inducirt, wodurch die Verhältnisse sich ändern. Sind dann die Insensitäten in der Brücke BGC und in den vier erwähnten Zweigen i_0, i_1, i_2, i_3, i_4, und ändern sich die Stromintensitäten in den Zweigen AB und BC in der Zeit dt um di_1 und di_0, ist das Potential der Spirale in AB auf sich selbst L_1, das der Galvanometerspirale auf sich selbst L_0, so folgt aus den Gleichungen von Kirchhoff

$$i_1 r_1 + i_0 r_0 - i_3 r_3 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - L_0 \frac{di_0}{dt}$$

$$i_2 r_2 - i_4 r_4 - i_0 r_0 = + L_1 \frac{di^0}{dt}$$

$$i_1 = i_2 + i_0$$

$$i_4 = i_3 + i_0$$

---

[1]) Maxwell, Treatise 2. ed. 2, 767. Ueber diese Methoden siehe auch Ayrton und Perry, Lum. électr. 24, 401, 1887; Beibl. 12, 73. — [2]) Maxwell, Phil. Trans. 155 [1], 475.

und da $r_1 r_4 = r_2 r_3$ ist, auch

$$i_0 [r_0 (r_4 + r_3) + r_3 (r_2 + r_4)] = - r_4 L_1 \frac{d i_1}{dt} - (r_3 + r_4) L_0 \frac{d i_0}{dt} \quad 1)$$

Wird der Strom im Zweige der Säule plötzlich geschlossen, so dass für $t = 0$ bezw. $i_0 = i_1 = 0$ ist, und wird der Strom nach der Zeit τ stationär, so ist $\int_0^\tau d i_0 / dt = 0$. Die Intensität des Stromes im Zweige AB werde nach dieser Zeit $i_1 = I$.

Dann ist

$$\int_0^\tau i_0 \, dt = - \frac{r_4 I}{r_0 (r_3 + r_4) + r_3 (r_2 + r_4)} L_1 \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Da nun bei constant gewordenem Strom, wenn E die elektromotorische Kraft der Säule, R der Widerstand des Zweiges ASD ist,

$$I = \frac{(r_3 + r_4) E}{R (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)} \quad . \quad . \quad 3)$$

ist, so folgt

$$\int_0^\tau i_0 \, dt = - \frac{r_4}{N} L_1 . E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

wo $1/N$ das Product der Coëfficienten von E und $r_4 I L_1$ in den beiden eben erwähnten Gleichungen ist.

Beim Oeffnen des Stromes in dem Zweige ADS ergiebt sich ebenso

$$\int_0^\tau i_0 \, dt = + \frac{r_4}{N} L_1 . E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Der Werth des Integrals lässt sich aus der Ablenkung der Galvanometernadel direct oder nach der Multiplications- oder Zurückwerfungsmethode bestimmen; indess bietet die Bestimmung von E und von N Schwierigkeiten, weil zu viele Bedingungen einfliessen.

ζ) Um diese Bestimmung zu umgehen, wird nach Lord Rayleigh[1]) 138 in den Zweig AB ein kleiner Widerstand $\varDelta r_1$ eingeschaltet und die Kette dauernd geschlossen; erst an einer Stelle des Zweiges ASD, dann bei B oder C. Die sich ergebende constante Ablenkung giebt die Intensität des Stromes in der Brücke:

$$i_0^1 = \frac{r_4 \varDelta r_1}{N_1} E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

wo N_1 der Werth von N ist, wenn für r_1 der Werth $r_1 + \varDelta r_1$ gesetzt wird. Ist $\varDelta r_1$ hinlänglich klein, so kann man N für N_1 setzen und es

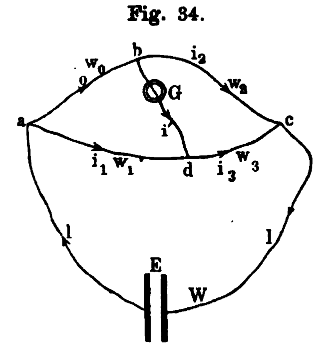
1) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. 32, 116, 1881.

ergiebt sich aus Gleichung 4) und 6)

$$L_1 = \frac{\varDelta r_1}{i_0'} \int_0^r i_0 \, dt.$$

139 η) **Bestimmung von F. Kohlrausch**[1]) **mittelst der Brückenmethode.** Der auf seine Selbstinduction zu untersuchende Leiter sei in den Zweig ab (Fig. 34) eingeschaltet, die anderen seien inductionsfrei. Zuerst wird wieder ein constantes Element E in den Zweig aEc eingefügt und die Widerstände so abgeglichen, dass durch die Brücke bd kein Strom fliesst, also $w_0 w_3 = w_1 w_2$ ist. Dann wird ein Inductor (§. 134), dessen Widerstand W sei, an Stelle der constanten Kette gesetzt. Die elektromotorische Kraft desselben erzeugt dann in ab einen Strom i_0

Fig. 34.



$$i_0 = E \frac{w_3}{W w_2 + w_3 (W + w_0 + w_2)} \quad \cdots \quad 1)$$

Durch die Selbstinduction wird in ab die elektromotorische Kraft $L di_0/dt$ erzeugt, welche im Galvanometer in der Brücke den Strom γ hervorruft. Der Zweig des Inductors hat auf die Stromstärke in der Brücke keinen Einfluss, also ist dieselbe

$$i' = L \frac{di_0}{dt} \frac{w_2 + w_3}{(w_1 + w_4)(w_2 + w_3) + \gamma (w_0 + w_4 + w_2 + w_3)} = \frac{L}{Q} \frac{dE}{dt},$$

wenn der Werth i_0 aus Gleichung 1) und das Verhältniss $w_1 w_3 = w_2 w_4$ eingesetzt wird und

$$Q = \frac{W w_2 + w_3 (W + w_0 + w_2) \gamma w_2}{w_3} + \frac{w_0 (\gamma + w_2 + w_3)}{w_2}.$$

ist.

Setzt man $\frac{d^2 x}{dt^2} = C i^1$ und nimmt an, dass die Nadel am Ende des Inductionsstosses einen Ausschlag x^1 und keine Endgeschwindigkeit hat, so folgt wie in §. 134

$$x^1 = \frac{L}{Q} \cdot C \int E dt,$$

wo C die Galvanometerconstante ist.

$C \int E dt$ wird ähnlich wie §. 134 gemessen, indem man den Inductionsstoss nach Einschaltung eines genügenden Widerstandes W_0 un-

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **31**, 598, 1887. Die Bezeichnungen W, w statt R, r sind absichtlich zur bequemeren Vergleichung mit den Originalabhandlungen beibehalten.

verzweigt durch das Galvanometer sendet, wobei es den Ausschlag x macht. Dann folgt wie in §. 134

$$L = \frac{x^1}{x} \frac{\tau}{\pi} \frac{1}{W_0 + w + \gamma} \frac{Q}{S}.$$

Wird $w_2 = w_3$ gemacht, so wird einfacher

$$Q = \left(2\,W + w_0 + w_2\right)\left(\gamma\,\frac{w_0 + w_2}{w_2} + 2\,w_0\right).$$

Die Ausschläge x und x^1 werden an derselben Scala abgelesen. Grössere Ausschläge x werden auf den Sinus des halben Winkels durch Subtraction von $\frac{11}{32}\frac{x^3}{A^2}$ reducirt, wo A der Scalenabstand ist.

ϑ) Methode von Ledeboer und Maneuvrier[1]). Eine Spirale **140** von sehr wenigen Windungen ohne Eisenkern, deren Widerstand R und deren Selbstinductionscoëfficient L sei, wird in der Wheatstone'schen Drahtcombination einem inductionsfreien Neusilberdraht gegenübergestellt, bei Anwendung eines constanten Stromes der Schieber auf die Mitte des Messdrahtes gebracht, und der vierte Zweig von Neusilber geändert, bis der Strom in der Brücke verschwindet. Dann wird ein rotirender Interruptor, welcher in der Secunde n Umdrehungen macht, in den Kreis der Kette und in den des Galvanometers eingeschaltet. Derselbe sendet bei jeder Umdrehung nur den Oeffnungsextrastrom durch letzteres. Die constante Ablenkung seiner Nadel dabei sei δ.

Um die Galvanometerconstante und die Intensität des Stromes in der Spirale zu eliminiren, wird der Interruptor angehalten und der Contactschieber um eine kleine Grösse ε verschoben, wobei das Galvanometer den Ausschlag α zeigt. Ist l die Länge des Messdrahtes, welche dem Widerstand R entspricht, so ist:

$$L = R\,\frac{2\,\varepsilon}{l}\,\frac{1}{n}\,\frac{\delta}{\alpha}.$$

Versuche bestätigen die Richtigkeit der Methode, welche eine neue Anordnung derer von Maxwell und Lord Rayleigh für den Fall ist, wo der Selbstinductionscoëfficient zu klein ist, als dass der Inductionsstrom im Galvanometer einen wirklichen Ausschlag bewirken könnte. Man kann auch bei derselben Spiegelgalvanometer statt der ballistischen Galvanometer verwenden.

---

[1]) Ledeboer und Maneuvrier, Compt. rend. **104**, 900, 1887; Beibl. **11**, 602. S. auch Ledeboer, Lum. électr. **27**, 601, 1888. Dieselben, Ueber den Selbstinductionscoëfficienten zweier neben einander verbundener Spiralen, Compt. rend. **105**, 371, 1887; Beibl. **12**, 77. Befinden sich die Spiralen in einem Zweige der Wheatstone'schen Brücke neben einander und einer einzigen Spirale im folgenden Zweige der Wheatstone'schen Brücke gegenüber, so lassen sich die Inductionsströme darin nur dann gegenseitig compensiren, wenn $L_1/R_1 = L_2/R_2$ ist, und L_1 und L_2 die Inductionscoëfficienten, $R_1 = R_2$ die Widerstände der ersteren sind.

141 ι) **Methode von Abraham**[1]). Drei Zweige einer Wheatstone'schen Brücke sind inductionsfrei, der vierte enthält die zu untersuchende Spirale, die Brücke die eine Windungsreihe eines Differentialgalvanometers. Durch den Apparat wird ein constanter Strom geleitet und das in der einen Windungsreihe des Galvanometers beobachtete Gleichgewicht hergestellt.

Dann wird durch einen rotirenden Commutator ein Schliessungsinductionsstrom $n$mal in der Secunde durch das Galvanometer geleitet, dessen Ablenkung durch einen compensirenden Strom auf Null gebracht wird, der immer durch dieselbe Säule geliefert wird.

Darauf wird der rotirende Commutator angehalten und der Contact der Brücke um eine kleine Grösse r verstellt, bis das Gleichgewicht des Galvanometers wieder hergestellt ist. Dann ist der Inductionscoëfficient $L = r/n$.

Bei hoher Frequenz von Wechselströmen kann man[2]) in einer Wheatstone'schen Brücke mit Telephon und den Zweigen $\binom{1\ 2}{3\ 4}$ sinusoidale Ströme von der Frequenz n annehmen. Ist dann ein Zweig ohne Selbstinduction ($L_1 = 0$) und R_1 so geregelt, dass man nahezu hat

$$R_1 L_4 = R_2 L_3 = R_3 L_2,$$

so erhält man das Minimum des Tones für constanten Strom, wenn man R_4 verändert um

$$r = 4\pi^2 n^2 \frac{L_2 L_3}{R_1} \quad \text{oder auch} \quad \sqrt{L_2 L_3} = \frac{1}{2\pi n} \sqrt{r R_1}.$$

Man kann also mit Wechselströmen von gegebener Frequenz hiernach das geometrische Mittel der Selbstinductionscoëfficienten L_2 und L_3 berechnen.

Ist $L_3 = L_4 = 0$, so ist das Telephon stumm, wenn die Doppelgleichung

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$

genau erfüllt ist. Wenn man aber nur ein klares Minimum des Tones sucht, so genügt es, in der Nähe dieser Bedingung zu bleiben. Die allgemeinere Minimumsbedingung giebt in diesem Falle, wenn $L_3 = L_4$ ist,

$$R_1 (R_1 R_4 - R_2 R_3) - 4\pi^2 n^2 (L_1 R_4 - L_2 R_3) = 0.$$

Nennt man r denjenigen Widerstand, den man zu R_4 algebraisch hinzufügen muss, um bei stationärem Strom das Gleichgewicht zu finden, ε die Grösse, welche man algebraisch von R_4 abziehen muss, damit $R_4 : R_3 = L_2 : L_1$ ist, so liefert die Minimumbedingung

$$\varepsilon = \frac{R_1^2}{4\pi^2 n^2 L_1^2}\, r.$$

---

[1]) Abraham, Compt. rend. **117**, 624, 1893; Beibl. **18**, 234. — [2]) Abraham, ibid. **118**, 1326, 1896; Beibl. **19**, 91. S. auch Compt. rend. **118**, 1251, 1894; Beibl. **18**, 866.

Für alternirende Ströme von hoher Frequenz ist also nahezu $\varepsilon = 0$, selbst wenn r bedeutend ist, d. h. also $L_2 : L_1$ ist nahezu gleich dem Verhältniss $R_4 : R_3$, welches das Minimum des Tones im Telephon ergiebt.

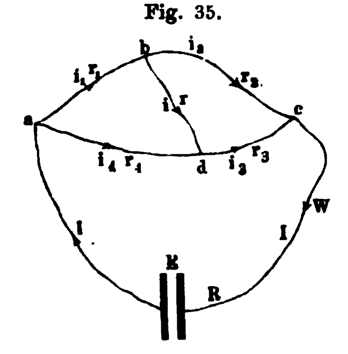
142 $\varkappa$) Methode von Linde[1]) mittelst der Wheatstone'schen Brücke $a(bd)c$. Der eine, dem Messdraht parallele Zweig ab enthält die zu untersuchende Spirale und eine Tangentenbussole, der andere Zweig bc einen Rheostaten, die Brücke ein Galvanometer. Ist beim Oeffnen des Stromes u_1 der Ausschlag der Tangentenbussole, u der Ausschlag des Galvanometermagnets, T die Schwingungsdauer desselben, W der Rheostatenwiderstand in dem zweiten Parallelzweige bc, λ die Verschiebung des Contactes auf der Brücke, welche den Ausschlag u bewirkt, e die Länge bd auf den Messdraht, so ist das Selbstpotential

$$L = \frac{WL\lambda}{e^2} \frac{T}{\pi} \frac{2 \sin \frac{u}{2}}{tg\, u_1} e^{\frac{T}{\pi} arc\, tg \frac{\pi}{\lambda}}.$$

143 λ) Methode von Strecker[2]). Messung mit dem Telephon.

In der Wheatstone'schen Drahtcombination $a(bd)c$ sei der eine der auf einander folgenden gleichen Parallelzweige ab und bc (Fig. 35) von den Windungen eines Telephons gebildet. Die anderen Parallelzweige ad und dc haben gegen die ersten kleine Widerstände. Macht man sie gleich, so dass in der Brücke db kein Strom fliesst, so hört man beim Oeffnen und Schliessen derselben durch einen rotirenden Unterbrecher keinen Ton im Telephon. Verlegt man aber den Unterbrecher in den die Säule E enthaltenden Zweig aEc, so ertönt dasselbe. — Bestehen ab und bc aus den beiden ganz gleichen Umwickelungen eines Differentialtelephons, so kann man dadurch den Ton ebenfalls zum Verschwinden bringen. Dies bleibt auch noch bestehen, wenn ad und dc gleiche Selbstinduction besitzen. Ist die Selbstinduction von ad grösser, so kann man sie in zwei Summanden von gleicher Selbstinduction mit dc und den Ueberschuss über dieselbe zerlegen. Die Wirkung des ersten Theiles auf das Telephon hebt sich auf; die des zweiten wirkt wie eine elektromotorische Kraft im Kreise $adba$. Um diese zu neutralisiren, werden in die beiden Zweige ab und bc die beiden gleichen Windungsreihen einer doppelt umwickelten Spirale s eingeschaltet, welche innerhalb einer, in den Säulenzweig eingeschalteten

Fig. 35.



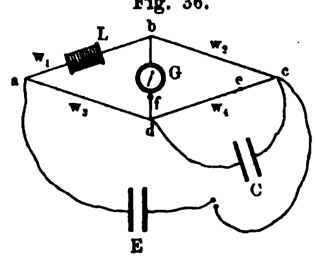
[1]) Linde, Exner's Repert. 27, 385, 1891; Beibl. 16, 91. — [2]) Strecker und Franke, Elektrotechn. Zeitschr. 10, 289, 1889; Beibl. 13, 827.

inducirenden Spirale S ihr parallel gestellt oder um eine auf ihrer Axe senkrechten Axe gedreht werden kann. Dann werden bei der Stromunterbrechung die Inductionen in beiden Theilen der inducirten Spirale gleich und können durch Drehen derselben verändert werden. Ist die inducirende Spirale sehr weit gegen die inducirte, so kann die Induction gleich dem Sinus des Winkels zwischen der gekreuzten Lage von s gegen S und ihrer ursprünglichen Lage gesetzt werden. Die Verbindungen der beiden Theile von s mit den Windungslagen des Telephons in ab und bc geschieht in entgegengesetzter Richtung, so dass sich in ab die Inductionen addiren, in bc von einander subtrahiren. Man kann dadurch die Wirkung der Selbstinduction von ab im Telephon neutralisiren. Durch Drehen von s gegen S kann man die Induction bis auf das 10- bis 15fache ändern; bei weiteren Grenzen der Messungen muss man die Windungszahlen von S und s ändern. Die Graduirung geschieht mittelst des Galvanometers. Der Widerstand dc muss eine relativ kleine Selbstinduction gegen ad besitzen, so dass im Wesentlichen der des letzteren allein gemessen wird.

Um den Umfang der Messungen anzugeben, erwähnen wir, dass zwei derartige Apparate benutzt wurden. Bei dem einen hatte die Spirale S einen Durchmesser von 44 cm, s hatte 2000 Windungen von 7,5 cm Durchmesser. Hatte S nur eine Windung, so konnte die Selbstinduction eines Kupferdrahtes von 4 cm Länge und 1 cm Durchmesser (6000 absoluten Einheiten des Selbstinductionscoëfficienten) gemessen werden. Hatte S zehn Windungen, so ergab sich die Selbstinduction eines 2,3 mm dicken, 40 cm langen Stahldrahtes zu 200 000 u. s. f. — Ein zweiter Apparat hat eine Hauptspirale S von 651 Windungen und 16,5 cm Durchmesser, eine inducirte Spirale von 2×1006 Windungen von 12 cm Durchmesser. Die Induction ist hier dem Winkel der Axe der inducirten Spirale gegen die inducirende Spirale nahe proportional. Man kann hiermit Selbstinductionen von 4 bis 130 Millionen messen.

144 Ausser den erwähnten Methoden werden noch einige andere Methoden zur Bestimmung der Selbstinductionscoëfficienten durch Messung der Capacität und des Widerstandes verwendet.

Fig. 36.



μ) Die erste Methode dieser Art ist von Maxwell[1]) angegeben. In der Brückencombination (Fig. 36) ist in den Stromzweig ab die auf ihr Selbstpotential L zu untersuchende Spirale, parallel zu dem Zweige dc ein Condensator C von der bekannten Capacität C eingesetzt.

[1]) Maxwell, Electricity and Magnetism. 3. ed., 2, 425, 1892. Deutsch von Weinstein. Berlin 1883.

Der die Säule E enthaltende Zweig enthält einen Interruptor, die Brücke bd ein Galvanometer G. Die Widerstände werden so regulirt, dass weder bei constantem Strom, noch auch bei Unterbrechungen und Schliessungen derselben die Nadel des Galvanometers ausschlägt. Dann ist

$$L = C w_1 . w_4 \text{ }^{1)}.$$

ν) Um die doppelte Abgleichung zu erleichtern, gleicht Rimington[1]) zuerst die Widerstände bis zur Nullstellung des Galvanometers für constanten Strom ab, und verbindet sodann das vorher mit c verbundene Ende der Condensatorleitung mit einem Punkt e von w_4, wodurch die Abgleichung für unterbrochenen Strom hergestellt ist. Ist der Widerstand $de = w'_4$, so ist 145

$$L = C \frac{w_1}{w_4} w'^2_4.$$

Wird der zu untersuchende Widerstand statt in ab in ec eingeschaltet, so ist

$$L = C w'^2_4,$$

welche Methode weniger empfindlich ist, als die vorhergehende[2]).

Nach Anderson[3]) kann in die Brücke bei d ein veränderlicher Widerstand df eingeschaltet werden. Der Condensator wird mit c und f verbunden. Während ein intermittirender Strom den Apparat durchfliesst, wird w bis zur Nullstellung des Galvanometers abgeändert. Dann folgt:

$$L = C \{w (w_1 + w_2) + w_2 w_3\}.$$

Damit die Methode benutzt werden kann, muss $L > C w_2 w_3$ sein. Zweckmässig wird w_2 und w_4 gross, w und w_3 klein genommen.

ξ) Bestimmung von Max Wien[4]) mittelst der Brückenmethode und des optischen Telephons[5]) (Fig. 37 a. f. S.). 146

Als Stromquelle E dient eine Wechselstrommaschine von bekannter Frequenz n; in der Brücke befindet sich das optische Telephon, in ab die auf ihre Selbstinduction zu prüfende Rolle I vom Widerstand α, zu welcher ein Nebenschluss β angebracht ist, und ein zu verändernder Widerstand γ. In dem Zweige bc befindet sich eine Rolle II mit Selbstinduction, ad und dc sind inductionsfrei.

---

[1]) Rimington, Phil. Mag. [5] 24, 54, 1887; Beibl. 12, 76. S. auch Niven, Phil. Mag. [5] 24, 225, 1887; Beibl. 11, 844. — [2]) Rimington und Pirani s. Heydweiller, Elektr. Messungen, S. 196. — [3]) A. Anderson, Phil. Mag. [5] 31, 329, 1891; Beibl. 15, 440. S. auch Kempe, Elektrotechn. Zeitschr. 10, 319, 1889; Beibl. 13, 829. — [4]) Max Wien, Wied. Ann. 44, 701, 1891. — [5]) Vergl. Bd. I, S. 447, Anm. Wied. Ann. 42, 593, 1891. S. daselbst die ausführliche Entwickelung der Formeln für die Messung der Inductionscoëfficienten und Capacitäten.

Der wahre Widerstand des Zweiges ab für constanten Strom ist dann

$$w_1 = w_\gamma + \frac{w_\alpha w_\beta}{w_\alpha + w_\beta}.$$

Wird durch Veränderung der Widerstände w_3 und w_4 bewirkt, dass während der Dauer der Wechselströme das Telephon auf Nullstellung ist, so sind die Selbstinductionscoëfficienten L_I und L_{II} der beiden Rollen:

$$\frac{L_I}{L_{II}} = \frac{w_3 (w_\alpha + w_\beta)}{w_4 (w_\beta + w_\gamma) - w_2 w_3}.$$

w_2, w_3, w_4 sind hier die Widerstände für die Nullstellung bei constantem, nicht für die bei Wechselstrom.

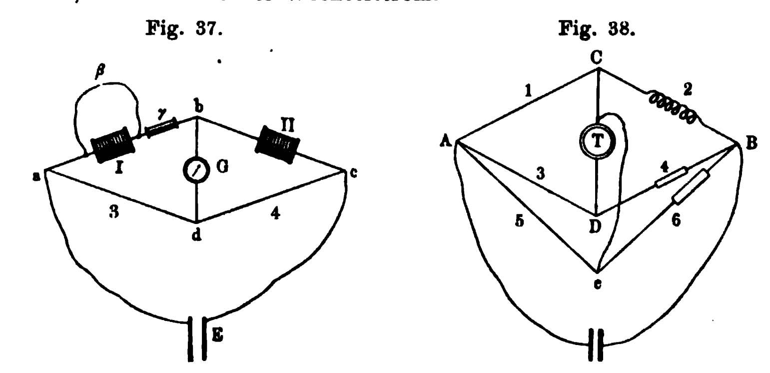


Fig. 37. Fig. 38.

147 o) Prerauer[1]) hat die Methode von Maxwell zur Messung kleiner Selbstpotentiale von 100 bis 10000 cm, z. B. von geraden Drähten, mit 1 Proc. Genauigkeit nach Angaben von Max Wien geändert. Die Anordnung ist die der Wheatstone'schen Brücke. Der Zweig 1 (Fig. 38) enthält den auf sein Selbstpotential zu messenden Leiter, Zweig 2 eine Vergleichsrolle von bekanntem Selbstpotential, welches 10 bis 100 mal so gross ist, als das zu messende. Die Zweige 3 und 4 enthalten Widerstände mit zu vernachlässigender Selbstinduction. Die Brücke enthält ein optisches Telephon T nach M. Wien, 5 und 6 sind zwei Zweige einer neuen Drahtcombination, deren Verbindungsstelle e mit einem Punkt des Telephonzweiges verbunden ist, während zugleich die Verbindung C gelöst wird. Sie dient zur Bestimmung des Widerstandsverhältnisses w_3/w_4. Die Widerstände 5 und 6 bestehen aus den zwei Theilen eines Messdrahtes, in den einerseits die eine Hälfte eines Rheostatenwiderstandes eingefügt ist, dessen andere Hälfte sich im Zweige 4 befindet.

Im Hauptzweige befindet sich ein Ringinductorium, dessen inducirende Rolle mit der Brückencombination verbunden ist und nur 0,037 Q. E. Widerstand hat.

---

[1]) Prerauer, Wied. Ann. 53, 772, 1894; s. auch Max Wien, ibid. 936.

In dem Telephonzweige ist zunächst als Transformator ein Inductorium, dessen primäre Spule 0,246 Q. E. hat und in den Brückendraht eingeschaltet ist. Seine secundäre Spule hat 39 Q. E. Widerstand und ist mit dem Telephon verbunden. Die gegenseitigen Inductionen sind möglichst vermieden, weshalb auch die Inductorien ringförmig gewickelt waren.

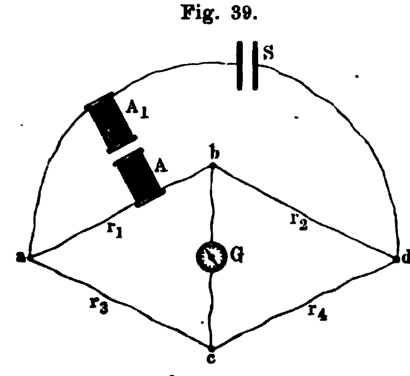
Ist das Selbstpotential des Zweiges 1 gleich L_1, das des Zweiges 2 gleich L_2, sind die Widerstände dieser Zweige w_1 und w_2, so verhält sich, wenn das Telephon schweigt:

$$L_1 : L_2 = w_1 : w_2 = w_3 : w_4 \text{ [1])}.$$

x) Endlich kann man auch nach Maxwell[2]) den Coëfficienten der Induction einer Spirale auf sich selbst mit dem der wechselseitigen Induction zweier Spiralen auf einander vergleichen. In den Zweig *ab* der Wheatstone'schen Drahtcombination, Fig. 39, wird die auf ihre Selbstinduction zu untersuchende Spirale *A*, in den die Säule *S* enthaltenden Zweig die Spirale A_1 eingeschaltet, deren Potential *M* auf *A* mit dem Potential *L* von *A* auf sich selbst zu vergleichen ist. Die Brücke *bc* wird wieder so eingestellt, dass das Galvanometer in ihr zunächst bei dauernder Schliessung keinen Strom angiebt. Dann verhalten sich also die Widerstände $r_1 : r_2 = r_3 : r_4$. Darauf verändert man r_3 und r_4, so dass ihr Verhältniss r_3/r_4 constant bleibt, bis auch beim Oeffnen von *aSd* in *bc* kein Strom angezeigt wird.

148

Fig. 39.



Ist die Stromintensität in dem Zweige *ab* gleich i_1, in *ac* gleich i_3, so ist die Intensität in *aSd* gleich $I = i_1 + i_3$.

Aendern sich diese Intensitäten in der Zeiteinheit um di_1/dt und di_3/dt, so wird in *ab* durch die Induction von A_1 auf *A* die elektromotorische Kraft $M\,(di_1/dt + di_3/dt)$ und durch die Selbstinduction von *A* die elektromotorische Kraft $L di_1/dt$ inducirt. Die Potentialdifferenz in *a* und *b* ist also gleich

$$i_1 r_1 + L\frac{di_1}{dt} + M\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_3}{dt}\right).$$

Ebenso ist die Potentialdifferenz in *a* und *c* gleich $i_3 r_3$. Fliesst durch *bc* bei dauernder Schliessung kein Strom, so ist $i_1 r_1 = i_3 r_3$. Fliesst

1) In Betreff der Einzelheiten des Apparates s. die Originalabhandlung. — 2) Maxwell, Treatise [3] 2, 397, 1892.

bei momentaner Oeffnung von aSd kein Strom durch bc, so ist demnach auch

$$L\frac{di_1}{dt} + M\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_3}{dt}\right) = 0$$

oder

$$L = -M\left(1 + \frac{r_1}{r_3}\right).$$

Da L positiv ist, muss M negativ sein, d. h. der Extrastrom in A muss dem von A_1 in A inducirten entgegengerichtet sein.

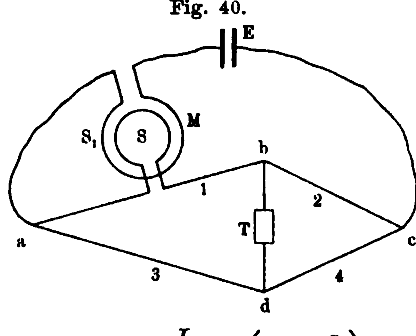
149 ϱ) Da die letzte Einstellung unter Beibehaltung des Gleichgewichts bei constantem Strom schwierig ist, stellt Maxwell bei einem anderen Verfahren die Brücke so ein, dass bei momentaner Oeffnung der Extrastrom in A etwas über den durch die Induction von A_1 auf A erzeugten Strom überwiegt und verbindet dann a und d durch einen Leiter r_5 von solchem Widerstand, dass die Galvanometernadel auf Null steht, wodurch die Einstellung bei constantem Strom nicht geändert wird. Dann wird:

$$L = -M\left(1 + \frac{r_1}{r_3} + \frac{r_1 + r_2}{r_5}\right).$$

Es sind also noch mehr Widerstände als vorher zu bestimmen, wodurch die Methode viel ungenauer werden muss [1]).

150 σ) Nach Max Wien [2]) wird in den Zweig ab die Spirale S_I mit Selbstinduction L eingefügt. Neben derselben befindet sich die in den Hauptzweig eingeschaltete Spirale S, deren gegenseitiger Inductionscoëfficient mit S_1 gleich M ist. Sind bei der Nullstellung des Telephons in der Brücke bei constantem Strom die Widerstände der Zweige ab und ad gleich w_1 und w_3, sind dieselben, wenn die Batterie durch eine Wechselstrommaschine ersetzt ist, bei gleicher Stellung des Telephons a_1 und a_3, so ergiebt sich

Fig. 40.



$$\frac{L}{M} = \left(1 + \frac{a_1}{a_3}\right) = -\left(1 + \frac{w_1}{w_3}\right).$$

Da die rechte Seite der Gleichung grösser als Eins ist, muss auch $L > M$ sein. Das — Zeichen giebt an, dass die Ströme in beiden Spiralen entgegengesetzt sein müssen.

---

[1]) Vergl. auch Brillouin, Compt. rend. **94**, 435, 1882; Beibl. **6**, 397. — [2]) M. Wien, Wied. Ann. **44**, 697, 1891.

τ) Bestimmung des Selbstinductionscoëfficienten einer Wechselstrommaschine von Stefan[1]). 151

Der Strom der Maschine wird durch ein Elektrodynamometer geleitet und nach einander eine Anzahl (2) verschiedener inductionsfreier Widerstände w_1, w_2 eingeschaltet. Der Selbstinductionscoëfficient der Maschine sei L_e, der des Dynamometers L_d, die Widerstände beider seien w_e und w_d, die auf das Quadrat der Stromstärke berechneten Ausschläge des Dynamometers a_1 und a_2, n die Frequenz der periodischen Ströme der Maschine. Dann ist

$$L_e = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{a_1(w_1 + w_d + w_e)^2 - a_2(w_2 + w_d + w_e)^2}{a_2 - a_1}} - p_d.$$

υ) Coëfficient der gegenseitigen und Selbstinduction eines aus einer inducirenden und einer Inductionsrolle bestehenden Inductionsapparates (Transformators) nach Roiti[2]). 152

Man schaltet ein Elektrodynamometer nach einander in den primären und in den secundären Kreis ein, wobei aber der Gesammtwiderstand beider constant bleibt. Bei constanter Frequenz n des Stromwechsels und bei verschiedenen Widerständen w_s und w_s' des inducirten Kreises werden die auf Proportionalität mit dem Quadrat der Stromintensität reducirten Ausschläge des Dynamometers im primären und secundären Kreise a_p und a_p', sowie a_s und a_s' bestimmt. Dann ist

$$M = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{w_s^2 - w_s'^2}{\frac{a_p}{a_s} - \frac{a_p'}{a_s'}}}; \qquad L = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{w_s'^2\frac{a_s'}{a_p'} - w_s^2\frac{a_s}{a_p}}{\frac{a_s}{a_p} - \frac{a_s'}{a_p'}}}.$$

Oder man lässt den Widerstand des secundären Kreises constant und ändert die Frequenz von n in n' um, wobei die Ausschläge wie oben bezeichnet seien. Dann wird

$$M = \frac{w_s}{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_1^2}}{\frac{a_p}{a_s} - \frac{a_p'}{a_s'}}}; \qquad L = \frac{w_s}{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{1}{n'^2}\frac{a_s'}{a_p'} - \frac{1}{n^2}\frac{a_s}{a_p}}{\frac{a_s}{a_p} - \frac{a_s'}{a_p'}}}.$$

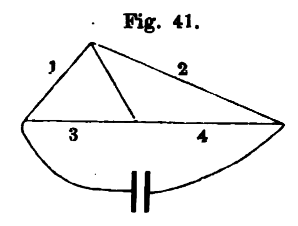
Die letzten Methoden sind als weniger genau wesentlich für technische Zwecke geeignet.

φ) Bei Anwendung von Wechselströmen macht die genaue Bestimmung der Perioden der Schwingungen Schwierigkeiten, wenn auch mit gehöriger Umsicht sichere Resultate erzielt werden können. 153

[1]) Stefan, Messungen an Wechselstrommaschinen. Wien 1886. — [2]) Roiti, N. Cimento [3] 17, 185, 1885; nach Heydweiller, Elektr. Messungen, S. 195.

Um dies zu vermeiden, schaltet Grätz[1]), wenn in den Zweigen 1, 2 der Brückencombination beliebige Leiter, z. B. Drahtrollen, deren Selbstpotentiale L_1 und L_2, bezw. gegenseitige Induction M_1 und M_2 gegen andere primäre Rollen zu messen sind, zuerst alle inducirten Rollen in die das Telephon enthaltende Brücke, so dass der Strom in allen die gleiche Richtung in Bezug auf den inducirenden Strom hat. Die Zweige 2 und 3 bestehen aus einem inductionsfreien Draht.

Fig. 41.



Die Stromquelle kann ohne Aenderung der Resultate beliebig sein, ein Hammerapparat, ein Apparat mit Stimmgabelunterbrecher, eine Wechselstrommaschine.

Für das Schweigen des Telephons muss

$$w_1 w_4 = w_2 w_3$$
$$w_4 L - (w_3 + w_4)(M_1 + M_2) = w_3 L_2$$

sein.

154 Man construirt hierzu Rollen von bekannter Selbstinduction, bezw. gegenseitiger Induction, sogenannte Inductionsnormalen, welch letztere auch durch Anwendung zweier Rollen mit gemeinsamem Durchmesser veränderlich gemacht werden kann, indem die eine fest, die andere um den gemeinsamen Durchmesser um einen beliebigen Winkel gedreht werden kann.

155 Um die Selbstinduction eines Normalapparates variiren zu können, construirt auch Max Wien[2]) einen Apparat, bestehend aus einer festen Rolle von 12 cm innerem Radius, innerhalb deren eine hinter sie geschaltete bewegliche Rolle um eine verticale Axe um 180° drehbar ist. Die feste Rolle besitzt mittelst eines Schaltbrettes durch Stöpsel mit einander zu verbindende Wickelungen von 2, 4, 8, 16 Lagen von je 11 Windungen von 0,8 mm dickem, doppelt mit Seide umsponnenem Kupferdraht. Der eine Radius der beweglichen Rolle ist 10 cm lang; sie besitzt zwei Wickelungen von zwei und vier Lagen, seine zur Mitte der Rolle geführten Leitungsschnüre vermitteln die Zuleitung.

Die Aichung des Apparates geschieht nach der Methode von Maxwell mit Wechselstrom und Wheatstone'scher Brücke nach einer Angabe von M. Wien. Nach derselben Methode lassen sich Selbstcoëfficienten innerhalb der Grenzen $5 \cdot 10^8$ bis 10^{10} cm messen und auch nach der Methode von Maxwell Capacitäten bestimmen.

---

[1]) Grätz, Wied. Ann. 50, 766, 1893. — [2]) M. Wien, ibid. 44, 659, 1891.

VII. Berechnung der Magnetoinduction.

Um die bei der relativen Bewegung eines Magnetes und einer Spirale, [156] bezw. beim Entstehen oder Verschwinden des Magnetismus in ersterem in der Spirale inducirte elektromotorische Kraft zu berechnen, bedarf es ebenfalls der Bestimmung des Potentials, welches aus der Summation der sämmtlichen, von verschiedenen Punkten des Magnetes zu der Spirale gezogenen Kegelöffnungen, je multiplicirt mit dem freien Magnetismus jener Punkte, abzuleiten ist.

Um einige Beispiele hiervon zu geben, wollen wir zunächst die Induction berechnen, welche in einem kreisförmigen Leiter vom Radius r, z. B. einem Drahtkreise, erzeugt wird, wenn sich ein Magnet von der Länge l in der Richtung seiner Axe fortbewegt. Der Abstand des dem Leiter zunächst liegenden Poles N des Magnetes von dem Mittelpunkte desselben sei x, das magnetische Moment des Magnetes sei lm; dann sind die Kegelöffnungen der durch seine Pole als Spitze und den Drahtkreis als Basis gelegten Kegel gleich

$$2\pi\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}\right) \quad \text{und} \quad 2\pi\left(1-\frac{x+l}{\sqrt{(x+l)^2+r^2}}\right),$$

oder, wenn die Winkel zwischen der Axe des Leiters und den von den Polen zu der Peripherie desselben gezogenen Linien mit ψ und φ bezeichnet werden, $2\pi(1-\cos\psi)$ und $2\pi(1-\cos\varphi)$.

Wird der Magnet aus einer bestimmten Entfernung zu dem Leiter parallel seiner Axe hinbewegt, ist am Anfang und am Ende der Bewegung der Werth x gleich x_0 und x_1, und sind die entsprechenden Werthe von φ und ψ gleich φ_0 und φ_1, ψ_0 und ψ_1, so stellen obige Werthe der Kegelöffnungen bei Einführung dieser Grössen die Potentialfunctionen V_0 und V_1 des Leiters in Bezug auf die beiden Magnetpole dar. Ist der umgekehrte Werth des Widerstandes des Schliessungskreises des Leiters gleich λ, so ist die Intensität des Inductionsstromes

$$I=-2\varepsilon\lambda m\pi[(\cos\varphi_1-\cos\varphi_0)-(\cos\psi_1-\cos\psi_0)].$$

Wird der Magnet dem Leiter aus unendlicher Entfernung bis zu der ersten Lage genähert, oder, was auf dasselbe herauskommt, entsteht er in dieser Lage, so ist $\cos\varphi_0=\cos\psi_0=1$, also dann

$$I=-2\varepsilon\lambda m\pi(\cos\varphi_1-\cos\psi_1).$$

Schneidet die Ebene des Leiters die Axe des Magnetes in der Mitte, so ist I im Maximum. Dann ist $\cos\varphi_1=-\cos\psi_1$, also

$$I_{max}=-4\varepsilon\lambda m\pi\cos\varphi_1=-\frac{4\varepsilon\lambda m\pi l}{\sqrt{l^2+4r^2}}.$$

Ist der Durchmesser $2r$ des Kreises klein gegen l, so verwandelt sich dieser Ausdruck in

$$I_{max}=-4\varepsilon\lambda m\pi.$$

Dann ist I von dem Durchmesser des Kreises und der Länge des Magnetes unabhängig.

Ein ähnliches Resultat, welches mit dem von Lenz (§. 28 u. flgde.) erhaltenen übereinstimmt, ergiebt sich bei Ersetzung des Drahtkreises durch eine Spirale, deren Durchmesser gegen ihren Abstand von den Enden des inducirenden Magnetes klein ist. Auch hier ist die inducirte elektromotorische Kraft von der Weite der Drahtwindungen der Spirale auf dem Magnete unabhängig.

157 Die Berechnung der durch den Erdmagnetismus inducirten Ströme begründet sich auf die §. 82 abgeleiteten Principien, wie F. E. Neumann (l. c.) dargethan hat. Rotirt ein ebener geschlossener Leiter L, welcher den Flächenraum F umschliesst, um eine beliebige Drehungsaxe unter Einfluss des Erdmagnetismus, deren Stärke wir mit M bezeichnen, und ist die auf der Drehungsaxe des Leiters senkrechte Componente desselben gleich N, so können wir annehmen, die Kraft N gehe von einem in der weiten Entfernung r befindlichen Pol P aus, welcher auf dem in der Richtung von N auf der Drehungsaxe errichteten Loth liege. Bildet in den verschiedenen Lagen des Leiters L ein Loth auf seiner Ebene mit N den Winkel φ, so ist die Oeffnung des durch P als Spitze und L als Basis gelegten Kegels durch den Werth $F/r^2 . \cos\varphi$ dargestellt. Ist der Magnetismus von P gleich μ, so ist $\mu/r^2 = N$. Sind also in zwei Lagen des Leiters die Werthe φ gleich φ_0 und φ_1, so wird bei der Drehung aus der ersten in die zweite Lage im Leiter ein Strom inducirt von der Intensität:

$$I = \frac{\varepsilon N F}{R} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_0),$$

wo R der Widerstand des Schliessungskreises, ε die Inductionsconstante ist. Jedesmal, wenn bei der Drehung die Ebene des Leiters L auf der Richtung von N senkrecht steht, kehrt sich bei fortgesetzter Drehung die Richtung des Inductionsstromes in ihm um. In diesen je um 180° von einander abstehenden Lagen muss durch einen Commutator die Stromesrichtung in dem Schliessungsdraht von L gewechselt werden, wenn man bei seiner Drehung constante Ströme erhalten will.

In diesen Lagen ist abwechselnd $\cos\varphi = \pm 1$. Bei einer halben Umdrehung des Leiters aus der einen in die andere Lage wird also ein Inductionsstrom von der Intensität

$$I = 2 \frac{\varepsilon N}{R} F$$

inducirt.

Liegt die Drehungsaxe des Leiters horizontal und steht senkrecht auf dem magnetischen Meridian, so ist $N = M$, also in diesem Falle

$$I_1 = 2 \frac{\varepsilon M}{R} F.$$

Fällt die horizontale Drehungsaxe in den magnetischen Meridian, so ist $N = M \sin i$, wo i der Inclinationswinkel ist, also:

$$I_2 = 2 \frac{\varepsilon M F}{R} \sin i.$$

Ist die Drehungsaxe vertical, so ist $N = M \cos i$, also

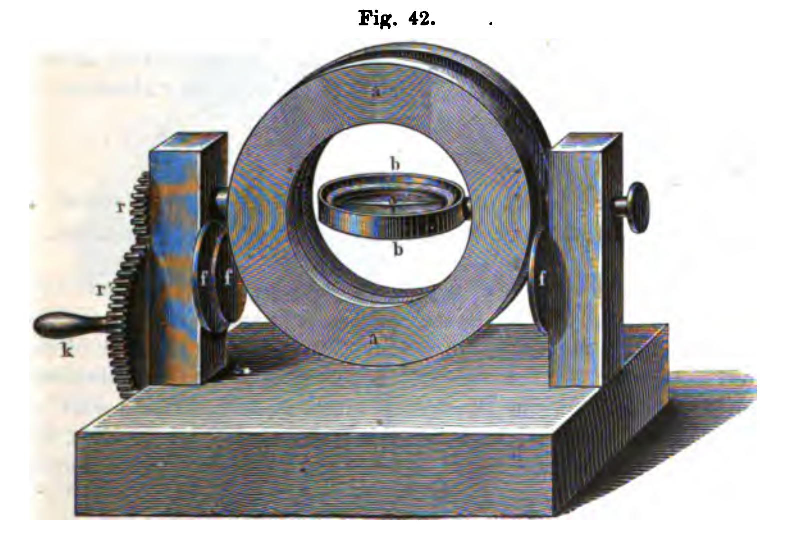
$$I_3 = 2 \frac{\varepsilon M F}{R} \cos i.$$

Wird dagegen der Leiter von der Stellung aus, in welcher seine Ebene mit der Richtung des Erdmagnetismus zusammenfällt, um 180^0 gedreht, so ist in beiden Lagen $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_0 = 0$. Man erhält also keinen Inductionsstrom.

158 Auf diesen Berechnungen beruht die **Bestimmmung der Inclination** mittelst des **Inductions-Inclinatoriums** von **W. Weber**[1]) (vergl. §. 45).

Der Ring *a* (Fig. 42) besteht aus zweimal acht ringförmigen, einander parallelen Kupferblechen von 100 mm innerem und 161 mm

Fig. 42.



äusserem Durchmesser, welche in der Mitte durch einen Zwischenraum von 12 mm von einander getrennt sind. Dieser Ring ruht mittelst einer horizontalen Axe auf Frictionsrollen *ff* und kann durch ein Zahnradsystem *rr'* mit Kurbel *k* um die Axe gedreht werden, welche in den magnetischen Meridian eingestellt wird. In dem Ringe befindet sich eine Magnetnadel. Bei der Rotation kann nur die verticale Componente des

[1]) W. Weber, Pogg. Ann. **43**, 493, 1838.

Erdmagnetismus in dem Ringe inducirend wirken; die Wirkung des Magnetismus der Nadel ist bei kleinen Ablenkungen derselben aus dem Meridian zu vernachlässigen. Bei der Drehung des Ringes mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit werden in ihm Ströme inducirt, welche die Nadel um einen bestimmten Winkel α ablenken, während gleichzeitig die horizontale Componente des Erdmagnetismus sie in ihre Ruhelage zurückzuführen strebt. Die Intensität der Ströme ist der verticalen Componente des Erdmagnetismus und der Zahl der Umdrehungen n des Ringes in der Secunde proportional.

Ist M die Gesammtintensität des Erdmagnetismus in der Richtung der Inclination, i der Inclinationswinkel, m das Moment der Nadel, so ist demnach

$$const\, n\, M m \sin i \cos \alpha = M m \cos i \sin \alpha$$

oder

$$const\, n\, tg\, i = tg\, \alpha.$$

Kennt man an einer Stelle der Erde die Inclination i, so kann man durch einen Versuch bei einer bestimmten Rotationszahl n die Constante bestimmen und dann bei der Rotation des Apparates an anderen Orten nach Beobachtung von n und α auch die Inclination i_1 daselbst messen.

Den genaueren Verlauf der Induction in einem unter Einfluss des Erdmagnetismus rotirenden Ring, wobei die Selbstinduction mitwirkt, wollen wir im Zusammenhange bei der Bestimmung der absoluten Einheit des Widerstandes besprechen.

VIII. Induction bei Umkehrung der elektrodynamischen und elektromagnetischen Rotationen. Unipolare Induction.

159 Neben den bisher betrachteten, einfacheren Erscheinungen der Induction in linearen Leitern lassen sich noch manche andere aufführen. Nach dem Lenz'schen Gesetze erhalten wir inducirte Ströme in einem Schliessungskreise in allen Fällen, in denen durch einen galvanischen Strom in demselben eine Bewegung eines zweiten Leiters oder eines Magnetes hervorgebracht wird, wenn wir umgekehrt den zweiten Leiter oder den Magnet bewegen und im letzteren Falle den Schliessungkreis, welcher vorher die Säule enthielt, in sich schliessen.

Wir können daher namentlich die in Bd. III, §. 163 und folgende erwähnten elektrodynamischen und elektromagnetischen Rotationsapparate auch zur Erzeugung von Inductionsströmen verwenden.

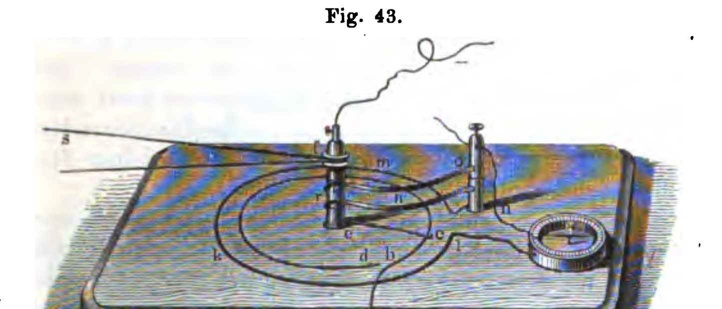
160 Ein der Umkehrung der elektrodynamischen Rotation entsprechender Inductionsversuch, bei welchem noch besondere Eigenthümlichkeiten zu beobachten sind, ist der folgende:

F. E. Neumann[1]) hat mit dem einen Pol a der Säule einen ring-

[1]) F. E. Neumann, Abhand. der Berl. Akad. 1847, S. 59.

förmigen Draht *bcd*, Fig. 43, verbunden, dessen Enden *b* und *d* sehr nahe einander gegenüber standen. In der Mitte des Drahtringes war eine Metallaxe *ef* aufgestellt, von der ein Draht *ec* ausging, welcher auf dem Kreise *bcd* schleifte. Das andere Ende *f* der Axe war mit dem anderen Pole der Säule verbunden. Concentrisch zu dem Ringe *bcd* war ein zweiter Drahtkreis *klm*, der Inductionskreis, befestigt. Das eine Ende desselben *l* war mit dem einen Ende des Drahtes des Galvanometers *g*, das andere mit einer Feder *n* verbunden, die auf einem isolirt auf die Axe *ef* aufgesetzten Blechring *r* schleifte. Eine zweite gegen denselben schleifende Feder *o* führte zum zweiten Ende *h* des Galvanometerdrahtes. Ein mit Holz ausgelegter Ausschnitt des Blechringes *r* vermittelte jedesmal, wenn der Leiter *ec* bei der Drehung der Axe *ef* von dem Ende *d* auf das Ende *b* des Ringes *bcd* übertrat, dass der Inductionskreis *lkmnrohg* geöffnet war, so dass die beim Oeffnen und Schliessen des inducirenden Kreises inducirten Ströme nicht in den Multiplicator gelangten. — Bei

Fig. 43.



der Drehung der Axe *ef* vermittelst eines Schwungrades und eines Schnurlaufes *s* erhält man einen inducirten Strom.

Wird dagegen die Schliessung des Inductionskreises nicht unterbrochen, während das bewegliche Leiterstück *ec* von *d* auf *b* übertritt, so erhält man bei schneller Drehung keinen Strom, indem die beim Oeffnen und Schliessen des inducirenden Kreises bei jedem Uebergange des Leiterstückes von *d* nach *b* inducirten Ströme sich mit dem durch die Bewegung des Leiterstückes *ec* inducirten gerade aufheben.

Einen ganz ähnlichen Versuch hat W. Weber[1]) angestellt, indem er einen Messingreifen von 120 mm Durchmesser mit 1 kg übersponnenem Kupferdraht von 0,66 mm Dicke umwickelte, dessen Enden mit einem Multiplicator verbunden waren. Eine Axe, welche in der Mitte des Messingreifens aufgestellt war, trug einen Kupferring, von dem drei 161

[1]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbest. 2, 315.

Messingfedern ausgingen, die auf der inneren Fläche des Messingreifens schleiften. Wurde die Axe und der Messingreifen mit den Polen einer Säule verbunden und die Axe mit den Messingfedern gedreht, so erhielt man in dem Drahtgewinde keinen Inductionsstrom.

Dieser Versuch entspricht also nicht einer einfachen Umkehrung der Rotationserscheinungen, denn die Axe mit den Federn würde rotiren, wenn man durch sie und den Messingreifen und ausserdem durch das den letzteren umgebende Drahtgewinde einen Strom leitete.

Die von F. Neumann beobachtete Erscheinung beruht darauf, dass bei jeder ganzen Umdrehung des rotirenden Leiterstückes der inducirende Kreis mit seiner ganzen Länge in die Schliessung eintritt, wie wenn ein vom Strome durchflossener Drahtkreis von gleichen Dimensionen plötzlich an seine Stelle gebracht worden wäre. Hierdurch entsteht in dem umgebenden Drahtring eine inducirte elektromotorische Kraft. Gleitet sodann das rotirende Leiterstück bei der Unterbrechungsstelle von dem Drahtkreise ab, so tritt er aus der Leitung hinaus, und eine gleich starke, aber entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kraft wird in dem umgebenden Inductionskreise inducirt, wie vorher. Beide Inductionen würden sich aufheben, wenn der inducirte Kreis nicht während des Abgleitens des rotirenden Radius von dem inducirenden Kreise geöffnet würde und so die entgegengesetzte Induction keinen Strom zur Folge haben könnte.

Bei dem Versuche von Weber theilt sich dagegen der durch die Feder an der Axe in den Ring eintretende Strom an jeder Eintrittsstelle, indem er von derselben nach beiden Seiten zur Verbindungsstelle des kreisförmigen Stückes mit dem zweiten Pole der Säule hinfliesst. In diesem Falle ändert sich bei der Drehung der Feder in den Elementen des Ringes, über welche sie gerade hinweggleitet, die Richtung des Stromes, und zugleich ändert sich seine Intensität in den ganzen beiden Hälften der Leitung von der Feder bis zur Ableitungsstelle des Ringes zur Säule. Die durch beide Aenderungen bewirkten Inductionswirkungen auf die den Ring umgebende Spirale heben sich aber auf. — Wir werden auf diese Versuche noch in dem Schlusscapitel bei der Betrachtung der Theorie der Induction von Weber zurückkommen.

Dass in der That die Inductionswirkung in dem ersten Versuche so stattfindet, wie wir beschrieben, zeigen einige quantitative Versuche von W. Weber.

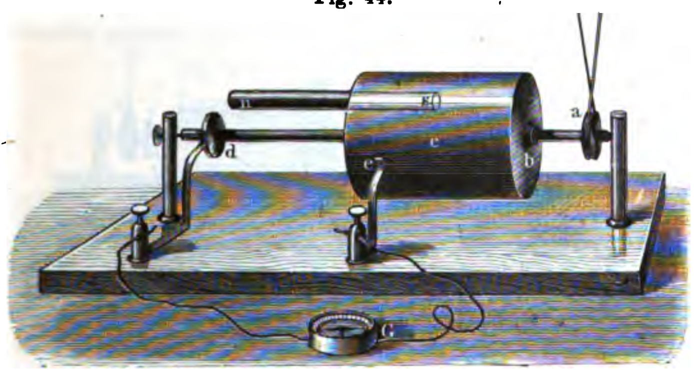
Der Arm *ec* des Apparates, Fig. 43, wurde auf den Punkt *d* des inducirenden Leiters gestellt und der inducirende Strom plötzlich geschlossen. Der Spiegel des die Intensität des inducirten Stromes messenden Spiegelgalvanometers zeigte eine Ablenkung von acht Scalentheilen.

Wurde aber der Arm *ec* zehnmal in der Secunde herumgedreht und der inducirte Stromkreis jedesmal beim Uebertreten von *ec* von *d* auf *b* geöffnet, so ergab sich eine Ablenkung von 377 Scalentheilen. Der Spiegel des Galvanometers brauchte zehn Secunden zu einer Schwingung,

erhielt also während derselben 100 Inductionsstösse. Durch die Formeln, Bd. III, §. 382, kann man die jedem einzelnen Inductionsstoss zukommende Ablenkung des Spiegels berechnen. Sie ergiebt sich gleich 8,16, also nahezu wie oben. Jedenfalls ist also die ganze Induction nur durch das Ansteigen des Stromes in dem ruhenden Drahtkreise bei der Drehung des Armes *ec* bedingt.

162 Bei der **Umkehrung der Rotationen eines oder mehrerer Magnete** unter Einfluss eines Stromes erhält man Inductionsströme, wenn man die den Strom erregende Säule durch einen beliebigen Leiter ersetzt und die Magnete mechanisch bewegt. Bei dieser Induction zeigen sich keine solchen Anomalien, wie bei den soeben erwähnten Inductionen, indem hier die Molecularströme des inducirenden Magnetes unverändert bleiben und nicht neue Theile der Leitung in die Schliessung eintreten. Sie sind daher einfach als Umkehrungen der entsprechenden


Fig. 44.



elektromagnetischen Rotationen anzusehen. Wie dort muss auch hier der Pol durch den geschlossenen Stromkreis hindurchgehen.

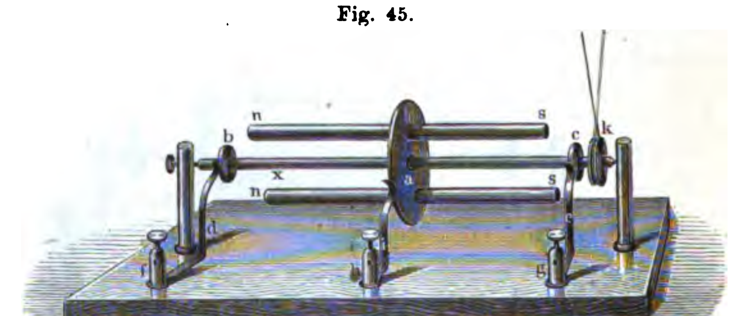
Löthet man auf eine Metallaxe *a*, Fig. 44, eine Kupferscheibe *b* und an diese einen der Axe conaxialen, auf der einen Seite offenen Cylinder *c* von Kupferblech, und lässt gegen den Cylinder und einen Punkt der Axe zwei Federn *d* und *e* schleifen, welche mit dem Galvanometer *G* verbunden sind, so zeigt dasselbe einen Ausschlag, wenn man die Axe durch einen Schnurlauf in Rotation versetzt und zugleich den einen Pol *s* eines Magnetes *ns* in den Kupfercylinder einsenkt. — Der hierbei inducirte Strom ist entgegengesetzt gerichtet dem Strome, welchen man vermittelst der Federn *d* und *e* durch den Kupfercylinder *c* leiten müsste, um ihn unter Einfluss des Magnetes *ns* in eine elektromagnetische Rotation zu versetzen, welche der ihm mechanisch ertheilten Rotation gleich wäre.

In diesem Falle ist die Induction durch die Bewegung des Kupfercylinders an dem Magnet vorbei bedingt. Die inductorische Wirkung

entspricht der elektromagnetischen Wirkung zwischen ihnen ohne weitere Nebenumstände.

163 Wir befestigen ferner einen, zwei oder mehrere Magnete *ns*, Fig. 45, parallel neben einander in einer Kupferplatte *a*, welche auf eine den Magneten parallele Axe *xx* aufgesteckt ist. Auf die Axe setzen wir zwei kleinere Metallräder *b* und *c*, gegen welche die Federn *d* und *e* schleifen, die mit den Klemmschrauben *f* und *g* verbunden sind. Lassen wir in gleicher Weise gegen *a* die mit der Klemme *h* verbundene Feder *i* schleifen und verbinden *f* und *h* oder *g* und *h* mit den Polen einer Säule, so rotirt die Platte *a* mit den Magneten. Verbinden wir umgekehrt die Klemmen *f* und *h* oder *g* und *h* mit dem Galvanometer und versetzen mittelst eines um die Rolle *k* gelegten Schnurlaufes die Magnete in Rotation, so entsteht in der Schliessung des Galvanometers ein Inductionsstrom, der entgegengesetzt ist dem Strome, welcher beim Hin-

Fig. 45.



durchleiten durch die betreffenden Federn die Magnete in jene Rotation versetzt hätte. Verbinden wir dagegen die Federn *g* und *f* mit dem Galvanometer, so erhalten wir ebenso wenig bei der Drehung der Scheibe *a* einen Inductionsstrom, wie eine Rotation derselben beim Verbinden der Federn *g* und *f* mit den Polen einer Säule eintritt.

164 Zwischen den Magneten und den mit ihnen fest verbundenen Theilen des Schliessungskreises des inducirten Stromes kann hier weder eine elektromagnetische, noch auch eine Inductionswirkung ausgeübt werden. Sie beschränkt sich auf die Wechselwirkung zwischen den Magneten einerseits und den Federn *d* und *i* oder *e* und *i* und den zwischen ihnen eingeschalteten Theilen der Schliessung andererseits.

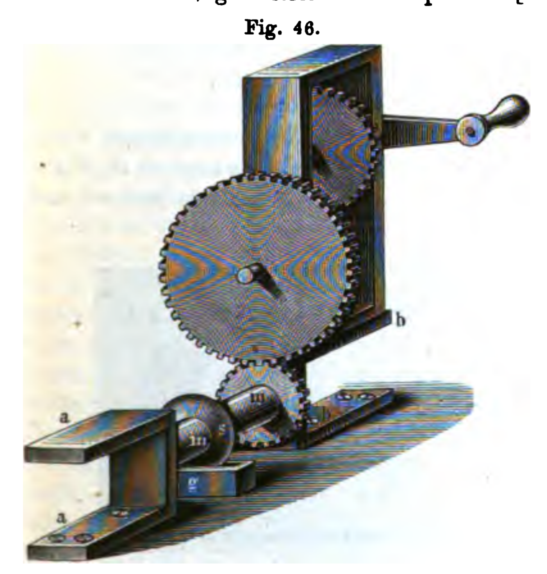
Wie sich bei der Rotation der Magnete durch einen Strom dieselben durch Solenoide ersetzen lassen, so kann dies auch bei den Inductionswirkungen geschehen, so dass sich die Induction zwischen Magneten und Leitern auf die Induction zwischen in sich geschlossenen kleinen Strömen und den Leitern genau ebenso zurückführen lässt, wie wir die elektro-

magnetischen Rotationserscheinungen auf elektrodynamische Erscheinungen reducirt haben [1]).

165 Denkt man sich die Enden eines geradlinigen Leiters *AB* durch einen Kreisbogen *ACB* verbunden, an welchem ein Magnet befestigt ist, dessen Pole zu *AB* nicht symmetrisch liegen, und dreht man *ACB*, so kann wiederum in *ACB* kein Strom inducirt werden, da der Magnet bei der Rotation gegen *AB* dieselbe relative Lage behält und der Leiter keine seitliche Polarität hat (s. w. u.). Ebenso wenig kann durch Drehung von *AB* um seine eigene Axe bei feststehendem Magnet ein Strom inducirt werden, wohl aber würde beim Herumführen von *AB* um den Magnet ein Strom inducirt, da er dann seine relative Lage gegen den Pol ändert, ebenso wie in *AB* ein Strom inducirt wird, wenn sich der Magnet um seine Axe dreht [2]).

166 Einen besonderen Fall der im vorigen Paragraphen behandelten Inductionserscheinungen liefert die unipolare [nach Matteucci [3]) axiale] Induction durch die Rotation eines Magnetes um seine eigene Axe, welche zuerst von Faraday [4]) beobachtet worden ist.

Fig. 46.



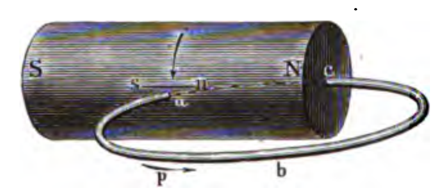
Man befestigt an den Enden eines cylindrischen, stabförmigen Stahlmagnetes *m*, Fig. 46, metallene Fassungen, mittelst deren der Magnetstab zwischen zwei stählerne Spitzen *a* und *b* eingesetzt werden kann [5]). Auf das eine Ende des Magnetes wird ein Zahnrad oder eine Rolle geschoben, und derselbe durch andere Zahnräder, welche in das erste eingreifen, oder einen Schnurlauf in schnelle Rotation versetzt. Auf den Magnet

---

[1]) Eine Berechnung der in einem geradlinigen Leiter inducirten elektromotorischen Kraft, wenn derselbe um eine zu ihm parallele und zur Richtung des Magnetfeldes senkrechte Axe mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotirt, siehe Lombardi, N. Cimento [3] **36**, 235, 275, 1894; Beibl. **19**, 354. — [2]) Margules, Wien. Ber. **77**, Mai 1878; Wien. Ann. **6**, 59, 1879. — [3]) Matteucci, Cours spécial sur l'induction 65, Paris 1854. — [4]) Faraday, Exp. Res. Ser. **2**, §. 217 bis 230, 1832, auch Ser. **28**, 1851. — [5]) W. Weber, Resultate d. magn. Vereins 1839, 63; Pogg. Ann. **52**, 353.

schiebt man ein kupfernes Rädchen s auf, welches in einen untergestellten Quecksilbernapf g eintaucht. Verbindet man eine der Stahlspitzen a oder b und das Quecksilbernäpfchen g mit den Enden des Drahtes eines Galvanometers, so erhält man darin einen Strom. Die Richtung desselben hängt von der Polarität des Endes des Magnetes ab, welches mit dem Galvanometer verbunden ist, und zugleich von der Richtung der Rotation des Magnetes.

Fig. 47.

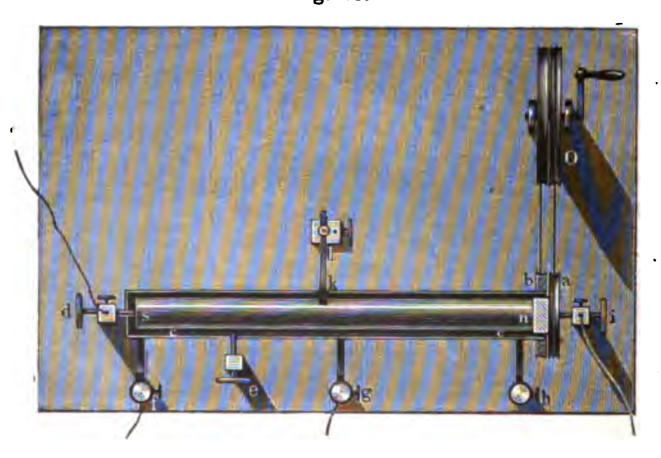


Ist z. B. wie in Fig. 47, dieser Pol der Nordpol N des Magnetes, und rotirt der Magnet so, dass die gegen den Beschauer gekehrte Seite in der Richtung des Pfeiles, also von oben nach unten sich dreht, so fliesst der Strom durch den Magnet vom Ende zur Mitte und durch die Schliessung abc weiter in der Richtung des Pfeiles p.

Leitet man durch den Draht abc in der Richtung des Pfeiles p einen Strom, so rotirt der Magnet in entgegengesetzter Richtung um seine Axe, wie er zur Erzeugung des Inductionsstromes gedreht werden muss, dessen Richtung durch den Pfeil angegeben ist.

167 Ein Apparat von Fessel[1]) gestattet, diese verschiedenen Verhältnisse recht anschaulich zu machen: Durch ein Schwungrad O, Fig. 48, mit Treibschnüren werden zwei auf einer Axe sitzende Räder a und b

Fig. 48.



gedreht. In das eine a ist ein cylindrischer Stahlmagnet ns eingesetzt. Das andere Rad b umfasst den Stahlmagnet und trägt einen ihm conaxialen Kupfercylinder c. Durch eine Schraube d kann man den Stahl-

[1]) Vergl. Plücker, Pogg. Ann. 87, 352, 1852.

magnet feststellen, so dass das ihn treibende Rad *a* gehindert wird, sich zu drehen. Ebenso kann man durch Schraube *e* den Kupfercylinder *c* anhalten.

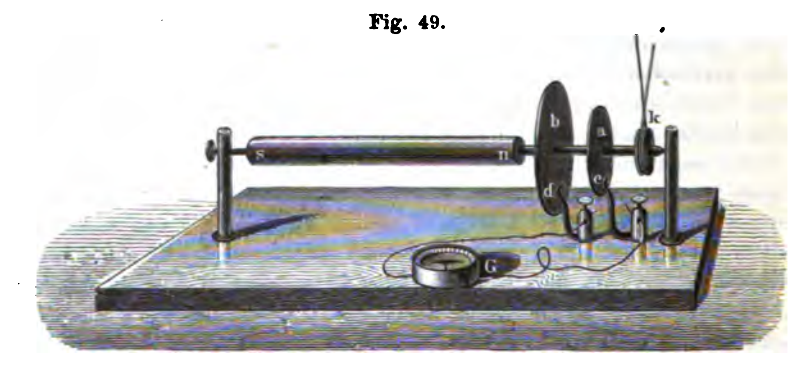
Lüftet man beide Schrauben *d* und *e*, so drehen sich Magnet und Kupfercylinder gemeinschaftlich. — Auf den letzteren sind Metallscheiben gesetzt, die in Quecksilbernäpfe eintauchen, oder es schleifen, wie in der Figur, gegen denselben Federn *f*, *g*, *h*, welche man mit dem Galvanometer verbinden kann. Auch kann das eine oder andere Ende des Magnetes durch die Axe *i* der Räder *a* und *b* oder durch Schraube *d* mit einem Galvanometer verbunden werden, sowie durch eine in dem Kupfercylinder angebrachte Oeffnung *k* eine Metallfeder gegen den Magnet gedrückt werden, welche die Verbindung seiner Mitte mit dem Galvanometer vermittelt. — Verbindet man erstens die Federn *g* und *h* mit dem Galvanometer und dreht den Magnet *ns* allein, so erhält man keinen Inductionsstrom, da der Kupfercylinder zwischen *g* und *h* und das Galvanometer einen geschlossenen Kreis bilden und sich die Inductionswirkungen in demselben ebenso aufheben, wie z. B. beim Durchleiten eines Stromes durch diesen Kreis der Magnet *ns* nicht in Rotation geräth. — Lässt man zweitens hierbei den Magnet mit dem Kupfercylinder zusammen rotiren, so erhält man einen gleich starken und im Galvanometer gleichgerichteten Strom, wie wenn der Magnet festgehalten und nur der Kupfercylinder allein in Rotation versetzt wird. — Im ersteren Falle wird die Induction in dem zwischen *g* und *h* eingeschalteten Leiterstück, im zweiten in dem zwischen *g* und *h* liegenden Stück des Kupfercylinders hervorgerufen, indem der Magnet in beiden Fällen nur gegen diese Stücke seine relative Lage ändert. Beide Inductionen sind gleich und in den der Induction unterworfenen Leiterstücken einander entgegengesetzt. Auch hier ist die Analogie mit den elektromagnetischen Rotationen ersichtlich, da es bei diesen ebenso nur auf die Lage der Endpunkte des vom Strome durchflossenen ruhenden und mit dem Magnet rotirenden Leiters ankommt. — Wird der Magnet selbst durch die Feder *k* und eine der Schrauben *d* oder *i* mit dem Galvanometer verbunden und für sich in Rotation versetzt, so fällt der Versuch mit dem §. 166 beschriebenen zusammen. — Wird der Magnet mit dem Kupfercylinder durch einen in der Mitte und an den Enden eingesenkten Metallstift leitend verbunden und werden beide zugleich in Rotation versetzt, so ist der im Leiterstück zwischen der Feder *g* und der Schraube *d* oder *i* inducirte Strom intensiver, da er jetzt die doppelte Bahn im Magnet und Kupfercylinder hat. — Ersetzt man bei diesen Versuchen das Galvanometer durch eine Säule, so treten die entsprechenden elektromagnetischen Rotationen ein.

168 Zur Erzeugung eines Inductionsstromes bei der unipolaren Induction ist es nicht nöthig, dass die Verbindungen der unveränderlich mit dem rotirenden Magnet verbundenen Leiter mit dem übrigen ruhenden

Schliessungskreise einerseits an einer Stelle zwischen den Polen des Magnetes, andererseits an seinem einen Ende geschehen.

Befestigt man auf der Rotationsaxe des Magnetes *ns*, Fig. 49, zwei metallisch mit einander verbundene Kupferscheiben *a* und *b* und lässt die zum Galvanometer führenden Federn *c* und *d* daran schleifen, so

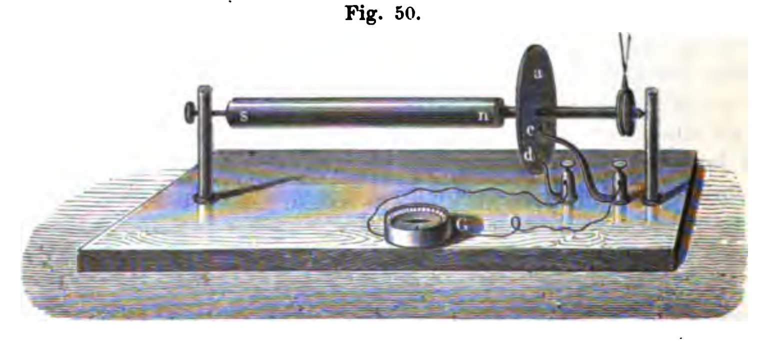
Fig. 49.



erhält man ebenfalls bei der Rotation des Magnetes einen Inductionsstrom. Nur wenn beide Federn gegen die der Magnetaxe entsprechenden Centra der Scheiben gegenliegen, entsteht kein Strom, wie auch ein durch die Elektroden *c* und *d* und die Scheiben *a* und *b* geleiteter Strom den Magnet dann nicht in Rotation versetzen würde.

169 Auch wenn man nur eine Metallscheibe *a*, Fig. 50, auf die Magnetaxe setzt und an zwei ungleich weit von ihrem Mittelpunkt entfernte Punkte die mit Metallfedern verbundenen Elektroden *c* und *d* des Galvanometers

Fig. 50.



G anlegt, erhält man Inductionsströme. — In diesem Falle sind dieselben in der Leitung *cGd* inducirt; in der Scheibe *a* selbst entsteht keine Induction, da sie mit dem Magnet unveränderlich verbunden ist. Würde man dagegen die Elektroden *c* und *d* mit dem Magnet fest verbinden und mit ihm rotiren lassen, während man die Scheibe *a* in Ruhe erhält, so würde bei der Rotation des Magnetes mit den Elektroden die

Induction in allen radialen Elementen der Scheibe a stattfinden. Schleifen die Elektroden gleichzeitig auf demselben Radius der Scheibe, und betrachten wir nur die Induction in diesem Radius, so ist, wie in §. 167, ersichtlich, dass der hier erzeugte Inductionsstrom dem im vorigen Versuch entstehenden völlig entspricht, ihm aber entgegengerichtet ist.

Lassen wir endlich den Magnet mit den Elektroden c und d ruhen, und versetzen die Scheibe a allein in eine der vorherigen Rotation des Magnetes entgegengesetzte Rotation, so tritt wiederum dieselbe Inductionswirkung ein, da sie nur von der relativen Bewegung des Magnetes, sowie der mit ihm fest verbundenen und der von ihm unabhängigen Theile der Schliessung bedingt ist.

Dieser Versuch lässt sich bequem anstellen, indem man eine Kupferscheibe auf die Axe einer Centrifugalmaschine aufsetzt, in der Verlängerung der Axe vor derselben einen Magnetstab befestigt und auf zwei Stellen der Scheibe amalgamirte Metallfedern drückt, welche an besonderen Haltern befestigt und mit dem Galvanometer verbunden sind.

170 Ein genaueres Studium des letzteren Versuches lässt noch besondere Eigenthümlichkeiten bei den im vorigen Paragraphen erwähnten Fällen der unipolaren Induction erkennen.

Werden die beiden zum Galvanometer führenden Federn in den Abständen R und R_1 von dem Mittelpunkte auf die rotirende Scheibe aufgesetzt und bei unverändertem, wechselseitigem Abstand $R - R_1$ nach der Peripherie der Scheibe verschoben, so nimmt allmählich der Strom bis auf Null ab und kehrt sodann seine Richtung um [1]).

Der Grund der Umkehrung erklärt sich wiederum unmittelbar aus der Anwendung des Lenz'schen Gesetzes der Reciprocität der elektromagnetischen und magnetoelektrischen Erscheinungen.

Durchfliesst ein Strom ein kurzes Stück des Radius der Scheibe in einer bestimmten Richtung, so rotirt die Scheibe durch den elektromagnetischen Einfluss des Magnetes auf dasselbe, und zwar in verschiedener Richtung, je nachdem sich jenes Stück näher oder ferner von der Axe des Magnetes befindet. Die Lage des Stückes, bei welcher sich die Rotationsrichtung umkehrt, ergiebt sich aus den Berechnungen Bd. III, §. 165. Demgemäss wird auch umgekehrt bei der durch äussere Hülfsmittel bewirkten Rotation der Scheibe vor dem Magnetpol in den einzelnen Elementen ihrer Radien ein Strom in der einen oder anderen Richtung inducirt, welcher dem Strome entgegengesetzt ist, der beim Hindurchleiten durch jene Elemente die Scheibe in gleicher Weise in Rotation versetzt, wie die mechanisch auf sie wirkenden Kräfte.

Durch diese Induction wird gegen das Centrum und die Peripherie der Scheibe hin gleichzeitig dieselbe Elektricität getrieben, während in einer zu der Axe des Magnetes concentrischen Zone sich die entgegen-

---

1) Felici, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 44, 343, 1855.

gesetzte Elektricität anhäuft. Beim Aufsetzen der Drähte des Galvanometers auf diese oder jene Stellen der Radien der Scheibe diesseits oder jenseits jener Zone erhält man daher entgegengesetzt gerichtete Ströme im Galvanometer.

Der Wechsel der Richtung der Inductionsströme muss hier auf denselben Stellen des Radius stattfinden, auf denen die Richtung der oben erwähnten elektromagnetischen Rotation wechselt. — Mit wachsendem Abstande der rotirenden Scheibe vom Magnet verschieben sich jene Stellen immer weiter gegen ihren Rand, wie sich dies aus der Betrachtung der Bd. III, §. 165 und 166 erwähnten Curve der Umkehrung der elektromagnetischen Rotation ergiebt.

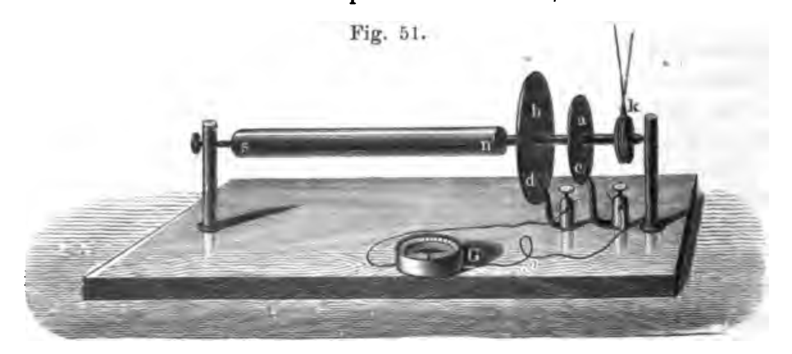
Verbindet man zwei weiter von einander entfernte Punkte des Radius der rotirenden Scheibe mit dem Galvanometer, so erhält man einen Inductionsstrom, welcher durch die Summe der in allen zwischen ihnen liegenden Elementen inducirten elektromotorischen Kräfte erzeugt ist und verschieden gerichtet sein kann. Verbindet man z. B. das Centrum und die Peripherie der Scheibe mit dem Galvanometer, so ist die Richtung der durch dasselbe gehenden Ströme die gleiche, wie in den dem Centrum der Scheibe zunächst liegenden Elementen, da letztere dem Magnet näher liegen und die in ihnen inducirte elektromotorische Kraft grösser ist, als in den der Peripherie näher liegenden Elementen.

Die analogen Resultate ergeben sich auch bei den anderen §. 167 beschriebenen Versuchsmethoden.

171 Die Berechnung der Inductionserscheinungen bei Umkehrung der elektromagnetischen Rotationen folgt, wie F. E. Neumann gezeigt hat, unmittelbar aus seiner Theorie.

Wir beschränken uns auf die Betrachtung der inducirten elektromotorischen Kraft bei der unipolaren Induction, wie sie durch den

Fig. 51.



Apparat Fig. 51 dargestellt ist. Es sei *ns* der rotirende Magnet, auf dessen Axe zwei kreisförmige Metallscheiben *a* und *b* von den Radien r und r_1 aufgesetzt sind, gegen deren Ränder die Federn *c* und *d* schleifen. Die Abstände der Scheiben *a* und *b* von dem Pole *n* des Mag-

netes seien x und x_1, die Länge des Magnetes l, sein Moment μl. Bezeichnen wir die Winkel zwischen der Axe des Magnetes und den Linien von seinen Polen nach den Peripherien der von den Federn c und d bei der Drehung auf a und b gezogenen Kreise mit φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2, so ergiebt sich die Intensität des bei einer Umdrehung des Magnetes inducirten Stromes:

$$I = 2\pi\varepsilon\mu\lambda[(\cos\varphi_1 - \cos\psi_1) - (\cos\varphi_2 - \cos\psi_2)].$$

Dasselbe Resultat erhalten wir mit Hülfe des §. 86 u. flgde. erwähnten Satzes, wenn wir uns den Magnetpol ruhend und statt seiner das Leiterstück cGd rotirend denken. Das von dem inducirten Stromkreise bei einer Umdrehung umschlossene Viereck wird durch die Peripherien der von c und d auf a und b gezogenen Kreise dargestellt, welche wir uns in entgegengesetzter Richtung von dem Strome von der Intensität Eins umflossen denken. Die inducirte elektromotorische Kraft entspricht also der Differenz der mit $\mu\varepsilon$ multiplicirten Potentialfunctionen der Magnetpole auf beide Peripherien, welche, wie im vorigen Paragraphen, sich durch $2\pi(1 - \cos\varphi_1)$, $2\pi(1 - \cos\psi_1)$, $2\pi(1 - \cos\varphi_2)$ und $2\pi(1 - \cos\psi_2)$ darstellen. Bei der Subtraction dieser Werthe von einander und Multiplication mit der Leitungsfähigkeit λ des inducirten Kreises erhalten wir den obigen Ausdruck.

Liegt das eine Ende des Leiters, z. B. c, in der Rotationsaxe, so ist $\varphi_2 = \psi_2 = 0$, also

$$I = 2\pi\varepsilon\lambda\mu(\cos\varphi_1 - \cos\psi_1) = 2\pi\varepsilon\lambda\mu\left\{\frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}} - \frac{l + x}{\sqrt{r^2 + (l + x)^2}}\right\}.$$

Befindet sich die Scheibe b auf der Seite des Magnetpoles s, in der Entfernung x von demselben auf der Axe, so ist für x der Werth $-(l + x)$, also für $l + x$ der Werth $-x$ zu setzen. Man erhält also für die Stromintensität den gleichen Werth. Die Intensität des inducirten Stromes ist die gleiche und gleich gerichtet.

Liegt die Metallscheibe b zwischen den Magnetpolen, so ist x negativ. Das Maximum der Stromintensität erhält man, wenn $x = -\frac{1}{2}l$, also die Scheibe in der Mitte des Magnetes liegt. Dann ist

$$I = -\frac{4\varepsilon\lambda\mu\pi l}{\sqrt{4r^2 + l^2}}.$$

Auch hier ist die Stromesrichtung die gleiche wie vorher.

172 Ruht der Magnet mit den Scheiben und dreht sich die Leitung dGc in gleichem Sinne, wie vorher die Scheiben, so müssen, wie bereits erwähnt, dieselben Verhältnisse eintreten, nur dass die Inductionsströme in entgegengesetzter Richtung fliessen, da es nur auf die relative Bewegung der Leitung dGc und des Magnetes und der Scheiben ankommt.

Letzteres Resultat hat Zöllner[1]) bestätigt, indem er in der Axe

[1]) Zöllner, Pogg. Ann. 160, 604, 1877.

einer vertical aufgestellten Spirale einen Glasstab rotiren liess, welcher einen ┌förmigen, mit seinem verticalen, dicht an der Spirale heruntergeführten Ende in eine kreisförmige Quecksilberrinne tauchenden Kupferdrahtbügel trug. Der obere centrale Theil des Bügels war durch einen Quecksilbernapf und ebenso die Quecksilberrinne mit einem Spiegelgalvanometer verbunden. Reichte der verticale Schenkel des Bügels nur bis dicht unter den oberen oder bis dicht an den unteren Rand oder die Mitte der Spirale, wohin die Quecksilberrinne gebracht war, so war bei gleicher Rotationsrichtung der Ausschlag des Galvanometers gleich gerichtet; reichte er bis zu der in der mittleren Höhe der Spirale angebrachten Rinne, so war er bedeutender.

173 In ähnlicher Weise lässt sich die Induction in dem §. 160 beschriebenen Versuche berechnen, da bei jeder Umdrehung des rotirenden Radius der ganze Drahtkreis in die Schliessung eintritt. Die inducirte elektromotorische Kraft ist gleich dem Potential des vom Strome von der betreffenden Intensität I durchflossenen Drahtkreises auf die umgebende Spirale.

174 An diese Resultate schliesst sich ein Versuch von Felici[1]) unmittelbar an.

Ueber dem Pole eines Elektromagnetes befindet sich eine kreisförmige Metallscheibe, deren Axe mit dem einen Ende des Galvanometerdrahtes verbunden ist. An den Rand der Scheibe ist das eine Ende des Drahtes einer Spirale gelöthet, welche andererseits gleichfalls mit dem Galvanometer verbunden und so aufgestellt ist, dass in ihr beim Erregen des Magnetes kein Strom inducirt wird. Wird nun, während der Magnet constant wirkt, die Metallscheibe gedreht, so dass sich ein Theil des Drahtes der Spirale auf ihre Peripherie aufwickelt, so zeigt das Galvanometer keinen Inductionsstrom an. — Bei diesem Versuche ist der Draht der Spirale aus einer Lage, bei welcher bei Erregung des Magnetes kein Strom in ihm inducirt wird, in eine solche Lage übergegangen, in welcher die inducirende Wirkung ein Maximum ist. Zugleich gleitet aber auch in jedem Augenblicke das sich aufwickelnde Ende des Drahtes auf der Peripherie der Scheibe.

Die durch letzteren Process bewirkte Induction ist also, wie der Theorie entspricht, der durch den ersteren erzeugten Induction gleich und entgegengesetzt.

175 Die Theorie der unipolaren Induction bietet keine Schwierigkeiten, wenn man sich an die gewöhnlichen Gesetze der Induction hält.

---

[1]) Felici, Nuovo Cimento **1**, 325; **2**, 321, 1855; **3**, 198, 1856; **9**, 75, 1859; Ann. de Chim. et de Phys. [3] **40**, 251, 1854; **51**, 378, 1857; **56**, 106, 1859.

Ein gerader cylindrischer Magnet, welcher um seine Axe rotirt, besteht aus einzelnen, einander parallelen, polaren Fasern. Sind zwei Stellen des Magnetes, z. B. seine Mitte und sein Ende, direct oder mittelst daselbst fest aufgesetzter kreisförmiger Metallplatten, z. B. von Kupfer, mit einer etwa ein Galvanometer enthaltenden Leitung verbunden, so geht bei jeder Umdrehung des Magnetes der eine Pol durch den aus der Hälfte des Magnetes und der äusseren Leitung bestehenden Kreis. Die bei der Rotation inducirte elektromotorische Kraft entspricht der Aenderung des Potentiales des Poles der Fasern auf diese Leitung. Ein Theil derselben, welcher aus der Leitung im Magnet selbst und den fest mit ihm verbundenen Theilen besteht, bleibt constant, da die relative Lage des Magnetpoles gegen dieselben sich nicht ändert. Die inducirte elektromotorische Kraft hängt also nur von der übrigen Leitung ab.

Jede der unendlich vielen Fasern wirkt in gleicher Weise, somit also der ganze Magnet, mit Ausnahme der einen, mit der Axe zusammenfallenden linearen Faser, falls in dieser die Molecularmagnete ganz axial gerichtet wären.

Wenn aber der Magnet nur auf die Leiter, welche nicht an seiner Rotation theilnehmen, eine Inductionswirkung ausübt, so ist es, analog wie bei den elektromagnetischen Rotationen, völlig gleichgültig, ob der Magnet selbst als Leiter der inducirten Ströme dient oder ob sie durch einen mit ihm fest verbundenen Draht hindurchgehen, wie z. B. wenn man auf seine Mitte und sein Ende isolirt zwei mittelst eines Drahtes verbundene Metallscheiben aufsetzt, welche durch Federn oder Quecksilbernäpfe mit den Leitungsdrähten des Galvanometers verbunden sind, und mit dem Drahte den Magnet in Rotation versetzt. Die Induction tritt hier ebenso ein, wie wenn der Magnet selbst als Leiter dient.

Von der Theorie der Kraftlinien aus lässt sich die unipolare Induction in ganz analoger Weise ableiten. 176

Bringt man einen Magnet von einer Stelle des Raumes zu einer anderen, so nimmt er gewissermaassen seinen Wirkungskreis mit. Die Ablenkungen von Magnetnadeln, die elektromagnetischen und Inductionswirkungen an ähnlich zum Magnet gelegenen Stellen bleiben unverändert. Bezieht man diese Verhältnisse auf Kraftlinien, so kann man sie dadurch ausdrücken, dass man annimmt, die Kraftlinien werden von dem Magnet mitgeführt, seien also unveränderlich mit ihm verbunden.

Ein gerader Magnet von quadratischem oder rechteckigem bezw. elliptischem Querschnitt wirkt elektrodynamisch, elektromagnetisch oder inductorisch in gleichen Abständen von seiner Axe je nach der Richtung verschieden. Dreht man ihn um die Axe, so drehen sich auch diese Richtungen mit ihm. Die Kraftlinien, welche diese Wirkung darstellen, müssen also ebenfalls sich mit ihm drehen. Wir müssen also

auch hier die Drehung fest mit dem Magnet bezw. seinen Längsfasern verbunden annehmen.

Auch wenn man die Annahme machen will, dass die Kraftlinien nicht nur die Werthe des Potentials im Raume um den Magnet darstellen, sondern eine realere Bedeutung haben, wie einen gewissen Zustand im Raume oder in dem denselben erfüllenden Aether, werden diese Betrachtungen gültig bleiben.

Hiermit stimmen die bisher erwähnten Versuche über die unipolare Induction.

177 Aus der unmittelbaren Anwendung des Biot-Savart'schen Gesetzes (Bd. III, §. 134) könnte man freilich die Folgerung ziehen, dass ein mit einem Magnet fest verbundenes Leiterelement, durch welches ein Strom fliesst, mit ihm in eine derartige Wechselwirkung träte, dass beide durch ein Kräftepaar um eine mittlere Drehungsaxe zu rotiren strebten. Dann würde auch umgekehrt bei der Rotation eines Magnetes um seine Axe in allen seinen Fasern durch die Wirkung der benachbarten Fasern eine elektromotorische Kraft inducirt werden können, der Magnet würde sich, je nach der Rotationsrichtung, in der Mitte mit der einen, an den Enden mit der entgegengesetzten freien Elektricität laden [1]). — Wir nehmen aber an, die elektromagnetischen Rotationen finden nur statt, wenn dabei die einzelnen Punkte des Magnetes und Leiters ihre relativen Lagen gegen einander ändern. Dasselbe gilt dann auch für die Induction. Dann kann eine solche Ansammlung freier Elektricitäten auf dem Magnet nicht eintreten [2]). Wir kommen im Schlusscapitel auf diese Punkte zurück.

178 Umgekehrt würde bei Ersatz des Magnetes durch Molecularströme nach dem Gesetze von Ampère die Rotation von Element und Pol um eine gemeinsame Axe, welche etwa noch durch das Stromelement oder den Pol geht, keine Induction bewirken, die Rotation des Magnetes um sich selbst könnte aber in einem auf seiner Axe senkrechten Element eine elektromotorische Kraft induciren. Dabei ist aber wieder das Princip aufgegeben, dass nur eine relative Aenderung der Lage des Magnetpoles und Elementes eine Inductionswirkung bedingen kann.

179 Auch ist zu bedenken, dass das Biot-Savart'sche Gesetz der Wirkung zwischen einem Pol und einem Stromelement nur von Versuchen mit geschlossenen Strömen abstrahirt ist, welches bei der Integration über dieselben richtige Resultate liefert, ebenso dass die Wirkungen auf einen Pol bezogen sind, welcher in der That für sich allein niemals existirt.

---

[1]) Nobili, Pogg. Ann. 27, 421, 1833. Plücker, Pogg. Ann. 87, 352, 1852. — [2]) Beer, Pogg. Ann. 94, 177, 1855.

180 In einer anderen Art hatte Faraday[1]) die unipolare Induction aufgefasst, indem er annahm, mit dem rotirenden Magnet rotirten seine Kraftlinien nicht mit, und so könnte in den gegen letztere ihre Lage ändernden Elementen des Magnetes ein Strom inducirt werden.

Dann würde auch der Magnet für sich, wenn die äussere Leitung entfernt würde, sich schon bei der Rotation elektrostatisch mit verschiedenen Elektricitäten laden. Die rotirende Erde sollte sich demnach an den Polen negativ laden. Sind zwei Punkte des Magnetes leitend verbunden, so würde freilich auch in dieser Leitung eine elektromotorische Kraft inducirt, die aber durch einen Theil der in dem Magnet selbst inducirten neutralisirt wird [2]).

181 In ähnlicher Weise hatte W. Weber (l. c., §. 166) die unipolare Induction betrachtet.

Ein Magnet kann unter Einfluss eines unveränderlichen, aus linearen Leitern gebildeten Stromkreises, von dem ein Theil fest mit dem Magnet verbunden ist, nur rotiren, wenn bei jedem Umlauf die Nord- oder die Südpole der Magnete einmal durch die von der Stromesleitung umgrenzte Fläche hindurchgehen. Dreht man ebenso die Magnete mechanisch, so entsteht auch nur ein Inductionsstrom, wenn bei jeder Umdrehung nur die einen oder nur die anderen Pole derselben den von der Leitung des inducirten Stromes umgrenzten Flächenraum schneiden. Niemals würde aber eine Rotation oder eine Induction eintreten, wenn die Magnete mit beiden Polen durch den Schliessungskreis des auf sie elektromagnetisch wirkenden Stromes oder des Inductionsstromes hindurchgehen würden, also z. B. die Schliessung durch beide Enden der Drehungsaxe vermittelt wäre. — Dient nun der Magnet selbst bei der unipolaren Induction als Leiter der inducirten Ströme, so schliesst Weber, dass nur diejenigen magnetischen Molecüle des Magnetes hierbei inducirend wirken, welche von der Stromesbahn des inducirten Stromes geschnitten werden, von denen also nur die einen polaren Enden durch die von der Stromesbahn begrenzte Fläche hindurchgehen. Dasselbe würde eintreten, wenn statt des Magnetes ein fest mit ihm verbundener Draht die Leitung vermittelte. — Wenn die Leitung durch das eine Ende N des Magnetes und eine auf irgend eine Stelle desselben geschobene Metallscheibe hergestellt wird, so entspricht, wie die Stromesbahn auch laufe, stets die Zahl dieser inducirenden Molecüle dem Radius des Magnetes; denn wenn jene Bahn selbst beliebige Windungen macht, statt direct von der Axe zur Peripherie des Magnetes zu gehen, so dass mehr Molecüle, als vorher, durch die Stromesbahn geschnitten werden,

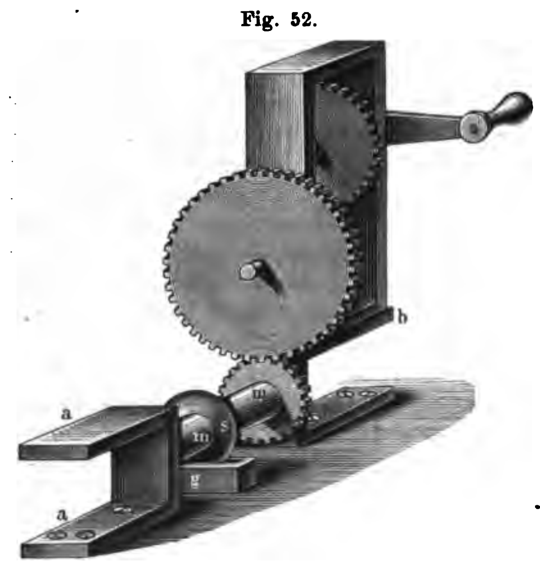
---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 28, §. 3084 u. flgde. und namentlich §. 3090, 1852. — [2]) S. auch Tolver Preston, Phil. Mag. [5] 19, 131, 215; 31, 100, 1891; Beibl. 9, 461, 540; 15, 384.

so wächst die Zahl der inducirenden Molecüle doch nicht, indem in den hinzugekommenen Molecülen gleich viel süd- und nordpolare Enden durch die von der Stromesbahn umschlossene Fläche hindurchgehen und ihre Wirkung sich neutralisirt. Wären die Molecüle des Magnetes alle gleich stark magnetisch, so müsste bei einmaliger Umdrehung desselben die inducirte elektromotorische Kraft der Anzahl der durch die Stromesbahn hindurchgehenden wirksamen Molecüle, d. i. dem Querschnitt des Magnetes, proportional sein. Sie wäre unabhängig von der Länge des Magnetes und der Lage der ableitenden Metallscheibe. Kann sich der inducirte Strom auf mehreren Wegen neben einander durch den Magnet bewegen, so ist, analog wie bei der Verbindung mehrerer gewöhnlicher Elemente neben einander, die inducirte elektromotorische Kraft nicht grösser als bei einer Bahn.

182 W. Weber hat den ersten dieser Sätze geprüft, indem er u. A. vor die Pole des 502 mm langen, 20,5 mm dicken Magnetes in dem Fig. 52 gezeichneten Apparat zwei Magnetstäbe mit ihren ungleichnamigen Polen vorlegte, so das Moment der an den Enden gelegenen Molecüle verstärkte und auf diese Weise das Moment des Stabes an allen Stellen möglichst gleich machte. Wurde dann die ableitende Scheibe von dem mit der einen Elektrode eines Spiegelgalvanometers verbundenen Ende des Magnets bis an das andere Ende desselben verschoben, so änderte sich bei gleicher Drehungsgeschwindigkeit (4,3 mal in der Secunde) die Ablenkung des Magnetes des Galvanometers nur von 58,08 bis 57,12. Bei Ableitung in der Mitte betrug der Ausschlag indess 97,36.

Fig. 52.



Denkt man sich um den Magnet eine Drahtwindung gelegt und kehrt seine Polarität um, so kehren sich alle in der Ebene der Windung liegenden, d. i. dem Querschnitt des Magnetes entsprechenden Molecularmagnete um; sie bewegen dabei ihre Nordpole nach der einen, ihre Südpole nach der anderen Seite der Windung. Da bei der unipolaren Induction bei einer Umdrehung des Magnetes die gleiche Zahl Molecularmagnete nur ihre Nordpole oder nur ihre Südpole durch die Strombahn

bewegt, muss also die inducirte elektromotorische Kraft im ersten Falle doppelt so gross sein, als im letzten. — Auch dieses Resultat hat Weber geprüft, indem er einmal die bei einer Umdrehung des Magnetes inducirte elektromotorische Kraft bestimmte, sodann die elektromotorische Kraft, welche sich ergab, als der Magnet abwechselnd in eine Inductionsspirale eingeschoben und aus ihr entfernt wurde, während dieselbe mit einem Spiegelgalvanometer verbunden war. Die Bewegungen des Magnetes geschahen stets, wenn der Magnet des letzteren durch die Ruhelage nach der einen oder anderen Seite hindurchging. Aus dem endlichen Ausschlage kann die Intensität eines Inductionsstosses, also auch die in einer Windung der Inductionsspirale inducirte elektromotorische Kraft bestimmt werden. Dieselbe ergab sich namentlich bei kurzen, dicken Stahlmagneten doppelt so gross, als vorher bei einer Umdrehung des Magneten bei der unipolaren Induction.

183 Nur wenn man mit Faraday oder W. Weber die eigenthümliche Annahme machen will, dass die Magnetkraftlinien mit der Masse des Magnets nicht fest verbunden wären und bei der Rotation desselben in relativer Ruhe blieben, könnte eine derartige Induction auch im Magnet selbst stattfinden. Berechnet man indess nach Weber's Anschauungen die bei der unipolaren Induction erzeugte Stromintensität oder elektromotorische Kraft, so sind dieselben grösser, als bei den Versuchen von W. Weber. Deshalb hat Riecke[1]) versucht, ob die Annahme von Weber durch eine Ergänzung mit der Erfahrung in Einklang zu bringen sei, und berechnet mit Hülfe des Biot-Savart'schen Gesetzes sowohl die inducirende Wirkung eines rotirenden Magnetes auf ein ruhendes Leiterelement, als auch umgekehrt die Wirkung eines ruhenden Magnetes auf ein rotirendes Leiterelement. Werden diese beiden einander entgegengesetzten Wirkungen im Magnet zusammengenommen, so erklären sich sowohl die bereits nach dem Inductionsgesetze von F. E. Neumann besprochenen Plücker'schen Versuche, als auch die Abweichung der Erfahrung von der Weber'schen Theorie.

Auch wenn man die Hypothese aufstellt, dass die magnetischen Molecüle durch Molecularströme dargestellt werden, hat Lorberg[2]) gezeigt, dass nach dem Weber'schen Grundgesetze die in einem Punkte im Inneren eines Magnetes inducirte elektromotorische Kraft gleich ist der Differenz derjenigen elektromotorischen Kräfte, welche vom bewegten Magnetismus in den ruhenden Leiterelementen und von dem ruhenden Magnetismus in den bewegten Leiterelementen inducirt wird. Es ergeben sich die gleichen Resultate, wie bei Annahme von magnetischen Flüssigkeiten. Die unipolare Induction kann demnach zwischen der Existenz der letzteren und der der Molecularströme keine Entscheidung liefern.

---

[1]) Riecke, Wied. Ann. 1, 110, 1877. — [2]) Lorberg, Pogg. Ann. Ergzbd. 8, 581, 1877; Riecke, Wied. Ann. 11, 426, 1880.

Es ist indess doch höchst zweifelhaft, ob man annehmen darf, dass die Elektricitäten in einem rotirenden Magnet in relativer Ruhe verweilen, bezw. die Magnetkraftlinien sich nicht mit dem Magnet bewegen. In allen Fällen können die Versuche ebensowohl durch das auch sonst der Erfahrung entsprechende Gesetz von F. E. Neumann erklärt werden.

184 Auch haben quantitative Versuche von Fr. Koch[1]) erwiesen, dass bei der unipolaren Induction die Inductionswirkung auf die äussere, feste Leitung völlig genügt, um auch in quantitativer Beziehung die Beobachtungsresultate zu begründen. Er liess dabei einen cylindrischen Magnet von 497 mm Länge und 25 mm Durchmesser um seine horizontale Längsaxe rotiren, schob eine auf ihrer Fläche lackirte Kupferscheibe (bei zwei Versuchen von 113,90 und 70,54 mm Durchmesser) auf die Mitte, eine zweite von 37,50 mm Durchmesser auf sechs verschiedene Stellen des Magnets und liess ihre Ränder in Quecksilbergefässe tauchen, welche mit einem Galvanometer verbunden waren. Für jede Stellung der zweiten Kupferscheibe wurden zwei Versuche bei wechselnder Rotationsrichtung angestellt. Die Bestimmungen der elektromotorischen Kraft geschahen nach der Poggendorff'schen Compensationsmethode, um den Einfluss der Unregelmässigkeit der Widerstände an den Contactstellen zu eliminiren. Als compensirendes Element diente eine Daniell'sche Kette.

Die Beobachtungsresultate stimmen mit der unter obiger Voraussetzung gemachten Berechnung sehr gut überein.

Siehe auch im theoretischen Schlusscapitel die Theorie der elektromagnetischen Vorgänge von Edlund.

185 Edlund[2]) behauptet entgegen den obigen Ausführungen, dass zwischen einem rotirenden Magnet und einem fest mit ihm conaxial verbundenen, mit ihm rotirenden Cylinder Inductionswirkungen stattfinden, also nicht allein zwischen ersterem und dem Leiter (Galvanometer), welcher zwei Rollen (z. B. eine äquatoriale und an dem Ende) des mit rotirenden Cylinders mit einander verbindet.

Um dies nachzuweisen, verbindet er jene zwei Rollen nicht direct mit einander, sondern mit einem Quadrantelektrometer. Die in einem speciellen Falle (gesättigter Stahlmagnet, 125 mm lang, 15 mm dick, fünf Umdrehungen in der Secunde) an letzterem zu beobachtende Potentialdifferenz sollte $5{,}2111 \,.\, 10^{-5}$ betragen.

---

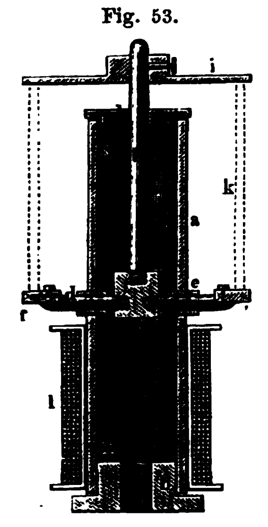
[1]) Fr. Koch, Wied. Ann. 19, 143, 1883. — [2]) Edlund, Sur l'origine de l'électricité atmosphérique. Preisschrift d. k. Akad. zu Stockholm 1884. Wied. Ann. 29, 420, 1886; 30, 655, 1887. Hoppe, Wied. Ann. 28, 478, 1886; 29, 544, 1886; 32, 297, 1887; auch Elektrotechn. Zeitschr. 8, 427, 1887. Beibl. 12, 78.

186 Hoppe hat indess keinen Ausschlag an einem Elektrometer von Edelmann beobachtet, was Edlund auf die zu geringe Empfindlichkeit des Apparates schiebt; indess wurde dieselbe bei späteren Versuchen wohl erreicht.

Auch sollte, wenn eine kreisförmige Scheibe mit der Mitte des Magnets verbunden wäre, eine Potentialdifferenz von der Mitte zum Rande derselben in gleicher Richtung mit der in der Axe entstehen.

187 Hoppe[1]) hat ferner die weiche Eisenröhre *a* (Fig. 3) mittelst eines Messingblocks auf eine Rotationsmaschine vertical aufgesetzt. In der Mitte gehen durch vier diametral gebohrte Löcher vier durch Hartgummi isolirte Messingdrähte *d*, welche in der Mitte ein ebenfalls isolirtes Eisenstück *e* tragen, auf das ein Eisenstab *g* eingeschraubt ist, der oben bei *h* von einem Hartgummistück axial festgehalten wird. Mit den Messingdrähten *d* ist ein Messingring *f* verbunden. Oben lässt sich auf Stab *g* eine Messingplatte *i* schrauben und durch Messingstäbe mit Ring *f* verbinden. Unten ist der Eisenkern von der feststehenden Drahtspirale *l* (vier Windungslagen) umgeben. Der Kern erhalte dadurch oben einen Südpol. Gegen *f* und *i* schleifen zwei mit einem Galvanometer verbundene Fasern.

Fig. 53.



Es wird der Magnet in Rotation versetzt, 1. zuerst ohne das Gestell *ik*, indem nur eine Metallplatte auf die Säule *g* oben aufgedrückt wird, und diese, sowie *f* durch Federn mit dem Galvanometer verbunden; 2. Platte *e* dabei durch einen eingeschraubten Kupferdraht mit dem Magnet leitend verbunden; 3. Gestell *ik* damit verbunden; 4. desgleichen der Draht *k*. Dann ergeben sich die zu erwartenden Resultate, wenn man nur die Induction auf dem ruhenden Theile der Leitung berücksichtigt.

Andere Resultate ergiebt aber die Berechnung nach der Theorie von Edlund, bei der nur eine Wirkung des Magnets auf die beweglichen Theile der Leitung angenommen wird. Nach den Berechnungen von Hoppe würde dann im ersten Falle der Strom die entgegengesetzte Richtung haben, als der Versuch ergiebt. Im Falle 4. würde der Strom verstärkt werden, während er nach der Beobachtung schwächer wird, und die entgegengesetzte Richtung hat; im Falle 3. gäbe die Theorie von Edlund einen Strom, die Erfahrung giebt keinen Strom; der aber im Falle 4. wieder hervortritt, aber in entgegengesetzter Richtung wie nach Edlund.

---

[1]) Hoppe, Wied. Ann. 28, 478, 1886.

Ein permanenter magnetisirter Stahlcylinder verhält sich wie ein Elektromagnet.

188 Indess ist zu beachten, dass diese Rechnungen sich auf eine Reihe von Stromelementen beziehen, welche, an der Rotation theilnehmend oder nicht, für sich keinen geschlossenen Kreis bilden.

Bei der unipolaren Induction sind ferner stets geschlossene Kreise vorhanden. Berechnet man mit Rücksicht hierauf unter Summation über alle Elemente des ganzen Schliessungskreises nach Rosén [1]) die Induction, so ergiebt sie sich nach der Theorie von Edlund ganz ebenso, wie nach den gewöhnlichen Anschauungen.

Auch haben schon früher Budde [2]) und Lorberg [3]) bewiesen, dass die verschiedenen bisher aufgestellten Inductionsgesetze von Weber, Edlund, Clausius, Maxwell und Riemann (s. das Capitel Theorien der Elektricität) alle zu den gleichen Resultaten führen.

189 Folgender Versuch von Exner und Czermak [4]) spricht gegen die Theorie von Edlund [4]).

Ein gerader Elektromagnet, in welchen am einen Ende coaxial ein Messingstab geschraubt war, wurde mit letzterem zwischen zwei Spitzen in Rotation um seine Axe versetzt; die Zuleitung des Stromes einer Gramme-Maschine zur Spirale geschah durch Schleiffedern; der Magnet war nur zur Hälfte mit der Magnetisirungsspirale bedeckt. Ueber die freie Hälfte war eine Messingröhre geschoben, welche entweder mit dem Magnet rotiren oder festgehalten werden konnte. An dem der Mitte des Magnets gegenüberliegenden Ende der Röhre waren Federn befestigt, welche an einem auf den Eisenkern aufgeschobenen dicken Messingringe schleiften, wodurch Thermoströme vermieden waren. Zwischen den Stab am freien Ende des Magnets und den Mantel wurde ein aus zwei concentrischen Glasröhren gebildetes Silbervoltameter mit zwei coaxialen cylindrischen, möglichst nahe an einander gebrachten Silberelektroden eingesetzt. Von denselben gehen Federn aus, welche an zwei auf den Messingstab aufgeschobenen Messingscheiben schleifen, deren eine isolirt ist. Auf derselben schleift auch eine vom Mantel ausgehende Feder.

Für sich gab das Voltameter an einem Galvanometer keinen Strom. Wurde darauf der Mantel fixirt und der Elektromagnet in Rotation versetzt, und wurden darauf nach $^1/_4$ Minute die Silberplatten mit dem Galvanometer verbunden, so erhielt man einen bedeutenden ersten Ausschlag. Rotirte Mantel und Elektromagnet gleichzeitig, so wurde bei gleichem Verfahren nie eine Polarisation mit Sicherheit beobachtet.

[1]) Rosén, Oefves. af k. Vetensk. Ak. Förhandl. 1887, S. 577; Beibl. 12, 391. Vgl. auch Melius, Oefves. af k. Vetensk. Ak. Förhandl. 1888, S. 39; Beibl. 12, 392. — [2]) Budde, Wied. Ann. 30, 358, 1887. — [3]) Lorberg, ibid. 36, 671, 1889. — [4]) Fr. Exner und P. Czermak, Wien. Ber. 94, 357, 1889; Beibl. 11, 366.

Rotirte der Mantel sammt Voltameter allein, wie vorher der Magnet in entgegengesetzter Richtung, war aber der Magnet in Ruhe, so erhielt man einen gleich starken und gleich gerichteten Ausschlag wie beim ersten Versuch.

Die elektromotorische Kraft des im festen Leiter durch den rotirenden Magnet inducirten Stromes betrug etwa $^1/_{150}$ Volt, der Widerstand des Voltameters 3 Ohm, so dass die Stromstärke fast 0,003 Ampère war, wodurch in einer halben Stunde 6 mg Silber abgeschieden worden waren.

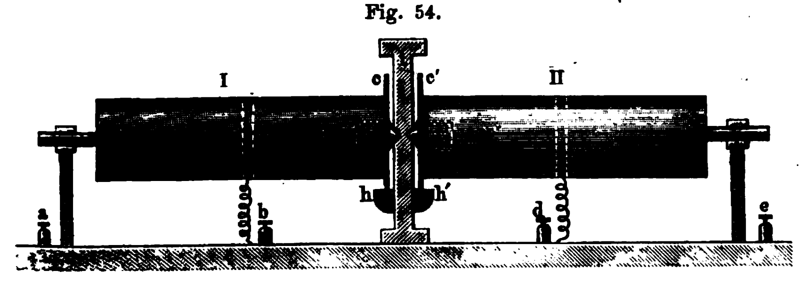
Das dessen ungeachtet negative Resultat des mittleren Versuchs spricht gegen die Theorie Edlund's und für die gewöhnliche Theorie.

Da bei Verbindung der Silberplatten mit dem Galvanometer der Apparat noch rotirte, hätte man annehmen können, dass die Ablenkung einem Inductionsstrome in der zwischen den freilich sehr nahe an einander liegenden Messingringen befindlichen Leitung zuzuschreiben wäre. Directe Versuche beim Ableiten des ganzen Inductionsstromes bei fixirtem Mantel und nur zwischen den Messingringen zeigten, dass derselbe im letzteren Falle nur $^1/_{215}$ von dem im ersten Falle war, also nicht störend einwirkte.

Endlich hat Lecher[1]) Versuche angestellt, von denen er als entscheidend für die Theorie von Edlund die folgenden bezeichnet. **190**

Zwei 16 cm lange, mit Drahtwindungen fest umwundene coaxiale Elektromagnete NS und $N'S'$ sind bis auf 9 mm an einander geschoben

Fig. 54.



und ruhen in diesem Zwischenraum und an den Enden, z. B. mit isolirenden Hartgummispitzen, auf einer Stütze. Der Strom wird den Drahtwindungen durch Schleifcontacte zugeführt, die von den Eisenkernen isolirt sind. Die Magnete werden stets in gleicher Richtung erregt. Schleifcontacte b, d, die von der Spirale isolirt sind, berühren den Aequator der Eisenkerne, zwei andere, a, e, die Enden derselben. An die Endflächen von S und N' sind kreisförmige Kupferplatten c, und c', angelöthet, die das Drahtgewinde etwas überragen und unten in Quecksilbernäpfe h und h' tauchen. Dieselben sind mit einer Klemme C verbunden.

[1]) E. Lecher, Wien. Ber. **103** [2], 949, 1894. Wied. Ann. **54**, 276.

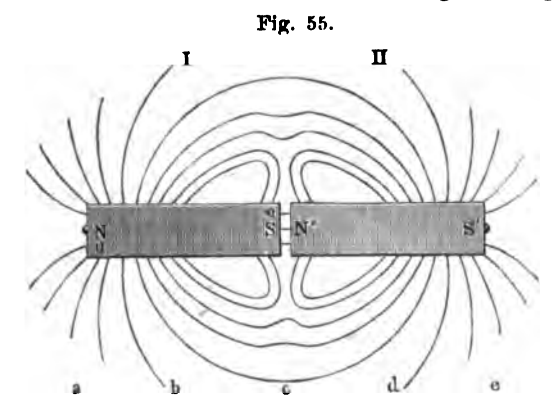
Zwischen beiden Magneten muss also event. der Strom von S durch C über h und h' nach N' gehen.

Werden a und b mit dem Galvanometer G verbunden, so erhält man bei einer bestimmten Rotation von SN den Ausschlag 40, mag nun $S'N'$ mit rotiren oder nicht. Bei der Verbindung von c und b erhält man den entgegengesetzten Ausschlag — 7, bei ac die Differenz 32.

Werden a und c mit dem Galvanometer durch Drähte verbunden, welche zunächst in der Verlängerung der Axe verlaufen, so erhält man bei Rotation von NS allein den Ausschlag + 33, bei entgegengesetzter Rotation von $N'S'$ + 33,5, bei Rotation beider Magnete nach entgegengesetzten Richtungen + 66, bei gleich gerichteter Rotation 0.

Indess auch diese Versuche beweisen nichts für das Feststehen der Kraftlinien, sondern schliessen sich völlig der älteren Theorie an. Der Verlauf der Kraftlinien ist in Fig. 55 dargestellt; die beiden Magnete haben also zwei in der Mitte von einander getrennte Pole und stellen nicht einen einzigen gleichförmig magnetisirten Magnet dar.

Fig. 55.



Denken wir uns beide Magnete getrennt und NS allein rotirend, so wird nach der älteren Theorie und Erfahrung der Strom zwischen a und b, sowie zwischen c und b durch die Induction auf die feststehende Leitung in derselben Weise bedingt. Es ist gleichgültig, ob hierbei der Magnet $N'S'$ mit rotirt oder nicht, da er ganz ausserhalb des Inductionskreises liegt. — Beide Magnete einzeln stellen aber zwei getrennte Inductionsapparate dar, durch welche in den betreffenden Galvanometerleitungen Ströme inducirt werden, die bei geeigneter Verbindung und gleich gerichteter Rotation einander entgegen wirken, bei entgegengesetzter aber addiren.

Diese Versuche lassen sich also vollständig nach der älteren Theorie erklären, haben daher für das Feststehen der Kraftlinien keine Beweiskraft.

191 Wir wollen noch die Induction eines in sich geschlossenen Solenoides auf einen Leiter bestimmen.

Um eine in sich geschlossene, irgendwie gekrümmte Linie als Axe seien kleine, überall gleich grosse, ebenfalls in sich geschlossene Ströme von gleicher Intensität und gleicher Gestalt je im Abstande Eins von einander gelegt. Ersetzt man dieselben durch unendlich kleine, auf ihnen senkrechte und also überall gleiche Magnete, so wirkt das ge-

schlossene Solenoid nach aussen nicht inducirend, also auch nicht auf einen geschlossenen Stromkreis, welcher nicht wie ein Glied einer Kette das andere, den vom Solenoid umschlossenen Flächenraum, durchschneidet. Findet aber letzteres statt, so wird bei Stromänderungen im Solenoid ein Inductionsstrom erzeugt, obgleich das Solenoid in beiden Fällen nach aussen nicht ponderomotorisch wirkt[1]).

Während im ersten Falle das Potential des Solenoids auf den daneben befindlichen Stromkreis Null ist, also beim Oeffnen und Schliessen des Stromes im Solenoid in dem neben demselben befindlichen Drahtkreise keine elektromotorische Kraft inducirt wird, ist das Verhalten im zweiten Falle ein anderes.

Durch den Drahtkreis fliesse ein Strom von der Intensität Eins. Dann können wir ihn nach Roiti[2]) durch eine von ihm begrenzte, sonst beliebig gestaltete magnetische Doppelfläche ersetzen, welche das Solenoid senkrecht zu seiner Axe schneidet. Auf alle ausserhalb des Ringraumes des Solenoids liegenden Theile dieser Fläche übt dasselbe keine Wirkung aus, wohl aber auf die innerhalb liegenden Theile. Ist der freie Magnetismus der die Elementarströme des Solenoids darstellenden Magnete gleich i, so ist diese Kraft an jedem Punkte gleich $\pm 4\pi i$ (vergl. Bd. III, §. 444), also auf die den ganzen Ringquerschnitt a des Solenoids erfüllenden Theile der Magnetfläche gleich $4\pi i a$. Ist die Zahl der Elementarströme des Solenoids auf der Längeneinheit gleich n, so ist diese Kraft $4\pi n i a$. Entsteht also der Strom i im Solenoid, während in dem dasselbe durchziehenden Schliessungskreise kein Strom fliesst, so ist die darin inducirte elektromotorische Kraft gleich $4\pi n i a$. Ist der Schliessungskreis $2m$ mal um das Solenoid herumgeführt, so ist sie $4\pi n m i a$.

192 Bildet das Solenoid eine Revolutionsfläche um eine auf seiner Aequatorialebene senkrechte Axe (die Axe der z) und sind die einzelnen Querschnitte $z \cdot d\varrho$ durch die durch die Z-Axe gelegten Ebenen um ϱ von derselben entfernt, so nimmt auch der Abstand der Elementarströme von einander von der Mitte aus im Verhältniss von ϱ zu. In demselben Verhältniss muss man die Molecularmagnete länger, aber auch schwächer nehmen, welche die Elemente $z d\varrho$ ersetzen. So wird die inducirte elektromotorische Kraft

$$V = 4\pi n m i \int \frac{z}{\varrho} \, d\varrho.$$

Ist die Zahl der Windungen auf dem ganzen Solenoid gleich μ, so ist $n = \mu / 2\pi$, ist ferner der Widerstand des inducirten Kreises R, so wird die Stromintensität in demselben beim Oeffnen oder Schliessen des Stromes im Solenoid

$$I = \frac{2 m \mu i}{R} \int \frac{z}{\varrho} \, d\varrho.$$

---

[1]) Felici, Nuovo Cimento 1, 325; 2, 321, 1855; 3, 198, 1856; 9, 75, 1859. Ann. de Chim. et de Phys. [3] 40, 251, 1854; 51, 378, 1857; 56, 106, 1859. — [2]) Roiti, Nuovo Cimento [2] 11, 35, 1874.

Von der Gestalt der Windungen des das Solenoid durchsetzenden Schliessungskreises ist diese Intensität unabhängig.

193 Ist der Ringquerschnitt des Solenoids kreisförmig, ist der innere und äussere Radius des dasselbe bildenden Ringes bezw. gleich d und d', so wird

$$I = \frac{2 m \mu i}{R} (\sqrt{d'} - \sqrt{d})^2.$$

Ist der Ringquerschnitt ein Rechteck, dessen Höhe gleich b, dessen innerer und äusserer Ringradius d_1 und d_1' ist, so wird

$$I = \frac{2 m_1 \mu_1 i_1}{R_1} b \,.\, log \frac{d_1'}{d_1},$$

wo m_1, μ_1, i_1, R_1 die jetzigen Windungszahlen, die Intensität des Stromes im Solenoid und den Widerstand des inducirten Kreises bezeichnen.

194 Versuche, bei denen ein Solenoid mit kreisförmigem und ein anderes mit rechteckigem Querschnitt in denselben Schliessungskreis eingeschlossen waren und die Zahlen μ und μ_1 der Windungen der sie durchsetzenden inducirten Spiralen abgeändert wurden, bis sich die in ihnen inducirten Ströme gerade aufhoben, entsprachen vollständig der theoretischen Berechnung.

Bei Solenoiden mit gleichem Ringquerschnitte müssen sich, wie auch die Versuche zeigen, die Zahlen der Umwindungen des inducirten Drahtes umgekehrt wie die Windungszahlen des Solenoids verhalten, um cet. par. bei entgegengesetzter Verbindung der inducirten Kreise mit einem Galvanometer keinen Ausschlag desselben zu geben. Ebenso müssen sich die Zahlen der Umwindungen des inducirten Drahtes umgekehrt wie die Intensitäten der Ströme in den inducirenden Solenoiden verhalten, damit die beiderseits inducirten elektromotorischen Kräfte gleich sind.

195 Auch die folgenden Resultate von Roiti[1]) entsprechen ganz der Theorie.

Bildet man einen Holzring aus einzelnen conaxialen, sechsseitigen Holzrahmen, deren Seiten gegen einander beweglich sind, und welche die Kupferdrahtwindungen tragen, so entsteht in einem durch den Ring geleiteten Draht oder in einer um denselben herumgelegten Inductionsspirale ein Inductionsstrom, wenn der Ring zwischen zwei Platten gepresst, die Windungen also abgeflacht werden. Schliesst man den den Ring umfliessenden Strom vor einer Deformation der Windungen, sei es, dass sie dadurch flacher, oder wieder weiter werden, und öffnet ihn nach derselben, so ist, wie vorauszusehen, die Stärke des Inductionsstromes beim Schliessen gleich der Summe der Intensitäten der bei der Deformation und beim Oeffnen erhaltenen Ströme.

---

1) Roiti, Nuovo Cimento [2] 13, 170, 1875.

Wird ein Solenoid auf einen Holzring gewunden, welcher an einer Stelle durchbrochen ist, und ein mit einem Galvanometer verbundener Draht durch die Unterbrechungsstelle von aussen hindurchgeschoben, so erhält man einen Inductionsstrom, der ebenso stark ist, wie wenn bei der endlichen Lage des Drahtes der Strom im Solenoid entstände. Beim Entfernen des Drahtes durch die Unterbrechungsstelle entsteht der entgegengesetzt gerichtete Strom.

Auch wenn in den Solenoiden ein in sich geschlossener Eisendraht als Axe liegt, ändern sich die Resultate nicht, wenn der Draht an allen Stellen gleiche Structur hat[1]). Legt man also um ein solches Selenoid zwei verschieden gestaltete Drahtschlingen, verbindet sie in entgegengesetzter Richtung einerseits mit einander, andererseits mit einem Galvanometer, so zeigt letzteres beim Oeffnen oder Schliessen des Stromes in der Spirale des Solenoids keine Ablenkung.

---

[1]) Vergl. Felici, Nuovo Cimento [2] 11, 53, 1873.

Zweites Capitel.

Einfluss der inducirten Ströme auf den zeitlichen Verlauf der elektrischen Ströme in linearen in sich geschlossenen Leitern.

I. Einfluss der inducirten Ströme auf die Zeitdauer des Entstehens und Verschwindens der galvanischen Ströme und ihre Wirkungen.

a) Zeitlicher Verlauf.

196 Wird der Schliessungskreis einer constanten galvanischen Säule plötzlich geschlossen, so fällt die Zeit, in welcher die Intensität des in demselben entstehenden Stromes bis auf eine constante Grösse anwächst, mit der Zeit der Schliessung zusammen, wenn nicht in dem Schliessungskreise selbst inducirte Ströme entstehen. Wir nehmen dabei vorläufig an, dass die Zeit verschwindend klein sei, innerhalb deren die freien Elektricitäten auf der Oberfläche der Leiter sich in der Art vertheilen, wie es zur Herstellung des constanten Stromes erforderlich ist, so dass an den einzelnen Stellen jedes Stromkreises und in demselben Moment die Intensität des Stromes überall gleich gross sei und die Schwankungen derselben an jenen Stellen überall gleichzeitig stattfinden. Wir berücksichtigen demnach vorläufig auch nicht die Zeit, deren die Inductionswirkung bedarf, um sich von einem Theile einer irgendwie inducirten unverzweigten Leitung auf einen anderen Theil derselben fortzupflanzen, nehmen also an, dass die Fortpflanzung der Elektricität nicht oscillatorisch erfolgt. Ferner möge die Stromdichte im ganzen Querschnitt eines Leiters überall die gleiche sein. Wir wollen ferner annehmen, dass die Zeit, in der die Induction sich von einem inducirenden auf einen inducirten Leiter durch die Luft oder einen anderen Körper fortpflanzt (abgesehen von secundären Inductionswirkungen durch letzteren), verschwindend klein ist, und endlich, dass die Elektricitätsquelle, durch welche

die in die Leiter einströmende Elektricität geliefert wird, constant ist, dass also z. B. das Potential der Elektricitäten an den Polen einer galvanischen Säule constant bleibt, wenn sie durch einen Draht oder eine Drahtspirale geschlossen wird, in der sich Extraströme bilden u. s. f.

Endlich wollen wir die Inductionswirkungen der geradlinigen Theile der Leitung auf einander vernachlässigen.

197 Werden die Pole einer galvanischen Säule durch eine Drahtspirale verbunden, so werden in letzterer während des Entstehens des Stromes Extraströme inducirt, welche ihm entgegengerichtet sind und sein Anwachsen bis zu seiner constanten Maximalintensität verzögern. Die Art, in welcher das allmähliche Ansteigen des Stromes stattfindet, ist von Helmholtz[1]) unter den oben angeführten Bedingungen theoretisch und experimentell untersucht worden.

Die Intensität des Stromes sei in jedem Moment an allen Stellen I, die elektromotorische Kraft des primären Stromes E, der Widerstand des Schliessungskreises W, das Selbstpotential der in demselben befindlichen Spirale L; das Widerstandsmaass sei so gewählt, dass die Inductionsconstante $\varepsilon = 1$ ist, dann ist die elektromotorische Kraft des inducirten Stromes in jedem Moment $-LdI/dt$, also die gesammte Intensität des Stromes in demselben Moment gegeben durch die Gleichung:

$$IW = E - L\frac{dI}{dt},$$

d. h. wenn die Zeit t vom Beginn der Schliessung an gezählt wird:

$$I = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{L}t}\right) \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Nach dieser Formel lässt sich die Intensität I des Stromes für die ersten Zeiten der Schliessung berechnen.

Ströme von verschiedenem Widerstande W und W_1 und Selbstpotential L und L_1 erhalten gleiche Procente ihrer endlichen Intensität zu Zeiten t und t_1, welche sich verhalten wie

$$t : t_1 = \frac{L_1}{W_1} : \frac{L}{W} \quad \ldots \ldots \quad 1a)$$

Bei längerer Schliessung nähert sich die Intensität I immer mehr dem Werth $I_m = E/W$, welchen der Strom ohne Einfluss der Induction besässe.

Die Gesammtintensität F des Stromes von Anfang der Schliessung an bis zur Zeit t ergiebt sich aus Formel 1):

$$F = \int_0^t I dt = \frac{E}{W}\left\{t - \frac{L}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{L}t}\right)\right\} \quad \ldots \quad 2)$$

---

[1]) Helmholtz, Pogg. Ann. 83, 505, 1851.

Die Gesammtintensität des Extrastromes aber, welche sich von der Intensität E/W des primären Stromes bis zu seiner völligen Constanz subtrahirt, ist:

$$-\frac{E}{W}\int_0^\infty e^{-\frac{W}{L}t}\,dt = -\frac{LE}{W^2} \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

198 Wird der Schliessungskreis geöffnet, nachdem die Stromintensität darin constant geworden ist, so kann der Oeffnungsextrastrom nur so lange andauern, als noch nach der Unterbrechung in dem entstehenden Funken ein Uebergang von Materie an der Unterbrechungsstelle die Leitung vermittelt.

Wird dagegen zur Zeit t nach der ersten Schliessung die den Strom liefernde Säule von der Spirale losgelöst, dafür aber die letztere durch eine Leitung von gleichem Widerstande, wie der der Säule, geschlossen, so ist der Widerstand des neu gebildeten Schliessungskreises der gleiche, W, wie vorher. Durch denselben fliesst der Extrastrom, welcher durch das Verschwinden des im Moment des Oeffnens vorhandenen Stromes inducirt wird. Die Intensität I_0 dieses Stromes zu verschiedenen Zeiten t folgt aus der Gleichung

$$I_0 = -\frac{L}{W}\frac{dI_0}{dt}.$$

Sie ist demnach zur Zeit t nach der Loslösung gleich $\frac{E}{W}e^{-\frac{W}{L}t}$, also die Gesammtintensität des Oeffnungsinductionsstromes bis zur Zeit t:

$$O = \frac{E}{W}\int_0^t e^{-\frac{W}{L}t}\,dt = \frac{LE}{W^2}\left(1 - e^{-\frac{W}{L}t}\right).$$

Geschieht die Umschaltung erst, nachdem der Strom constant geworden ist, d. h. zur Zeit $t = \infty$, so ist $O = LE/W^2$, d. h. der Oeffnungsextrastrom hat dieselbe Gesammtintensität, aber die entgegengesetzte Richtung, wie der Schliessungsextrastrom.

Fügt man neben einer Spirale in den Schliessungskreis der Säule noch ein Galvanometer ein, schliesst den Kreis erst und ersetzt kurz darauf, nach der Zeit t, die Säule durch eine Schliessung von gleichem Widerstande, so fliessen durch das Galvanometer die beiden Ströme

$$F + O = G = \frac{E}{W}t \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

welche beide, wenn die Zeit t klein ist gegen die Schwingungsdauer der Nadel des Galvanometers, letztere nahezu in ihrer Ruhelage treffen.

Aus dem Werthe G kann der Werth t berechnet werden, und wiederum der Werth F, der auch direct beobachtet werden kann, so dass die Intensität des Stromes am Anfang seiner Schliessung in jedem Moment genau bestimmt ist.

199 Für die Versuche ist es zweckmässig, dass das Ansteigen der Intensität zum Maximalwerth I_m langsam erfolgt, also die Zeit t, innerhalb deren der Strom eine bestimmte Intensität I erreicht, lang ist. Nach Formel 1a) tritt dies ein, wenn der Bruch W/L klein ist, also erstens W klein ist, d. h. der Widerstand der Schliessung möglichst gering ist; zweitens das Selbstpotential L gross ist. Letzteres könnte man einmal erreichen, indem man bei gleich bleibendem Gewicht des Drahtes der Spirale seine Länge $n$fachte. Dadurch wird aber sowohl W als auch L auf das n^2fache gesteigert und W/L bleibt unverändert. Man muss daher der Spirale möglichst viele, recht eng gewundene Windungen geben.

200 Befindet sich in der Spirale noch ein Eisenkern, z. B. aus Blumendraht, so dass in seiner Masse selbst keine Inductionsströme entstehen können, und er so seinen Magnetismus ohne Zeitverlust annimmt, so werden auch beim Anwachsen des letzteren in der Magnetisirungsspirale Inductionsströme erzeugt, welche sich von dem Hauptstrom subtrahiren. Ist dann das Potential des Magnets auf die Spirale gleich λ, ist der durch den Strom von der Intensität I erzeugte Magnetismus m, so ist die Intensität des Stromes in jedem Moment:

$$IW = E - L\frac{dI}{dt} - \lambda\frac{dm}{dt}.$$

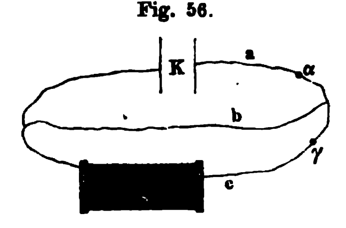
Ist m proportional der Stromintensität I zu setzen, was innerhalb gewisser Grenzen annähernd statthaft ist, also gleich $m = \alpha I$, so ist auch:

$$IW = E - L_1\frac{dI}{dt},$$

wo $L_1 = L + \alpha\lambda$ ist. Wir erhalten so mit Veränderung der Constanten L in L_1 dieselben Resultate wie in §. 198 [1]).

201 Neben der Spirale S, Fig. 56, sei noch eine Nebenschliessung b zu dem Stromkreise der Säule K hinzugefügt; zur Zeit $t = 0$ werde die Säule im Punkte α mit der Nebenschliessung und Spirale verbunden.

Fig. 56.



Bezeichnet man die Intensitäten und Widerstände der drei Zweige mit i_a, w_a, i_b, w_b, i_c, w_c, die elektromotorische Kraft der Säule mit E, ist L das Potential der Spirale auf sich selbst, so ist die in ihr in jedem

1) Siehe auch eine vollständige Berechnung des Verlaufes der Ströme von Duhem, Faculté de Toulouse 7, 1893; Beibl. 17, 972.

Moment inducirte elektromotorische Kraft gleich — $L\,di_c/dt$. Man hat also zur Zeit t:

$$i_a = i_b + i_c,$$

$$E - i_a w_a = i_b w_b, \qquad L\frac{di_c}{dt} + i_c w_c = i_b w_b,$$

d. i., wenn $w_a w_b + w_b w_c + w_c w_a = r$ gesetzt wird:

$$E w_b - i_c r - L\,(w_a + w_b)\frac{di_c}{dt} = 0$$

und

$$i_c = \frac{E w_b}{r}\left(1 - e^{-\frac{rt}{L(w_a + w_b)}}\right),$$

woraus sich i_a und i_b berechnen lassen.

Wird zur Zeit t der Stromkreis c, etwa bei γ, geöffnet, so kann der Oeffnungsextrastrom in c nicht zu Stande kommen, und der Ausschlag eines vor die Spirale S gestellten Magnetes entspricht der Gesammtintensität des Stromes in c von Anfang der Schliessung bis zur Zeit t:

$$F_c = \int_0^t i_c\,dt = \frac{E w_b}{r}\,t - \frac{w_a + w_b}{r}\,L i_c \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Oeffnet man dagegen zur Zeit t den Zweig a in einem Punkte α, so bildet sich der Oeffnungsextrastrom und durchfliesst die Zweige b und c mit einer Intensität gleich $L i_c/(w_b + w_c)$. Die Gesammtwirkung des Stromes in der Spirale auf den Magnet von Anfang der Schliessung an ist dann:

$$G_c = F_c + \frac{L i_c}{w_b + w_c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Durch diese Formeln ist der ganze Verlauf des Ansteigens der Intensität des Stromes vom Anfang der Schliessung an gegeben.

202 Befindet sich neben einer primären inducirenden Spirale eine durch eine Leitung in sich geschlossene Inductionsspirale, so würde ohne die Extraströme der in der Inductionsspirale inducirte Schliessungs- und Oeffnungsstrom das Maximum seiner Intensität gleichzeitig mit dem Schliessen und Oeffnen des Stromes der primären Spirale annehmen.

Beim Schliessen derselben wird indess schon durch die Extraströme das Ansteigen der Intensität des inducirenden Stromes bis zu seiner constanten Stärke I verzögert, und so auch in gleicher Weise die Bildung des Schliessungsinductionsstromes in der Inductionsspirale. Zugleich aber entstehen in letzterer Spirale selbst Extraströme, indem der Inductionsstrom darin allmählich bis zu einem Maximum anwächst. Da sie dem Inductionsstrom entgegengesetzt sind, so verzögern sie seine Entwickelung noch mehr. Wenn daher auch die Gesammtintensität desselben durch ihren Einfluss ungeändert bleibt — sie muss stets der

Gesammtänderung der Stromintensität in der primären Spirale von Null bis I entsprechen —, so ist doch seine Zeitdauer verlängert, seine **Intensität in jedem einzelnen Moment** seines Verlaufes verringert.

In der primären Spirale werden endlich auch rückwärts durch das Anwachsen des Stromes in der Inductionsspirale und das Verschwinden desselben Ströme inducirt, welche in dem ersten Theil des Verlaufes des Inductionsstromes ihm entgegen, im zweiten ihm gleich gerichtet sind, sich also anfangs zu dem primären Strom addiren, später aber von demselben subtrahiren.

So wird hierdurch ebenfalls die Zeit des Anwachsens des primären Stromes geändert. Er steigt anfangs steiler an, als wenn die Inductionsspirale sich nicht neben der primären Spirale befände, nähert sich aber später langsamer seinem Maximum.

Wird die Inductionsspirale neben der primären Spirale geöffnet, so fällt der letztere Grund der Veränderung des Ansteigens des inducirenden Stromes fort.

Wie eine in sich geschlossene Inductionsspirale wirken in sich geschlossene, cylindrische Metallhüllen, welche die primäre Spirale umgeben, oder massive Metallkerne, welche in sie hineingeschoben werden. Sind die Metallhüllen der Länge nach aufgeschnitten, so fehlt für die Inductionsströme in ihnen die geschlossene Bahn, sie können sich nicht bilden und auf die Entwickelung des primären Stromes zurückwirken.

Beim Oeffnen des primären Stromes sinkt seine Intensität schnell auf Null; die Inductionsströme in der secundären Spirale steigen schnell bis zu ihrem Maximum an und sinken dann in Folge der bei ihrem Verschwinden inducirten gleich gerichteten Extraströme in der secundären Spirale allmählich bis auf Null. In der primären Spirale würde, wenn sie geschlossen bliebe, der Inductionsstrom der secundären Spirale beim Entstehen einen ihm selbst entgegengerichteten, also auch dem primären Strom entgegengesetzten, beim Verschwinden einen demselben wiederum gleich gerichteten tertiären Strom induciren. Da indess die primäre Spirale gerade bei der Bildung der Inductionsströme geöffnet wird, kann nur ein Theil der tertiären Ströme in ihr zur Ausgleichung kommen, so lange noch der Oeffnungsfunken die Leitung herstellt; also namentlich der dem primären Strome entgegengerichtete tertiäre Strom. Der dem primären Strome gleich gerichtete Oeffnungsextrastrom wird dadurch geschwächt, der Oeffnungsfunken z. B. wird kleiner.

Aehnliche Erscheinungen treten auf, wenn durch Oeffnen oder Schliessen einer Nebenleitung zur inducirenden Spirale die Intensität des Stromes in jener Spirale geändert wird, und dadurch in einer benachbarten Inductionsspirale ein Strom entsteht.

203 Die eben erwähnte Zeitdauer der inducirten Ströme hat unter Anderen Guillemin[1]) dargethan, indem er durch einen Disjunctor einen Schliessungskreis schloss oder öffnete, welcher eine Säule und eine Drahtspirale von 600 m Kupferdraht von 1/4 mm Dicke enthielt. Die letztere war umgeben mit einer Inductionsspirale, welche durch einen Eisendraht von 1/3 mm Dicke und 300 m Länge geschlossen war. Durch den Disjunctor wurde zu verschiedenen Zeiten nach dem Schliessen des inducirenden Stromes eine Nebenschliessung an der Inductionsspirale angebracht, indem ihre mit dem Eisendraht verbundenen Enden mit einem Galvanometer verbunden wurden. Der Schliessungs- sowie der Oeffnungsstrom dauerte in einem Versuch etwa 0,005 Secunden an. Bei Einlegen eines Eisenkernes in die Spiralen wuchs diese Zeitdauer sehr stark, selbst bis zum 20fachen an (s. d. flgdn. Abschnitt)[2]).

204 Eine vollständige Berechnung des Verlaufes der inducirenden, wie der Inductionsströme ist für verschiedene Fälle von E. du Bois-Reymond[3]) unter den §. 196 angeführten, vereinfachenden Bedingungen angestellt worden. Wir wollen die Einheit der Widerstände so wählen, dass die Inductionsconstante $\varepsilon = 1$ zu setzen ist, und die Inductionswirkungen der Theile der Leitungen vernachlässigen, welche nicht in Form von Windungsreihen inducirend auf einander einwirken. Die Schliessungen und Oeffnungen der Stromkreise mögen in unmessbar kurzer Zeit vor sich gehen. In den Figuren bedeutet überall S die inducirende, Σ die Inductionsspirale, K die den primären Strom erregende Kette, a den Punkt, in welchem geschlossen und ihr Schliessungskreis geöffnet wird.

Die elektromotorische Kraft der den inducirenden Strom erzeugenden Kette sei E, der Gesammtwiderstand ihres Schliessungskreises w, das Potential der inducirenden Spirale auf sich selbst L_1, der Gesammtwiderstand des secundären Inductionskreises w_σ, das Potential der Inductionsspirale auf sich selbst L_2, das Potential beider Spiralen auf ein-

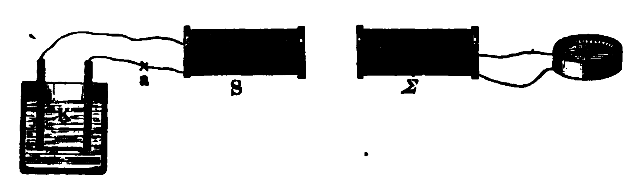
---

[1]) Guillemin, Compt. rend. 50, 1104, 1860. — [2]) Jones (Electrician 31, 308, 1893; Beibl. 18, 599; s. indess die Fehlerquellen hierbei Bd. II, §. 599, S. 432) hat eine noch viel längere Zeitdauer beobachtet. Das benutzte Rollenpaar war 18 cm lang, 6,7 cm weit mit einem Eisenkern von nur 1,9 cm Dicke. Die primäre Rolle hatte 100, die secundäre etwa 8000 Windungen. Der Strom in ersterer wurde 52- bis 55 mal in der Secunde unterbrochen. Die secundäre Rolle war einerseits mit einer mit feuchtem Jodkaliumkleisterpapier umkleideten Trommel, andererseits mit einer feinen umgebogenen Nadel verbunden, deren Knie gegen die Trommel gehalten wurde. Die Länge der gebildeten Jodstriche und die Umdrehungszahl der Trommel ergaben für die Inductionsströme beim Oeffnen des primären Stromes eine Dauer von 0,0134, beim Schliessen von 0,0046 Sec. — [3]) E. du Bois-Reymond, nach einer Originalmittheilung, auch Monatsberichte d. Berlin. Akad. 26. Juni 1862. Nach Maxwell bezeichnen wir auch hier die Potentiale der inducirenden und der Inductionsspirale auf sich selbst mit L, bezw. L_1 u. s. f., das Potential beider Spiralen auf einander mit M.

ander M, die constante Intensität des Stromes in dem primären Kreise (nach dem Aufhören der etwaigen Inductionsströme) $I = E/w$, die Intensität des Stromes in demselben Kreise während der Dauer des beim Schliessen oder beim Oeffnen entstehenden Inductionsstromes in ihm I_a und I_e, die Intensität des Inductionsstromes in der secundären Spirale zu den entsprechenden Zeiten i_a und i_e.

1. Wir betrachten zuerst die Induction in einer Nebenrolle durch Oeffnen des primären Stromkreises, Fig. 57. Dieselbe ist schon von Helmholtz berechnet worden[1]). Beim Oeffnen des pri- **205**

Fig. 57.



mären Kreises verschwindet der inducirende Strom plötzlich; in dem Inductionskreise wird ein Strom inducirt, dessen Gesammtintensität gegeben ist durch die Gleichung:

$$\int_0^\infty i_e dt = \frac{IM}{w_\sigma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Da der inducirende Kreis während des Verlaufes des Inductionsstromes geöffnet ist, treten Rückwirkungen des letzteren auf jenen Kreis nicht ein; wir haben also nur die durch die Aenderungen der Intensität des Inductionsstromes selbst in dem secundären Kreise bewirkte Induction zu beachten. Die hierdurch in jedem Augenblicke inducirte elektromotorische Kraft ist gegeben durch die Gleichung

$$i_e w_\sigma = -L_2 \frac{d i_e}{dt} \text{ oder } i_e = Ce^{-\frac{w_\sigma}{L_2}t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Setzt man diesen Werth für i_e in Gleichung 1) ein, so erhält man

$$\frac{L_2}{w_\sigma} C = \frac{IM}{w_\sigma} = \frac{EM}{w \,.\, w_\sigma}$$

$$i = \frac{EM}{wL_2} e^{-\frac{w_\sigma}{L_2}t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

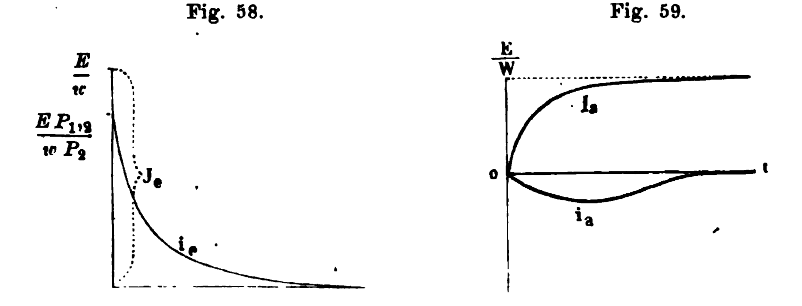
---

[1]) Helmholtz, Pogg. Ann. 83, 536, 1851.

Die Intensität des Oeffnungsstromes ist also um so grösser, je grösser das Potential der Spiralen auf einander, je kleiner das Potential der inducirten Spirale auf sich selbst und ihr Widerstand ist.

Verzeichnen wir als Abscissen, Fig. 58, die Zeiten von Anfang der Oeffnung des primären Stromes, als Ordinaten die Intensitäten des in-

Fig. 58. Fig. 59.



ducirenden und inducirten Stromes, so geben in beifolgender Figur die Curven J_e und i_e den Verlauf der Intensitäten beider Ströme an. Die Intensität des inducirenden Stromes sinkt, wie wir schon erwähnt, plötzlich von I bis auf Null, die Intensität des Inductionsstromes steigt aber plötzlich bis zu $i_e = EL_2/wM$ an und sinkt dann allmählich auf Null hinab.

206 2. Induction in einer Nebenrolle durch Schliessen des primären Kreises.

Wächst beim Schliessen des primären Kreises in a, Fig. 59, die Intensität I_a darin allmählich bis zu I an, so entsteht in demselben in jedem Augenblicke ein Extrastrom von der Intensität $- L_1/w \, . \, dI_a/dt$. Zugleich wird in der Inductionsspirale ein Strom inducirt, dessen Intensität durch $- M/w_\sigma \, . \, dI_a/dt$ dargestellt ist. Indem dieser seine Intensität ändert, inducirt er wiederum in der primären Spirale einen Strom von der Intensität $- M/w \, . \, di_a/dt$, in der Inductionsspirale selbst einen Strom von der Intensität $- L_2/w_\sigma \, . \, di_a/dt$. Die in den beiden Schliessungskreisen der inducirenden und Inductionsspirale erzeugten Ströme sind also bestimmt durch die zwei simultanen Differentialgleichungen:

$$I_a w = E - L_1 \frac{dI_a}{dt} - M \frac{di_a}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

$$i_a w_\sigma = \; - \; M \frac{dI_a}{dt} - L_2 \frac{di_a}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Die Integration dieser Gleichungen giebt:

$$I_a = \frac{E}{2 w \varrho_a} \left\{ 2 \varrho_a + \varphi''_a e^{-\Theta'_a t} - \varphi'_a e^{-\Theta''_a t} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

$$i_a = -\frac{E}{2\,w\,\varrho_a}\left\{e^{-\Theta_a' t} - e^{-\Theta_a'' t}\right\}\text{[1]}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

wo

$$\varrho_a = \sqrt{\frac{w_\sigma}{w} + \left(\frac{w_\sigma L_1 - w L_2}{2\,w\,M}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

$$\varphi_a' = -\frac{w_\sigma L_1 - w L_2}{2\,w\,M} + \varrho_a, \quad \varphi_a'' = -\frac{w_\sigma L_1 - w L_2}{2\,w\,M} - \varrho_a \ . \quad 6)$$

$$\Theta_a' = \frac{w_\sigma L_1 + w L_2 - 2\,w\,M\,\varrho_a}{2\,(L_1\,L_2 - M)}, \quad \Theta_a'' = \frac{w_\sigma L_1 + w L_2 + 2\,w\,M\,\varrho_a}{2\,(L_1\,L_2 - M)} \quad 7)$$

So lange der Nenner von Θ_a positiv ist, also $L_1\,L_2 > M^2$, so lange sind Θ_a' und Θ_a'' positiv, und da $\Theta_a' < \Theta_a''$ ist, i_a negativ. Die Richtung des Schliessungsinductionsstromes ist also entgegengesetzt der Richtung des inducirenden Stromes. Dies ist der allein vorkommende Fall. Würde $L_1\,L_2 = M^2$, so würde $i_a = 0$; dies wäre aber nur möglich, wenn z. B. die Inductionsspirale und inducirende Spirale völlig zusammenfielen, wo dann $L_1 = L_2 = M$ wäre, was nicht geschehen kann. Ebenso wenig kann $M^2 = > L_1\,L_2$ werden, in welchem Falle der Inductionsstrom positiv, d. h. dem inducirenden gleichgerichtet würde. Bilden wir in dem einzig möglichen Falle ($L_1\,L_2 = > M^2$) den Werth

$$\frac{d\,i_a}{d\,t} = -\frac{E}{2\,w\,\varrho_a}\left(-\Theta_a'\,e^{-\Theta_a' t} + \Theta_a''\,e^{-\Theta_a'' t}\right),$$

so giebt das allmähliche Ansteigen und Abfallen der die Intensität i_a darstellenden Curve Fig. 59 den Verlauf desselben an. Für $t = 0$ ist $i_a = 0$ und $d\,i_a/d\,t = -E\,M/(L\,L_2 - M^2)$, also negativ; ebenso bleibt es negativ bei kleinen Werthen von t, die negative Intensität i_a wächst, aber immer langsamer, da $d\,i_a/d\,t$ immer kleiner wird; die Intensität erreicht sodann ein Maximum, wenn dieser Werth gleich Null ist; sie fällt wieder allmählich ab; die die Intensität i_a darstellende Curve nähert sich asymptotisch der Abscissenaxe, wenn t noch grösser wird, da dann $d\,i_a/d\,t$ positiv ist. Die Betrachtung von $d^2\,i_a/d\,t^2$ ergiebt, dass für $t = 0$ diese Curve gegen die Abscissenaxe concav ist. Zugleich ist $M\,d\,I_a/d\,t = -L_2\,d\,i_a/d\,t$, so dass sich die Inductionen in der secundären Spirale

[1]) Zur Ausführung der Integration eliminirt man aus 1) und 2) nach einander $d\,i_a/d\,t$ und $d\,I_a/d\,t$; von den erhaltenen Gleichungen wird die letzte mit einem constanten Factor φ multiplicirt und zur ersten addirt. Man setzt darauf $u = I_a + \varphi\,i_a$ und wählt φ so, dass in der neuen Gleichung der Coefficient von i gleich Null wird. Die Gleichung lässt sich dann integriren und ergiebt u in Form einer Exponentialgrösse; φ entwickelt sich aus einer quadratischen Gleichung, erhält also zwei Werthe φ' und φ'', und entsprechend erhält u zwei Werthe $u' = I_a + \varphi'\,i_a$ und $u'' = I_a + \varphi''\,i_a$, deren jeder eine andere Integrationsconstante C_I und C_{II} enthält. Aus der Bedingung für die Gesammtintensität des Inductionsstromes $\int\limits_0^\infty i_a\,d\,t = -\frac{E\,M}{w\,w_\sigma}$ folgt dann $C_I \parallel C_{II} = E/w$. Bei Elimination von I_a und i_a aus den beiden Gleichungen für u ergeben sich die obigen Werthe 3) und 4) für I_a und i_a.

durch den entstehenden Hauptstrom und Inductionsstrom für $t = 0$ aufheben.

Während also der Oeffnungsinductionsstrom sogleich in seiner ganzen Stärke auftritt, erreicht der Schliessungsinductionsstrom nur langsam das Maximum seiner Intensität; alle Wirkungen daher, welche von dem schnellen Anwachsen der letzteren abhängen, treten bei dem Oeffnungsinductionsstrom stärker auf, so namentlich die physiologischen Wirkungen u. s. f. (s. u.). — Je grösser unter sonst gleichen Umständen das Potential L_1 der inducirenden Spirale S auf sich selbst ist, je mehr Windungen sie hat und je enger dieselben an einander liegen, desto kleiner also di_a/dt für $t = 0$ ist, desto langsamer steigt die Curve, welche die Intensität des Inductionsstromes darstellt, von Anfang an auf; desto schwächer ist z. B. seine physiologische Wirkung.

Der Werth der Stromstärke I_a des inducirenden Stromes setzt sich aus der Intensität E/w zusammen, zu welcher sich die durch Exponentialcurven darstellbaren Werthe $\frac{E}{2w\varrho_a}\varphi''_a e^{-\Theta''_a t}$ und $-\frac{E}{2w\varrho_a}\varphi'_a e^{-\Theta''_a t}$ hinzufügen, die mit zunehmender Zeit t immer kleiner werden. Für die Zeit $t = 0$ ist die Summe dieser letzteren Werthe gleich $-E/w$, also $I_a = 0$; für die Zeit $t = \infty$ ist jene Summe gleich Null, also $I_a = E/w$. Die Intensität I_a wird durch die Curve I_a, Fig. 59, dargestellt. Die Gesammtintensität, um welche in dieser Weise während des Anwachsens der Intensität des primären Stromes die Intensität E/w desselben vermindert wird, entspricht der Gleichung $\int\limits_0^\infty\left(I_a - \frac{E}{w}\right)dt = \frac{EL_1}{w_2}$; sie ist also ebenso gross, wie wenn die Stromänderung in der primären Spirale nur durch den unmittelbar in ihr erzeugten Anfangsextrastrom bedingt worden wäre. In der That muss die gesammte elektromotorische Kraft, welche beim Anwachsen der Intensität des inducirten Stromes in der secundären Spirale in ihr rückwärts inducirt wird, gleich und entgegengesetzt sein der elektromotorischen Kraft, welche beim Verschwinden des letzteren Stromes in ihr inducirt wird [1]).

207 Sind die Widerstände der primären und secundären Schliessung einander gleich, also $w = w_\sigma$, und sind die auf einander einwirkenden Spiralen ebenfalls gleich, also $L_1 = L_2$, so wird $\varrho_a = 1$, $\varphi'_a = +1$, $\varphi''_a = -1$, $\Theta'_a = w/(L_1 + M)$, $\Theta''_a = w/(L_1 - M)$. Dann ergiebt sich [wie sich übrigens auch leicht unmittelbar aus den Gleichungen 1) und 2) entwickeln lässt] [2]):

$$I_a = \frac{E}{2w}\left\{2 - e^{-\frac{w}{L_1+M}t} - e^{-\frac{w}{L_1-M}t}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

---

[1]) Siehe auch Sir W. Thomson, Phil. Mag. [5] **29**, 276, 1890; Beibl. **14**, 922. — [2]) Aehnliche Gleichungen sind auch schon von Koosen (Pogg. Ann. **91**, 446, 1854) abgeleitet worden.

$$i_a = -\frac{E}{2w}\left\{e^{-\frac{w}{L_1+M}t} - e^{-\frac{w}{L_1-M}t}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9)$$

Mit wachsendem Potential L_1 nimmt also für gleiche Zeiten t die Intensität i_a des inducirten Stromes ab. Sie erreicht zu einer Zeit t_m ein Maximum, für welche $di_a/dt = 0$ ist. Dann ist

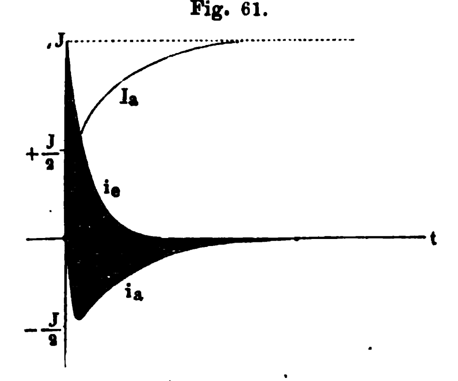
$$t_m = \frac{L_1^2 - M^2}{2wM} \log \frac{L_1 + M}{L_1 - M}.$$

Die Zeit t_m nimmt ab mit wachsenden Werthen von M. Ist M gleich Null, so ist sie L_1/w; ist M nahezu gleich L_1, so ist sie annähernd gleich Null, so dass der Gang der Intensität des inducirten Stromes mit wachsendem M durch die Curven 1 und 2, Fig. 60, dargestellt wird.

Wäre auch M nur wenig kleiner als $L_1 = L_2$, so könnte man das letzte Glied in den Gleichungen 8) und 9) nahezu gegen die ersten vernachlässigen. Dann wäre anfangs $I_a = 0$ und $i_a = 0$; sehr kurze Zeit nachher aber schon $I_a = E/2w$ und $i_a = -E/2w$. Bei wachsenden Zeiten würde die Intensität des primären Stromes in gleicher Weise ansteigen, wie sich die Intensität des inducirten Stromes allmählich vermindert. Da die Intensität des Oeffnungsinductionstromes unter obiger Annahme gleich am Anfange für $t = 0$ nahezu gleich $i_e = E/w$ ist, also

Fig. 60.

Fig. 61.



die doppelte von der des Schliessungsinductionsstromes, seine Gesammtintensität aber gleich der des letzteren ist, so fällt also auch hier die Intensität des Oeffnungsstromes viel schneller ab, als die des Schliessungsstromes. Der Verlauf dieser Ströme ist in der Fig. 61 dargestellt. Die Flächenräume Ω und Ω_1, welche die Gesammtintensität des Oeffnungs- und Schliessungsextrastromes bezeichnen, sind einander gleich. — Ist $L_1 = M$, so ist das letzte Glied der Gleichungen 8) und 9) für $t = 0$ unbestimmt; dieser Fall ist nicht möglich.

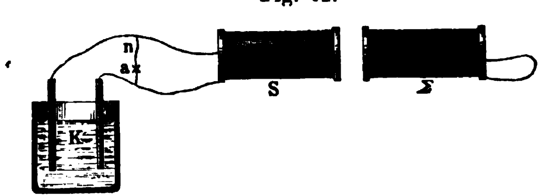
208

3. **Induction durch Oeffnen einer Nebenleitung zur primären Rolle**, Fig. 62 (a. f. S.). Die Widerstände der primären Rolle, der Nebenleitung und des die Kette enthaltenden Zweiges des primären Schliessungskreises seien w_s, w_n und w_k. Setzen wir dann

$$w_n w_k + w_k w_s + w_s w_n = N, \qquad \frac{w_k w_s}{(w_k + w_s) N} = \Xi,$$

so erhalten wir zunächst dieselben Differentialgleichungen, wie in dem ad 2 betrachteten Falle, nur tritt in ihnen, sowie in φ_a und ϱ_a an Stelle

Fig. 62.



des Werthes w der Werth $w_k + w_s$. Nach Bestimmung der Integrationsconstanten[1]) folgt:

$$I_a = \frac{E}{2(w_k + w_s)\varrho_a}\left\{2\varrho_a + \frac{w_k w_s}{N}\left(\varphi_a'' e^{-\Theta_a' t} - \varphi_a' e^{-\Theta_a'' t}\right)\right\}$$

$$i_a = -\frac{E\Xi}{2\varrho_a}\left\{e^{-\Theta_a' t} - e^{-\Theta_a'' t}\right\}.$$

209 4. Induction durch Schliessen einer Nebenleitung zur primären Rolle. Wiederum ändern sich nur die Constanten in den Differentialgleichungen. Dieselben werden

$$i_e w_\sigma = -M\frac{dI_e}{dt} - L_2\frac{di_e}{dt};$$

$$I_e N = E w_n - (w_k + w_n) L_1 \frac{dI_e}{dt} - (w_k + w_n) M \frac{di_e}{dt};$$

woraus folgt:

$$I_e = \frac{E}{2N\varrho_e}\left\{2 w_n \varrho_e + \frac{w_k w_s}{w_k + w}\left(\varphi_e' e^{-\Theta_e'' t} - \varphi_e'' e^{-\Theta_e' t}\right)\right\}$$

$$i_e = \frac{E\Xi}{2\varrho_e}\left\{e^{-\Theta_e' t} - e^{-\Theta_e'' t}\right\},$$

wo φ_e' und φ_e'' bezw. gleich sind

$$-\frac{w_\sigma(w_k + w_n)L_1 - NL_2}{2NM} \pm \sqrt{\frac{w_\sigma(w_k + w_n)}{N} + \left(\frac{w_\sigma(w_k + w_n)L_1 - NL_2}{2NM}\right)^2},$$

ϱ_e die Grösse unter dem Wurzelzeichen im Ausdruck von φ_e ist, und Θ_e' und Θ_e'' gleich $\dfrac{NL_2 + w_\sigma(w_k + w_n)L_1 \mp 2NM\varrho_e}{2(w_k + w_n)(L_1 L_2 - M^2)}$ sind[2]).

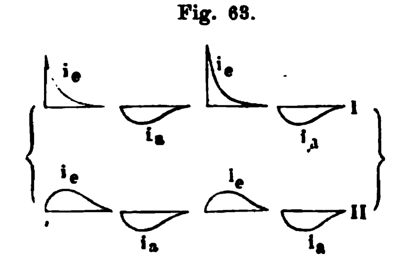
---

[1]) Dieselben ergeben sich aus den Formeln $I_a = E w_n / N$ für $t = 0$, und $\int_0^\infty i_a\, dt = -EQ\Xi / w_\sigma$; beide werden $C_I = C_{II} = E\Xi$.

[2]) Die Integrationsconstanten sind $C_I = C_{II} = -E\Xi$. Sie folgen aus den Formeln $I_e = E/(w_k + w_s)$ für $t = 0$ und $\int_0^\infty i_e dt = EM\Xi / w_\sigma$.

Die Formeln für die Intensitäten i_e und i_a der beim Schliessen und Oeffnen in der Nebenrolle inducirten Ströme sind, abgesehen von den Constanten und dem Vorzeichen, einander gleich; beide Ströme haben also einen ganz ähnlichen Verlauf. Sie unterscheiden sich dadurch von den Strömen, welche in der Nebenrolle beim Schliessen und Oeffnen einer unverzweigten Hauptschliessung inducirt werden. Während also z. B. die Curven, Fig. 63 I, die bei wiederholtem Oeffnen und Schliessen im letzteren Falle inducirten Ströme darstellen, verlaufen dieselben bei Anwesenheit der Nebenleitung wie in Fig. 63 II. Dieser Unterschied rührt daher, dass sich in einer unverzweigten Hauptschliessung nicht beim Oeffnen, sondern allein beim Schliessen die Extraströme, sowie die rückwärts durch die Inductionsströme der Nebenrolle in ihr inducirten Ströme entwickeln können, während dies in einer verzweigten Hauptschliessung sowohl beim Schliessen, als auch beim Oeffnen der Nebenleitung eintreten kann. Dabei steigt im letzteren Falle der Inductionsstrom i_a beim Oeffnen der Nebenleitung steiler an, als der beim Schliessen derselben inducirte Strom i_e.

Fig. 63.



Wollte man den Verlauf der Intensitäten i_a und i_e der Schliessungs- und Oeffnungsinductionsströme bei Anwesenheit der Nebenschliessung ganz gleich herstellen, so müssten die Werthe ϱ, Θ', Θ'', durch welche sich i_a und i_e unterscheiden, einander gleich werden, d. h. es müsste

$$\frac{w_k + w_n}{N} = \frac{1}{w_k + w_s} \text{ oder } w_s + w_k = w_s + w_k \cdot \frac{w_n}{w_k + w_n}$$

sein. Um letztere Gleichheit möglichst herzustellen, muss entweder $w_k = 0$ sein, wo bei Veränderung der Nebenschliessung kein Inductionsstrom entstände und $\Xi = 0$ wäre, oder es müssten w_k und w_n gegen w_s gleichzeitig verschwindend klein werden, oder endlich w_n gegen w_k, w_k gegen w_s sehr klein sein. Im ersteren Falle wird der Factor Ξ, welchen die Ausdrücke i_a und i_e enthalten, $\Xi = w_k / w_s (w_k + w_n)$, im zweiten $\Xi = 1 / w_s$. Da im letzteren Falle die Intensität der Inductionsströme bedeutender ist, wird man die demselben zu Grunde liegende Anordnung bei der experimentellen Ausführung des Verfahrens am zweckmässigsten benutzen.

Die Gleichheit der inducirenden und Inductionsrolle, d. h. die Gleichheit von $L_1 = L_2$, würde in diesem Falle nur dann eine Vereinfachung der Betrachtung ermöglichen, wenn zugleich $w_\sigma (w_k + w_n) = N$ und $w_\sigma = w_k + w_s$ wäre; eine Bedingung, die unmittelbar auf die eben betrachtete Gleichheit des Verlaufes der Oeffnungs- und Schliessungsinductionsströme führt.

Die Intensitäten I_a und I_e der primären Ströme sind nach dauernder Oeffnung oder Schliessung der Nebenleitung bezw.

$$I_a^\infty = E/(w_k + w_a) \text{ und } I_e^\infty = Ew_n/N.$$

Diese Intensitäten sind während der Dauer der Extraströme und der rückwärts in der primären Leitung inducirten Ströme vermehrt und vermindert um die Werthe:

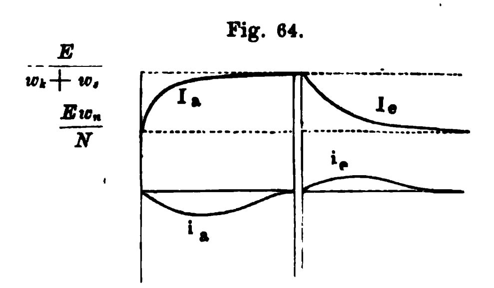
$$\int_0^\infty \left(I_a - \frac{E}{w_k + w_s}\right) dt = - EL_1 \Xi \frac{1}{w_k + w_s}$$

und

$$\int_0^\infty \left(I_e - \frac{Ew_n}{N}\right) dt = + EL_1 \Xi \frac{1}{w_s + \dfrac{w_k}{1 + \dfrac{w_k}{w_n}}}.$$

Von diesen Werthen ist absolut genommen der erstere der kleinere, so dass der Strom bei der Schliessung schneller zu seinem Maximum ansteigt, als er beim Oeffnen sinkt (wie in Fig. 64). Die Intensität des Extrastromes ist aber in beiden Fällen unmittelbar nach dem Oeffnen oder Schliessen der Nebenleitung dieselbe, nämlich:

Fig. 64.



$$E\Xi = \frac{E}{w_k + w_s} - \frac{Ew_n}{N}.$$

Nur in dem Falle, in welchem der Oeffnungs- und der Schliessungsinductionsstrom in der secundären Spirale gleichen Verlauf haben, gilt dies auch von dem Ansteigen und Sinken des primären Stromes in der inducirenden Spirale. Dies kann nur eintreten, wenn beim Schliessen und Oeffnen der Nebenleitung der Widerstand in den Schliessungskreisen der primären Rolle der gleiche ist, d. h. wiederum nur, wenn entweder $w_k = 0$ ist oder w_k gegen w_s, w_n gegen w_s und w_k verschwindet.

210 Befindet sich in der inducirenden Spirale noch ein Eisenkern und ist die Intensität des inducirenden Stromes so klein, dass das magnetische Moment des Eisenkerns der Stromintensität I_a oder I_e des inducirenden Stromes proportional, also gleich cI gesetzt werden kann, ist ferner das Potential des Eisenkerns auf die inducirende Spirale L'_1, auf die Inductionsspirale M', so sind in allen Formeln an Stelle der

Werthe L und Q die Werthe $L_1 + cL'_1$ und $M + cM'$ zu setzen. Wir nehmen dabei vorläufig an, dass die Aenderungen des Magnetismus des Eisenkernes mit gleicher Schnelligkeit vor sich gehen, wie die Aenderungen der Stromstärke in der primären Spirale [1]).

Die theoretisch abgeleiteten Resultate werden durch die Versuche im Allgemeinen bestätigt. Indess werden sie meist durch secundäre Umstände mehr oder weniger abgeändert. Einmal treten Ströme höherer Ordnung, als die in Rechnung gezogenen, auf; sodann wird ein inducirender Kreis nie wirklich momentan geschlossen und geöffnet; bei der Oeffnung verlängert auch der durch den Oeffnungsextrastrom verstärkte Funken die Dauer des Oeffnens, so dass der Inductionsstrom in der secundären Spirale gleichfalls nicht plötzlich, sondern allmählich inducirt wird. 211

Helmholtz selbst hat zunächst die von ihm abgeleiteten Formeln (§. 197 u. flgde.) geprüft. 212

Für den ersten Fall der Formeln 2) und 3), bei denen keine Nebenschliessung in den Stromkreis eingefügt war, wurde der Strom einer Säule von vier Daniell'schen Elementen durch einen Multiplicator geleitet, dessen Widerstand 30 mal so gross war, als der der Säule, und welcher zugleich als Inductor und strommessender Apparat diente. Vor demselben war ein mit einem Spiegel versehener Magnet aufgehängt. Der Strom wurde zuerst dauernd durch den Multiplicator geführt, indess dabei seine Intensität durch eine Nebenleitung bedeutend geschwächt. Die Ablenkungen des Magnetes ergaben die Grössen E und W. Sodann wurde der Magnet möglichst zur Ruhe gebracht, so dass sein halber Schwingungsbogen nur eine kleine Grösse α besass. Im Moment, wo er durch die Ruhelage ging, wurde der Strom durch eine besondere Wippe geschlossen und sodann wieder durch dieselbe geöffnet, oder auch mit dem Oeffnen zugleich durch einen besonderen Draht von gleichem Widerstand, wie der der Batterie, wieder geschlossen. Der Ausschlag des Magnetes betrage jetzt β. Die Gesammtintensität I des Stromes während der Zeit seiner Schliessung ergiebt sich aus der Formel:

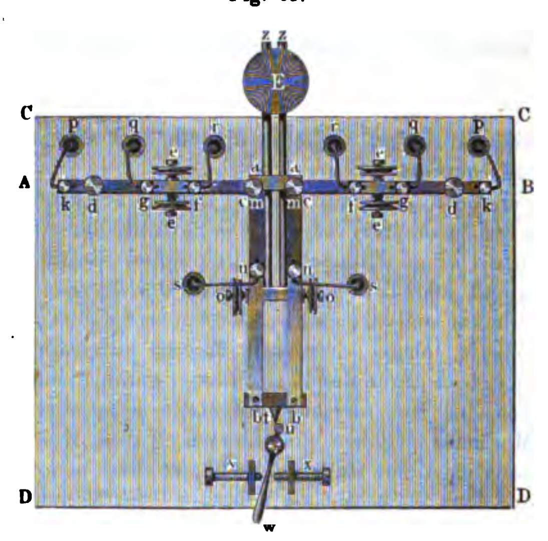
$$I = \frac{HT}{\pi}(\beta - \alpha),$$

wo T die Schwingungsdauer des Magnetes, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus ist [vergl. Bd. III, §. 383, Gleichungen 1) u. 3)]. Die Wippe, welche zum Oeffnen und Schliessen des Stromes diente, bestand

[1]) Weitere Berechnungen von Brillouin. Integration der bei der Betrachtung der Inductionsströme in derivirten Kreisen auftretenden Differentialgleichungen. Thèse de Doctorat Nr. 446, 1880; Ueber die Theilung der elektrischen Ströme; J. de Phys. 10, 24, 1881; Beibl. 5, 370.

im Wesentlichen aus einem Hebel von Elfenbein *ab*, Fig. 65, welcher durch ein Gewicht *E* hinuntergedrückt, durch einen Vorreiber *uw* aber in die Höhe gehalten wurde. Der Hebel trug zwei mit den Quecksilbernäpfen *s* verbundene Metallplatten *ms*, welche unter *m* in zwei, durch Schrauben hoch und nieder zu stellende Goldkuppen endeten. Unter diesen lagen die Enden zweier um 90° gegen den Hebel *ab* gedrehter, um die Stützpunkte *ee* beweglicher Hebel *A* und *B* von Elfenbein, deren Enden *c* durch Federn in die Höhe gehalten waren. Diese Hebel trugen zwei von einander isolirte Metallplatten *cf* und *gd*. Die Platten *cf* trugen bei *c* Goldplättchen, gegen welche die Kuppen *m* beim Hin-


Fig. 65.



unterfallen des Hebels *ba* stiessen. Dadurch wurden die Hebel *cd* bei *c* hinuntergedrückt und bei *d* gehoben. Die Enden *f* der Platten *cf* communicirten mit den Quecksilbernäpfen *r*. Ebenso waren die Enden *g* der Platten *gd* mit den Quecksilbernäpfen *q* verbunden. Die Enden *d* derselben trugen an einer Schraube wiederum Goldkuppen, welche in der Ruhelage der Hebel gegen darunter liegende Goldplatten drückten; diese letzteren waren durch kleine Klemmschrauben *k* mit den Quecksilbernäpfen *p* verbunden.

Wir wollen die Buchstaben auf der linken und rechten Seite der Figur durch die Indices *l* und *r* bezeichnen. Wird eine Säule zwischen s_l und r_l eingeschaltet, s_l mit p_r, r_l mit r_r verbunden und zwischen r_r und q_r das als Inductor dienende Galvanometer eingeschaltet, so wird, wenn die Goldkuppe m_l etwas höher steht als m, beim Hinunterfallen des Hebels *ab* zuerst der Stromkreis bei m_l geschlossen, sogleich darauf wieder bei d_r geöffnet. Der Ausschlag des Galvanometers giebt dann den

Werth F (§. 197, Gleichung 2). Wird dagegen zwischen s_r und q_r noch eine Nebenschliessung von gleichem Widerstand mit der zwischen s_l und r_l befindlichen Säule eingefügt, so fliesst beim Oeffnen des Stromkreises bei d_r der im Galvanometer inducirte Strom durch den Kreis $q_r s_r a_r r_r$; die Ablenkung giebt den Werth G (§. 198, Gleichung 4). Aus letzterem lässt sich die Zeit t zwischen dem Schliessen und Oeffnen des Stromes, und aus dieser wiederum F berechnen.

In Folge der Fortpflanzungszeit der Bewegung in den Hebeln cd erfolgt das Auffallen der Goldkuppen m auf die Platten c und das Abheben der Kuppen d von den unter ihnen befindlichen Platten nicht ganz gleichzeitig. Um die dazwischen verlaufende Zeit z zu bestimmen, wurde ein Strom durch das Auffallen von m_r auf a_r geschlossen und durch das Abheben von d_l von der darunter liegenden Platte geöffnet und der Ausschlag des Galvanometers bestimmt. Es ergab sich die Zeit $z = 0,000337$ Secunden.

Würde bei Einschaltung der Nebenschliessung zwischen q_r und s_r die Schliessung des Stromkreises bei m_l und die Oeffnung desselben bei m_r gleichzeitig erfolgen, so würde hiernach der Ausschlag des Galvanometers doch nur 1,832 Scalentheile betragen haben.

Auf diese Weise ergab sich bei Bestimmung der Werthe G, t (in $^1/_{100}$ Secunde) und F

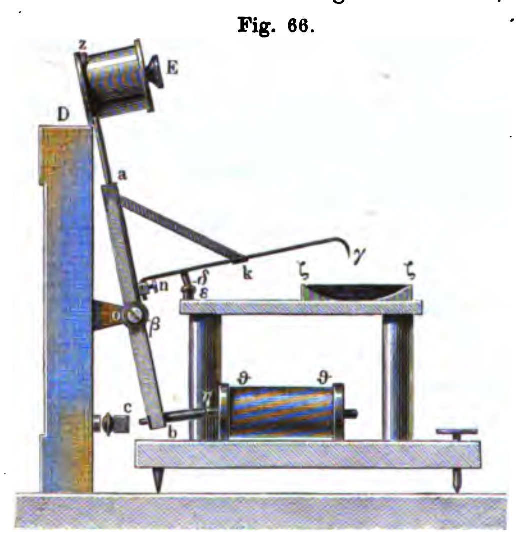
G	t	F beob.	F ber. aus G
0,981	0,038	0,356	0,324
3,869	0,103	1,950	1,797
6,500	0,162	3,723	3,724
10,867	0,260	7,862	7,550
15,876	0,372	12,731	12,336
24,762	0,566	21,062	21,101

Bei den Versuchen, wo von vornherein eine Nebenschliessung besteht, und welche zur Prüfung der Formeln 5) und 6) §. 201 dienten, war nur eine Schliessung und darauf folgende Oeffnung des Stromes, nicht aber die Zwischenschaltung einer Nebenschliessung erforderlich, und die oben erwähnte Zeit z konnte nicht so störend einwirken. Bei diesen Versuchen stellte Helmholtz die Wippe vertical und änderte nur den Hebel ab, Fig. 66 (a. f. S.), ab. Derselbe trug an seinem einen Ende das Gewicht E und an dem anderen Ende b einen kleinen Arm η, welcher mit einem in der Spirale ϑ liegenden Eisencylinder verbunden war. Ausserdem war an ihm der kupferne Arm $n\gamma$ angebracht, von dem ein Kupferdraht ausging, welcher bei δ in das Quecksilbernäpfchen ε eintauchte, und dessen Spitze γ von Platin über einer reinen Quecksilberoberfläche ζ 213

schwebte. Wurde durch die Spirale ϑ ein Strom geleitet und geöffnet, so fiel der Hebel durch das Gewicht E nach vorn über, der Stromkreis wurde zwischen den Quecksilbernäpfen ε und ζ geschlossen und gleich darauf stiess der Hebel bei b gegen den daneben liegenden Hebel cd, der den Schliessungskreis, in welchen die Quecksilbernäpfe q und p, Fig. 65, eingefügt waren, öffnete.

Bei Anwendung dieser Wippe wurden mit Einfügung einer constanten Nebenschliessung die Werthe F_c und G_c bestimmt. Die Säule bestand dabei aus 2 mal 4 hinter einander verbundenen Daniell'schen Elementen, die Inductionsspirale aus einem 64 m langen Draht; ihr innerer und äusserer Durchmesser betrug 20 mm und 87 mm, ihre Höhe 40 mm. Als Nebenschliessung diente ein 1,5 m langer, zickzackförmig auf einem Brett befestigter Draht. — Die Intensität der Ströme wurde gemessen, indem die Ablenkungen eines an einem Coconfaden parallel der Grundfläche der Inductionsspirale aufgehängten Magnetstäbchens bestimmt wurden. — Die Wippe schloss erst den die Säule enthaltenden Zweig a (vergl. Fig. 56, §. 201) und öffnete dann denselben oder den die Inductionsspirale enthaltenden Zweig c.

Fig. 66.



Nach Einführung einiger Vereinfachungen in die Rechnung wurde der wahrscheinliche Werth des Potentials L aus den Versuchen berechnet; die Widerstände w_c und w_b wurden mit denen eines bestimmten Drahtes d verglichen, sowie die elektromotorische Kraft E und der Widerstand w_a aus den constanten Ablenkungen des Magnetes abgeleitet, welche sich ergaben, als in den Zweig c statt der Spirale zwei verschiedene Drähte m und n eingefügt wurden, und dann die Spirale als Nebenleitung von n und endlich Draht d in den Zweig a eingefügt war.

So ergab sich als Mittel vieler Beobachtungen, von denen wir nur einige aufnehmen:

G	F beob.	F ber.	Zeit t
80,775	67,243	67,391	0,01569
70,567	56,877	57,234	0,01379
58,640	45,470	45,562	0,01163
40,945	28,783	28,727	0,00844
29,025	18,360	18,086	0,00629
20,560	11,157	10,998	0,00463
12,802	5,370	5,317	0,00303
8,160	2,735	2,551	0,00201

Durch die sehr gute Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe von F ist die Richtigkeit der oben aufgestellten Formeln bewiesen.

214 Eine Bestätigung der Inductionsgesetze ist auch durch eine Reihe von Versuchen von v. Ettingshausen[1]) geliefert worden.

Eine Drahtrolle wird bifilar mit ihrer Axe in äquatorialer Lage zwischen den Polen eines Elektromagnetes aufgehängt und mit einem Spiegelgalvanometer mit stark gedämpftem Magnet verbunden. Beim Schwingen der Rolle geräth der Magnet ebenfalls durch die Inductionsströme in Schwingungen, wobei eventuell durch Aenderung der Schwingungsdauer der Rolle der Durchgang derselben und des Magnetes durch die Nulllage zur Coincidenz gebracht werden kann. Auch kann von aussen durch einen Endinductor ein Strom durch beide Apparate geleitet bezw. ein Widerstand in ihren Kreis eingefügt werden. Die Beobachtungsresultate stimmen mit den aus den bekannten Principien abgeleiteten Berechnungen.

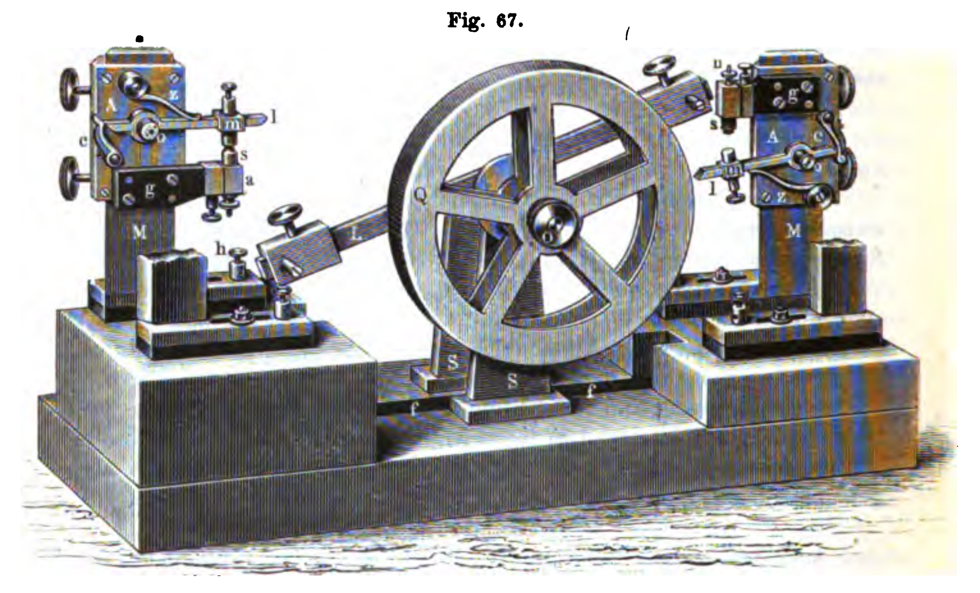
215 Auch auf Veranlassung von Felici[2]) sind diese Verhältnisse experimentell geprüft worden. Derselbe hat hierzu einen besonderen Interruptor (Fig. 67 a. f. S.) construirt, welcher gestattet, die verschiedenen Theile eines Inductionsstromes getrennt zum Galvanometer zu führen.

Auf einer 0,47 m langen, 0,20 m breiten, in der Mitte von einem 0,23 m langen, 0,03 m breiten Schlitz durchbrochenen Eisenplatte stehen zwei kleine eiserne Säulen SS, zwischen denen sich ein um die Axe OO drehbarer Hebel dreht. Vier feste und in der Längsrichtung der Eisenplatte verschiebbare Messingständer MM (von denen nur zwei in der Figur gezeichnet sind) tragen messingene, in der Verticalebene sich verschiebende Schlitten A von 0,08 m Höhe und 0,05 m Breite, auf denen einmal ein um die Axe o drehbarer, 0,08 m langer Hebel von Stahl l

[1]) v. Ettingshausen, Wiener Ber. 79 [2], Januar 1879: Beibl. 3, 522. — [2]) Felici, N. Cimento [2] 12, 115, 1874.

und dann eine Hartgummiplatte *g* befestigt ist. Auf dem Hebel verschiebt sich ein Messingstück *m*, die Gummiplatte trägt einen in einer Fassung *a* auf und nieder zu stellenden Messingstab *ns*, gegen den bei richtiger Stellung *m* gerade gegenschlägt. *m* und *s* sind sorgfältig auf einander geschliffen und geputzt. Durch Klemmschrauben *h* und *r* können *m* und *s* in einen Schliessungskreis eingeschaltet werden. Ausserdem ist zwischen *A* und *l* nahe der Axe eine leichte Spiralfeder gelöthet, um die metallische Verbindung zwischen beiden zu sichern. Eine Feder *z* drückt den Hebel *l* gegen *s* hin, wenn er nicht durch den Sperrhaken *c* festgehalten wird. Die Schlitten auf den vier Messingstücken *M* sind so gestellt, dass auf der linken Seite der Figur der Hebel *l* mit den elfenbeinernen Vorsprüngen des darauf aufgeschraubten Schiebers *g*

Fig. 67.



den Schluss zwischen *m* und *s* bei der Hebung und auf der rechten bei der Senkung unterbricht. Um den Hebel *L* in seine Ruhelage zurückzuführen, wird er ganz im Kreise herumgeführt. Durch den Schlitz *f* kann eventuell ausserdem der Stab eines Pendels gesteckt werden, welchen man in die Mitte des Hebels *LL* einschrauben und ihm dadurch eine constante Geschwindigkeit ertheilen kann. Das Pendel kann dann nach einer Elongation angehalten werden.

Auf die Axe des Hebels *L* ist ausserdem ein schwerer Cylinder *Q* von 0,09 m Radius und 0,03 m Breite und ein auf der anderen Seite aufgesetztes Gegengewicht geschraubt, so dass schon bei geringen Anstössen mit der Hand durch den Hebel die Contacte gleichmässig unterbrochen werden. Die Zeiten der Unterbrechung an den vier Contactstellen werden durch die Einstellung der Schieber *A* verändert.

Um die Zeiten zu bestimmen, wird die Oberfläche des Cylinders *Q* berusst. Man lässt gegen dieselbe eine (in der Figur nicht gezeichnete) Feder *T* schleifen, welche entweder an dem in einem bestimmten Tempo oscillirenden Anker eines Wagner'schen Hammers oder an einer elektromagnetisch erregten Stimmgabel befestigt ist. Diese Apparate schiebt man zu beliebiger Zeit an den Cylinder heran.

Die Schieber *A* mit den Hebeln *l* werden so eingestellt, dass die Axen von *l* mit der Axe des Hebels *L* etwa in einer Horizontalebene liegen. Legt man die Hebel *l* mit ihren Contacten *m* gegen die Lager *s*, lässt die Feder *T* auf dem Cylinder *Q* ohne Erregung des zeitmessenden Apparats schleifen und dreht den Hebel *L* langsam, bis er nach einander gerade die Krümmung des einen und anderen Hebels *l* berührt, so verzeichnet die Feder zwischen je zwei Contacten Striche von messbarer Länge, deren Vergleichung mit den bei Erregung des zeitmessenden Apparats und schneller Drehung des Hebels *L* auf dem Cylinder verzeichneten Schwingungscurven die Zeitdauer zwischen der Oeffnung der verschiedenen Contacte zu messen gestattet.

Man muss sich vor dem Versuch überzeugen, ob sich nicht durch festere Pressung die Contacte zwischen *m* und *s* ändern, anderweitig müssen sie neu geputzt, oder der Druck der Feder *s* muss verstärkt werden.

Will man durch den Apparat einen Stromkreis schliessen und nach einer gewissen Zeit öffnen, so leitet man den Strom durch die Klemmschrauben *r* und *h* eines der Ständer, während die Contacte *s* und *m* einander berühren. Zwischen dieselben wird als Nebenschliessung eine Leitung *N*, z. B. eine Spirale, mittelst der Klemmschrauben eingefügt. Wird der Contact zwischen *s* und *m* durch den Hebel unterbrochen, so fliesst der Strom durch die Leitung *N*. Sollte der Contact *sm* nicht genügen, so dass durch *N* noch vor dem Oeffnen ein beträchtlicher Stromestheil fliesst, so können *s* und *n* noch erst mit den entsprechenden Contactstücken s^1 und n^1 eines zweiten, ebenfalls durch den Hebel *L* zu öffnenden Contactes verbunden werden, an dem dann erst als Nebenschliessung die Leitung *N* angefügt wird. Auch ohne diese letztere Vorrichtung zeigte sich, als eine Leitung *N* auf die angeführte Weise geschlossen und sodann mittelst Einschaltung eines zweiten Contactes in dieselbe nach einer gewissen Zeit durch den Hebel *l* geöffnet wurde, dass der Ausschlag des in die Leitung eingefügten Galvanometers der Zeit der Schliessung proportional war. Der Apparat erfüllte also seinen Zweck. Man kann durch ihn eine inducirende Spirale mit oder ohne Eisenkern zu bestimmten Zeiten öffnen oder schliessen und einzelne Theile des dadurch in einer Inductionsspirale inducirten Stromes durch ein Galvanometer leiten u. s. f.[1]).

[1]) Ein anderer durch ein herabrollendes Gewicht mit Pendelregulirung bewegter Interruptor mit Schleifcontacten auf rotirenden Walzen mit treppen-

216 Mittelst dieses Apparates haben Bazzi und Corbianchi[1]) die Formeln von Helmholtz geprüft. Um den Verlauf der Oeffnungsextraströme zu messen, war ein Ruhmkorff'sches Inductorium in einen von der Hauptleitung einer Kette abgeleiteten Zweig eingefügt. In einem bestimmten Moment wurde der Strom an einer Stelle zwischen der Säule und der Ableitung unterbrochen, so dass nur der Extrastrom I_a allein vom Moment der Schliessung durch den Interruptor an in das Galvanometer trat. — Für den Schliessungsextrastrom I_s wurde das Inductorium und das Galvanometer in denselben Stromkreis eingefügt, letzterer in einem gegebenen Moment mit der Säule verbunden und in einem späteren geöffnet. Die Intensitäten entsprachen den Formeln $I_a = a\,10^{-\beta t}$, $I_s = bt - a\,(1 - 10^{-\gamma t})$.

Auch hat Bazzi[2]) die Summe des totalen Wärmeeffects des primären Stromes eines Inductoriums während einer gewissen Zeit des variablen Zustandes und des gleichgerichteten Extrastromes beim Entfernen der Kette und Ersatz derselben durch einen gleichen Widerstand mit Hülfe des Interruptors von Felici gemessen. Die nach der Formel von Helmholtz berechneten Intensitäten und daraus nach der Formel von Joule abgeleiteten Wärmeerzeugungen stimmen mit der Erfahrung, so dass also auch für die variable Periode der inducirten Ströme das Joule'sche Gesetz gilt.

Oscillatorische Entladungen können die Einfachheit dieser Phänomene wesentlich beeinträchtigen[3]).

217 Dieselben Verhältnisse zeigen sich u. A. bei den Versuchen von Lemström[4]), den Verlauf eines Inductionsstromes in einer Inductionsspirale zu bestimmen. Die inducirte und die inducirende Spirale waren zusammen aus zwei parallelen, in je 79 Windungen in zwei Lagen um eine Rolle gewundenen Kupferdrähten von 0,5 mm Durchmesser gebildet. Ihr äusserer Durchmesser betrug 134,3 mm. Die Verbindungen geschahen vermittelst der Wippe von Helmholtz (§. 212). Um die Intensität des Schliessungsinductionsstromes zu messen, wurde die inducirende Spirale unter Einschaltung einer Säule durch den Hebel ab, die inducirte Spirale durch den Hebel B, je nach der Stellung der Kuppen m_r und m_l eine bestimmte Zeit nach dieser Schliessung unter Einschaltung einer Spiegelbussole geschlossen. Zur Messung der Oeffnungsinduction wurde der inducirende Strom durch den Hebel A, darauf der inducirte durch den

förmigen Metalleinlagen, durch welchen in regelmässigen Zeitintervallen nach einem bestimmten Gesetz ein Strom beliebig kurze Zeiten geschlossen werden kann, s. Bartoli, Memorie della Accad. dei Lincei [3] 6, 1, 1882; Beibl. 7, 33, 1883. — [1]) Bazzi u. Corbianchi, N. Cimento [3] 4, 239, 1878; Beibl. 3, 373. — [2]) Bazzi, Atti della R. Accad. dei Lincei Trasunti [3] 6, 298, 1882; Beibl. 6, 953. — [3]) Blaserna, ibid. 299, 1882; Beibl. 6, 953. — [4]) Lemström, Recherches expérimentales sur la marche d'intensité des courants d'induction voltaique. Stockholm 1870 (Mém. présenté à l'acad. de Suède. Mai 12. 1869); Auszug in Pogg. Ann. 147, 354, 1872.

Hebel B geschlossen. Zur Messung der Zeit zwischen diesen Vorgängen wurde im ersten Fall ein constanter Strom direct durch ab und B und die Bussole geleitet, so dass er beim Hinunterfallen des Hebels ab geschlossen, beim Heben von B geöffnet wurde und eine ebenso lange Zeit durch die Bussole lief, wie zwischen dem Schliessen des inducirenden und Oeffnen des inducirten Stromes verlief.

Bei den Versuchen über den Oeffnungsstrom wurde, um die Zeit der Transmission des Stromes von Hebel ab auf A zu eliminiren, der zeitmessende Strom durch Hebel ab und B mit dem Galvanometer verbunden und eine Brückenleitung von verschwindendem Widerstand zwischen ab und A eingefügt, so dass nur ein ganz unmerklicher Antheil des Stromes durch die Bussole des Galvanometers floss. Die Brückenleitung wurde geöffnet, sobald sich Hebel A hob, so dass dann der zeitmessende Strom zwischen dem Heben von A und von B durch das Galvanometer die gleiche Zeit hindurchströmte, welche auch zwischen dem Oeffnen des inducirenden und inducirten Stromes verging. Da hierbei der in den Windungen des Galvanometers erzeugte Extrastrom den zeitmessenden Strom um ein Bestimmtes schwächte, wurde erst (I) der Strom ohne Brückenleitung durch das Galvanometer geleitet; sodann wurde eine Brücke von bekanntem Widerstand vor dem Galvanometer in seine Schliessung eingeschaltet und der Stromkreis vor der Brücke in dem die Säule enthaltenden Zweige geschlossen, einmal aber (II) vor der Brücke, sodann hinter derselben in dem das Galvanometer enthaltenden Zweige (III) unterbrochen. Sind R, r und r_1 die Widerstände der drei die Säule, das Galvanometer und die Brücke enthaltenden Zweige, ist E die elektromotorische Kraft, t die Zeit der Schliessung, sind i_{I} und i_{II} die Intensitäten des Extrastromes ohne (I) und mit Einschaltung der Brücke (II), so ist die Intensität in den drei Fällen annähernd:

$$I_{\text{I}} = \frac{E}{R+r}t - i_{\text{I}}; \quad I_{\text{II}} = \frac{Er_1}{Rr + rr_1 + r_1 R} - i_{\text{II}}; \quad I_{\text{III}} = \frac{Er_1}{Rr + rr_1 + r_1 R},$$

vorausgesetzt, dass die Extraströme sich vollständig entwickeln können, was nur annähernd richtig ist.

Aus I_{III} und I_{II} folgt i_{II}. Nun ist ferner, wenn n die Zahl der Windungen der Spirale ist:

$$i_{\text{I}} = \frac{En^2}{(R+r)^2}; \qquad i_{\text{II}} = \frac{En^2 r_1}{(Rr + rr_1 + r_1 R)(r + r_1)},$$

woraus E eliminirt und i_{I} durch i_{II} ausgedrückt werden kann. Dann folgt aus I_{I} der Werth t.

Aus diesen Versuchen ergaben sich folgende Resultate:

Der Schliessungsstrom erreicht seine Maximalintensität sehr schnell, schon in 0,00006 Secunden; darauf sinkt seine Intensität erst sehr schnell, dann langsam. Mit wachsendem Widerstande des inducirenden Kreises, bis der Widerstand ausserhalb der Kette etwa der doppelte von dem

Widerstande in derselben ist, wächst, in Folge der Veränderung des Extrastromes in dem primären Kreise, die Maximalintensität desselben; bei noch grösserem Widerstand sinkt sie wieder. Zugleich verkürzt sich aus demselben Grunde nahezu proportional mit wachsendem Widerstande die Zeit zwischen dem Beginn der Induction und dem Zeitpunkt der Maximalintensität. Dabei ist die Gesammtintensität des Schliessungsinductionsstromes in den ersten Momenten viel (bis zu 4 mal) grösser, als die des inducirenden Stromes in derselben Zeit; wiederum durch die Wirkung des Extrastromes auf letzteren.

Der Oeffnungsinductionsstrom verläuft, sicherlich in Folge der Funkenbildung und langsameren Oeffnung, nach Lemström, nicht in kürzerer Zeit, als der Schliessungsstrom; auch ändern Widerstände, welche in den primären Kreis eingeschaltet werden, kaum die Maximalintensität des Inductionsstromes; sie vergrössern den Abstand des Zeitpunktes der letzteren vom Beginn der Induction. Jedenfalls gleicht sich also ein grosser Theil des Oeffnungsextrastromes in der primären Spirale noch durch den Oeffnungsfunken aus.

Bei Einlegen eines Eisenkernes verzögert sich das Inductionsphänomen bedeutend, wenn dadurch auch die Intensität des Oeffnungsstromes in den ersten Momenten seiner Dauer vermehrt wird.

Im Allgemeinen ist hierbei nicht die gesammte Dauer der Inductionsströme um so kleiner, je grösser ihre Maximalintensität ist, sondern sie verlaufen dann nur eine längere Zeit mit einer verhältnissmässig verminderten Intensität, so dass doch die gesammte bewegte Elektricitätsmenge dieselbe ist.

218 Bazzi und Corbianchi (l. c. §. 216) haben auch diese Verhältnisse betrachtet. In einem Zimmer waren zwei grosse rechteckige und überall dicht neben einander liegende Drahtleitungen von je etwa 30 m Länge aufgespannt. Durch die eine Leitung wurde der durch Einschaltung von Drähten constant erhaltene Strom von vier Bunsen'schen Elementen geleitet, die zweite war mit einem Spiegelgalvanometer verbunden. In letztere Leitung war ein Silberdraht oder auch eine Drahtspirale eingefügt. Die Oeffnungen und Schliessungen geschahen mittelst des Felici'schen Interruptors (§. 215), dessen Rotation durch den Fall eines Pendels bewirkt wurde, welches zugleich eine zeitaufschreibende Stimmgabel zu einem bestimmten Moment in Bewegung setzte und nachher anhielt.

Die die unterbrechenden Theile des Interruptors tragenden Mikrometerschrauben wurden erst so gestellt, dass beide den Strom gleichzeitig öffneten, um die der Zeit Null entsprechende Lage zu erhalten; nachher wurden sie gedreht und aus ihrer Stellung das Zeitintervall bestimmt.

Bei den ersten Versuchen waren beide Kreise geschlossen, darauf wurde erst der inducirende, dann der inducirte Kreis geöffnet. So wur-

den die Inductionen in je $^1/_{1500}$ Secunden Zeitintervall gemessen. Die am Galvanometer beobachteten Ablenkungen I entsprachen nicht ganz der theoretischen Berechnung nach der Formel

$$I = a\,(1 - 10^{-bt});$$

die Abweichungen erklären sich aber völlig, wenn man eine kleine Dauer des Oeffnungsfunkens annimmt, da während seines ganzen Verlaufes die inducirte elektromotorische Kraft vermehrt wird, während nach dem Ablauf desselben nur die Induction des inducirten Kreises auf sich selbst wirkt. Bei den analogen Versuchen mit einem Ruhmkorff'schen Inductorium von 30 cm Länge und dem Strom eines Daniell'schen Elementes stimmten die Versuche vollkommen mit der Theorie. Dasselbe geschah für die Schliessungsinduction bei Anwendung eines grösseren Inductoriums von Ruhmkorff. Die Intensitäten entsprachen der Formel $I = a - b\,(c\,10^{-\alpha t}) - (d\,10^{-\beta t})$, und bei einem kleineren Inductorium der Formel $I = b\,(1 - 10^{-\alpha t})$.

Auch Gosselin[1]) hat den Verlauf der inducirten Ströme studirt. 219
Der Strom einer Säule wird durch die inducirende Rolle eines Ruhmkorff'schen Inductoriums geschickt, deren Enden mit einem Condensator verbunden sind. Der Strom der inducirten Rolle fliesst durch einen Rheostaten, von dem von verschiedenen Stellen Ableitungen zum Galvanometer geführt werden können. Der inducirende Strom wird zuerst geschlossen, dann eine bestimmte Zeit darauf die Zuleitung zum Galvanometer, dessen Ausschlag die Elektricitätsmenge bestimmt, welche von jener Zeit bis zum Ablauf der Induction fliesst. Daraus kann man die Stärke des inducirten Stromes zu jeder Zeit von Anfang bis zu Ende bestimmen, wie leicht zu berechnen. Zur Zeitmessung dient der Chronograph von Oberst Sebert, welcher auf dem Fall eines Gewichtes mit Zeichenstiften basirt, die durch einen beim Fall eingeleiteten Stromschluss gegen geschwärzte Platten gedrückt werden. Das Galvanometer mit astatischem Nadelpaar wurde durch Hindurchleiten von Strömen von bekannter Stärke und Dauer geaicht. Schliesst man gleichzeitig den inducirenden Strom und den Galvanometerzweig und öffnet letzteren nach Oeffnen des ersteren, so kann man auch den Verlauf des Schliessungsinductionsstromes bestimmen. Die den Verlauf darstellenden Curven entsprechen im Allgemeinen den bekannten Resultaten. Die Gesammtintensitäten derselben ergeben sich nahe gleich.

Ferner wurden Versuche angestellt über den Stromverlauf, wenn zwischen zwei kleinen Platinkugeln eine dünne Luftschicht in den inducirten Kreis eingeschaltet wird. Der Oeffnungsstrom hat bei einem Abstande derselben von 0,15 bis 0,25 mm eine Dauer von 4,3 und 2,5 Mill. Secunden, eine mittlere Intensität von 0,063 und 0,058 Amp. Wiederholte Versuche gaben unregelmässige Resultate.

---

[1]) Gosselin, Journ. de Chim. et de Phys. (6) **22**, 32, 1891; Beibl. **15**, 592.

Sodann wurden die Extraströme bei der Schliessung und Oeffnung eines Elektromagneten B studirt, der in einen der Parallelzweige einer Wheatstone'schen Brücke eingeschaltet war, während die anderen Zweige drei Widerstände R (auf der anderen Seite des Eintrittspunktes des Stromes, neben B), r_1 und r_2 enthalten, so dass $R:B = r_1:r_2$, in die Brücke ein Galvanometer, in den Säulenzweig, der geöffnet und geschlossen wurde, ein sehr grosser Widerstand eingeschaltet war, so dass bei der Schliessung die Stromverzweigung in diesen Zweig zu vernachlässigen war. Die Dauer der Oeffnungsströme wuchs in dem umgekehrten Verhältniss der von ihnen durchlaufenen Widerstände. Die scheinbare Arbeit sinkt mit wachsendem Widerstande. Die Stärke der inducirten Ströme ist kleiner, als ohne Selbstinduction und die Maxima der Intensitäten fallen nicht mit der Oeffnung des Stromes der Kette zusammen, sondern merklich später.

Endlich wurde auch der Widerstand R durch einen Elektromagnet von gleichem Widerstande ersetzt. Dann ist der gebildete Inductionsstrom aus Wellen zusammengesetzt und nimmt abwechselnd zu und ab. Die Oscillationen haben anfangs während 1 bis 2 Milliontel Secunden eine sehr grosse Amplitude, eine grössere Intensität als der primäre permanente Strom der Kette und dann nehmen die Intensitäten in relativ langer Zeit ab. Die Dauer des neuen Extrastromes ist viel kürzer, als mit nur einem Elektromagnet.

220 Die Selbstinduction eines an einer Stelle mit einer Elektricitätsquelle verbundenen Drahtes, z. B. eines Telegraphenkabels, ändert die Fortpflanzung der elektrischen Strömung in demselben, so weit sie durch die Formel von Ohm (Bd. I, §. 392 u. flgde.) dargestellt ist, wesentlich ab.

Ist V das Potential einer vom Anfangspunkte um x entfernten Stelle einer Telegraphenleitung von der Länge l, R der Widerstand, C die Capacität, L der Selbstinductionscoëfficient der Längeneinheit, so ist die sogenannte „Telegraphistengleichung", d. h. die Gleichung für die Fortpflanzung des Stromes:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = CR\frac{\partial V}{\partial t} + CL\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\ ^{1)}.$$

Ist $l\sqrt{CL} = \vartheta$, $CRl^2 = T$, so bleibt die Intensität Null von der Zeit $t = 0$ bis $t = \vartheta$. Sie nimmt zur Zeit ϑ einen endlichen Werth $2\,T/\vartheta \,.\, e^{-T/2\vartheta}$ an, ändert sich continuirlich bis zu $t = 3\,\vartheta$, springt dann plötzlich auf $6\,T/\vartheta \,.\, e^{-3\,T/2\vartheta}$, ändert sich wieder continuirlich bis zur Zeit $t = 5\,\vartheta$ u. s. f. Die Intensität an der Anfangsstelle ändert sich plötzlich zu den Zeiten 0, $2\,\vartheta$, $4\,\vartheta$ u. s. f. Man hat also zwei

---

[1]) Vaschy, Compt. rend. 107, 1145, 1888; Beibl. 13, 240. Eine Integration dieser Gleichung von H. Poincaré, Compt. rend. 117, 1027, 1893; Beibl. 18, 481.

charakteristische Erscheinungen bei der Fortpflanzung: 1) successive Reflexionen der elektrischen Wellen an beiden Enden, 2) endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit an der Wellenfront, die gleich $l/\vartheta = 1/\sqrt{CL} = a$ ist. Die Curve des ankommenden Stromes hat sehr verschiedene Formen, je nach dem Werth des Verhältnisses $\vartheta/T = \sqrt{L/CR^2l^2}$. Ist $\vartheta/T < 0{,}1$, so fällt die Curve wesentlich mit der von Sir W. Thomson (Bd. I, §. 397) zusammen. Ist ϑ/T hinlänglich gross, so zeigt sie eine grosse Anzahl aufwärts gerichteter Sprünge.

Hat die Leitung einen gleichförmigen Elektricitätsverlust, so ist das zweite Glied der Gleichung durch $R/R_1 \times V = mV$ zu ergänzen, wo R_1 die Isolation der Längeneinheit angiebt. Ist gerade $R_1 = L/CR$, so wird $V = e^{mx} f(t + x/a) + e^{-mx} \varphi(t - x/a)$. Dann pflanzen sich die Wellen ohne Aenderung der Form fort und nur ihre Amplitude nimmt in geometrischer Progression ab.

Wird die Leitung am Anfangsstück die kurze Zeit τ mit einer Säule $+E$ verbunden, dann mit der Erde, was ebenso viel ist, als wenn man zu $+E$ noch $-E$ zur Zeit τ hinzufügt, so erhält man zwei gleiche entgegengesetzte Wellen, welche nur auf der Axe der t um τ verschieden sind und sich addiren. Je breiter diese Wellen sind, desto langsamer müssen sie auf einander folgen, damit die so gegebenen Zeichen sich nicht verwirren. Ist $L = CR^2l^2/16$, so ist die Ausbreitung der Wellen am kleinsten.

Die Wirkungen der Selbstinduction zeigen sich bei einer Reihe von Versuchen von Hughes[1]). Im Wesentlichen leitete er den Strom einer Stromquelle durch einen rotirenden Interruptor, der ihn 10- bis 100 mal in der Secunde unterbrach, und die eine (primäre) Rolle eines „Sonometers“, bestehend aus zwei in einander passenden Rollen, deren innere um einen Durchmesser gegen die andere in verschiedenen Winkeln d gedreht werden konnte. Der Strom theilte sich sodann zwischen dem zu untersuchenden Draht AB und einem straff ausgespannten Neusilbermessdraht und floss darauf zur Stromquelle zurück. Zwei Punkte C und D des Messdrahtes waren durch einen Brückenzweig verbunden, der ein Telephon und die zweite Rolle des Sonometers enthielt. Durch Verändern der Länge CD und des Winkels α der Sonometerrollen konnte das Telephon zum Schweigen gebracht werden, und somit durch ersteres der Widerstand und durch letzteres die „inducirte Capacität“ des Drahtes AB unter den obwaltenden Umständen bestimmt werden. Während der stabilen Periode geht der Strom dauernd durch die Brücke und AB, in dem Telephonkreise befindet sich der Interruptor. Während der variablen ist die Einrichtung, wie vorher erwähnt. Hiernach soll die „inductive Capacität“ der Extraströme proportional der Länge der Drähte wachsen, ihre Ladungs- und Entladungszeit von der elektromotorischen

221

[1]) Hughes, Journ. Telegr. Engineers 15, 6, 1886; Beibl. 10 300.

Kraft der Extraströme unabhängig sein und im Eisen siebenmal so lange andauern als im Kupfer, und in dicken Drähten der Unterschied noch grösser sein.

Die längsten oder langsamsten Ladungen finden im reinsten weichen Eisen statt; ihre Dauer wächst proportional dem Durchmesser des Drahtes. Die elektromotorische Kraft der Extraströme soll sich bei 1 mm dicken Drähten z. B. verhalten wie: bei weichem Eisen 100, Nickel 34, hartem Stahl 28, Kobalt 24, Kupfer 20, Messing 13, Zink 12, Blei 10, Neusilber 7, Quecksilber 2, Kohle 1. Beim Eisen soll mit zunehmender Dicke die elektromotorische Kraft schnell steigen, dann langsam abnehmen; beim Kupfer und Messing nur schwach und langsam steigen und abnehmen; sie soll anfangs beim ersteren doppelt so gross sein, wie beim Messing, dann aber mit wachsender Dicke langsamer steigen und schneller abnehmen, so dass sie bei 5 mm Dicke beim Messing grösser ist als beim Kupfer.

Verläuft der Strom in zwei Spiralen von verschiedenem Metall in entgegengesetztem Sinne, so ist die Reduction der elektromotorischen Kraft im Eisen 15 Proc., im Kupfer 80 Proc.

Trennt man die benachbarten Theile desselben Stromes in weiter von einander liegende Parallelzweige, so wird der Extrastrom kleiner.

Bedeckt man die Drähte mit anderen Stoffen, z. B. einen Eisendraht mit einer dünnen Kupferschicht, so wird die Induction im ersten sehr geschwächt; nach dem Verf. in Folge der Verschiedenheit der elektromotorischen Kräfte der Extraströme in beiden Metallen.

Wird ein Eisendraht gespannt, so verliert er 40 Proc. seiner Capacität. Die Capacität des weichen Eisens ist viel kleiner, als die des harten Eisens. Ist ein Eisendraht durch einen hindurchgehenden Strom permanent circular magnetisirt, so werden die Extraströme um 10 Proc. reducirt. Bei Umkehrung der Ströme wird in diesem Fall die Selbstinduction kleiner als doppelt so gross u. s. f.

Die obigen Resultate sind von Hughes nicht richtig gedeutet, wie bereits H. F. Weber[1]) und Wietlisbach[2]), auch Heaviside erkannten. Hughes hat irrthümlich die gegenseitige Induction M der Spiralen auf einander der Selbstinduction L des zu untersuchenden Leiters gleichgesetzt.

222 Im Anschluss an die Versuche von Hughes hat Lord Rayleigh[3]) die Frage weiter behandelt[4]). Wir führen nur einige der hauptsächlichsten Daten an.

Der Strom einer Stromquelle wurde durch eine Wheatstone'sche Drahtcombination $a\begin{Bmatrix}b\\d\end{Bmatrix}c$ geleitet. In den Hauptzweig war ein durch

---

[1]) H. F. Weber, Centralbl. f. Elektrotechn. 8, 162, 1886; Beibl. 10, 302. — [2]) Wietlisbach, Ibid. 4, 463, 1886; Beibl. 11, 284. — [3]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. [5] 22, 469, 1886; Beibl. 11, 667. — [4]) Wegen dieser Beziehung haben wir letztere Versuche, die auch bei der experimentellen Bestimmung des Inductionscoëfficienten besprochen werden konnten, hier besprochen.

einen Wasserstrahl bewegter oder durch eine schwingende Zunge eines Harmoniums gebildeter Interruptor eingeschaltet, ebenso die eine grössere inducirende Rolle eines Compensators, dessen kleinere, ihr concentrische Rolle um einen gemeinschaftlichen Durchmesser um beliebige Winkel α gegen erstere gedreht und mit dem Telephon in die Brücke bd eingeschaltet werden konnte (also ganz ähnlich wie bei Hughes). Die Inductionsconstante dieses Compensators wurde bei verschiedenen Winkeln α ebenso wie bei anderen ähnlichen Rollenpaaren mit einander und mit derjenigen zweier in die parallelen Nuthen eines Hohlcylinders gewundenen Spiralen von genau gemessenen Dimensionen verglichen.

In den Zweig ab ist die zu untersuchende Rolle von der Selbstinduction L eingeschaltet. Die anderen Zweige enthalten inductionsfreie Widerstände aus Neusilberdraht. Durch den Compensator kann man das Telephon in der Brücke zum Schweigen bringen.

So ergab sich z. B. der Widerstand einer Spirale von isolirtem Kupferdraht ohne Eisenkern für unterbrochene und constante Ströme gleich (87,5 und 87,3). Dagegen ist der Widerstand eines weichen Eisendrahtes von 1,5 m Länge und 3,3 mm Dicke für variable Ströme 20,93, für constante 11,38, also verschieden. Dass sich ein zu einer Spirale oder in eine einzige Windung gewundener Eisendraht nahezu gleich verhalten, wie Hughes gefunden, bestätigt sich nicht, die Werthe des Widerstandes sind 25,8 und 11,2.

Bei ferneren Versuchen waren bei Vertauschung des Hauptzweiges mit der Brücke die Zweige bc und ad aus einem geraden Neusilberdraht gebildet, auf dem der Contact a verschoben werden konnte. In den Zweig ab wurde ausser dem zu untersuchenden Leiter ein Compensator, ebenso in den Zweig ad ein zweiter, bezw. eine einfache Rolle von geeigneter Selbstinduction, und ein Rheostat eingefügt.

Damit wurden zwei Spiralenpaare von Eisen- und Kupferdraht auf ihr Verhalten verglichen. Die Spiralen jedes Paares waren je hinter einander verbunden und die Selbstinduction sowohl bei gleicher wie entgegengesetzter Richtung des Stromes in den beiden vereinten Spiralen bestimmt. Die Differenz, welche der vierfachen Induction der Spiralen auf einander entspricht, war bei Kupfer und Eisen nahe die gleiche. Wurde der eine Draht in sich geschlossen, so verminderte sich bei den Kupferdrähten die Induction von 44° auf 4,5°, wie der Theorie entspricht, bei den Eisendrähten von 44,4° auf 3,4°.

223 Bei Eisendrähten kann aus dem Verhältniss des Widerstandes w bei constantem und w_1 bei variablem Strom die magnetische Permeabilität μ nach der Formel

$$w_1 = w\left(1 + \frac{1}{12}\frac{p^2 t^2 \mu^2}{R^2} - \frac{1}{180}\frac{p^4 t^4 \mu^4}{R^2} + \cdots\right),$$

wo $p/2\pi$ die Frequenz der Schwingung ist, bestimmt werden.

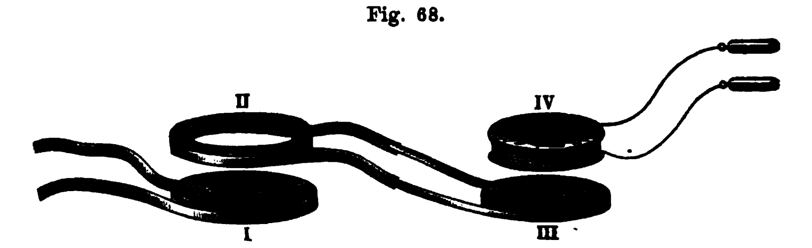
An einem ziemlich harten, 10,03 cm langen, 1,6 mm dicken Draht von schwedischem Eisen ergab sich $w' = 10,3$, $w_1 = 12,0$, $\mu = 108$, an einem Draht von 18,34 m Länge und 3,3 m Durchmesser aus demselben Material $w = 4,7$, $w_1 = 8,9$, $\mu = 99,5$.

Endlich wurden einige Versuche über den Einfluss von Eisenkernen auf die scheinbare Selbstinduction und den scheinbaren Widerstand an Spiralen angestellt. Die Erscheinungen compliciren sich merklich durch die in der Eisenmasse inducirten elektrischen Ströme.

Schliesslich wurden auch zwei parallele Conductoren aus den drei zusammen aufgewundenen Drähten einer schweren Rolle hergestellt. Zwei Drähte sind hinter einander (mit dem Maximum der Selbstinduction), der dritte parallel geschaltet. Die Drähte sind so verbunden, dass ein constanter Strom sie alle in gleicher Richtung durchfliesst. Alternirende Ströme theilen sich in zwei Zweigen so, dass sie ihre magnetisirende Kraft fast neutralisiren, und der Strom in dem einfachen Draht doppelt so stark und entgegengesetzt dem in dem doppelten Draht ist. Der scheinbare Widerstand des Systems muss also gross sein [1].

224 Den zeitlichen Verlauf der inducirten Ströme höherer Ordnung hat Buff [2]) studirt, indem er durch einen Analysator (Bd. I, S. 125, Fig. 35)

Fig. 68.



den Schliessungskreis der ersten inducirenden Spirale (I), Fig. 68, und den ersten Inductionskreis der Spiralen (II) und (III) in der Weise abwechselnd öffnete und schloss, dass durch letzteren nur die Schliessungs- oder nur die Oeffnungsinductionsströme circuliren konnten. Die Bandspiralen (I), (II), (III) bestanden aus je 28 Windungen eines Kupferstreifens von 22 mm Breite und 1 mm Dicke, die eine cylindrische Höhlung von 8 cm Weite umschlossen. Dabei war die tertiäre Spirale (IV) durch zwei den Spiralen (I), (II), (III) gleiche Spiralen ersetzt, welche auf beiden Seiten gegen die Spirale (III) gegengelegt waren. Durch die Spirale (I) wurde der Strom eines Bunsen'schen Elementes geleitet.

Wurde in den Schliessungskreis der Spirale (IV) ein Galvanometer und ein Wasserzersetzungsapparat mit dünnen Platinelektroden

---

[1]) In Bezug auf fernere Versuche verweisen wir auf die Originalabhandlung. — [2]) Buff, Pogg. Ann. 134, 481, 1868.

eingefügt, und circulirte in den secundären Spiralen (II) und (III) nur der Oeffnungsinductionsstrom, so zeigte die Galvanometernadel nicht mehr die doppelsinnige Ablenkung, wie ohne Einschaltung des Wasserzersetzungsapparates, sondern neben der Wasserzersetzung trat eine Ablenkung auf, die einem dem primären Strom oder auch dem secundären Oeffnungsstrom entgegengerichteten tertiären Inductionsstrom, also dem Ansteigen des secundären Stromes entsprach. Eisenkerne in den Spiralen steigerten die Wasserzersetzung und Ablenkung der Galvanometernadel. Durch die secundären Schliessungsinductionsströme konnten diese Wirkungen nicht erhalten werden.

Bei der primären Oeffnungsinduction waren die Wirkungen bei gleicher Unterbrechungszahl etwa doppelt so gross, als bei der Schliessungsinduction. Wenn auch die Summe der bei beiden Inductionswirkungen in der secundären Leitung inducirten elektromotorischen Kräfte gleich ist, so vertheilen sie sich doch bei der Schliessung auf längere Zeit; die Gesammtänderung der Stromintensität in der secundären Leitung ist also geringer und somit die dieser proportionale inducirte elektromotorische Kraft der tertiären Ströme.

Da bei Anwesenheit von geschlossenen Spiralen neben der Hauptleitung die in ihnen bei der Schliessung inducirten Ströme bei ihrem Entstehen rückwärts in der Hauptleitung Ströme induciren, welche dem Strome in letzterer gleichgerichtet, bei ihrem Vergehen solche, die ihm entgegengerichtet sind, so muss der Hauptstrom anfangs schneller, dann langsamer ansteigen, als ohne jene Rollen. Daher wächst der secundäre Schliessungsstrom schneller und verschwindet langsamer, als ohne die Nebenspiralen, und so wird der tertiäre, dem Ansteigen des Schliessungsstromes entsprechende, dem Hauptstrom gleichgerichtete Inductionsstrom verstärkt, der entgegengesetzte geschwächt. Dazu kommt noch die Induction der tertiären Ströme auf die secundäre Spirale, die in gleichem Sinne wirkt, wie die Induction in den Nebenspiralen, welche aber bei wachsendem Widerstande des tertiären Kreises abnimmt.

Bringt man bei jenen Versuchen über und unter die Spiralen (I) und (II) noch zwei andere gleiche, in sich geschlossene Spiralen, und steckt durch alle einen Eisenkern, so verzögern die in letzteren inducirten Ströme durch Rückwirkung auf die Spiralen (I) und (II) die Entwickelung der Oeffnungsinductionsströme in der Spirale (II), und die tertiären Ströme verlaufen langsamer, so dass bei gleicher Gesammtsumme der inducirten elektromotorischen Kräfte ihre in jedem Zeittheil inducirte elektromotorische Kraft immer mehr sinkt. Die Gesammtzeiten der Indution t und t_1 werden dann einander mehr und mehr gleich und die Ablenkung des Galvanometers sinkt.

Bei Anwendung von acht Bunsen'schen Elementen, einer Spirale von 600 Windungen von 1 mm dickem Kupferdraht, welche ein Eisendrahtbündel von 4 cm Durchmesser enthielt, an Stelle der Spirale (IV) und Füllung der übrigen Spiralen mit Eisendrahtbündeln konnte analog

gezeigt werden, dass nun die überwiegende Wirkung den beim Entstehen des secundären Schliessungsstromes, dem Hauptstrom gleichgerichteten, tertiären Strömen zukommt, letztere also schneller verlaufen; indess ist doch die galvanometrische Wirkung viel geringer, als bei den bei der Oeffnung inducirten tertiären Strömen, so dass also die Zeiten t und t_1 des Verlaufes beider tertiären Ströme beim Schliessen weniger von einander verschieden sind. Die an beiden Elektroden durch die tertiären Ströme entwickelten Gasmengen verhielten sich sowohl bei den beim Oeffnen, wie den beim Schliessen inducirten Strömen nahezu wie 1 : 2, so dass also nur die beiden tertiär inducirten Ströme hinlängliche elektromotorische Kraft besassen, um die Polarisation zu überwinden.

Die Resultate sind indess ziemlich complicirt.

Der durch das Ansteigen des secundären Stromes inducirte tertiäre Strom (a) findet zunächst noch keine Polarisation des Voltameters vor und durchfliesst letzteres, sowie das Galvanometer. Seine Intensität nimmt aber, auch abgesehen von der Abnahme seiner eigenen elektromotorischen Kraft während der Induction, durch die allmählich sich bildende Polarisation ab. Tritt dann der entgegengerichtete, durch das Verschwinden des secundären Stromes inducirte tertiäre Strom (b) auf, so addirt sich seine elektromotorische Kraft zu der der Polarisation, welche dabei zugleich zum Theil oder ganz aufgehoben wird. Bei ganz gleichem Verlauf würde daher die Gesammtintensität des so verstärkten Stromes b grösser sein, als die Gesammtintensität des durch die Polarisation geschwächten Stromes a, und das Galvanometer würde im Sinne des Stromes b ausschlagen.

Da aber die Stärke und das Anwachsen der Polarisation sich ganz nach der Stärke des allmählich entstehenden, polarisirenden Stromes richtet, und ebenso das Verschwinden der Polarisation den entsprechenden Bedingungen unterliegt, so lassen sich aus den Ablenkungen des Galvanometers ohne die Kenntniss des Verlaufes der Polarisation keine sicheren Schlüsse über die Schnelligkeit des Verlaufs der Inductionsströme ziehen.

225 In anderer Art wird die Zeit der Entwickelung von Inductionsströmen verändert, wenn gleichzeitig in zwei neben einander liegenden Leitern Inductionsströme durch das Oeffnen oder Schliessen eines primären Stromes inducirt werden. Befindet sich zwischen der Inductionsspirale B und der inducirenden Spirale A kein Leiter, so verläuft der in B inducirte Strom in einer gewissen Zeit nach dem Oeffnen von A. Wird aber zwischen die Spiralen ein guter Leiter, eine Metallplatte oder eine in sich geschlossene Spirale C gestellt, so wird auch in diesen ein Strom inducirt, welcher im Wesentlichen denselben Verlauf hat, wie der Strom in B. Wenn also letzterer anwächst, so steigt auch der Strom in C an.

Durch die Aenderungen dieses letzteren Stromes werden wiederum in B Inductionsströme höherer Ordnung hervorgerufen, welche anfangs

den direct in B inducirten entgegengesetzt und in jeder Zeiteinheit um so stärker sind, je schneller sich die Intensität der in C inducirten Ströme ändert. So nimmt die Intensität der Inductionsströme in B langsamer zu. Nachher verschwinden die Inductionsströme in C; in B werden jetzt tertiäre Ströme inducirt, welche denen in C gleichgerichtet sind, so dass die ganze Induction in B verzögert ist, die Intensität des in B inducirten Stromes in den einzelnen Momenten seines Verlaufes kleiner ist, als ohne Zwischenschaltung des Leiters C. Die Gesammtintensität des Stromes in B bleibt indess auch hier ungeändert, da der in C inducirte Strom entsteht und vergeht, und die durch sein Anwachsen und sein Verschwinden inducirten elektromotorischen Kräfte gleich und entgegengesetzt sind.

Die Aenderungen des Verlaufes der Inductionsströme in B und C wirken selbstverständlich auf den Verlauf des Anwachsens und Verschwindens des inducirenden Stromes der primären Spirale zurück. — Eine Berechnung aller hierbei stattfindenden Vorgänge ist in ähnlicher Weise, wie für die §§. 204 u. flgde. betrachteten Fälle vorzunehmen, sie gestaltet sich indess noch verwickelter[1]).

b) Einfluss des zeitlichen Verlaufes der galvanischen Inductionsströme in geschlossenen Kreisen auf ihre Wirkungen.

226 Nachdem wir im Vorhergehenden die Bildung der Inductionsströme, sowohl in benachbarten Leitern, wie als Extraströme in den von einem veränderlichen galvanischen Strom durchflossenen geschlossenen Leitern selbst kennen gelernt haben, wollen wir noch einmal die Wirkungen der Inductionsströme, sowie die Folgen ihres Einflusses auf den zeitlichen Verlauf der primären Ströme im Zusammenhange betrachten.

Die Wirkungen der inducirten Ströme sind theils von dem Verlauf ihrer Bildung unabhängig, und nur durch die im Ganzen durch jeden Querschnitt ihrer Leitung geführten Elektricitätsmengen bedingt, theils von ihrem zeitlichen Verlauf abhängig.

Zu den ersten Wirkungen gehören die galvanometrischen und chemischen, zu den zweiten die thermischen, elektrostatischen, elektrodynamischen und magnetisirenden.

1. Galvanometrische Wirkungen der Inductionsströme.

227 Lenkt ein galvanischer Strom von kurzer Dauer, z. B. ein Inductionsstrom, eine in den Windungen eines Multiplicators hängende Magnetnadel ab, und ist seine Zeitdauer gegen die Schwingungsdauer der Nadel sehr klein, so ist die aus dem ersten Ausschlag berechnete ablenkende

[1]) Vergl. auch Strutt (Lord Rayleigh), Phil. Mag. [4] 38, 1, 1869.

Kraft des Stromes proportional der gesammten, bei der Nadel vorbeifliessenden Elektricitätsmenge.

Wird daher ein Inductionsstrom in einer Drahtspirale *B* erregt, indem man den Schliessungskreis einer neben derselben befindlichen und vom Strome durchflossenen Drahtspirale *A* einmal langsam und sodann schnell öffnet, so schlägt die Nadel eines in den Schliessungskreis von *B* eingeschalteten Galvanometers um gleich viel aus, vorausgesetzt, dass die Zeit des Oeffnens in beiden Fällen so klein ist, dass man die Ablenkung der Nadel aus ihrer Ruhelage während jener Zeit selbst als verschwindend klein annehmen kann, dieselbe also von dem ganzen, während des Processes des Oeffnens inducirten Strome nahezu in der Ruhelage getroffen wird. Wenngleich in beiden Fällen die Intensität des Inductionsstromes in gleichen Zeiten nach dem Oeffnen sehr verschieden ist, so ist doch die Summe der Gesammtintensität während der ganzen Zeit des Oeffnens des inducirten Stromes gleich, und so auch die galvanometrische Wirkung desselben.

Ebenso zeigt sich durch das Galvanometer die Gesammtintensität des beim Oeffnen und des beim Schliessen eines Stromes in einer benachbarten Spirale erregten Inductionsstromes gleich gross, wenn schon der letztere weit langsamer verläuft, als der erstere.

228 Auch wenn man zwischen die inducirende und Inductionsspirale Metallhüllen oder Metallplatten oder in sich geschlossene Spiralen einschiebt, in denen beim Oeffnen des inducirenden Kreises Inductionsströme entstehen, welche wiederum inducirend auf die Inductionsspirale wirken und dadurch die Entwickelung der Oeffnungsströme in ihr verzögern, ändert sich die galvanometrische Wirkung nicht[1]).

Dies zeigen unter anderen einige Versuche von Faraday[2]).

Zwischen zwei flache Bandspiralen *A* und *B*, deren Enden mit den beiden Windungsreihen eines Differentialgalvanometers in entgegengesetztem Sinne verbunden waren, wurde eine dritte Bandspirale *C* gestellt, und dieselbe so lange verschoben, bis die Inductionsströme, welche beim Schliessen oder Oeffnen des durch sie hindurchgeleiteten Stromes in den Spiralen *A* und *B* erzeugt wurden, einander gleich waren, die Nadel des Galvanometers also in Ruhe blieb. Wurde nun zwischen die eine der beiden Spiralen *A* und *B* und Spirale *C* eine Platte von Schwefel oder auch eine Kupferplatte geschoben, so änderte sich die galvanometrische Gleichheit der in *A* und *B* inducirten Ströme nicht.

Ebenso waren die am Galvanometer gemessenen Intensitäten der Ströme, welche in einer flachen Spirale beim Annähern und Entfernen eines Magnetes inducirt wurden, einander gleich, mochte zwischen die

---

[1]) Abria, Ann. de Chim. et de Phys. 7, 464, 1843 und nochmals Lallemand, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 2, 454, 1864. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 14, §§. 1709 bis 1725, 1838.

Spirale und den Magnet eine Schwefel- oder eine Metallplatte gestellt werden oder nicht.

Faraday legte ferner zwei cylindrische Drahtspiralen (mit Eisenkernen) oder zwei flache Drahtspiralen conaxial neben einander, so dass zwischen ihnen ein Zwischenraum von 4,5 cm blieb. In diesen Zwischenraum wurde ein feststehender Magnetpol gebracht, und die freien Enden der in entgegengesetzter Richtung mit einander verbundenen Spiralen wurden mit dem Galvanometer verbunden. Wurde zwischen den Pol und die eine oder andere der Spiralen eine Platte von Schellack, Schwefel, Kupfer von 0,7 bis 0,9 Zoll Dicke eingeschoben, so ergab sich nicht die geringste Wirkung, auch nicht, als die Schellack- oder Kupferplatte rotirte. Also auch hier hoben sich die Inductionsströme, welche secundär durch die in der Kupferplatte u. s. f. inducirten Ströme in der benachbarten Drahtspirale inducirt worden waren, zusammen völlig auf. — Wurde statt der Kupferplatte eine Eisenplatte zwischen den Magnet und die eine Spirale geschoben, so entstand ein Inductionsstrom, da dieses Verfahren dem Annähern des Magnetes an die Spirale gleich kam. Aus demselben Grunde bleibt der an einem Galvanometer gemessene Integralstrom, welcher in einem Draht inducirt wird, in dessen Nähe ein durch einen Paralleldraht geleiteter Strom geöffnet oder geschlossen wird, ungeändert, wenn man den letzteren Draht (einen Telegraphendraht) mit einer von ihm isolirten, bezw. zum Boden abgeleiteten Metallhülle umgiebt [1]).

2. Chemische Wirkungen.

229 Die chemischen Wirkungen der inducirten Ströme verhalten sich wie die galvanometrischen; die Quantität der durch sie abgeschiedenen Ionen ist der gesammten, durch den Elektrolyt in einer Richtung hindurchgehenden Elektricitätsmenge direct proportional, also im Ganzen von der Zeitdauer der Inductionsströme unabhängig. — Da indess bei einer abwechselnden Reihe von Schliessungs- und Oeffnungsströmen die in derselben Zeit durch erstere an den Elektroden abgeschiedenen Mengen der Ionen wegen ihres langsameren Verlaufes kleiner sind, als durch letztere, so kann es kommen, dass sich ein grösserer Theil der durch die Schliessungsströme abgeschiedenen Ionen von den Elektroden entfernt, bevor sie sich mit den durch die Oeffnungsströme ausgeschiedenen Ionen vereinen, wodurch eine Polarisation der Elektroden im Sinne der letzteren eintreten kann. Deshalb erscheinen die auf einer rotirenden, mit feuchtem Jodkaliumkleisterpapier bekleideten Trommel an Platinspitzen durch abwechselnd gerichtete Inductionsströme abgeschiedenen Jodflecke an der jeweilen als positive Elektrode für den Oeffnungsstrom dienenden Spitze [2]).

---

[1]) H. de Meaux, Compt. rend. 88, 177, 1879; Beibl. 3, 375. — [2]) Vergl. Bd. II, §. 599. Siehe auch Grützner, Breslauer ärztl. Zeitschr. 12. Dec. 1895; Beibl. 10, 249.

230 Bezeichnet man die Intensität der Inductionsströme in jedem Zeitelemente mit $i\,dt$, die Zeit ihres Verlaufes mit t, so ist die Wirkung auf die Magnetnadel des Galvanometers oder, abgesehen von den erwähnten Nebenumständen, die Menge der in der Zeiteinheit abgeschiedenen Ionen gegeben durch die Summe $Q = c\int_0^t i\,dt$, wo c eine Constante ist. Ist diese Summe die gleiche, so bleibt Q ungeändert.

231 Cazin und Bertin haben den Einfluss des inducirenden Stromes auf die elektrolytischen Wirkungen eines oft unterbrochenen Stromes verfolgt.

Leitet man einen Strom durch einen strommessenden Apparat, z. B. ein Voltameter und einen Interruptor, welcher ihn n mal in der Zeiteinheit, und zwar jedesmal während der Zeit t schliesst, so ist die in der Zeiteinheit zersetzte Wassermenge

$$A_{\text{I}} = nAt = n\frac{E}{W}t,$$

wo A die in der Zeiteinheit durch den ununterbrochenen Strom zersetzte Wassermenge, E die elektromotorische Kraft und W der Widerstand des Schliessungskreises ist und die Intensität des Stromes durch die Elektrolyse gemessen wird. Ist in den Schliessungskreis an Stelle eines Theiles der Leitung eine Spirale von gleichem Widerstand eingeschaltet, deren Potential auf sich selbst L ist, so ist nach Gleichung 2), §. 197 bei ebenso vielen Unterbrechungen die Gesammtintensität, also die zersetzte Wassermenge:

$$A_{\text{II}} = \frac{nE}{W}\left[t - \frac{L}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{P}t}\right)\right]$$

und die Differenz

$$A_{\text{I}} - A_{\text{II}} = \frac{nEL}{W^2}\left(1 - e^{-\frac{W}{P}t}\right).$$

Wird in die Spirale ein Bündel von feinem Eisendraht eingeschoben, in welchem selbst keine Inductionsströme entstehen, so treten an Stelle von L und A_{II} andere Werthe L_1 und A_{II}'.

Bei wachsender Zeit t jeder Schliessung nähern sich also bei gleicher Zahl n der Unterbrechungen in der Zeiteinheit unter sonst gleichen Verhältnissen die Differenzen $A_{\text{I}} - A_{\text{II}}$ und $A_{\text{I}} - A_{\text{II}}'$ einem Maximalwerth nEL/W^2 oder nEL_1/W^2, welcher mit der Zahl der Unterbrechungen n und mit der Intensität $I = E/W$ des Stromes in der ununterbrochenen Schliessung proportional wächst, mit zunehmendem Gesammtwiderstand W der Schliessung aber bei gleichbleibender Intensität I und gleichem n proportional W abnimmt. Aendert man nur den Widerstand W, lässt aber die elektromotorische Kraft E und die Zahl der Unterbrechungen n constant, so ändert sich der Maximalwerth um-

gekehrt proportional dem Quadrat von W. Gelangt der Extrastrom nicht zu völliger Entwickelung, so weichen die Werthe $A_I - A_{II}$ und $A_I - A'_{II}$ um so weniger vom Maximum ab und sind relativ um so grösser, je grösser bei gleicher Schliessungszeit t der Widerstand W der Leitung ist. In gleicher Weise ist in diesem Fall der Unterschied zwischen A'_{II} und A_{II}, d. h. zwischen den mit und ohne Anwendung des Eisenkerns zersetzten Wassermengen unter sonst gleichen Verhältnissen relativ um so grösser, je kleiner W ist.'

Die ersten Sätze hat Cazin[1]) bestätigt, indem er einen Schliessungskreis, der eine Säule, eine vom Strom durchflossene Spirale und einen Wasserzersetzungsapparat enthielt, durch einen Quecksilberinterruptor von Ruhmkorff (vergl. das Cap. Inductorien) unterbrach. Der über dem beweglichen Hebel des Apparates hin und her oscillirende Stab trug einen Stift, welcher auf einem, an demselben in verticaler Richtung vorbeigeführten Papierstreifen die Zahl der Oscillationen in Curven verzeichnete. 232

Die Spirale war aus einem 1,5 mm dicken und 500 m langen Kupferdraht gewunden und hatte 35 Lagen von je 33 Windungen. Da hinein konnte ein Bündel von 100 Eisendrähten von 40 cm Länge und 3 mm Durchmesser eingelegt werden.

Wurde bei gleicher Zahl n der Unterbrechungen ohne Einschaltung der Spirale die Zeitdauer t jeder Schliessung grösser, so wuchs die zersetzte Wassermenge A_I, welche mithin t misst. Die nach Einschaltung der Spirale bei gleicher Unterbrechungsart erhaltenen Werthe A_{II} sind in folgender Tabelle gegeben. Ein Eisenkern war nicht in die Spirale eingelegt.

A_I	0,414	0,712	0,716	1,493	2,857	3,213
A_{II}	0,176	0,420	0,430	1,166	2,520	2,973
$A_I - A_{II}$	0,238	0,292	0,286	0,327	0,337	0,240

Aehnliche Resultate ergaben sich, als die Stromintensität, statt durch das Voltameter, durch die Tangentenbussole bestimmt wurde. — Auch beim Einlegen des Eisenkerns folgten die analogen Resultate, so dass das Maximum der Verminderung $A_I - A'_{II}$ der mittleren Stromintensität deutlich zu erkennen ist.

Ist der Interruptor so gestellt, dass die Verminderung der Stromintensität durch den Extrastrom ein Maximum erreicht, so ist dasselbe nach obigen Resultaten proportional der Zahl n der Unterbrechungen in der Zeiteinheit. Sie betrug z. B. hierbei:

$A_I - A_{II}$	0,171	0,445	0,255
n	215	566	330
$const\ n/(A_I - A_{II})$ . . .	1257	1271	1296

[1]) Cazin, Compt. rend. 59, 564, 1864; 60, 738, 1865; Ann. de Chim. et de Phys. [4] 17, 418, 1869.

Auch der Einfluss des Gesammtwiderstandes W der Schliessung bei dem Maximum der Stromverminderung wurde entsprechend den oben gefundenen Gesetzen bestätigt. Derselbe wurde bestimmt, indem die Stromintensität I einmal direct, nur unter Einfügung von W, sodann die Intensität i bei Hinzufügung eines Platindrahtes von bekanntem Widerstand a gemessen wurde. Es ergab sich der Werth $(A_{\text{I}} - A_{\text{II}})\,W/I = Const$, wo also die Constante dem Potential L entspricht.

Da bei diesen Versuchen der Strom mit seiner durch die Inductionsströme veränderten Intensität sowohl die Säule, als auch das Voltameter durchfliesst, so müssen die chemischen Wirkungen in der Säule und im Voltameter einander äquivalent sein. In der That sind nach Cazin die in den Elementen der angewandten Daniell'schen Säule und in dem in die Schliessung eingeschalteten Kupfervoltameter abgeschiedenen Kupfermengen gleich.

233 Bertin[1]) hat ähnliche Versuche angestellt. Der Strom einer Säule von z Bunsen'schen Elementen ging durch einen Rheostaten, eine graduirte Tangentenbussole, einen Commutator, einen Unterbrecher und eine Drahtspirale von 2×370 Windungen von 2 mm dickem Kupferdraht, deren Höhe 209 mm, deren Durchmesser 150 mm betrug. In dieselbe konnte ein hohler Eisenkern eingeschoben werden. Die Unterbrechungen geschahen durch einen vermittelst eines Wagner'schen Hammers bewegten Quecksilberinterruptor, dessen Oscillationen auf einer geschwärzten Walze vermittelst einer daran schleifenden Feder gleichzeitig mit denen einer Stimmgabel notirt wurden. Wiederum war die Differenz $I_{\text{I}} - I_{\text{II}}$ der Gesammtintensität des unterbrochenen Stromes mit und ohne Einschaltung der Spirale bei gleichbleibendem Widerstand in beiden Fällen dem Quadrat der Stromintensität I des ununterbrochenen Stromes und bei derselben Säule und demselben Widerstand proportional der Zahl n der Unterbrechungen, so dass also $z(I_{\text{I}} - I_{\text{II}})/n I^2 = const$ ist, wie der Theorie entspricht.

Wird der Eisenkern in die Spirale eingefügt, und ist hierbei die Intensität des unterbrochenen Stromes I_{III}, wenn sie unter den gleichen Bedingungen ohne Eisenkern I_{II} ist, so ergiebt sich empirisch, dass $z(I_{\text{II}} - I_{\text{III}})/n I I_{\text{III}}$ nahe constant ist.

Wird die Zeit der Schliessung so kurz gemacht, dass die Extraströme nicht völlig ablaufen können, so ist der Werth $z(I_{\text{I}} - I_{\text{II}})/n I^2$ nicht mehr constant, sondern wächst, wie die folgende Tabelle ergiebt, entsprechend der Theorie, mit dem Widerstande der Schliessung, also mit der Zahl der Elemente der Kette z und dem Widerstande r des Rheostaten in der Schliessung:

---

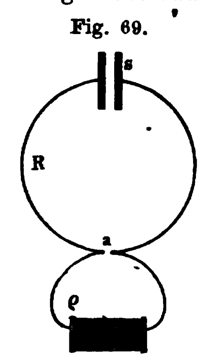
[1]) Bertin, Nouv. Opuscules, Mém. de la société des sc. nat. de Strasbourg 6, 5, 1865. Vergl. auch Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 54, 297, 1858.

z	$r = 0$	$r = 6$	$r = 15$	$r = 45$
2	0,332	0,432	0,532	—
4	0,400	0,500	0,584	0,668
6	0,527	0,543	0,623	0,685

Da der Oeffnungsextrastrom nur sehr kurze Zeit dauert, so kann auch der Oeffnungsfunken keinen wesentlichen Einfluss auf die mittlere Intensität der Ströme haben, wie man ihn auch ändert. So liess Cazin [1]) die Funken vor einer kreisförmigen rotirenden Scheibe vorbeischlagen, auf welcher im Kreise herum in gleichen Abständen Perlen befestigt waren. Die Geschwindigkeit der Scheibe wurde so regulirt, dass das bogenförmige Bild der Funken in den Perlen stets dieselbe Länge zu haben schien. Sie wurde durch den Ton beim Schleifen einer Saite an einem die Scheibe treibenden Zahnrad bestimmt. Aenderte sich hierbei die Dauer des Funkens von 0,0008 bis 0,0050 Secunden, so schwankte die Intensität des Stromes, multiplicirt mit der Zahl der Funken, doch nur zwischen den Zahlen 376, 320, 398, 367,5 um die mittlere Zahl 354, auch wenn die Dauer der Funken durch Einfügen von Alkohol oder Wasser oder Verbindung eines Condensators mit den Elektroden der Unterbrechungsstelle abgekürzt wurde.

234 Wird der Strom einer Säule s, Fig. 69, durch einen Interruptor bei a geöffnet und geschlossen, wobei die beiden Elektroden der Unterbrechungsstelle durch einen Leitungsdraht verbunden sind, und dabei abwechselnd in den die Säule enthaltenden Zweig ein gerader Draht oder eine Spirale von gleichem Widerstande mit letzterem eingeschaltet, so lässt sich in beiden Fällen das Verhältniss der Stromintensitäten in jenem Zweig und in dem Verbindungsdraht an der Unterbrechungsstelle berechnen [2]).

Fig. 69.



Es seien I_{I} und I_{II} die Intensitäten des Stromes in dem Zweig der Säule, i_{I} und i_{II} die Intensitäten in dem Verbindungsdraht mit und ohne Einschaltung der Spirale, R sei der Widerstand des Zweiges der Säule bei Schliessung des Interruptors, dessen Widerstand verschwindend sei, ϱ der Widerstand des Verbindungsdrahtes, also $R_{\text{I}} = R + \varrho$ der Widerstand der ganzen Leitung bei Oeffnung des Interruptors, E die elektromotorische Kraft der Säule, L das Potential der Spirale auf sich selbst, T die Zeit der Schliessung, T_1 die der Oeffnung des Interruptors, n die Zahl der Unterbrechungen in der Zeiteinheit; dann ist bei Einschaltung eines geraden Drahtes:

$$I_{\text{I}} = nE\left(\frac{T}{R} + \frac{T_1}{R_1}\right); \qquad i_{\text{I}} = nE\,\frac{T_1}{R_1} \quad \dots\dots\dots \quad 1)$$

[1]) Cazin, Compt. rend. 60, 738, 1865; Ann. de Chim. et de Phys. [4] 17, 418, 1869. — [2]) Cazin, l. c.

Ist bei Einschaltung der Spirale die Stromintensität in dem Schliessungszweig der Säule während der Schliessung und Oeffnung des Interruptors in jedem Moment I_{II} und i_{II}, so ist $I_{II} R = E - L dI_{II}/dt$, $i_{II} R_I = E - L di_{II}/dt$, unter der Bedingung, dass für $t = 0$ bei Beginn der Schliessung $I_{II} = E/R_I$ und für $t = 0$ bei Beginn der Oeffnung $i_{II} = E/R$ ist. Hieraus folgt:

$$I_{II} = nE\left(\frac{T}{R} + \frac{T_I}{R_I}\right) - nLE\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_I}\right)^2$$
$$i_{II} = nE\frac{T_I}{R_I} + \frac{nLE}{R_I}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_I}\right), \quad \ldots \quad 2)$$

wenn T und T_I so gross sind, dass beim Einsetzen der Grenzen T und T_I die in den Werthen I_{II} und i_{II} enthaltene Exponentialgrösse gleich Null gesetzt werden kann. Aus den Gleichungen 1) und 2) folgt:

$$\frac{I_{II} - I_I}{i_{II} - i_I} = \frac{\varrho}{R}.$$

Directe Versuche von Cazin, bei welchen die Intensitäten durch eine Tangentenbussole gemessen wurden und der Strom 475 mal in der Minute unterbrochen wurde, bestätigen diese Beziehung. Es ergab sich u. A.:

I_I	I_{II}	i_I	i_{II}	R	ϱ	$(I_I - I_{II})R$	$(I_I - i_{II})\varrho$
0,7813	0,6903	0,2125	0,2843	0,518	0,588	0,0471	0,0422
0,7142	0,5828	0,1539	0,2209	0,520	1,011	0,0681	0,0677
1,5766	1,1234	0,2067	0,3278	0,554	2,006	0,2511	0,2429
1,6494	0,6040	0,1524	0,1853	1,487	2,008	0,0675	0,0662

3. Elektrodynamische Wirkungen.

235 Die elektrodynamischen Wirkungen der Inductionsströme verhalten sich anders, als die galvanometrischen und chemischen.

Leitet man die Inductionsströme gleichzeitig durch die feste Rolle S und die Bifilarrolle S_1 eines Elektrodynamometers, so ist ihre elektrodynamische Wirkung proportional dem Werthe $\int_0^t e^2 dt$, wenn e die elektromotorische Kraft des inducirten Stromes in jedem Moment seines Verlaufes, t seine Zeitdauer ist. Bleibt in allen Fällen die gesammte elektromotorische Kraft des Inductionsstromes $\int_0^t e dt$ die gleiche, so ist der Werth $\int_0^t e^2 dt$ um so grösser, je kleiner die Zeit t ist, je grösser also in jedem Moment die elektromotorische Kraft e des Inductionsstromes ist.

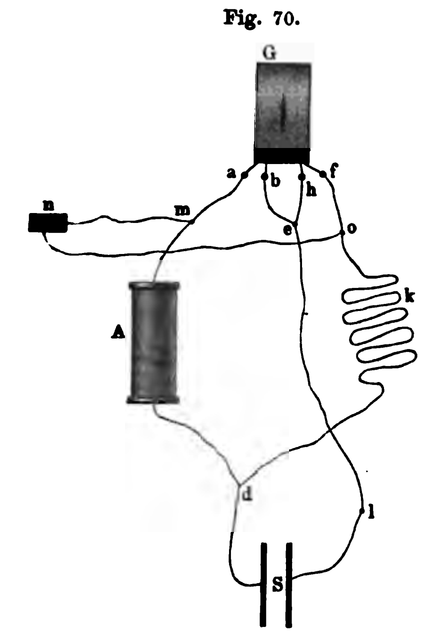
Werden die Werthe e und e^2 als Ordinaten, die Zeiten als Abscissen aufgetragen, und ist der Abstand des Schwerpunktes der Fläche $\int e dt$ von der Abscissenaxe gleich A, so ist

$$\int_0^t e^2 dt = A \int_0^t e dt$$ [1].

Leitet man also die Inductionsströme gleichzeitig durch ein Galvanometer und ein Dynamometer, so kann man aus den Angaben beider Instrumente ihre gesammte Zeitdauer und ihre mittlere Intensität während der Zeiteinheit bestimmen.

Für die Messung der Zeitdauer der Extraströme bietet diese Methode insofern Schwierigkeiten dar, als der constante Strom, welcher die Dynamometerrollen durchfliesst, neben den in seinem Schliessungskreise auftretenden Extraströmen eine Ablenkung der Bifilarrolle hervorruft. Es bedarf deshalb besonderer Drahtverbindungen, um diesen Uebelstand zu vermeiden. — Eine solche Verbindung ist von Rijke[2]) angegeben worden. Dazu wurde der von Edlund (vergl. §. 61) construirte, Fig. 70 gezeichnete Apparat benutzt, bei welchem nur noch die Punkte m und o der Leitung mit dem Dynamometer n verbunden wurden. Der Apparat ist dann eine Wheatstone'sche Drahtcombination, in deren Brücke das Dynamometer eingeschaltet ist. Richtet man das Verhältniss der Widerstände der verschiedenen Zweige, $dAm = r_1$, $mabe = r_2$, $dko = r_3$, $ofhe = r_4$ so ein, dass sich $r_1 : r_2 = r_3 : r_4$ verhalten, so fliesst durch den das Dynamometer enthaltenden Zweig mno der Strom der Säule S nicht. Oeffnet oder schliesst man also den Zweig dSe z. B. bei l, so ist die Ablenkung der Dynamometerrolle nur durch den in der Spirale A erzeugten Extrastrom bedingt. Ist der Widerstand des Zweiges $mno = r_0$, so erhält man mit Hülfe der Kirchhoff'schen Formeln die Intensität des Stromes im Zweige r_0 gleich

Fig. 70.



$$i_0 = \frac{E_1 r_2}{r_0 (r_1 + r_2) + r_2 (r_1 + r_3)},$$

wo E_1 die elektromotorische Kraft des Extrastromes in der Spirale A ist. Durch einen eigenen Commutator wurde vermittelt, dass nach dem

[1]) Fuchs, k. Sächs. Ber. 1874, 81. — [2]) Rijke, Pogg. Ann. 102, 497, 1857.

Loslösen der Säule von der Verbindung mit d und e ihr ein gleich grosser Widerstand in einem besonderen Schliessungskreise geboten wurde, um so die Einflüsse des Schwankens ihrer elektromotorischen Kraft zu beseitigen. Die regelmässige Schliessung und Oeffnung des inducirenden Stromes bei l wurde durch einen Elektromagnet vermittelt, welcher durch einen besonderen, durch den Commutator in Thätigkeit gesetzten Strom erregt wurde. Der Elektromagnet zog einen Hebel an und trennte dadurch zwei an und unter demselben befestigte, den Strom der primären Säule leitende Platinstifte, welche bei Unterbrechung des den Elektromagnet erregenden Stromes wieder gegen einander fielen und die Verbindung der Säule S mit den Punkten e und d wieder herstellten.

Wenngleich aus den §. 227 mitgetheilten Versuchen folgt, dass der Oeffnungs- und Schliessungsextrastrom gleiche Gesammtintensität besitzen, war doch die Ablenkung der Bifilarrolle des Dynamometers durch beide sehr verschieden.

Sie betrug z. B.

beim Oeffnungsextrastrom . . . 1,24 Scalentheile,
„ Schliessungsextrastrom . . . 7,14 „

Das analoge Resultat ergab sich beim Einschieben von Eisenkernen in die Inductionsspirale. Hier betrugen die Ablenkungen der Bifilarrolle

durch den Oeffnungsextrastrom . . 17,85 Scalentheile,
„ „ Schliessungsextrastrom . 66,01 „

Entgegen den übrigen Erfahrungen würde also die Zeitdauer des Schliessungsextrastromes scheinbar kleiner sein, als die des Oeffnungsextrastromes. Indess liegt dies nur daran, dass die den Extraströmen bei geschlossener und geöffneter Kette gebotenen Widerstände nicht gleich sind. Bezeichnet man nämlich die elektromotorische Kraft der Säule S mit E, den Widerstand des Zweiges dSe mit r, und wirkt gleichzeitig mit E eine zweite elektromotorische Kraft E_1 in der Spirale A, während die Säule S mit d und e verbunden ist, so ergiebt sich die Intensität I_1 des Stromes in dem Zweige dAm:

$$I_1 = \frac{E r_3}{r(r_1 + r_3) + r_3(r_1 + r_2)}$$
$$+ E_1 \frac{[r_0(r_1 + r_2) + r_2(r_1 + r_3)](r + r_3) - r_2(r_0 r - r_2 r_3)}{[r_0(r_1 + r_2) + r_2(r_1 + r_3)][r(r_1 + r_3) + r_3(r_1 + r_2)]} = \frac{E}{W_0} + \frac{E_1}{W_1}.$$

Ist die Verbindung mit der Säule in d und e aufgehoben, also $E = 0$ und $r = \infty$, und wirkt dann in A die elektromotorische Kraft e_1, so ist die Intensität i_1 des Stromes in dAm:

$$i_1 = e_1 \frac{r_0 r_1 + r_1 r_2 + r_2 r_3}{[r_0(r_1 + r_2) + r_2(r_1 + r_3)](r_1 + r_3)} = \frac{e_1}{w_1}.$$

Bezeichnen die Werthe I_1 und i_1 die Intensitäten der nach der Verbindung und Loslösung der Säule S von d und e durch die Spirale A fliessenden Ströme, ist L das Potential der Spirale auf sich selbst, die Inductionsconstante gleich 1, so sind die in jedem Moment in A inducirten elektromotorischen Kräfte $E_1 = -L dI_1/dt$ und $e_1 = -L di_1/dt$.

Bei Einführung dieser Werthe in obige Gleichungen erhalten wir:

$$I_1 = \frac{E}{W_0} - \frac{L}{W_1}\frac{dI_1}{dt} \quad \text{und} \quad i_1 = -\frac{L}{w_1}\frac{di_1}{dt},$$

daher

$$I_1 = \frac{E}{W_0}\left(1 - e^{-\frac{W_1}{L}t}\right); \qquad i_1 = \frac{E}{W_0}e^{-\frac{w_1}{L}t}.$$

Die in jedem Moment in A inducirten elektromotorischen Kräfte sind demnach:

$$E_1 = -L\frac{dI_1}{dt} = -\frac{EW_1}{W_0}e^{-\frac{W_1}{L}t} \text{ und } e_1 = -L\frac{di_1}{dt} = \frac{Ew_1}{W_0}e^{-\frac{w_1}{L}t};$$

die während der ganzen Zeit der Intensitätsänderung inducirten elektromotorischen Kräfte sind

$$E_s = -\frac{EL}{W_0} \quad \text{und} \quad e_s = \frac{EL}{W_0}.$$

Obgleich die gesammten elektromotorischen Kräfte des Schliessungs- und Oeffnungsextrastromes, wie zu erwarten, die gleichen sind, so sind doch die elektromotorischen Kräfte und Intensitäten dieser Ströme in den einzelnen Momenten verschieden, da ihnen verschiedene Widerstände geboten werden, und daher können auch die Angaben des Dynamometers in dem Zweige *mno* in beiden Fällen nicht gleich sein.

Wir haben oben erwähnt, dass eine um die Inductionsspirale gelegte geschlossene Metallhülle oder eine zweite in sich geschlossene Drahtrolle die Gesammtintensität der inducirten Ströme, also auch der Extraströme nicht ändert. Dies hat Rijke (l. c.) gleichfalls mit dem erwähnten Apparate gezeigt, indem er die Spirale A mit einer zweiten Spirale umgab und nach Lostrennung des Dynamometers n die Ausschläge des Galvanometers bestimmte, wenn letztere geschlossen oder geöffnet war. In beiden Fällen ergab sich der Ausschlag gleich, sowohl bei Untersuchung der Schliessungs- als auch bei der der Oeffnungsströme. Dasselbe fand statt, als die Inductionsspirale noch einen Eisenkern enthielt. 237

Untersuchte er aber nach Einfügung des Dynamometers die Ausschläge desselben, so waren sie nach dem Schliessen der die Inductionsrolle umgebenden secundären Rolle bedeutend kleiner. So betrug z. B. dieser Ausschlag in Scalentheilen bei zwei Versuchsreihen, bei denen der primäre Strom durch sechs Elemente erregt wurde und die Inductionsspirale keinen Eisenkern enthielt (I), sowie bei Anwendung von vier Daniell'schen Elementen und einem Eisenkern (II):

	I.		II.	
	Oeffnungs-extrastrom	Schliessungs-extrastrom	Oeffnungs-extrastrom	Schliessungs-extrastrom
Secundäre Rolle, offen . . .	1,31	6,91	17,59	78,6
„ „ geschlossen	0,63	3,75	5,66	12,06

Die Zeitdauer der Extraströme ist also bei geschlossener secundärer Spirale weit grösser, ganz entsprechend den oben ausgeführten Betrachtungen.

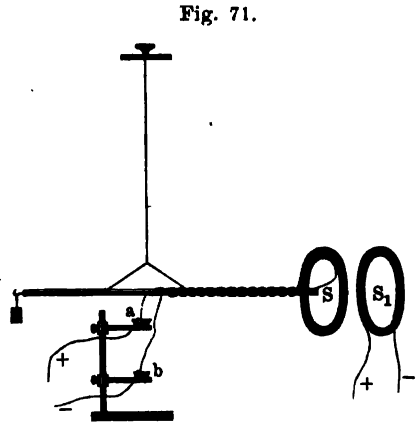
Bei Anwendung eines Eisenkernes ist die Verzögerung des Schliessungsstromes viel bedeutender, als die des Oeffnungsstromes.

238 Leitet man die Inductionsströme nur durch die Bifilarrolle des Dynamometers, durch die feste Rolle aber einen constanten Strom von der Intensität I, und ist die variable Intensität des Inductionsstromes gleich i, seine Zeitdauer t, so ist die die Bifilarrolle ablenkende Kraft

$$\int_0^t Iidt = I\int_0^t idt.$$

In diesem Falle ist die Ablenkung nur von der Gesammtintensität des Inductionsstromes, nicht von seiner Zeitdauer abhängig, vorausgesetzt immer, dass dieselbe gegen die Schwingungsdauer der Bifilarrolle klein ist. Dies zeigen auch die folgenden Versuche von Lallemand[1]). Er befestigte an dem einen Arm des Hebels einer Drehwage eine flache Spirale S, Fig. 71, deren Enden in zwei, in der Drehungsaxe des Hebels befindliche Quecksilbernäpfe a und b eintauchten. Der Hebel hing an einem Messingdraht. Seitlich war neben der Spirale S eine zweite gleiche Spirale S_1 fest aufgestellt.

Fig. 71.



Wurde durch die Spirale S_1 ein constanter Strom geleitet, durch die Spirale S aber inducirte Ströme in der einen oder anderen Richtung, so war die elektrodynamische Wirkung, welche dem Torsionswinkel T entsprach, um den man den Kopf der Drehwage drehen musste, um die Spirale S an ihre frühere Stelle zu bringen, der Intensität I des die

[1]) Lallemand, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 22, 19, 1848.

inducirten Ströme erzeugenden, inducirenden Stromes proportional, wie z. B. die folgende Tabelle ergiebt:

I	0,30	0,44	0,75	0,82	0,98
T	220	337	575	640	795
const T/I	733	766	767	780	811

Ferner wurde die Spirale S in sich geschlossen und durch die Spirale S_1 ein constanter Strom geleitet. Beim Schliessen dieses Stromes wurde ein Strom in S inducirt, der eine Abstossung von S, beim Oeffnen ein Strom, der eine Anziehung von S zur Folge hatte.

Dabei war die durch den Schliessungsstrom erzeugte Abstossung grösser, als die durch den Oeffnungsstrom bewirkte Anziehung. Entsprechend tritt bei schnell wiederholtem Oeffnen und Schliessen des Stromes in S_1 vermittelst eines Commutators Abstossung von S ein. Hier ist also die elektrodynamische Wirkung des Schliessungsstromes grösser, als die des Oeffnungsstromes. Der Grund hiervon ist, dass der Oeffnungsinductionsstrom noch einige Zeit nach dem Oeffnen des inducirenden Stromes fortdauert, so dass die elektrodynamische Wirkung des letzteren auf den ersteren nicht während der ganzen Zeit seines Verlaufes ausgeübt wird, während dagegen der Schliessungsstrom sich ganz innerhalb der Dauer des inducirenden Stromes bildet und so während seines ganzen Verlaufes die elektrodynamische Abstossung durch denselben erleidet.

Werden indess durch die Spirale S abwechselnd die in einer besonderen Inductionsspirale erzeugten Oeffnungs- und Schliessungsströme geleitet, durch S_1 aber ein continuirlicher Strom, so heben sich die elektrodynamischen Wirkungen gerade auf.

Auch wenn durch die Spirale S_1 inducirte Ströme von constanter Intensität geleitet wurden, welche in der in sich geschlossenen Spirale S tertiäre Ströme inducirten, ergaben sich analoge Resultate[1]).

4. Thermische Wirkungen.

239 Die thermischen Wirkungen der Inductionsströme entsprechen ihren elektrodynamischen Wirkungen, wenn sie gleichzeitig durch beide Rollen des Dynamometers geleitet werden. Sie sind ebenfalls der Summe der Quadrate der Intensitäten der inducirten Ströme in jedem Moment proportional. Dies hat Edlund[2]) nachgewiesen, indem er in einer Inductionsrolle von 118 mm Länge und 135 mm innerem Durchmesser von 0,75 mm dickem Kupferdraht durch Oeffnen und Schliessen einer hineingeschobenen und vom Strom durchflossenen inducirenden Spirale ver-

---

[1]) Die von Lallemand (Ann. de Chim. et de Phys. [3] 32, 432, 1851) beim Hindurchleiten der Inductionsströme durch beide Rollen S und S_1 erhaltenen Resultate konnten wegen Nichtbeachtung der oben erwähnten Umstände, sowie wegen nicht vollständiger Anwendung des Ohm'schen Gesetzes keine allgemeineren Resultate geben. — [2]) Edlund, Pogg. Ann. 123, 193 u. f., 1864.

mittelst eines Zahnrades Inductionsströme erregte und sie entweder durch ein Dynamometer oder durch einen dünnen, zwischen zwei Messingsäulen ausgespannten Platindraht leitete. Gegen denselben waren an zwei gegenüber liegenden Stellen ein cylindrisches Wismuth- und Antimonstückchen gedrückt, welche mit einem Spiegelgalvanometer in Verbindung standen. Die Ausschläge G des letzteren waren den Temperaturerhöhungen proportional. So war unter Anderem bei fünf verschiedenen Stromintensitäten und Dynamometerausschlägen D bei einer gleichen Zahl von Unterbrechungen:

D	98,8	73,7	52,4	40,9	18,3
G	113,3	82,8	60,1	46,8	20,3
$G = 1{,}14\,D$ (ber.)	112,6	84,1	59,7	46,6	20,9

Dasselbe Verhältniss zeigte sich, als bei jeder Unterbrechung des inducirenden Stromes an Stelle der Säule durch eine besondere Feder am Unterbrechungsrade eine Nebenschliessung in den inducirenden Kreis eingefügt wurde.

Bei öfterem Schliessen und Oeffnen waren sowohl die Dynamometerwie die Galvanometerausschläge der Zahl der Unterbrechungen proportional; die Inductionsströme waren also jedesmal bis zum Maximum angewachsen.

240 Schon §. 93 haben wir erwähnt, dass bei dem Ansteigen eines geschlossenen Stromes die während der Lösung eines Aequivalentes Zink entwickelte Wärmemenge einen um den Werth $A_a = R\,(I - i)\,i$ kleineren Arbeitswerth besitzt, als ohne die Inductionswirkungen, wo R der Widerstand der Schliessung, i und I die Stromintensitäten mit und ohne Induction sind. Nach §. 197 können wir die Intensität i durch die Formel $i = I\,(1 - e^{-t/c})$ ausdrücken, wo $c = L/R$ eine von dem Widerstand R und dem Potential L der Spirale auf sich selbst abhängige Constante ist. Wird dieser Werth in die Gleichung für A_a eingeführt, so ist die während der ganzen Zeit des Ansteigens der Intensität des Stromes geleistete Nebenarbeit

$$A_a = R\int_0^\infty I^2 e^{-\frac{t}{c}}\left(1 - e^{-\frac{t}{c}}\right) dt = \frac{1}{2}\,RcI^2 = \frac{1}{2}\,LI^2 \quad . \quad . \quad 2)$$

Sie ist also dem halben Potential der Spirale auf sich selbst gleich.

Diese Arbeit wird zur Erzeugung des Stromes selbst verwendet. Sie ist gleich der Arbeit, welche erforderlich wäre, um die Spirale, in welcher die Induction stattfindet, während der Strom I sie durchfliesst, in eine Form zu bringen, in der ihre Windungen keine Induction auf einander ausüben [1]).

[1]) Vergl. ferner einige Betrachtungen von Marié Davy über das allmähliche Anwachsen des Stromes, welche er an die Voraussetzung einer vielleicht vorhandenen „Diathermanität der Körper für Elektricität“ knüpft. Compt. rend. 52, 917, 958 und 1243, 1861.

Die auf diese Weise nicht sichtbar auftretende Nebenarbeit erscheint demnach als potentielle Energie. Sie entspricht der Erzeugung des Magnetfeldes, welches durch die vom Strom durchflossene Spirale dargestellt wird. Ob sie in einer für uns unmerkbaren Bewegung des Mediums besteht, in welchem der Leiter liegt, werden wir im Schlusscapitel betrachten.

Wird nach Herstellung des Stromes die Säule aus dem Schliessungskreise entfernt und an ihre Stelle ein Draht von gleichem Widerstand mit ihr gesetzt, so ist die Intensität des Oeffnungsstromes in jedem Moment $i_o = Ie^{-\frac{t}{c}}$; also die ganze durch denselben gethane Arbeit gleich

$$A_o = R\int_0^\infty \left(Ie^{-\frac{t}{c}}\right)^2 dt = \frac{1}{2} RcI^2 = \frac{1}{2} LI^2.$$

Diese Arbeit tritt im Schliessungskreise als Wärme auf. Dabei wird also der ganze durch den Anfangsextrastrom bewirkte Wärmeverlust im Schliessungskreise wieder gewonnen. Wäre der Widerstand desselben hierbei nicht mehr R, so bliebe doch der Werth $^1/_2\, LI^2$ constant und die gethane Arbeit A_o wäre dieselbe [1]).

Wird der Schliessungskreis einfach unterbrochen, ohne durch einen an die Stelle der Säule gesetzten Draht zugleich wieder geschlossen zu werden, so zeigt sich die durch den Oeffnungsstrom erzeugte Wärme namentlich im Oeffnungsfunken.

241 Befindet sich in der in den Schliessungskreis eingesetzten Spirale ein Eisenkern, so wird der beim Schliessen des Stromes entstehende Extrastrom intensiver, der Wärmeverlust in dem Schliessungskreise und die Arbeit A_a ist bedeutender. Die letztere wird hier, ausser zur Strombildung, zum grossen Theil auch auf die Magnetisirung des Eisens verwendet. Sie wird, wie vorher, beim Oeffnen der Schliessung und bei der dabei erfolgenden Entmagnetisirung des Eisens als Wärme wieder gewonnen. Indess ist dies nur insoweit richtig, als die Theilchen des Eisens unendlich leicht beweglich gedacht werden. Da dies nicht der Fall ist, sondern sie sich bei ihrer Umlagerung während der Magnetisirung an einander reiben, so wird ein Theil der Arbeit A_a in dem Eisenkern selbst in Wärme verwandelt, und dieser Theil kann bei dem Oeffnen des Stromes nicht wieder gewonnen werden [2]) (s. w. u.).

Während des Andauerns der Magnetisirung eines Eisenkerns wird selbstverständlich keine Arbeit zu ihrer Erhaltung gebraucht, da die Magnetisirung in einem statischen Zustande besteht. Würden wir daher einen Schliessungskreis auf das $n$fache verlängern, dabei aber seine

---

[1]) Koosen, Pogg. Ann. 91, 436, 1854. — [2]) Helmholtz, Pogg. Ann. 91, 256, 1854.

Leitfähigkeit oder seinen Querschnitt in gleichem Verhältniss vergrössern, so würde die Intensität des Stromes dieselbe bleiben; wir könnten aber jetzt durch denselben statt eines, n Eisenkerne magnetisiren. So kann also bei gleicher Intensität der magnetische Effect des Stromes ins Unendliche wachsen, während der thermische, bei dem er beständig eine Arbeit leisten muss, ein Maximum erreicht[1]).

242 Ganz ähnliche Resultate ergeben sich, wenn man die Inductionserscheinungen in einer Spirale betrachtet, welche eine zweite inducirende umgiebt. Die in der Säule durch die chemischen Processe erzeugte Arbeit erscheint vollständig in den verschiedenen Theilen der Schliessung. Wird also der inducirende Strom wiederholt geschlossen und geöffnet, so muss sich die gesammte Wärme, welche die Kette erzeugt, in der inducirenden und inducirten Spirale vollständig wiederfinden.

Dies hat auch Edlund[2]) gezeigt, indem er durch eine inducirende Spirale den Strom einer Grove'schen Säule leitete und ihn durch ein Blitzrad unterbrach. Dabei wurde durch eine besondere, gegen letzteres schleifende Feder beim Oeffnen des Stromkreises jedesmal an Stelle der Säule ein Draht von gleichem Widerstand mit der Säule eingeschaltet, so dass auch der Oeffnungsinductionsstrom sich in demselben entwickeln konnte. Der inducirenden Spirale war eine zweite Inductionsspirale gegenübergestellt. Zuerst wurde das Verhältniss der Widerstände R und r der Schliessungskreise beider Spiralen bestimmt. Dann wurde in den Schliessungskreis beider Spiralen ein mit einem Thermoelement (vergl. §. 239) versehener Platindraht eingefügt und die Erwärmung desselben bestimmt. Etwaige Abzweigungen der Ströme aus den Leitungen in das Thermoelement und zum Galvanometer konnten durch Wechseln der Stromesrichtung eliminirt werden (die sonstigen Correcturen s. in der Originalabhandlung).

Ist die inducirte Spirale geöffnet, so sei die durch das Thermoelement beobachtete Erwärmung des Platindrahtes im inducirenden Kreise W, im inducirten w; ist die inducirte Spirale geschlossen, so seien diese Erwärmungen W_1 und w_1; dann entsprechen die Werthe WR, $W_1 R$, wr, $w_1 r$ den gesammten, in beiden Fällen in den beiden Kreisen erzeugten Wärmemengen. Da nun bei geschlossener Inductionsspirale die Stromintensität I in dem Kreise der inducirenden Spirale von dem Werth I bis auf den Werth $I - I_1$ abnimmt, so müssen in diesem Falle die Werthe $W_1 R$ und $w_1 r$ noch mit $I/(I - I_1)$ multiplicirt werden, um die Wärmeerzeugung bei gleichem Verbrauch an Zink in der erregenden Kette mit oder ohne Induction zu erhalten. So ergab sich z. B. der resultirende Werth der Wärmeerzeugung in der inducirenden Spirale

---

1) Poggendorff, Pogg. Ann. **73**, 345, 1848. — 2) Edlund, Pogg. Ann. **123**, 209 u. flgde. 1864. Siehe auch Witz, Compt. rend. **106**, 60, 1888; Beibl. **12**, 249.

U und U_1 vor und nach der Schliessung der Inductionsspirale und in der Inductionsspirale u_1:

$$U = 188{,}84, \quad U_1 = 177{,}26, \quad U - U_1 = 11{,}58, \quad u_1 = 12{,}66.$$

Der Wärmeverlust in der inducirenden Spirale beim Auftreten der Induction findet sich also in der Inductionsspirale wieder. Dasselbe Resultat ergeben andere Versuche.

Ist mithin die Intensität des Stromes in der inducirenden Spirale ohne Einfluss der Induction in einem gegebenen Moment gleich I; ist die Intensität des Inductionsstromes in der inducirten Spirale i_1, die des rückwärts in der inducirenden Spirale inducirten Stromes I_1, sind die Widerstände der Schliessungskreise beider Spiralen R und r, so ist bei gleicher Intensität des Stromes in der inducirenden Spirale, also bei gleichem Zinkverbrauch in beiden Fällen die erzeugte Wärme gleich

$$R \int I^2 dt = R \int (I - I_1)^2 dt + r \int i_1^2 dt,$$

oder

$$R \int (2 I I_1 - I_1^2) dt - r \int i_1^2 dt = 0.$$

243 Wird ein Strom in einem geschlossenen Drahtkreise inducirt, indem ihm ein zweiter vom Strom durchflossener Drahtkreis genähert oder von ihm entfernt wird, oder während umgekehrt ersterer dem letzteren gegenüber bewegt wird, so muss zu der bei der Auflösung eines Aequivalentes Zink im inducirenden Kreise entwickelten Wärme noch diejenige hinzutreten, welche der während derselben Zeit bei der relativen Bewegung der Leiter geleisteten Arbeit entspricht. Ist die letztere gleich A, das mechanische Wärmeäquivalent a, so ist mithin bei gleicher Berechnung, wie im vorigen Paragraphen

$$R \left(\int (I - I_1)^2 dt - \int I^2 dt \right) + r \int i_1^2 dt = \frac{A}{a}.$$

Besteht die Bewegung der Leiter in einer abwechselnden, in gleichen Zeiten $t - 0$ und $2t - t$ erfolgenden Annäherung und Entfernung, so sind die in beiden Zeiten in der inducirenden Spirale rückwärts inducirten Ströme einander gleich und entgegengesetzt, und dann ist die gesammte, während der Zeit 0 bis $2t$ in dem inducirenden Kreise stattfindende Erwärmung

$$R \int_0^t (I - I_1)^2 dt + R \int_t^{2t} (I + I_1)^2 dt = 2 I^2 t + 2 \int_0^t I_1^2 dt.$$

Letzterer Werth entspricht der Erwärmung durch die rückwärts in der inducirenden Spirale inducirten Ströme für sich. Er ist häufig sehr klein, so dass die Intensität und Wärmeentwickelung im primären Kreise bei der Induction fast ungeändert bleibt.

Auf diese Weise liess Edlund in einer Drahtrolle, welche auf einen mit seiner Ebene vertical gestellten Messingring von 200 mm innerem

Durchmesser und 60 mm Breite gewunden war, eine zweite, ähnliche Drahtrolle von 175 mm innerem, 190 mm äusserem Durchmesser und 34 mm Breite um eine in der Ebene der äusseren Rolle liegende Axe durch eine Triebvorrichtung mit Schwungrad 45 mal in der Secunde rotiren. Auf die Axe waren zwei mit den Enden der rotirenden Rolle verbundene und von einander isolirte Stahlcylinder aufgeschoben, gegen die zwei mit Platinblech belegte Stahlfedern schleiften. Durch die feste, äussere Rolle wurde der durch eine Sinusbussole gemessene inducirende Strom geleitet, welcher seine Intensität kaum änderte, mochte die rotirende Rolle geschlossen oder geöffnet sein oder still stehen. Die Widerstände der Drahtrollen, sowie die Erwärmungen beider Schliessungskreise wurden durch den Platindraht mit Thermoelement (vergl. §. 239) bestimmt, nachdem die Rotation 30 Secunden gedauert hatte und darauf der Stromkreis der inducirenden Rolle während 20 Secunden geöffnet war.

Dabei ergab sich z. B.

I	Erwärmung im inducirenden Kreise Inductionsspirale		Erwärmung im inducirten Kreise
	offen	geschlossen	
I. 0,608	166,6	166,9	12,8
II. 0,819	271,0	273,0	24,6

Es verhalten sich also auch, wie vorauszusehen, die Erwärmungen im inducirten Kreise etwa wie die Quadrate der Intensitäten des inducirenden Stromes.

244 Ist man auf irgend eine Art im Stande, die Intensität der Schliessungsextraströme in einem oft unterbrochenen Schliessungskreise zu vermindern, so wird die dabei entstehende Nebenarbeit kleiner, und es wächst zu gleicher Zeit die mittlere Stromintensität im Schliessungskreise, sowie die während der Auflösung einer Gewichtseinheit Zink in der Säule in demselben erzeugte Wärmemenge.

So bestimmte Favre[1]) die Wärmemenge, welche in einer Säule von fünf Smee'schen Elementen entwickelt wurde, die sich in einem Calorimeter befand und entweder durch einen geraden Draht oder eine Spirale von gleichem Widerstand mit demselben geschlossen war, während der Strom oft unterbrochen wurde. Im letzteren Falle konnte ausser dem primären Strom fast nur der Schliessungsextrastrom durch den Schliessungskreis fliessen, da der Kreis bei der Bildung des Oeffnungs-

[1]) Favre, Compt. rend. 46, 662, 1858: Favre und Laurent, ibid. 50, 651; Archives des sc. phys. et nat. Nouv. Sér. 7, 313, 1860.

stromes unterbrochen war. Die während der Entwickelung von 1 g Wasserstoff erzeugte Wärmemenge W war kleiner, als die im ersten Falle entwickelte Wärme W_0. Wurde nun um die Spirale eine zweite, in sich geschlossene Spirale oder ein Blechcylinder gelegt, so wurde die Bildung des Schliessungsextrastromes verzögert; die jetzt entwickelte Wärme W_1 war grösser als W. Zugleich war die an einer Tangentenbussole abgelesene mittlere Intensität des Stromes verstärkt.

Dasselbe Resultat haben auch Favre (l. c.) und nach ihm Soret[1]) beobachtet, als sie in den Schliessungskreis der inducirenden Spirale eines Ruhmkorff'schen Apparates eine Tangentenbussole einschalteten und abwechelnd die Inductionsspirale öffneten und in sich schlossen. — Diese Erscheinung hängt hier nicht nur von einer Verzögerung des Ganges des die Unterbrechungen herstellenden Hammerapparates und von der etwa dadurch erfolgenden längeren Schliessung des inducirenden Kreises ab; sie zeigt sich auch bei Herstellung der Unterbrechungen durch ein Uhrwerk. — Das analoge Resultat hat Soret erhalten, als er durch eine Tangentenbussole und eine einen Eisenkern enthaltende Drahtspirale einen durch ein Uhrwerk oft unterbrochenen Strom leitete und zwischen den Eisenkern und die Spirale eine in sich geschlossene Messingblechröhre schob. Auch hier nahm im letzteren Falle die Intensität des Stromes zu, obgleich durch die Inductionsströme die Blechhülle erwärmt, also durch den Strom eine äussere Arbeit geleistet wurde.

Durch die geschlossene Spirale oder die Blechhülle wird die Zeitdauer des Schliessungsextrastromes verlängert, seine Gesammtintensität in der Hauptspirale bleibt aber ungeändert. Ist die Zeitdauer der Schliessungen derselben so kurz, dass der Extrastrom bei seiner Verzögerung in derselben nicht vollständig ablaufen kann, so wächst in dieser Zeit auch noch die Intensität des in der Nebenspirale inducirten und dem Extrastrom in der Hauptspirale gleich gerichteten Stromes an; durch seine inducirende Wirkung auf letztere erzeugt er in ihr einen dem Extrastrom entgegengesetzten Strom, und die Intensität des Hauptstromes vermindert sich weniger, sie erscheint grösser bei geschlossener, als bei offener Nebenspirale. Der zweite, entgegengesetzte Theil der Inductionswirkung des Stromes in der Nebenspirale auf die Hauptspirale kann hierbei weniger hervortreten, da beim allmählichen Abnehmen seiner Intensität die primäre Schliessung schon geöffnet ist. Um auf diese Weise eine gleiche Gesammtintensität des Hauptstromes bei wiederholten Unterbrechungen desselben zu erhalten, bedarf es bei geschlossener Nebenspirale einer kürzeren Zeit, als im entgegengesetzten Falle; die dabei in der Schliessung entwickelte Wärmemenge ist also im ersten Falle grösser als im zweiten, obgleich beide Male die in der Säule entwickelte Wasserstoffmenge dieselbe ist. — Je schneller die Unter-

[1]) Soret, Arch. Nouv. Sér. 4, 66, 1859.

brechungen am Interruptor erfolgen, desto mehr muss der Einfluss der geschlossenen Spirale oder Blechhülle hervortreten, da sich dann immer kleinere Theile des Extrastromes von dem Hauptstrom subtrahiren. Ohne geschlossene Hülle nimmt die Verminderung des Hauptstromes mit wachsender Zahl der Unterbrechungen sehr bedeutend zu.

Wird in die primäre Spirale ein Eisen- oder ein Stahlkern eingeschoben, so zeigt sich bei einer gleichen Anzahl von Unterbrechungen an der Tangentenbussole eine geringere Intensität, in dem Calorimeter eine geringere Wärme im ersten, als im zweiten Falle[1]). Der Grund hiervon ist, dass die temporäre Magnetisirung des Stahles geringer ist, als die des Eisens, die Extraströme im ersteren Falle also schwächer auftreten und den primären Strom weniger schwächen als im letzteren. — In allen Fällen muss indess die gesammte Arbeitsleistung in allen Theilen des Apparates dem mechanischen Aequivalent der chemischen Processe in der Säule direct entsprechen.

245 Je schneller bei gleicher Gesammtintensität der Inductionsstrom verläuft, je grösser in jedem einzelnen Moment seine Intensität ist, desto grösser muss jene Wärmemenge ausfallen. Alle Ursachen, welche die Dauer der Inductionsströme verlängern, müssen also ihre thermischen Wirkungen vermindern.

Abria[2]) umwand z. B. die Löthstelle eines Wismuth-Antimon-Thermoelementes mit vier bis fünf Windungen von $^1/_4$ mm dickem, übersponnenem Kupferdraht, deren Enden er in den Schliessungskreis einer Iuductionsspirale einfügte. Durch einen Disjunctor konnte er durch jene Windungen einzeln die Inductionsströme leiten, welche entweder bei wiederholtem Oeffnen oder beim Schliessen einer inducirenden Spirale erzeugt worden waren.

Wurde in die Nähe der Inductionsspirale eine geschlossene Spirale oder eine Metallplatte gebracht, so verminderte sich die Wärmewirkung der Inductionsströme, und zwar je nach der Grösse der Spirale oder Platte verschieden. Wurde die geschlossene Spirale oder Platte zwischen die primäre und die inducirte Spirale geschoben, so war die Schwächung stärker, als wenn sich die inducirte Spirale zwischen der geschlossenen und primären Spirale befand, da im ersteren Falle die in der geschlossenen Spirale inducirten Ströme, welche verzögernd auf die Ströme in der Inductionsspirale zurückwirken, eine grössere Intensität besitzen.

246 Der Einfluss der Verzögerung der Strombildung durch Extraströme auf die Erwärmung lässt sich durch folgenden Versuch demonstriren. In den Schliessungskreis einer Wechselstrommaschine werden einige Glühlampen und die eine Windungsreihe einer doppelt gewundenen

---

1) Favre und Laurent, l. c. — 2) Abria, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 7, 469, 1843.

Spirale eingeschaltet. Das Licht der Lampen vermindert sich durch die Spirale und noch mehr, wenn in die Spirale ein Eisendrahtbündel eingesenkt, namentlich aber, wenn die zweite Windungsreihe in sich geschlossen wird [1]).

5. Physiologische Wirkungen.

247 Die physiologischen Wirkungen der Ströme [2]), die durch dieselben bewirkten Zuckungen der Froschschenkel und die Erschütterungen, welche durch sie dem menschlichen Körper ertheilt werden, entsprechen der Aenderung, welche die Dichtigkeit der Ströme in der Zeiteinheit erfährt [3]). Wenn daher in einem Stromkreise ein Strom in einer sehr kurzen Zeit von Null auf das Maximum seiner Intensität ansteigt und von diesem Maximum wieder auf Null herabsinkt, so ist seine physiologische Wirkung viel bedeutender, als wenn er in längerer Zeit dieselbe Intensität erreicht und wieder verschwindet. Jede Ursache also, welche das Entstehen oder Vergehen eines Stromes in einem Schliessungskreise verzögert, schwächt seine Wirkung.

Dieser Satz gilt namentlich für die Inductionsströme, welche durch ihr schnelles Ansteigen und Verschwinden besonders geeignet sind, physiologische Wirkungen hervorzubringen. Es wiederholen sich daher hier für die Stärke der physiologischen Wirkungen bis zu einem gewissen Grade dieselben Bedingungen, wie für die Stärke der erwärmenden Wirkung der Inductionsströme.

Da indess die thermische Wirkung von dem Verlaufe des Stromes doch in anderer Weise abhängt, als die physiologische, so gehen sie nicht vollständig einander parallel. So wird auch, wenn z. B. die doppelte Elektricitätsmenge mit halber Dichtigkeit aus einer grösseren Batterie entladen wird, die thermische Wirkung die gleiche, wie wenn die einfache Elektricitätsmenge mit einfacher Dichtigkeit entladen wird; die physiologische Wirkung ist im ersten Falle aber grösser.

248 Umgiebt man eine inducirende Spirale mit einer Inductionsspirale, schliesst die letztere vermittelst zweier, an ihren Enden angebrachter Handhaben durch den menschlichen Körper, und unterbricht den inducirenden Strom, indem man eine Metallspitze, welche mit dem einen Ende der Leitung desselben verbunden ist, aus einem mit dem anderen Ende der Leitung verbundenen Quecksilbernapf heraushebt, so ist die Erschütterung, welche der dabei erzeugte Inductionsstrom im Körper hervorruft, um so schwächer, je langsamer man die Spitze hebt, da dann die Intensität des inducirenden Stromes schon vor der vollständigen Unterbrechung allmählich bedeutend vermindert worden ist.

---

[1]) Lord Rayleigh, Rep. Brit. Assoc. 1884, S. 682; Beibl. 10, 49. — [2]) Wir betrachten diese Wirkungen nur insoweit, als sie zur Ergründung der physikalischen Verhältnisse der Inductionsströme dienen. — [3]) E. du Bois-Reymond, Untersuchungen 1, 258, 1848.

Verbindet man die Inductionsspirale mit dem menschlichen Körper, löst durch eine Wippe die primäre Spirale von der Säule und unterbricht unmittelbar nachher durch dieselbe Wippe die Verbindung der Inductionsspirale mit dem Körper, so ist die physiologische Wirkung die gleiche, wie bei längerer Verbindung. Es ist dies ein doppelter Beweis; einmal dafür, dass der Inductionsstrom schneller bis zum Maximum ansteigt, als der kurze Zwischenraum zwischen den beiden, durch die Wippe hergestellten Unterbrechungen dauert; sodann, dass die Wirkung des zweiten Theiles des Inductionsstromes, währenddessen seine Intensität abnimmt, viel schwächer ist, als die des ersten Theiles, währenddessen seine Intensität ansteigt [in Folge des viel langsameren Verlaufes des zweiten Theiles [1]), vergl. §. 205].

Wird die inducirende Spirale abwechselnd geöffnet und geschlossen, so hat der Oeffnungsinductionsstrom bei gleicher Gesammtintensität doch im Allgemeinen einen viel schnelleren Verlauf als der Schliessungsinductionsstrom; die durch ersteren hervorgerufenen Erschütterungen sind bedeutender, als die durch den Schliessungsstrom.

Sehr gut lassen sich die abwechselnden Erschütterungen durch den Schliessungs- und Oeffnungsinductionsstrom vermittelst des Fig. 4, §. 5 abgebildeten Schlittenapparates hervorbringen.

249 In Folge der tertiären Ströme, welche in der primären Spirale nach ihrer Schliessung durch den Inductionsstrom der secundären Spirale inducirt werden, treten bei diesen Versuchen besondere Umstände ein, welche namentlich Henry [2]) beobachtet hat.

Durch eine Bandspirale von 18 m Länge wurde der Strom eines einzelnen Daniell'schen Elementes geleitet und abwechselnd mittelst eines Quecksilbernapfes geöffnet und geschlossen. Auf die Spirale wurde eine zweite Inductionsspirale von dünnem Kupferdraht von 1660 Yards (1518 m) Länge gelegt, deren Enden durch Handhaben mit dem Körper verbunden wurden. Der Oeffnungsschlag war hier stark, der Schliessungsschlag schwach. Mit wachsender Elementenzahl wuchs der Schliessungsschlag, der Oeffnungsschlag änderte sich wenig. Bei 30 Elementen soll der erstere Schlag der stärkere gewesen sein. — Durch die Zahl der Elemente wird der Widerstand des primären Kreises zugleich mit der elektromotorischen Kraft darin vermehrt. Würde die Intensität des Stromes in ihm, nachdem sie constant geworden, ungeändert bleiben, so würde der beim Schliessen des Kreises in der eingeschalteten Spirale inducirte Extrastrom doch mit zunehmendem Widerstande eine schwächere Intensität besitzen. Der primäre Strom würde schneller zum Maximum seiner Intensität anwachsen und ebenso auch der Schliessungsinductionsstrom in der benachbarten Inductionsspirale in kürzerer Zeit, aber mit

[1]) Helmholtz, Pogg. Ann. **83**, 538, 1851. — [2]) Henry, Phil. Mag. [3] **18**, 482, 1841; Pogg. Ann. **54**, 84.

grösserer Intensität verlaufen, also stärkere physiologische Wirkungen hervorbringen. Auf den Oeffnungsstrom hat dagegen dieselbe Veränderung des primären Schliessungskreises einen geringeren Einfluss, da er in demselben weniger zu Stande kommt, indem der Kreis bei seinem Entstehen geöffnet ist.

Wird die Zahl der Windungen der inducirenden Spirale vermindert (ihr Potential auf sich selbst also kleiner), so nimmt bei gleicher Intensität des inducirenden Stromes die elektromotorische Kraft und Intensität des Extrastromes in ihr ab, und daher verläuft wiederum der secundäre Strom in der Inductionsspirale bei der Schliessung schneller; seine physiologische Wirkung ist nicht mehr so sehr viel geringer als die des Oeffnungsstromes, wie bei Anwendung einer mehrfach gewundenen Spirale.

250 Diese Ungleichheit des Verlaufes und der physiologischen Wirkungen des Oeffnungs- und Schliessungsinductionsstromes fällt zum grossen Theil fort, wenn man den Strom, statt allein durch die inducirende Rolle, noch durch eine Nebenschliessung zu derselben leitet, und diese abwechselnd schliesst und unterbricht. Dann finden die Inductionsströme, welche bei der abwechselnden Steigerung und Abnahme der Intensität des primären Stromes in der inducirenden Rolle selbst erzeugt werden, in allen Fällen eine geschlossene Bahn; ihr Verlauf ist sowohl beim Schliessen wie beim Oeffnen der Nebenleitung nicht allzu sehr verschieden. Namentlich wenn der Widerstand der Nebenschliessung gegen den Widerstand des die Säule enthaltenden Schliessungszweiges, letzterer gegen den Widerstand der inducirenden Rolle klein ist, wird der Verlauf der Inductionsströme nahezu gleich.

So beobachtete Henry, als er die beiden Enden des Drahtes einer Drahtrolle in zwei mit den Polen einer Säule verbundene Quecksilbernäpfe tauchte, sodann etwa 15 cm von dem einen Quecksilbernapf entfernt in den Draht eine hakenförmige Biegung machte und diese abwechselnd in den anderen Quecksilbernapf tauchte und herausnahm, dass er von einer der Drahtrolle benachbarten Inductionsrolle in beiden Fällen keine Erschütterungen erhielt, wohl weil sowohl beim Eintauchen, als auch beim Herausziehen des Hakens die in der primären Rolle entstehenden Inductionsströme zu sehr den Inductionsstrom verzögerten, als dass man seine physiologische Wirkung hätte wahrnehmen können [1]).

Diese Resultate stimmen mit den Berechnungen von E. du Bois-Reymond (§. 205 u. flgde.) vollkommen überein.

251 Will man den du Bois'schen Schlittenapparat unter Anwendung einer besonderen Nebenschliessung zur Erzeugung von gleichmässig ver-

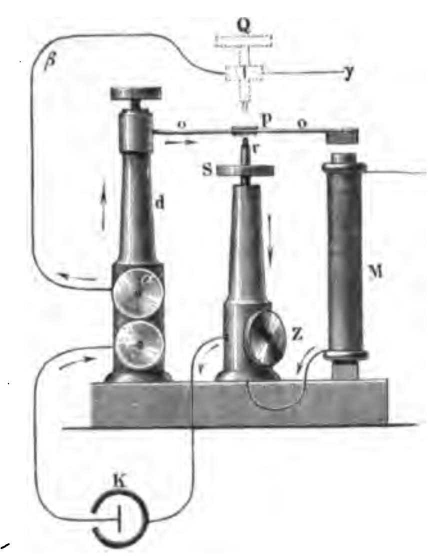
[1]) Henry, Pogg. Ann. 54, 87, 1841.

laufenden Schliessungs- und Oeffnungsinductionsströmen verwenden, so ändert man den stromunterbrechenden Theil desselben, nach Helmholtz[1]), in folgender Art ab.

Der eine Pol der Säule K, Fig. 72, wird mit der, die schwingende Feder oo des Wagner'schen Hammers tragenden Messingsäule d verbunden. Von dieser Säule führt vermittelst der Klemmschraube α eine Drahtverbindung direct zu dem einen Ende y der inducirenden Drahtrolle A. Das andere Ende x derselben ist in Verbindung mit den Umwindungen des Elektromagnetes M, welcher sich unter dem vorderen, den Anker tragenden Ende der Feder oo befindet. Das andere Ende der Umwindungen ist mit der Messingsäule Z und diese wiederum mit dem zweiten Pole der Säule K verbunden. Oben trägt die Säule S eine Messingschraube, die oberhalb in eine Platinspitze endigt. Ihr gegenüber ist unterhalb an der Feder oo ein Platinplättchen r angelöthet. — Der den Kreis $K\alpha\beta yAxMK$ durchfliessende Strom erregt den Magnet M, welcher seinen Anker und die Feder oo herunterzieht, so dass das Plättchen r gegen die Platinspitze der Schraube S gegenschlägt. Dadurch ist eine Nebenleitung geschlossen, welche aus den Säulen d und Z und dem hinteren Theile der Feder oo besteht.



Fig. 72.



Der Strom in dem erst erwähnten Theile der Schliessung wird hierdurch so geschwächt, dass der Magnet M den Anker loslässt, die Feder oo zurückschnellt, und so die Nebenleitung geöffnet wird u. s. f.

Will man den Apparat auch ohne Nebenschliessung auf die früher (§. 5) angegebene Art verwenden können, so befestigt man auf der Feder oo auch oberhalb ein Platinplättchen p und stellt demselben, wie auch in Fig. 72 in punktirter Zeichnung angegeben ist, von oben eine Schraube Q mit Platinspitze gegenüber, welche direct mit dem Ende y der inducirenden Spirale verbunden ist. Die Schraube Q ist bei Anwendung der Nebenschliessung in die Höhe geschraubt. Schraubt man sie herunter, dass die Feder oo in der Ruhelage gegen sie gegendrückt,

---

[1]) Vergleiche E. du Bois-Reymond, Monatsber. der Berliner Akademie, 26. Juni 1862. Wundt, du Bois u. Reichert's Archiv 1859, S. 538 u. 550.

senkt die Schraube S so weit, dass die Feder bei ihren Schwingungen sie nicht mehr berührt, und entfernt endlich den Draht β, so entspricht der Apparat völlig der Fig. 4, §. 5 gezeichneten Einrichtung.

252 Die Nähe geschlossener metallischer Leitungen kann gleichfalls die physiologischen Wirkungen der Inductionsströme ändern. So legte Henry (l. c.) auf seine Inductionsrolle von (1500 m) Kupferdraht ein Gewinde von nur drei Windungen Kupferband und leitete durch letzteres einen Strom. Die durch die Inductionsrolle erzeugten Oeffnungs- und Schliessungsschläge waren gleich fühlbar. Nun wurde eine Bandspirale A von 60 Fuss (18 m) Länge in den Schliessungskreis der Kette eingeschaltet, so dass sie nicht inducirend wirken konnte. Der Schliessungsschlag war kaum wahrnehmbar, der Oeffnungsschlag war nicht vermindert. Wurde jetzt in die Spirale A eine zweite gleiche Spirale B so eingelegt, dass ihre Windungen denen der ersteren parallel waren, so blieben die Erscheinungen ungeändert, so lange B geöffnet war. Wurde sie aber in sich geschlossen, so war der Schliessungsschlag fast ebenso stark, wie ohne Anwendung der Spirale A. Der Oeffnungsschlag war wenig geändert. — Der Grund hiervon ergiebt sich aus §. 202. Bei der Schliessung des primären Kreises wächst der inducirende Strom anfangs schneller an, wenn die Spirale B in sich geschlossen ist, als im gegentheiligen Falle. Die physiologische Wirkung des Inductionsstromes in der Inductionsspirale ist stärker. Die später erfolgende Verzögerung des Anwachsens des primären Stromes bis zu seinem völligen Maximum vermag nicht eine so grosse Verminderung der physiologischen Wirkung des secundären Stromes zu bewirken, wie dieselbe durch das aufängliche schnellere Ansteigen des primären Stromes gesteigert wird.

Stellt man ferner zwei Bandspiralen A und B parallel einander gegenüber, verbindet die Enden der einen durch zwei Handhaben mit den Händen und leitet durch die andere einen Strom, den man nachher öffnet, so erhält man eine Erschütterung, welche nicht geschwächt wird, wenn man zwischen die Spiralen schlechte Leiter, z. B. Holzplatten, einschaltet. Schiebt man aber zwischen dieselben ein nicht zu dünnes Blech von Kupfer oder Messing, so wird die physiologische Wirkung bedeutend vermindert. Dasselbe geschieht, wenn zwischen die Spiralen eine dritte, in sich geschlossene Spirale gestellt wird. Je geringer der Widerstand des Schliessungskreises der letzteren ist, desto grösser ist die Schwächung; also ist sie bedeutender, wenn die Schliessung durch einen Metalldraht, als wenn sie durch eine ihm an Länge gleiche Wassersäule geschieht.

Stellt man zwischen die inducirende und die inducirte Spirale A und B eine Metallplatte, welche mit einem radialen Einschnitt versehen ist, so können in ihr keine Inductionsströme entstehen; ihr Einfluss auf die physiologische Wirkung der in B inducirten Ströme verschwindet. Verbindet man aber die beiden Ränder des Einschnittes der Metallplatte

mit einem Galvanometer oder mit einer kleinen Magnetisirungsspirale, in welche man eine Stahlnadel einlegt, so zeigt die Ablenkung der Magnetnadel des ersteren, sowie die Magnetisirung der letzteren beim Oeffnen des Stromkreises der Spirale *A* an, dass in der Platte ein Strom entstanden ist, welcher dem primären Strom in der inducirenden Spirale gleichgerichtet ist, also durch Induction von Strömen höherer Ordnung in Spirale *B* die direct in ihr erzeugten Inductionsströme verzögern kann.

Wendet man an Stelle der Bandspiralen eine gewöhnliche cylindrische Spirale von dickerem Draht an, durch welche man einen Strom leitet, und die mit einer Inductionsspirale von langem, dünnem Draht umgeben ist, so werden die durch den Inductionsstrom in letzterer bei öfterer Unterbrechung des inducirenden Stromes erzeugten Erschütterungen gleichfalls durch Zwischenschieben eines in sich geschlossenen Cylinders von Kupfer- oder Messingblech geschwächt. Dieser Vorrichtung bedient man sich zuweilen bei den zu medicinischen Zwecken dienenden Inductionsapparaten, um durch mehr oder weniger weites Zwischenschieben des Blechcylinders zwischen die, durch einen Wagner'schen Hammer mit der Säule verbundene inducirende und die inducirte Spirale die Intensität der physiologischen Wirkung zu reguliren. — Ist der Blechcylinder der Länge nach aufgeschlitzt, so bietet er den Inductionsströmen keine geschlossene Bahn und hemmt die physiologische Wirkung nicht.

253 Aehnliche Versuche, namentlich auch über die Einwirkung von Eisencylindern, welche zwischen die inducirende und Inductionsspirale gebracht werden, sind von Villari[1]) angestellt worden. Die 15 cm lange, inducirende Spirale des du Bois'schen Schlittenapparates wurde mit einem Daniell'schen Element verbunden und an einer Stelle der Schliessung ein Quecksilbernapf eingefügt, um den Stromkreis leicht öffnen und schliessen zu können. Die inducirte Spirale war mit einem Froschpräparat verbunden. Ueber die inducirende Spirale wurden verschiedene Blechcylinder geschoben und der Abstand a der einander zugekehrten Enden beider Spiralen gemessen, bei welchen das Froschpräparat noch merklich zuckte. a ist positiv, wenn die Spiralen dabei über einander geschoben werden müssen.

Bei Verlängerung der Röhren vermehrt sich die Wirkung derselben, so dass Villari bis zu 50 cm lange Röhren verwendete.

Die Dicke der Röhren ist nicht von sehr grossem Einfluss. Es wurden deshalb dünne Blechröhren verwendet. Bei zwei Versuchsreihen mit 50 cm langen Röhren ergab sich der Abstand a:

---

[1]) Villari, Rendiconto del Istituto Lombardo 1869, 15. April; 1870, 29. December.

	Eisen		Kupfer		Zink	
	I	II	I	II	I	II
Spirale allein . . .	— 68	— 41	— 55	— 42	— 48	— 39
Röhre geschlossen .	— 118	— 80	— 17	— 10	— 25	— 18
Röhre offen . . .	— 192	— 168	— 112	— 101	— 92	— 85

Die geschlossene Kupferröhre vermindert also die Inductionswirkung mehr als die Zinkröhre, offenbar in Folge der besseren Leitungsfähigkeit. Die Eisenröhre vermehrt aber die Wirkung. Die offenen Röhren vermehren die Wirkung in allen Fällen. Wurde die Kupferröhre durch vier von einander getrennte, auf einen Holzcylinder parallel neben einander geklebte Kupferstreifen ersetzt, so war die Wirkung fast Null; war sie aus einem unter Zwischenlegung eines Papierblattes zweimal über einander gewundenen Kupferblech gebildet, so war die Wirkung sehr bedeutend. Hier entstehen in den über der inducirenden Spirale befindlichen Theilen der Röhren Ströme, welche sich, wenn die Röhren geschlossen sind, in sich ausgleichen. Ist die Röhre aber offen und verhältnissmässig lang, so gleichen sich diese Ströme in den von der inducirenden Spirale entfernteren Theilen der Röhre aus und erzeugen so in denselben Ströme, welche den über der Spirale verlaufenden entgegengerichtet sind. Diese Ströme bedingen dann in der Inductionsspirale bei ihrem Entstehen Ströme, welche den durch die inducirende Spirale hervorgerufenen gleich gerichtet sind und sie verstärken.

Durch Anlegen der amalgamirten Enden der zu einem Galvanometer führenden Drähte an verschiedene Stellen der Kanten der offenen Röhren kann man direct diese Stromesrichtungen nachweisen. Selbstverständlich hat die Einschaltung der Röhren auf die galvanometrische Wirkung der Inductionsströme keinen Einfluss.

Ist die Inductionsspirale ganz über die inducirende geschoben, und wird in den Schliessungskreis der inducirten ein so grosser Widerstand w eingeschaltet, dass nur gerade noch das Froschpräparat in der Schliessung der Inductionsspirale eine Wirkung angiebt, so muss bei Zwischenlegung der Röhren zwischen beide Spiralen der Widerstand w in allen Fällen vermindert werden, um wieder eine Zuckung hervorzubringen. Die Röhren schwächen also stets die Wirkung. So ergab sich für w:

	Eisen		Kupfer	
	I	II	I	II
Spirale allein	178	103	—	—
Röhre geschlossen . .	67	32	77	44
Röhre offen	122	69	165	84

Die Eisenröhre schwächt also viel stärker, indem die in ihr erzeugten Inductionsströme sie zugleich magnetisiren. Die offenen Röhren wirken selbstverständlich schwächer als die geschlossenen.

Da Metallmassen ganz dieselbe verzögernde Wirkung auf die Bildung der Extraströme ausüben, wie auf die Bildung der anderen Inductionsströme, so wird auch durch ihre Nähe die physiologische Wirkung der Extraströme geschwächt. Verbindet man die Enden einer Inductionsrolle von langem dünnem Draht direct mit den Polen der Säule und bringt an irgend einer Stelle des Schliessungskreises vermittelst eines Quecksilbernapfes eine Unterbrechungsstelle an, an deren beiden Seiten Handhaben an den Leitungsdrähten befestigt sind, die man mit den Händen ergreift, so erhält man beim Oeffnen der Verbindung mit der Säule einen stärkeren Schlag, wenn sich in der Spirale kein Metallcylinder befindet, als wenn man einen solchen in die Spirale einschiebt. — Ist die Spirale mit einer zweiten Spirale umgeben, so ändert diese die physiologische Wirkung des Extrastromes nicht, wenn ihre Enden nicht verbunden sind, sie schwächt sie wenig, wenn die Enden durch eine lange Wassersäule, stark dagegen, wenn sie durch einen guten Leiter verbunden sind u. s. f.[1]).

Die Einflüsse der Inductionsströme auf die temporäre und permanente Magnetisirung, ebenso die Funkenentladung derselben bei einer Unterbrechung ihrer Schliessung durch eine Gasschicht werden wir in einem besonderen Abschnitte behandeln.

6. Magnetische Wirkungen.

α) Zeit zum Entstehen und Verschwinden des Magnetismus. Anomale Magnetisirung.

254 α) Zeitlicher Verlauf der Magnetisirung. Magnetisirt man eine Eisenmasse, sei es durch Einwirkung des Erdmagnetismus oder eines Magnetes, sei es durch eine Magnetisirungsspirale, so vergeht eine gewisse Zeit, ehe das Eisen das Maximum des durch die einwirkenden Kräfte in ihm zu erregenden Magnetismus angenommen hat; ferner verliert nach dem Aufhören jener Kräfte das Eisen nur allmählich den Magnetismus.

Diese Erscheinung kann einen doppelten Grund haben.

Einmal können die Molecüle des Eisens Zeit brauchen, um den jedesmal auf sie wirkenden magnetischen Kräften in die ihnen dadurch gebotenen Lagen zu folgen und nach Aufhebung derselben in ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurückzukehren; ähnlich wie ein Stab, welcher durch mechanische Kräfte gebogen oder tordirt wird, erst nach einiger Zeit das Maximum seiner Torsion und Biegung, und nach Entfernung der seine Gestalt verändernden Kräfte erst allmählich die neue, permanent veränderte Gestalt annimmt.

Für diese Annahme haben wir noch keine directen Beweise. Die Versuche, nach denen eine über einer rotirenden Eisenplatte aufgehängte

[1]) Vergl. auch Masson und Breguet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 4, 129, 1842.

Magnetnadel der Rotation viel schneller folgt, als über einer rotirenden Kupferplatte, woraus man auf ein Andauern des Magnetismus in den jeweilen unter der Nadel hindurchgegangenen Theilen der Eisenplatte schloss, sind nicht beweiskräftig (siehe das Capitel „Induction in körperlichen Leitern").

Sodann aber werden in der Magnetisirungsspirale beim Beginn und beim Aufhören des magnetisirenden Stromes Extraströme und in der Masse des Eisens selbst Inductionsströme erzeugt, welche dieselbe Erscheinung zur Folge haben. Es ist schwierig zu bestimmen, ob beide Ursachen neben einander wirken können.

255 Wir wollen zunächst die Wirkung der Inductionsströme betrachten. Es werde ein Eisenstab in eine Spirale eingelegt und dieselbe mit der Säule verbunden. Dann werden zunächst in ihr Extraströme erzeugt, welche das Ansteigen des magnetisirenden Stromes und mithin auch die temporäre Magnetisirung des Eisens bis zu einem Maximum verzögern. Ebenso entstehen in der Eisenmasse beim Ansteigen des Stromes ihm entgegengerichtete Inductionsströme, welche in gleicher Weise wirken.

Zugleich werden rückwärts durch das Ansteigen des Magnetismus in der Magnetisirungsspirale Extraströme inducirt, welche, ebenso wie die durch die Wirkung der Spirale auf sich selbst in ihr inducirten Extraströme, das Ansteigen des Stromes in ihr verzögern. Der Magnetismus steigt demnach langsamer an, als ohne Einfluss der Inductionsströme.

Ebenso sind die in der Eisenmasse beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes erzeugten Inductionsströme dem ersteren gleichgerichtet und ertheilen dem Eisenkern von Neuem temporären Magnetismus in dem Moment, in welchem er seinen, durch den magnetisirenden Strom erzeugten temporären Magnetismus schon verloren haben sollte; letzterer verschwindet daher noch nicht im Moment des Oeffnens, sondern erst nach einiger Zeit.

Indem ferner die an der Oeffnungsstelle der Magnetisirungsspirale durch den Oeffnungsextrastrom in besonderer Dichtigkeit angehäuften Elektricitäten sich durch die Spirale rückwärts entladen, kann auf den Magnet ein dem magnetisirenden entgegengesetzt gerichteter Strom wirken, welcher ihn theilweise oder ganz entmagnetisirt oder seine Polarität umkehrt.

Liegen in der Nähe der magnetisirten Eisenmassen in sich geschlossene, sie umgebende Spiralen oder Metallmassen, so werden auch in ihnen beim Entstehen und Vergehen des magnetisirenden Stromes und des Magnetismus des Eisenkernes Ströme inducirt, welche dem Strom in der Magnetisirungsspirale und den Molecularströmen des Eisenkernes entgegengerichtet oder gleichgerichtet sind; im ersteren Falle also die entstehende temporäre Magnetisirung des Eisenkernes vermindern, im zweiten die abnehmende Magnetisirung vermehren und so

auch die Zeitdauer des Entstehens und Vergehens des Magnetismus verlängern.

256 Die Verzögerung der Magnetisirung des Eisens bei Einwirkung einer vom Strome durchflossenen Magnetisirungsspirale, in Folge der in der Eisenmasse und den umgebenden Metallmassen und in der Magnetisirungsspirale selbst inducirten Ströme, ist vielfältig beobachtet worden. Die Elektromagnete, namentlich wenn ihre Eisenmasse bedeutend ist, erhalten erst einige Zeit, nachdem ihre Magnetisirungsspiralen mit der Säule verbunden worden sind, ihre volle Tragkraft. Vorher lässt sich der Anker auf ihnen hin- und herziehen und abreissen.

Auch die Drehung der Polarisationsebene in einem durchsichtigen, zwischen die Pole des Magnetes gestellten Körper tritt in Folge dieser langsamen Zunahme der Magnetisirung erst einige Zeit nach der Schliessung des magnetisirenden Stromes in voller Stärke hervor[1]) und man könnte aus ihrem allmählichen Anwachsen die Zunahme des Momentes des Magnetes mit der Zeit bestimmen[2]).

Setzt man auf den einen Pol eines Elektromagnetes ein Glas voll Wasser, in welchem Eisenoxydoxydul suspendirt ist, so fällt dieses erst einige Zeit nach Schliessung des magnetisirenden Stromes zu Boden[3]).

Page[4]) beobachtete, dass erst etwa eine halbe bis dreiviertel Secunden nach dem Schliessen des Stromkreises einer um einen Eisenmagnet gewickelten Spirale der Oeffnungsfunken ein Maximum der Helligkeit erreicht, so dass also erst dann der Magnetismus des Eisenkernes ein Maximum erlangt hat, und beim Verschwinden desselben in der umgebenden Spirale der stärkste Strom erzeugt wird.

Lord Rayleigh[5]) hatte bei den Bd. III, S. 472 beschriebenen Versuchen beobachtet, dass, nachdem der auf Eisen wirkende Strom constant geworden war, die an einem Magnetometer beobachtete Magnetisirung des Eisens noch längere Zeit zunahm.

257 Ewing[6]) hat dies weiter untersucht, indem er als Magnetometer einen leichten Spiegel von Sir W. Thomson und meist gerade, 0,404 cm dicke und 39,6 cm lange, durch Glühen weich gemachte Eisenstäbe anwendete, welche in der magnetischen Ost-Westebene mit ihrem oberen Ende 6 cm vom Spiegel in verticaler Richtung befestigt waren. Die Ablenkung der Magnetisirungsspirale war compensirt, ebenso die Wirkung des Erdmagnetismus durch eine zweite, von einem constanten Strom durchflossene, die erste Spirale umgebende Compensationsspirale aufgehoben.

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 19, §. 2170, 1846 und 3, 466, 1846. — [2]) Bichat, Ann. scient. de l'école normale [2] 10, 277, 1873. — [3]) Plücker, Pogg. Ann. 94, 40, 1855. — [4]) Page, Amer. Journ. [2] 11, 66; Krönig's Journ. 1, 249, 1851. — [5]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. [5] 23, 225, 1887; Beibl. 11, 363. — [6]) Ewing, Proc. Roy. Soc. London 46, 269, 1889; Beibl. 14, 63.

Auch hier wurde nach dem Schliessen des Stromes eine Zunahme der Ablenkung beobachtet, und ebenso die bekannte allmähliche Abnahme nach dem Oeffnen. Aehnlich verhält es sich, wie bekannt, beim Umkehren der magnetisirenden Kraft und bei allmählicher Steigerung derselben. Ist die vorhergehende magnetische Kraft längere Zeit in Wirksamkeit gewesen, so wächst bei kleinen Zunahmen derselben die Magnetisirung viel langsamer an, als wenn sie nur kurze Zeit gewirkt hat. So wurde z. B. die magnetisirende Kraft auf 2 bis 3 C.-G.-S.-Einheiten gesteigert und durch Kurzschluss von 1 Ohm in der Schliessung eine kleine Steigerung derselben bewirkt, wobei durch die Compensationsrolle die unmittelbare Wirkung dieser Steigerung compensirt wurde. Dann wurde der Eisenstab durch abwechselnd gerichtete, immer schwächere Ströme entmagnetisirt und die magnetisirende Kraft bis 2,54 C.-G.-S. gesteigert. Darauf wurde wieder 1 Ohm durch Kurzschluss ausgeschaltet, wobei die Kraft auf 2,60 C.-G.-S. stieg und während zehn Minuten der Magnetismus wuchs. Darauf blieb der magnetisirende Strom 50 Minuten constant, wieder wurde 1 Ohm entfernt und die Kraft auf 2,66 gesteigert, wobei wieder ein Ansteigen beobachtet wurde, aber ein im Verhältniss von 531 : 220 kleineres. Eine Erschütterung des Stabes steigerte den Magnetismus plötzlich, wonach das Ansteigen mit der Zeit sehr langsam wurde. Wurde die magnetisirende Kraft um einen kleinen Werth durch Kurzschluss periodisch gesteigert und auf den früheren Werth vermindert, so wurden die Wirkungen erst nach häufiger Wiederholung cyklisch. Anfangs stieg der Magnetismus dabei. — Wurde das Eisen durch mechanische Spannung gehärtet, so verschwanden diese Erscheinungen fast vollständig, ebenso in hartem oder käuflichem Stahl. — Die langsame Aenderung der Magnetisirung kann nicht dem Verschwinden der Circularströme zugeschrieben werden, welche durch die longitudinale magnetisirende Kraft erzeugt wurden, da dasselbe sowohl bei plötzlicher oder langsamer Wirkung der magnetisirenden Kraft stattfindet. — Der Durchmesser der Drähte hatte einen sehr grossen Einfluss; die langsame Aenderung war in dünneren Drähten weniger merklich, in einem Bündel von neun dünnen Eisendrähten war sie sehr klein im Verhältniss zu einem massiven Draht von derselben Dicke; bei einem stärkeren Bündel war sie fast unmerklich.

Ebenso ist zum Verschwinden des temporären Magnetismus eines Elektromagnetes eine gewisse Zeit erforderlich. 258

So gaben bei dem Versuche von Page[1]) die den Magnet umgebenden Spiralen noch etwa eine halbe Secunde nach dem Unterbrechen der Verbindung mit der Säule bei directer Verbindung ihrer Enden Funken.

---

[1]) Vergleiche auch Quet, Compt. rend. 35, 749, 1852.

Auch zur Umkehrung des Magnetismus eines Magnetes bedarf es einer längeren Zeit.

Für die Aenderung der Magnetisirung eines hufeisenförmigen Elektromagnetes beim Auflegen des Ankers ist ebenfalls eine gewisse Zeit erforderlich. Legt man den Anker mit seinem einen Ende auf die eine Polfläche und schlägt mit seinem anderen Ende schnell auf die andere Polfläche, so kann man es sogleich wieder von derselben abheben. Bei längerer Berührung mit den beiden Polflächen haftet der Anker indess ganz fest. — Dasselbe fand Sinsteden [1]) an einem Stahlmagnet, welcher 55 kg trug.

259 Erregt man die beiden Pole eines starken Elektromagnetes nicht gleich stark, legt Halbanker darauf, welche mit conisch zugespitzten Flächen einander gegenüberstehen und bedeckt sie mit einer Glasplatte, so legen sich darauf gestreute Eisenfeile in die Verbindungslinie der beiden Polspitzen. Kehrt man dann den den Magnet erregenden Strom so um, dass der früher schwächer erregte Pol der stärkere wird, so bewegen sich erst etwa zwei Secunden nach dem Wechsel der Richtung des Stromes die Eisenfeile [2]).

260 Die Verzögerung des Entstehens und Vergehens des Magnetismus beeinflusst die Bildung der Inductionsströme in den die Eisenkerne umgebenden Spiralen. Jene Inductionsströme dauern an, so lange sich der Magnetismus des Eisens ändert. Sie besitzen dieselbe Gesammtintensität, wie wenn der Magnetismus des Eisens plötzlich entstände oder verginge, ihre Zeitdauer ist aber verlängert. Der Schliessungsextrastrom in der magnetisirenden Spirale selbst dauert also beim Einlegen eines Eisenkernes in dieselbe längere Zeit, als ohne denselben. Dies zeigen unter anderem die schon §. 236 citirten Versuche von Rijke. — Beim Oeffnen des Stromes der Magnetisirungsspirale dauert dann auch noch der Oeffnungsextrastrom einige Zeit an. Ebenso verlaufen beim Herumlegen einer Inductionsspirale um die magnetisirende Spirale die in derselben beim Schliessen und Oeffnen des magnetisirenden Stromes inducirten Ströme eine gewisse Zeit lang und verändern danach ihre Wirkungen [3]).

Legt man Eisenmassen in die inducirende Spirale, so kann eine ziemliche Zeit zwischen dem Oeffnen des inducirenden und Schliessen des inducirten Stromkreises vergehen, und dennoch bemerkt man in letzterem einen Inductionsstrom in der Richtung des Oeffnungsstromes.

Beim Schliessen des inducirten Kreises nach dem Schliessen des inducirenden entsteht, wenn in die Spiralen Eisenkerne eingelegt sind, nach den übereinstimmenden Versuchen von E. du Bois-Reymond

[1]) Sinsteden, Pogg. Ann. 92, 227, 1854. — [2]) Plücker, l. c. — [3]) Vergleiche Quet, l. c.

(l. c.) und Matteucci, ein Inductionsstrom, dessen Richtung der des Schliessungsstromes entspricht. Dieser Strom ist dadurch hervorgerufen, dass der Magnetismus der Eisenkerne sich nur langsam entwickelt. Bei massiven Eisenkernen ist die Intensität dieses Stromes bedeutender, als bei einem Bündel dünner Eisendrähte.

261 Es ist jetzt zu untersuchen, ob bei der Elektromagnetisirung des Eisens hauptsächlich die Trägheit seiner Molecüle, welche etwa nur langsam ihre jedesmalige Lage verlassen, oder die magnetisirende Wirkung der in seiner Masse und in den umgebenden Metallmassen oder Spiralen erregten Inductionsströme die Verzögerung der Aenderungen des temporären Magnetismus bedingt.

Zunächst lässt sich nachweisen, dass der letztere Grund der weit überwiegende ist. Denn untersucht man einmal nach der von Helmholtz[1]) (§. 212) angegebenen Methode die Dauer des Oeffnungsstromes in einer mit einer Säule verbundenen Spirale, während in derselben ein Bündel von ganz dünnen (0,28 mm dicken), lackirten oder durch Hindurchziehen durch eine Flamme oberflächlich oxydirten Eisendrähten liegt, in dessen Masse kaum Inductionsströme entstehen können, so dauert der Strom nach dem Oeffnen nicht an, gerade wie ohne Einlegen von Eisendrähten. Werden aber die Eisendrähte dicker genommen, so dass in ihnen Inductionsströme entstehen können, so dauert der Oeffnungsstrom über die Zeit des Oeffnens hinaus.

262 Alle Ursachen sodann, welche die Bildung von Inductionsströmen in der elektromagnetischen Eisenmasse oder den sie umgebenden Metallhüllen oder Spiralen beim Beginn und Aufhören ihrer Magnetisirung hindern, also die durch jene Ströme bewirkte Verlangsamung der Aenderungen ihres magnetischen Momentes vermindern, bedingen zugleich, dass die Inductionsströme, welche bei jenen Aenderungen in den die Eisenmassen umgebenden Spiralen inducirt werden, einen schnelleren Verlauf nehmen. Ihre physiologischen und magnetisirenden Wirkungen werden also bei sonstigen gleichen Aenderungen des Momentes der Eisenkerne dadurch gesteigert.

Dies zeigt sich zuerst bei Untersuchung der Extraströme in den Spiralen. Legt man einen massiven Eisenkern in eine Drahtspirale, verbindet ihre Enden mit den Polen einer Säule und mit zwei metallenen Handhaben, welche man mit den Händen ergreift, so ist die Erschütterung beim Loslösen der Säule von der Spirale in Folge des langsamen Verschwindens des Magnetismus nicht so bedeutend, als man es nach der Stärke der Magnetisirung des Eisens erwarten sollte. Indess muss doch die durch die Inductionsströme in der Eisenmasse erzeugte neue Magnetisirung geringer sein, als die Abnahme der letzteren im Moment des

[1]) Helmholtz, Pogg. Ann. 83, 535, 1851.

Oeffnens, denn sonst würde das Einlegen des Eisenkernes die physiologische Wirkung überhaupt nicht verstärken.

Wendet man dagegen an Stelle des massiven Eisenstabes ein Bündel von dünnen Eisendrähten an, so ist die physiologische Wirkung des Extrastromes der Spirale beim Oeffnen stärker. Dies wurde zuerst von Sturgeon und Bachhoffner[1]) beobachtet. Nach Magnus[2]) findet es sogar noch statt, wenn man sich durch die Ablenkung der Nadel einer Bussole in der Nähe der Spirale überzeugt hat, dass das Eisendrahtbündel durch die magnetisirende Wirkung des Stromes in der Spirale ein etwas schwächeres magnetisches Moment erhalten hat, als der massive Eisenkern.

Werden die Drahtbündel in leichtflüssiges Metall eingegossen, so kann jetzt ein Inductionsstrom zu Stande kommen; sie wirken, nach Magnus, ebenso wie massive Kerne.

Werden die Drahtbündel in eine Röhre von leichtflüssigem Metall, von dünnem Messingblech, eingelegt, so entsteht darin beim Oeffnen des Stromkreises der Spirale durch das Verschwinden des Stromes und des Magnetismus der Eisendrähte gleichfalls ein inducirter Strom, welcher die Eisendrähte von Neuem magnetisirt. Hierdurch wird der Oeffnungsextrastrom in der Spirale verzögert und seine physiologische Wirkung geschwächt. — Je schlechter der Stoff der Röhre leitet, eine desto geringere Intensität besitzt der Inductionsstrom in ihr, desto geringer ist seine schwächende Wirkung. Deshalb vermindert z. B. eine Röhre von Neusilberblech viel weniger die physiologische Wirkung, als eine Messingröhre.

263 Spiralig gewundene Eisenbleche, welche nicht in sich geschlossen sind, verstärken nach Magnus (l. c.) die physiologische Wirkung der Extraströme beim Einsenken in eine Spirale fast ebenso stark, wie Drahtbündel; hohle, dünne, in sich geschlossene Eisenblechröhren bedeutender als massive Eisencylinder und Flintenläufe, da ihr temporärer Magnetismus nicht viel kleiner ist, als der der letzteren, die Inductionsströme in ihnen aber eine geringere Intensität besitzen. Werden die Eisenröhren aufgeschlitzt, so kann in ihnen kein Inductionsstrom entstehen und namentlich bei dickeren Röhren wird ihre, den Extrastrom der Spiralen verstärkende Wirkung bedeutend gesteigert. — Werden in solche aufgeschlitzte Eisenröhren noch Eisendrahtbündel gelegt, so werden auch diese durch den Strom in der Spirale magnetisirt und addiren ihre inducirende Wirkung zu der des Eisenrohres bei der Bildung des Extrastromes in der umgebenden Spirale. Bei einem geschlossenen Eisenrohre von etwas dickerem Metall verstärken dagegen eingelegte Eisendrahtbündel die Intensität des Extrastromes nicht, da, wie wenn das Bündel

---

[1]) Sturgeon und Bachhoffner, Annals of Electricity 1, 481. — [2]) Magnus, Pogg. Ann. 48, 95, 1839.

mit Röhren von nicht magnetischem Metall umgeben ist, durch Verschwinden des Magnetismus der Eisendrähte Inductionsströme in der Eisenröhre inducirt werden, durch deren Rückwirkung auf die Spirale die Verstärkung der Extraströme in derselben durch die Drahtbündel fast vollständig compensirt wird.

Die eben erwähnten, an den Extraströmen zu beobachtenden Erscheinungen kann man deutlicher zeigen, wenn man die Verbindung und die Loslösung der Säule von der die Eisenkerne enthaltenden und mit dem Körper verbundenen Spirale oft hinter einander mit Hülfe des Bd. I, Fig. 114, §. 303 gezeichneten Interruptors herstellt. Man kann hierzu auch den Bd. IV, §. 14, Fig. 53 gezeichneten Apparat verwenden, in dessen Spirale man die verschiedenen Eisenkerne einlegt.

Einige andere, an Extraströmen beobachtete Erscheinungen, welche auf denselben Ursachen beruhen, wie die beschriebenen, sind die folgenden. 264

Umwindet man die Schenkel eines hufeisenförmigen Elektromagnetes mit einer langen Drahtspirale, legt auf den Magnet den Anker und verbindet die Enden der Spirale durch einen Commutator erst mit einer Säule und dann mit einem Galvanometer, so weicht seine Nadel in der gleichen Richtung aus, wie wenn der durch die Spirale fliessende Strom sie abgelenkt hätte. — Bei Anwendung eines 460 m langen Spiraldrahtes konnte Magnus[1]) einen Ausschlag der Nadel erhalten, als die Spirale schon zehn Secunden von der Säule losgelöst war und dann erst mit dem Galvanometer verbunden wurde.

Bei Umwindung des Magnetes mit einer kürzeren Drahtspirale nimmt die Dauer des Phänomens ab. Wird der Anker nicht auf den Magnet gelegt, so zeigt sich die Erscheinung nicht.

Die längere Dauer des inducirten Stromes lässt sich auch auf eine andere Weise zeigen. 265

Bringt man auf die Schenkel eines Elektromagnetes Spiralen mit langem Drahte und verbindet sie mit den Polen der Säule, während gleichzeitig in den Schliessungskreis ein Galvanometer mit astatischer Nadel eingeschaltet ist, so weicht die Nadel desselben stark ab. Schaltet man durch Umlegen des Commutators die Säule aus dem Schliessungskreise aus und schliesst ihn dafür durch einen Metalldraht, so geht die Nadel des Galvanometers plötzlich auf Null zurück. Nicht so ist es, wenn der Anker auf den Elektromagnet aufgelegt ist. Dann kehrt die Nadel bei dem Umlegen des Commutators nur langsam in ihre Ruhelage zurück. In der Schliessung bleibt also noch längere Zeit ein inducirter Strom bestehen. — Ist der Draht kurz, welcher den Elektromagnet umgiebt, so kann man diese Dauer des inducirten Stromes nicht beobachten.

---

[1]) Magnus, Pogg. Ann. 38, 427, 1836.

Auch hier wird beim Verschwinden des Magnetismus in der längeren Spirale ein Strom von grösserer elektromotorischer Kraft inducirt, welcher, selbst wenn der Widerstand der Spirale so gross ist, dass seine Intensität nur die gleiche ist, wie bei einer kürzeren Spirale, dennoch im Verhältniss zu der Windungszahl auf den Eisenkern stärker magnetisirend zurückwirkt, als der Strom in der kürzeren Spirale.

266 Die Wirkung des Ankers beruht darauf, dass die einzelnen Molecüle des Magnetes durch seine Rückwirkung bei gleicher magnetisirender Kraft stärker in ihre magnetischen Lagen gerichtet werden, als ohne Anker. Wenn sie daher beim Aufheben der magnetisirenden Kraft in ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurückzukehren streben, so ertheilen die dabei in der umgebenden Spirale und in der Masse des Eisens inducirten Ströme dem Magnet von Neuem viel stärkeren Magnetismus, als wenn er nicht mit dem Anker armirt ist. Im ersteren Falle erfolgt so die Annahme des Magnetismus viel langsamer.

267 Kehrt man ferner durch einen Gyrotrop die Richtung des Stromes um, welcher durch die Magnetisirungsspirale eines Magnetes geleitet wird, der mit einem nicht zu schweren Anker versehen ist und mit seinen Schenkeln nach unten hängt, so bleibt der Anker haften, wenn die Magnetisirungsspirale kurz ist. Im gegentheiligen Falle fällt er ab. — Im ersteren Falle sind die Inductionsströme schwach, welche das Verschwinden und das Auftreten des Magnetismus verzögern. Unmittelbar beim Umschlagen des Gyrotrops tritt auch die umgekehrte Magnetisirung des Magnetes in voller Kraft ein, der Anker kann sich im Augenblick des Verschwindens des Magnetismus nur so weit vom Magnete entfernen, dass er durch dessen neu entstehenden Magnetismus wieder zu ihm herangezogen wird. — Treten aber, wie bei Anwendung längerer Inductionsspiralen, beim Umlegen des Gyrotrops stärkere Inductionsströme auf, so besteht zuerst der Magnetismus in Folge des Oeffnungsstromes fort; der Anker wird noch stark angezogen. Dann aber verschwindet der frühere und entsteht der neue, entgegengesetzte Magnetismus nur allmählich. So besitzt der Magnet längere Zeit hindurch eine sehr geringe Stärke, während welcher der Anker sich zu weit vom Magnete entfernt, als dass er bei dem Auftreten seiner ganzen neuen Magnetisirung wieder angezogen werden könnte [1]).

268 Aehnliche Resultate ergeben sich auch bei Beobachtung der physiologischen Wirkungen des Extrastromes der Spiralen, welche einen hufeisenförmigen Elektromagnet umgeben [2]).

Legt man auf das Hufeisen einen die Schenkel verbindenden Anker, so wird zwar die Einstellung der magnetischen Theilchen hierdurch be-

[1]) Vergl. P. M. Phil. Mag. [3] **3**, 19, 1833. Magnus, Pogg. Ann. **38**, 433, 1836. — [2]) Magnus, l. c. 417, 1836.

fördert, und das gesammte magnetische Moment des Hufeisenelektromagnetes nimmt zu. Beim Oeffnen des Stromes behält er aber nicht nur für sich schon einen bedeutenden remanenten Magnetismus, sondern der letztere wird durch die im Moment des Oeffnens in seiner Masse auftretenden Inductionsströme noch so gesteigert, dass in jenem Moment die Magnetisirung eher noch zu- als abnimmt. Man erhält daher nur eine sehr schwache physiologische Wirkung. Ist die Inductionsspirale lang, so giebt sie für sich, ohne Einlegen des mit dem Anker geschlossenen Hufeisenmagnetes, eine stärkere Erschütterung, als mit demselben, da nun die Ursache der Verzögerung fortfällt. Dass diese Verzögerung nicht allein durch die directe Rückwirkung der im Elektromagnet inducirten Ströme auf die umgebende Spirale bedingt ist, sondern vielmehr durch die in Folge jener Ströme bewirkte neue Magnetisirung des Magnetes im Moment des Oeffnens, zeigt sich, wenn man statt des eisernen Hufeisens in die Inductionsspirale ein ganz ebenso gestaltetes Hufeisen von Zink mit einem Anker von Zink einlegt. Dadurch werden die Erschütterungen, welche die Spirale allein giebt, nicht vermindert.

Behält man nach dem Oeffnen des Stromes die Handhaben der Magnetisirungsspirale in der Hand, während der mit seinem Anker geschlossene Elektromagnet in ihr liegt, und reisst den Anker ab, so erhält man eine sehr starke Erschütterung, da jetzt der remanente Magnetismus des Magnetes verschwindet. Sie ist noch stärker, wenn man die Enden der Spirale durch einen metallischen Leiter verbindet und ihn unterbricht, während man gleichzeitig den Anker des Magnetes abreisst. Man erhält in diesem Falle die Erschütterung durch den jedenfalls nur sehr kurze Zeit andauernden Extrastrom, welcher entsteht, wenn der beim Verschwinden des remanenten Magnetismus des Hufeisens in der Spirale inducirte Strom während seines Laufes durch die metallische Schliessung unterbrochen wird.

Der folgende Versuch schliesst sich den erwähnten unmittelbar an. 269
Man umwindet die beiden Schenkel eines hufeisenförmigen Elektromagnetes mit Spiralen, deren eine Enden mit einander verbunden sind, deren andere Enden in Quecksilbernäpfe tauchen, welche mit den Polen der Säule in Verbindung stehen, und in die mit Handhaben versehene Drähte eingesenkt sind. Man erhält dann nach Magnus (l. c.) beim Herausheben der Poldrähte der Säule aus den Quecksilbernäpfen durch den dabei erzeugten Inductionsstrom nahezu gleich starke Erschütterungen, mögen die Schenkel des Hufeisens im gleichen oder im entgegengesetzten Sinne durch den Strom in den Spiralen magnetisirt worden sein, obgleich im ersten Falle das Hufeisen eine bedeutende, im letzten keine merkliche Tragkraft besitzt. — Wenn auch der in jedem Schenkel des Hufeisens erregte Magnetismus im ersten Falle grösser ist, da die einzelnen magnetischen Molecüle beider Schenkel durch ihre gegenseitige Wirkung sich stärker in die magnetische Einstellung begeben, so ver-

schwindet doch, da sie auch nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes in ihren Lagen zum Theil verharren, der Magnetismus der Schenkel langsamer und weniger vollkommen, als im zweiten, wo die Molecüle beider Schenkel ihre ungleichnamigen Pole einander zukehren und dann nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft durch ihre Wechselwirkung in die unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurückgeführt werden.

270 Ganz analoge Erscheinungen, wie an den Extrastömen, zeigen sich auch, wenn man den primären Strom durch eine inducirende Spirale mit wenigen Drahtwindungen leitet, darüber eine Inductionsspirale mit vielen Windungen von dünnem Draht wickelt und deren Enden durch Handhaben mit dem Körper verbindet. Beim Einlegen von Eisenstäben, Drahtbündeln, Eisenröhren u. s. f. und Oeffnen des Schliessungskreises des primären Stromes sind auch hier die physiologischen Wirkungen des in der Inductionsspirale inducirten Stromes in gleicher Weise abgeändert, wie die unter gleichen Bedingungen in der magnetisirenden Spirale selbst inducirten Extraströme. — Legt man die verschiedenen §. 262 beschriebenen Eisenkerne mit oder ohne Blechhüllen in die inducirende Spirale des Schlittenapparates von E. du Bois-Reymond (§. 5) ein, schiebt die Inductionsspirale darüber und verbindet ihre Enden durch Handhaben mit dem Körper, so kann man beim Hindurchleiten eines Stromes durch den Apparat diese Erscheinungen studiren.

271 Wie wir schon §. 228 bei dem Einschieben nicht magnetischer Metallmassen zwischen die auf einander inducirend wirkenden Spiralen beobachteten, haben die Inductionsströme, welche in den in jene Spiralen eingeschobenen Eisenmassen inducirt werden und das Entstehen und Vergehen ihrer Magnetisirung verzögern, nur einen Einfluss auf die physiologischen, elektrodynamischen, thermischen u. s. f. Wirkungen der Inductionsströme in der Inductionsspirale, nicht aber auf ihr galvanometrisches Verhalten, da bei endlichem Verschwinden des ganzen Magnetismus die Gesammtintensität der in den Spiralen inducirten Ströme bei gleichem Moment der Eisenmassen unter verschiedenen Umständen sich gleich bleiben muss.

272 Dies zeigte auch Dove[1]) mittelst des Differentialinductors. Auf zwei gleiche parallele Holzröhren waren gleiche inducirende und inducirte Drahtrollen gewunden, durch erstere der Strom einer Kette geleitet und die inducirten Rollen in entgegengesetzter Richtung hinter einander mit einem Galvanometer verbunden. In die eine Röhre wurde ein Eisencylinder, ein Eisenrohr u. s. f. eingelegt, in die andere so viele 1 mm dicke Eisendrähte, dass die Inductionsströme einmal keine Ablen-

[1]) Dove, Abhandl. d. Berl. Akad. S. 124, 1841. Pogg. Ann. 49, 73, 1840; s. auch §. 466.

kung hervorbrachten, dann, dass sie dem eingeschalteten menschlichen Körper keine Erschütterung ertheilten.

So compensirten folgende Zahlen der Eisendrähte den Einfluss des Körpers in die andere Röhre:

	Für das Galvanometer	Für die Erschütterung
Stab von Schmiedeeisen	über 110 Drähte	15
Graueisen aus dem Tiegelofen .	92 „	24
Weicher Stahl	91 „	9
Weiches Eisen (Tiegelguss) . .	41 „	10
Harter Stahl	28 „	7

Zur Compensation der galvanometrischen Wirkung sind demnach mehr Drähte erforderlich, als für die Erschütterungen. Bei gleicher galvanometrischer Wirkung, d. i. bei gleichem magnetischem Moment der Eisenbündel und Stäbe ist also, ganz entsprechend den Erfahrungen des §. 262, die Erschütterung durch die die Drahtbündel enthaltende Spirale grösser, als durch die die massiven Eisen- und Stablstäbe enthaltende. Je geringer die Continuität der Masse der Eisenkerne ist, desto geringer ist der Unterschied zwischen der Zahl der Eisendrähte, welche in beiden Fällen für die Compensation erforderlich sind.

273 Die verschiedene Dauer der Inductionsströme in den massiven Kernen und Drahtbündeln bemerkt man recht deutlich, wenn man in die beiden Rollen des Differentialinductors einen massiven Eisenstab und ein Bündel Eisendrähte einlegt und die Zahl der letzteren zuerst so gross nimmt, dass die galvanometrische Wirkung des Inductionsstromes der sie enthaltenden Rolle überwiegt. Entfernt man dann die Eisendrähte allmählich, so dass die gesammte inducirende Wirkung des Eisenstabes in der anderen Rolle ganz wenig das Uebergewicht hat, so weicht beim Oeffnen des inducirenden Stromes die Nadel des mit den Inductionsrollen verbundenen Galvanometers doch erst ein wenig im Sinne des den Eisendrähten entsprechenden Inductionsstromes und dann erst nach der entgegengesetzten Seite aus. Dies beweist, dass die in der Zeiteinheit bewegte Elektricitätsmenge, welche die Nadel ablenkt, anfangs in der die Drahtbündel enthaltenden Rolle bedeutender ist, als in der den massiven Kern enthaltenden, obgleich die in der ganzen Zeit der Induction in Bewegung gesetzte Elektricitätsmenge in letzterer überwiegt. — Je grösser die Intensität des inducirenden Stromes ist, desto mehr überwiegt der Inductionsstrom der Eisenbündel in den ersten Momenten. In diesem Falle übertrifft nämlich die Wirkung des Verschwindens des Magnetismus im massiven Eisenkern die Wirkung desselben in den

Drahtbündeln erst, wenn schon die Nadel des Galvanometers in Folge der dichteren Ströme ziemlich weit aus ihrer Ruhelage abgelenkt ist. Bei ihrer geneigten Lage gegen die Windungen des Multiplicators kann dann jene überwiegende Wirkung sie nicht mehr nach der entgegengesetzten Seite ablenken. In Folge dieses secundären Umstandes müssen bei stärkeren Strömen zur Compensation der galvanometrischen Wirkung eines Eisenkernes weniger Eisendrähte verwendet werden, als bei schwächeren.

274 Analoge Erscheinungen ergeben sich, nach Dove, wenn gleich dicke und gleich lange Stücke von Flintenläufen, von denen das eine der Länge nach aufgeschnitten, das andere geschlossen ist, in die beiden Rollen des Differentialinductors eingelegt werden. Die galvanometrischen Wirkungen der Inductionsströme beider Rollen compensiren sich vollständig, und doch überwiegt die physiologische Wirkung der den aufgeschnittenen Lauf enthaltenden Rolle.

Werden in die beiden primären Spiralen des Differentialinductors die beiden gleichen Schenkel eines weichen Hufeisens eingeschoben und die Inductionsspiralen so gestellt, dass ihre entgegengesetzt gerichteten Ströme keine physiologische Wirkung hervorbringen, so bleibt dieses Verhältniss bestehen, wenn man zwischen die primäre und die Inductionsspirale der einen Rolle eine der Länge nach aufgeschnittene, zwischen die Spiralen der anderen Rolle eine gleiche, aber in sich geschlossene dünne Eisenblechröhre einschiebt. In beiden Fällen dienen die Blechröhren als Anker zu den Schenkeln des Magnetes und werden im entgegengesetzten Sinne, wie diese, magnetisirt. Beim Oeffnen des primären Stromes subtrahirt sich also ihre inducirende Wirkung von der der Schenkel des Hufeisens; indess überwiegt doch die Wirkung der letzteren, da ihre Magnetisirung bedeutender ist. Da sie auch im Verhältniss zu den Blechröhren eine sehr bedeutende Masse besitzen, so kommen die Unterschiede, welche bei ihnen durch das Aufschlitzen der einen auftreten, weniger in Betracht[1]).

Ebenso lassen sich alle §. 262 beschriebenen Versuche mit dem Differentialinductor anstellen, wenn man in seine beiden Spiralen die zu vergleichenden Eisenkerne, Blechcylinder u. s. f. einlegt und die physiologischen und galvanometrischen Wirkungen jeder Inductionsspirale einzeln untersucht.

275 Ganz dieselben Resultate, wie für die physiologischen Wirkungen, ergeben sich, wenn man den Strom des Differentialinductors durch eine kleine Drahtspirale leitet, in welche man Stahlnadeln einlegt. Ihre Magnetisirung findet im Sinne des Stromes der Rolle statt, deren Wirkung auch in physiologischer Beziehung überwiegt[1]).

---

[1]) Dove, Pogg. Ann. 43, 518, 1838.

Anders verhält es sich, wenn man die Enden der Inductionsspiralen des Differentialinductors mit den Drahtwindungen eines Elektromagnetes von weichem Eisen verbindet und die Richtung seiner Magnetisirung durch die Ablenkung einer ihm gegenübergestellten Magnetnadel bestimmt. Hat man die Rollen des Inductors mit einem massiven Eisencylinder (in *A*) und Drahtbündeln (in *B*) erfüllt, so dass beim Oeffnen des primären Stromes die Magnetisirung einer Stahlnadel durch den Inductionsstrom beider Rollen schon im Sinne des Stromes in Rolle *B* erfolgt, so wird doch der mit den Inductionsspiralen verbundene Elektromagnet im Sinne des Stromes in Rolle *A* magnetisirt.

Der Grund dieses verschiedenen Verhaltens des Stahles und Eisens kann folgender sein. Im ersten Moment nach dem Oeffnen überwiegt der schneller verlaufende, also in jedem einzelnen Zeittheil seiner Dauer dichtere Strom der Rolle *B*. Eine Stahlnadel erhält eine permanente Magnetisirung im Sinne dieses Stromes. Im späteren Verlaufe der Inductionsströme ist der Strom von *B* schon erloschen, während der von *A* noch andauert. Indess ist seine Intensität dann nicht mehr gross genug, um den permanenten Magnetismus des Stahles umzukehren; er vermindert ihn nur. Beim Eisen wird dagegen die Magnetisirung leichter durch einen dem ursprünglich magnetisirenden Strom entgegengerichteten Strom umgekehrt, so dass dann die in den letzten Zeittheilen der ganzen Induction noch vorhandenen Antheile des Stromes von *A* die anfängliche Magnetisirung des weichen Hufeisens durch den Strom von *B* umkehren können.

276 Ein Vorlesungsversuch, welcher den Einfluss dieser Selbstinduction auf den Stromverlauf, mithin auf die Magnetisirung erkennen lässt, ist von Shelford Bidwell[1]) angegeben.

Ein Telephon ist hinter einander geschaltet mit der secundären Spirale eines Inductionsapparates und einer anderen Spirale. Verändert man die Selbstinduction der letzteren durch Einschieben eines Eisendrahtbündels, so nimmt der Ton enorm ab. Schiebt man eine Spirale mit einem Eisenkern ein, so wird der Ton bei Kurzschluss der Spirale stärker.

277 Was von der physiologischen und magnetisirenden Wirkung der mit verschiedenen Eisenkernen erfüllten Inductionsspiralen gesagt ist, gilt auch von der Funkenbildung. Selbst wenn beim Einlegen zweier Kerne in beide Spiralen des Differentialinductors die in beiden inducirten Ströme galvanometrisch ganz gleich sind, so ist doch, wenn man den primären Strom durch jede einzelne Rolle desselben leitet und sodann öffnet, der entstehende Oeffnungsfunken heller bei der Rolle, deren Inductionsspirale die grössere magnetisirende oder physiologische Wirkung ausübt.

---

[1]) Shelford Bidwell, Chem. News 55, 137, 1887; Beibl. 14, 922.

Sehr deutlich lässt sich nach Poggendorff[1]) diese Wirkung der Extraströme auf die Funkenentladung bei verschiedenen Drahtleitungen und Eisenkernen an einem Wagner'schen Hammer studiren, welchen man unter der evacuirten Glocke der Luftpumpe spielen lässt, indem man gleichzeitig in den Schliessungskreis der ihn erregenden Säule eine aus zwei neben einander gewickelten Drahtlagen bestehende Spirale einfügt. Sind die beiden Drahtlagen so verbunden, dass sie der Strom in entgegengesetzter Richtung durchfliesst, so entsteht in ihnen kein Extrastrom beim Oeffnen und Schliessen des Stromkreises durch den Wagner'schen Hammer; der Funken an der Unterbrechungsstelle des letzteren ist klein und unscheinbar. Durchfliesst aber der Strom die Drahtlagen in gleicher Richtung, so wird der Funken sehr lebhaft, und zugleich überzieht blaues Glimmlicht den negativen Theil an der Unterbrechungsstelle. Diese Erscheinung zeigt sich namentlich sehr deutlich, wenn man ein volles oder hohles Bündel von Eisendrähten in die Spirale einschiebt, und besonders wenn dasselbe ziemlich viel länger ist als die Spirale, so dass der in ihm entwickelte Magnetismus sehr bedeutend ist. — Legt man statt des Drahtbündels einen massiven Eisenstab in die Spirale, so vermindert sich dagegen die Lichterscheinung, da die in ihm inducirten Ströme auf die Spirale selbst inducirend zurückwirken, und so die Intensität der in ihr erzeugten Extraströme in jedem einzelnen Moment mehr vermindert wird, als der im Stabe erzeugte Magnetismus sie vermehrt. — In gleicher Weise vermindert eine um die Spirale gelegte zweite, in sich geschlossene Spirale die Helligkeit der Funken, während dies nicht der Fall ist, wenn ihr Kreis an irgend einer Stelle unterbrochen ist.

278 Endlich ist auch, ganz analog den Erfahrungen des §. 239 u. flgde., die Wärmewirkung der Inductionsströme grösser, wenn die in die inducirenden Spiralen eingelegten Eisenkerne keine Bildung von Inductionsströmen in ihrer Masse zulassen; also grösser beim Einlegen von Drahtbündeln als beim Einlegen von hohlen Röhren u. s. f.[2]).

279 Die vorhergehenden Versuche haben auf indirectem Wege den Einfluss der Inductionsströme auf den zeitlichen Verlauf der Magnetisirung und Entmagnetisirung des Eisens dargethan. Directer zeigen die folgenden Erfahrungen, wie die Verminderung der Intensität der Ströme, welche in den Eisenkernen oder in den dieselben umgebenden Spiralen inducirt werden, die Schnelligkeit der Aenderungen des Magnetismus bei Veränderung der Intensität des magnetisirenden Stromes vermehrt.

Leitet man nach Hipp[3]) den Strom eines Elementes von grosser

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 95, 159, 1855. — [2]) Vergl. auch Wartmann, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 19, 257, 1847. — [3]) Hipp, Mitth. d. naturf. Gesellsch. in Bern 1855, 190; vergl. auch Schneebeli, Pogg. Ann. 155, 156, 615, 1875.

Oberfläche durch einen Wagner'schen Hammerapparat oder den Zeichengeber eines Morse'schen Telegraphen, so kann man in derselben Zeit viel weniger Oscillationen des Hammers des ersteren, viel weniger Zeichen am zweiten erhalten, als bei Anwendung einer Anzahl hinter einander verbundener kleiner Elemente, selbst wenn in beiden Fällen die Intensität des Stromes während seines continuirlichen Verlaufes dieselbe ist.

In gleicher Weise geht der Ton des sich bewegenden Hammers des Wagner'schen Apparates in die Höhe, wenn man statt eines Grove'schen Elementes deren sechs hinter einander verbundene zur Bewegung desselben verwendet, dabei aber durch Einschaltung von Widerständen in den Schliessungskreis die Stromintensität constant erhält [1]).

Bei gleicher Intensität des magnetisirenden Stromes ist die elektromotorische Kraft des Extrastromes in der Magnetisirungsspirale des den Wagner'schen Hammer oder den Schreibstift des Morse'schen Telegraphen bewegenden Magnetes beim Schliessen des Stromkreises zwar jedesmal dieselbe, da indess bei Anwendung mehrerer hinter einander geschlossener Elemente der Widerstand der Schliessung grösser ist, als bei einem grossen Element, so wird seine Intensität und die durch ihn bewirkte Schwächung des Hauptstromes geringer. Der Magnet erhält also bei Anwendung einer vielgliedrigen Säule ein gewisses, zur Bewegung des Schreibstiftes oder Hammers erforderliches Quantum von Magnetismus in kürzerer Zeit, als bei nur einem Element. — Der beim Oeffnen der Schliessung erzeugte Extrastrom kommt hier nicht in Betracht, da die Leitung bei seiner Ausbreitung unterbrochen ist.

Die verschiedene Verminderung der Intensität des magnetisirenden Stromes durch den Extrastrom hat Beetz (l. c.) auch durch einen messenden Versuch gezeigt. Er leitete den Strom eines Grove'schen Elementes oder einer aus sechs solchen Elementen zusammengesetzten Säule durch eine kurze Spirale von 0,5 mm dickem Kupferdraht und schaltete in jedem Falle in den Schliessungskreis einen solchen Widerstand ein, dass die an einem Spiegelgalvanometer gemessene Intensität bei ununterbrochener Schliessung die gleiche war. Wurde nun der Strom oftmals durch ein mittelst eines Uhrwerks getriebenes Zahnrad (200 mal in der Secunde) unterbrochen, so subtrahirte sich der Extrastrom von dem magnetisirenden Strom, und die Intensität desselben war am Galvanometer (in Scalentheilen): 280

	1 Element	6 Elemente
Spirale ohne Eisenkern	6,2	7,5
Spirale mit Eisenkern	2,5	5,8

Bei Vermehrung der Zahl n der Unterbrechungen wächst der Einfluss der Extraströme, so dass Beetz dann folgende Ablenkungen am Galvanometer erhielt:

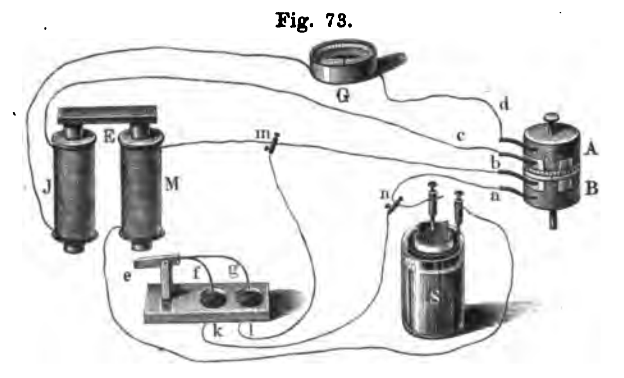
[1]) Beetz, Pogg. Ann. 102, 557, 1857.

	1 Element		6 Elemente	
	$n = 170$	$n = 250$	$n = 170$	$n = 250$
Spirale ohne Eisenkern . . .	2,5	2	3,4	3
Spirale mit Eisenkern . . .	1,2	0,5	2,6	2,4

281 Eine genauere quantitative Untersuchung der Zeit, welche der temporäre Magnetismus eines Elektromagnetes bei verschieden langen Schliessungskreisen zum Ansteigen bis zu einer gewissen Grösse braucht, ist von Beetz (l. c.) vorgenommen worden.

Die Schenkel eines Elektromagnetes *E*, Fig. 73, wurden mit zwei Drahtspiralen bedeckt, von denen die eine *M* als Magnetisirungs-, die andere *J* als Inductionsspirale diente. Auf die Axe einer Centrifugalmaschine wurde ein aus zwei Elfenbeincylindern *A* und *B* bestehender Commutator gesteckt. Auf die Elfenbeincylinder waren oben und unten Messingplatten geschraubt, von denen schmale Fortsätze in die freie Elfenbeinfläche hineinragten. Eine an dem einen Theile *A* unterhalb

Fig. 73.



angebrachte Gradtheilung, welcher ein Strich auf der oberen Seite von *B* entsprach, gestattete, die Cylinder um ein Bestimmtes gegen einander zu drehen. Auf *A* und *B* schleiften je zwei Federn, *a*, *b* und *c*, *d*, von denen *a* und *b* den aus einem oder mehreren Elementen *S* und der Spirale *M* bestehenden Schliessungskreis, *c* und *d* den die Inductionsspirale *J* und das Galvanometer *G* enthaltenden Kreis schlossen, wenn sie gleichzeitig auf die Messingplatten und die von diesen ausgehenden Metallfortsätze auf den Elfenbeincylindern traten. Stellt man die Cylinder *A* und *B* so gegen einander, dass die Federn *cd* bei der Drehung von *A* und *B* um ein Bestimmtes später auf die Metallfortsätze von *A* treten, als die Federn *a* und *b* auf die Fortsätze von *B*, so wird der Stromkreis *JGdc* etwas später geschlossen, als der Kreis *SabM*, und der Ausschlag des Galvanometers giebt die Intensität des Inductionsstromes einige Zeit nach der Schliessung des primären Stromes während der Zeit an, dass Feder *c* auf dem Metallfortsatz von *A* schleift. — Damit indess beim Weiterdrehen nicht der Stromkreis durch Abgleiten der Feder *b* von dem Metallfortsatz von *B* wiederum geöffnet werde, wodurch in *J* ein neuer

Strom inducirt würde, bringt Beetz unter dem die Spirale M tragenden Schenkel des Magnetes einen Hebel an, welcher einerseits den Eisenanker e, andererseits die Drähte f und g trägt, von denen f beständig in den Quecksilbernapf k taucht, g dicht über dem Quecksilber des Napfes l schwebt. k und l sind mit den Punkten m und n der Stromesleitung der Säule metallisch verbunden. Sobald beim Drehen des Cylinders B der Strom von S geschlossen wird, wird Anker e vom Magnet angezogen, g taucht in das Quecksilber von l ein, und der Stromkreis der Magnetisirungsspirale bleibt, auch wenn bei der weiteren Drehung des Commutators die Feder b wieder auf Elfenbein übertritt, auf der Bahn $MSnkfglmM$ geschlossen. — Kennt man die Anzahl Grade, um die der Cylinder B gegen den Cylinder A verstellt ist, sowie die Umdrehungsgeschwindigkeit der Cylinder, welche durch den Ton einer an dem Rande eines auf die Drehungsaxe aufgesetzten Zahnrades schleifenden Feder bestimmt wird, so weiss man, um welche Zeit t der Inductionskreis später als der primäre, magnetisirende Kreis geschlossen ist. — Wurden in den Inductionskreis verschiedene Längen l von Draht (in Viertelstunden Telegraphendraht) eingeschaltet, so ergab sich die Intensität i des Inductionsstromes:

t	$l = 0$	1	2	3	10
0 Sec.	$i =$ 32,5	8,1	5	2,2	0,6
0,0035	8,2	2,2	1,2	0,8	0,3
0,0069	4,0	0,8	0,7	0,6	0,2
0,0208	0,9	0,5	0,3	0,2	0,1

Je grösser also der Widerstand des inducirten Kreises ist, desto schneller sinkt die Intensität des Inductionsstromes auf einen bestimmten kleinen Werth. Bildet sich derselbe als Extrastrom in der primären Schliessung selbst, so wächst demnach die Intensität des primären Stromes um so schneller bis zu einem gewissen Theil ihres Maximums an, je grösser der Widerstand seiner Schliessung ist.

282 Auch bei Anwendung verschiedener Eisenkerne hat Beetz durch quantitative Messungen den verschieden schnellen Verlauf der Inductionsströme näher verfolgt, welcher durch die schon erwähnten Versuche auf indirectem Wege dargethan worden ist [1]). Der Strom einer Säule S, Fig. 74 u. 75 (a. f. S.), wurde vermittelst einer Poggendorff'schen Wippe W (vergl. Bd. II, §. 716) durch einen Rheostat R_1 geleitet und theilte sich bei a und b in zwei Zweige. Der eine derselben enthielt einen Rheostat R_2, der andere eine in der Ostwestrichtung liegende Magnetirungsspirale M, die Tangentenbussole T und eine Vorrichtung V, durch welche in einem bestimmten Augenblicke der Strom unterbrochen werden konnte. Dieselbe bestand aus einem kleinen Elektromagnet m, der

[1]) Beetz, Pogg. Ann. 105, 497, 1858.

durch den Strom einer besonderen Säule *s* in jenem Augenblicke erregt wurde und dann den Anker *q* anzog, welcher an der um die Axe *r* drehbaren Metallfeder *rl* befestigt war. Die Axe *r* war mit dem einen Ende der durch die Spirale *M* gehenden Leitung der Säule *S* verbunden;



Fig. 74.

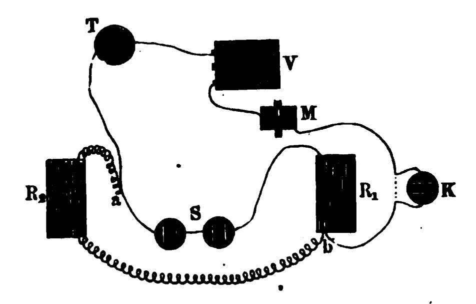
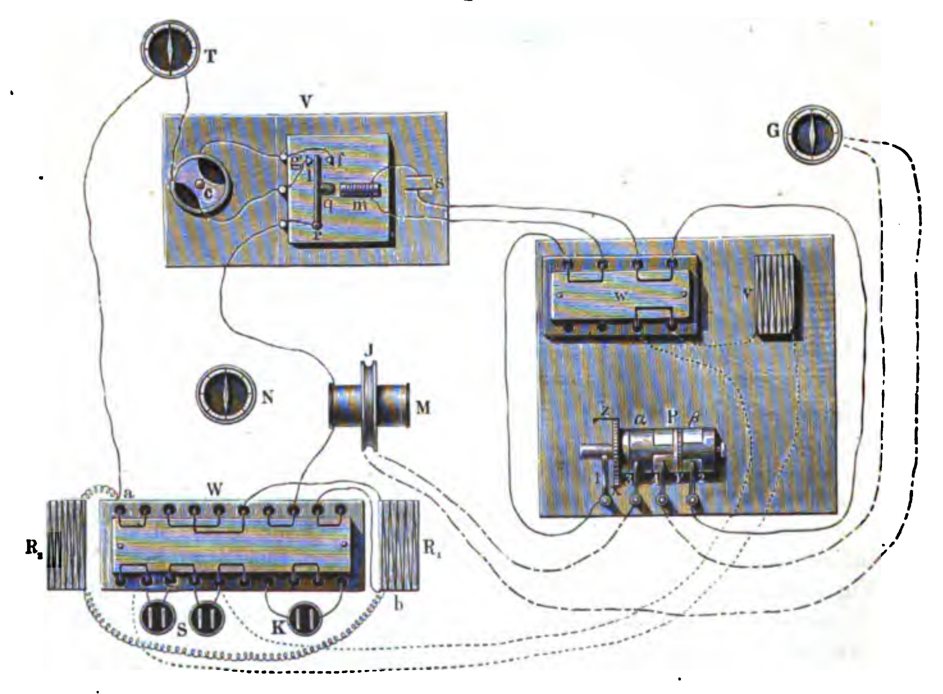


Fig. 75.



zwei dem Ende *l* der Feder *rl* gegenüber stehende Metallspitzen *f* und *g* konnten durch den Commutator *c* abwechselnd mit dem anderen Ende derselben verbunden werden. Geschah dies bei Spitze *g*, gegen welche die Feder *rl* in ihrer Ruhelage gegendrückte, so wurde bei der Erregung des Magnetes *m* der Stromkreis *SaTVMb* der Säule durch Anziehung

des Ankers q geöffnet; geschah dies bei der Spitze f, so wurde dabei rl gegen f gegengedrückt, und der Stromkreis geschlossen. — Die Säule s konnte durch eine Wippe w mit dem Commutator P verbunden werden, dessen Einrichtung ganz analog der des in §. 281 beschriebenen ist. Auf eine Metallaxe sind zwei Elfenbeincylinder α und β geschoben, die beide an ihrem äusseren Ende mit metallenen Ringen eingefasst sind, von denen schmale metallene Fortsätze auf das Elfenbein übergreifen. Die Breite dieser Fortsätze beträgt bei α 5°, bei β 10°. Der Metallring von β ist mit der Axe verbunden. Gegen diese, sowie gegen β schleifen die Federn 1 und 2, gegen α die Federn 3 und 4. Die Federn 1 und 2 sind durch die Wippe w mit der Säule s verbunden. Die Federn 3 und 4 stellen die Verbindung einer schmalen, auf die Magnetisirungsspirale M aufgeschobenen Inductionsspirale J mit dem Spiegelgalvanometer G her, sobald Feder 4 auf den Metallfortsatz des Elfenbeincylinders α auftritt. Die den Commutator P tragende Axe wird vermittelst einer Centrifugalmaschine in Rotation versetzt, und ihre Geschwindigkeit durch den Ton der Feder z bestimmt, welche gegen das auf die Axe aufgesetzte Zahnrad x gegenschlägt.

283 Der Gang der Versuche war wesentlich folgender: Zuerst wurde durch Einstellung der Rheostaten R_1 und R_2 bewirkt, dass die an der Tangentenbussole T abgelesene Intensität I des magnetisirenden Stromes einen bestimmten Werth hatte. — Da sich aber beim Oeffnen und Schliessen des Stromes in der Spirale M ein Extrastrom bildet, welcher sich zu ihm addirt oder von ihm subtrahirt, so mussten, damit die Intensität desselben jenem Strome proportional blieb, bei der Regulirung der Intensität I durch die Rheostaten R_1 und R_2 die Widerstände der Zweige aR_2b und aR_1b (Fig. 74) in entgegengesetztem Sinne gleichmässig geändert werden, damit der Gesammtwiderstand dieser neben einander vom Extrastrom durchflossenen Leiter unverändert blieb. — Um dies zu prüfen, wurden vor jedem Versuche vermittelst der Wippe W (sie wird so umgeschlagen, dass ihre in der Figur oberhalb gezeichneten Haken in die unter ihnen befindlichen Löcher tauchen) die zwei Elemente der Säule S gegen einander verbunden, dass ihr Strom sich aufhob, und in den Zweig $aTVMb$ ein besonderes Element K eingeschaltet. Der Ausschlag der Bussole T musste dann in allen Fällen constant sein. So lange die Säule S nicht durch den Apparat V geschlossen war, wurde sie vermittelst der zweiten Wippe w mit dem Drahte v verbunden, dessen Widerstand dem ihrer nachherigen Schliessung nahezu gleich war. Dadurch wurden die durch die Polarisation verursachten Schwankungen ihrer elektromotorischen Kraft vermieden.

Die beiden Hälften α und β des Commutators P wurden nun um einen an der Theilung genau messbaren Winkel gegen einander gedreht. Darauf wurde durch Umschlagen der Wippe w die Verbindung von S mit v aufgehoben und die Schliessung des die Säule S enthaltenden

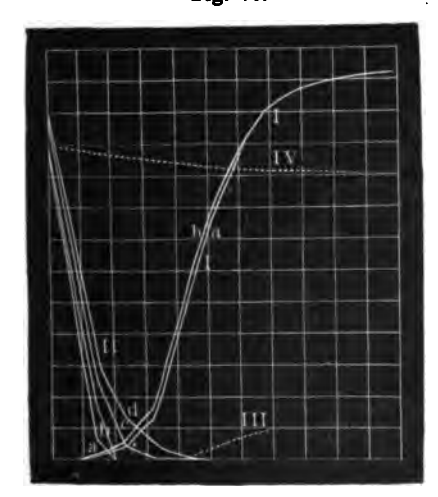
Kreises durch Zurückschlagen der Wippe *W* (so dass die unterhalb gezeichneten Haken derselben in die unter ihnen befindlichen Löcher tauchen) hergestellt. Dann wurde der Commutator *P* in Rotation versetzt. Dadurch wurde der die Säule *s* und die Magnetisirungsspirale des Elektromagnetes *m* enthaltende Schliessungskreis geschlossen, sobald Feder 2 auf den Metallfortsatz des Elfenbeincylinders β trat. Magnet *m* wurde erregt, zog Anker *q* an und öffnete oder schloss je nach der Stellung des Commutators *c* den die Magnetisirungsspirale *M* durchfliessenden Strom der primären Säule *S*. Bei weiterer Drehung des Commutators *P* wurde auch die Inductionsspirale *J* durch die Federn 3 und 4 mit dem Galvanometer *G* verbunden. Die Zeit zwischen der Schliessung der Stromkreise der Säule *s* und der Spirale *J* ergab sich aus der Drehungsgeschwindigkeit von *P* und der Stellung der Elfenbeincylinder α und β. Sie wurde um je 0,00195 Secunde verlängert, wenn dieselben um 5° weiter gegen einander verschoben wurden. — Da indess der Magnet *m* eine gewisse Zeit brauchte, um seinen Magnetismus so viel zu ändern, dass sich der Anker *q* bewegte und den Stromkreis der Säule *s* öffnete oder schloss, so musste diejenige Stellung der Scheiben α und β des Commutators *P* als Nullstellung betrachtet werden, bei welcher bei obigem Verfahren eben ein Inductionsstrom auftrat. — In Folge der Breite des Metallfortsatzes auf α vermittelten die Federn 3 und 4 den Durchgang des Inductionsstromes für etwa 0,00195 Secunden. Da der Fortsatz auf β breiter war, als der auf α, so konnte bewirkt werden, dass die Feder 2 auf den Fortsatz auf β eher auftrat oder später von demselben abglitt, als Feder 4 auf den Fortsatz auf α. So konnte mit Sicherheit verhütet werden, dass nicht etwa zugleich ein in *J* erregter Schliessungs- und Oeffnungsinductionsstrom zum Galvanometer gelangte.

284 Die Versuche wurden zuerst angestellt, ohne dass in der Spirale *M* ein Eisenkern lag, sodann nach dem Einlegen eines solchen. Das jedesmalige magnetische Moment der Spirale mit oder ohne Eisenkern wurde durch die Ablenkung einer ihrem Ende gegenüber gestellten Magnetnadel *N* bestimmt. Als Eisenkerne wurden benutzt:

1. ein massiver Eisencylinder;
2. ein Bündel von 1000 ausgeglühten Eisendrähten;
3. und 4. ein ganzer und ein der Länge nach aufgeschlitzter Flintenlauf;
5. ein Papierrohr mit Eisenfeilen, welche durch Glühen und Schütteln mit einer Harzlösung mit einer isolirenden Schicht überzogen waren;
6. ein Papierrohr mit runden Eisenblechscheiben. — Alle diese Kerne hatten 14,5 cm Länge und 24 mm Durchmesser;
7. und 8. Eisenstäbe von 14,5 cm Länge und 12 oder 2 mm Durchmesser;
9. Eisenstäbe von 29 cm Länge und 24 mm Durchmesser;
10. Eisendrahtbündel, 7 cm lang, 24 mm dick.

Ausser den in den einzelnen Zeiten nach dem Schliessen oder 285 Oeffnen des primären Stromes in Spirale J inducirten „Partialströmen“ wurde auch der totale inducirte Strom oder „Integralstrom“ gemessen, welcher erhalten wurde, während die Federn beständig auf den Metallstücken des nunmehr ruhenden Commutators P auflagen und der magnetisirende Strom geöffnet oder geschlossen wurde. Bei der Vergleichung der verschiedenen Eisenkerne wurde die Intensität des magnetisirenden Stromes so gewählt, dass diese Integralströme möglichst gleich waren, die Kerne also gleiche magnetische Momente nach längerer Schliessung erhielten. Die Differenzen der in den einzelnen Zeiten bei den Versuchsreihen inducirten Partialströme mit und ohne Einlage der Eisenkerne in die Magnetisirungsspirale geben ein Maass für die Veränderung ihres Magnetismus in diesen Zeiten. Beim Schliessen des magnetisirenden Stromes entspricht also ihre von Anfang der Magnetisirung bis zu einem bestimmten Zeitpunkte gezählte Summe dem magnetischen Moment des Eisenkernes zu demselben Zeitpunkte; beim Oeffnen des Stromes entspricht die Differenz des beim völligen Verschwinden des Magnetismus inducirten Integralstromes und der Summe der vom Zeitpunkte des Oeffnens an bis zu einer bestimmten Zeit gezählten Partialströme dem magnetischen Moment in jener Zeit. Es ergaben sich folgende Resultate:

Fig. 76.



1. Der ohne Einlegen eines Eisenkernes in die Spirale M in der umgebenden Inductionsspirale bei dem Oeffnen des primären Stromes erhaltene Inductionsstrom dauert unmessbar kurze Zeit, wie dies schon Helmholtz (§. 197 u. flgde.) gefunden. Er zeigt gleiche Intensität, mag die Feder 4 auf dem unter ihr befindlichen Metallfortsatz nach dem Oeffnen des primären Stromes 1^0 oder 5^0 durchlaufen.

2. Der beim Schliessen inducirte Strom steigt in 10 bis 12 Tausendstel Secunden bis zu einem Maximum an und fällt dann, namentlich bei einer längeren Spirale mit vielen Windungen, langsam ab. — Der beim Oeffnen oder Schliessen erhaltene Integralstrom ist indess unter gleichen Umständen in beiden Fällen gleich, wie auch die Versuche von Edlund (§. 61) und Rijke (§. 62) für die Extraströme ergeben.

3. Legt man verschiedene Eisenkerne in die Spirale, welche ganz in sie hineinpassen, so ist das Ansteigen der bei der Schliessung inducirten Partialströme und des Magnetismus der Kerne fast dasselbe in

allen Fällen. Die Curven I*a* und *b*, Fig. 76 (a. v. S.), stellen auf diese Weise den Magnetismus eines massiven Eisenkernes und eines Drahtbündels dar. Die Abscissen bezeichnen die Zeiten von Anfang der Schliessung an, die Ordinaten die am Ende derselben sich ergebenden magnetischen Momente der Eisenkerne. Der Verlauf des Ansteigens ist also im Wesentlichen durch den in der Magnetisirungsspirale inducirten Gegenstrom, viel weniger durch die in der Masse der Eisenkerne selbst inducirten Ströme oder die zur magnetischen Einstellung ihrer Molecüle erforderliche Zeit bedingt.

4. Beim Oeffnen fällt der Magnetismus der Kerne verschieden schnell ab, wie auch Dove angegeben hat. — Drahtbündel und Röhren voll Eisenfeile verlieren fast augenblicklich, ein aufgeschlitzter Flintenlauf (*a*), in dessen Masse sich nur schwache Inductionsströme bilden können, ziemlich schnell, eine Papierröhre voll Blechscheiben (*b*) langsamer, und ein in sich geschlossener Flintenlauf (*c*) oder massive Eisenkerne (*d*) noch langsamer ihren Magnetismus. Die Curven II*a* bis *d*, Fig. 76, verzeichnen die magnetischen Momente dieser Kerne zu verschiedenen Zeiten nach Oeffnung des magnetisirenden Stromes.

5. Wurde die schmale Inductionsspirale *J* über verschiedene Stellen eines ganz in die Magnetisirungsspirale hineinpassenden, aus einzelnen Blechscheiben gebildeten Kernes geschoben, so war trotz des Mangels an Continuität im Kern die Zeit zum Entstehen des Magnetismus an der Mitte und am Ende gleich [1]).

286 Zur Demonstration des zeitlichen Verlaufes der in einer Spirale mit oder ohne Eisenkern inducirten Ströme bedient sich A. v. Ettingshausen [2]) eines Stimmgabelapparates. In den Schliessungskreis des Stromes einer selbstthätigen elektromagnetischen Stimmgabel ist eine inducirende Spirale eingeschaltet, während die Enden der Inductionsspirale mit einem Elektromagnet verbunden sind, der eine zweite stark magnetisirte, gleich gestimmte Stimmgabel antreibt. Beide Stimmgabeln sind mit ihren Schwingungsebenen auf einander senkrecht gestellt, ihre einen Zinken tragen kleine Spiegel, von denen ein durch eine Linse hergestelltes Bild einer kleinen runden Oeffnung reflectirt wird. Werden durch die Schwingungen der ersten Gabel die inducirenden Ströme geöffnet und geschlossen und erscheinen die inducirten um ein Bestimmtes gegen erstere verzögert, so kann man dies an der Lage der elliptischen Schwingungscurve bestimmen. Schiebt man in die inducirende Spirale

---

[1]) Bei verschiedenen Kernen von weichem Eisen, schmiedbarem Gusseisen und Stahl fand M. Deprez (Compt. rend. 80, 1353, 1876) nahe die gleiche Zeit für die Entmagnetisirung und die Magnetisirung, nämlich für erstere 0,00025, für letztere 0,00150 Secunde, bei grauem Gusseisen war die letztere Zeit etwa nur 0,001 Secunde. Die Kerne waren 2 mm dick und 13 mm lang und lagen in Spiralen von 14 m Drahtlänge (Draht von $^1/_5$ mm Dicke). — [2]) A. v. Ettingshausen, Pogg. Ann. 159, 51, 1876.

einen Eisenkern, so geht die Ellipse durch eine gerade Linie allmählich in eine zweite Ellipse über.

Legt man an die Ellipse Tangenten in der Richtung der einzeln beobachteten Schwingungen, welche ein Rechteck $ABCD$ bilden, und sind die den Tangenten AB und CD resp. BC und AD parallelen Durchmesser der Ellipse gleich a und b, ist die Schwingungsdauer T, so ist die Phasendifferenz D gegeben durch die Formel

$$\pm \sin \frac{2\pi D}{T} = \frac{a}{AB} = \frac{b}{AD}.$$

Durch derartige Versuche ergiebt sich die Verzögerung der Induction durch Eisenstäbe, welche in die inducirende Spirale gelegt werden, namentlich wenn sie auf beiden Seiten aus derselben hinausragen; Bündel von 7 je 4 mm dicken Eisendrähten verzögern etwa ebenso stark, wie die massiven Kerne, aufgeschnittene Röhren verzögern weniger als geschlossene, Röhren mit Eisenfeilen noch weniger, Kupferstäbe gar nicht. Die Versuche stimmen im Wesentlichen mit den von Beetz erhaltenen Resultaten.

287 Wir haben schon §. 200 die Formel für die Veränderungen der Stromintensität in einer Spirale berechnet, in welcher ein Eisenkern liegt und in der nach dem Schliessen des Stromes sowohl durch die Aenderung der Stromintensität selbst, wie auch durch die Aenderung des Momentes des Magnetes Extraströme inducirt werden.

Ist I die Stromintensität zur Zeit t, m das durch dieselbe erzeugte Moment des Magnetes, L das Potential der Spirale auf sich selbst, λ das Potential des Magnetes (vom Magnetismus Eins) auf die Spirale, W der Widerstand des Kreises, so ist

$$IW = E - L\frac{dI}{dt} - \lambda\frac{dm}{dt}.$$

Nehmen wir an, dass das Moment des Magnetes der Stromintensität proportional sei, also $m = \alpha I$, so ist die Intensität:

$$IW = E - (L + \alpha\lambda)\frac{dI}{dt}$$

und

$$I = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{L+\alpha\lambda}t}\right).$$

Ist die endliche Intensität für $t = \infty$ gleich $E/W = I_0$, ist das endliche Moment des Magnetes $M_0 = \alpha I_0$, so folgt:

$$m = M_0\left(1 - e^{-\frac{W}{L+\alpha\lambda}t}\right) = \alpha I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\beta}}\right). \quad . \quad . \quad A)$$

wo β eine zweite Constante ist.

Wird nach voller Entwickelung des Magnetismus die Säule aus der Schliessung ausgeschaltet, dafür aber ein ihr an Widerstand gleicher

Draht eingefügt, so erhalten wir ganz analog das Moment des Magnetes zur Zeit t nach der Umschaltung

$$m_0 = M_0 e^{-\frac{W}{L+\lambda a}t} = \alpha I_0 e^{-\frac{t}{\beta}} \quad \ldots \ldots \quad B)$$

Das Moment des Magnetes nimmt nach dem Schliessen des magnetisirenden Stromes nach dem Gesetze einer logarithmischen Curve zu, nach dem Oeffnen nach demselben Gesetze ab.

288 Bei Anwesenheit eines Eisenkerns ist obige Formel nur gültig, wenn das magnetische Moment des Eisenkerns der magnetisirenden Kraft proportional ist. Wird der inducirende Strom geschlossen und steigt für sich an, so steigt im Allgemeinen die Magnetisirung erst etwas schneller an, dann aber langsamer bis zu einem Maximum (vergl. Thl. III, §. 569 u. flgd.). Die Stärke des durch die Aenderung der Magnetisirung allein inducirten Stromes wächst demnach erst schneller an, dann langsamer und so verzögert sich das Anwachsen des inducirten Stromes erst etwas mehr, dann langsamer, als wenn der Strom nur durch die Magnetisirungsspirale ohne Eisenkern geleitet worden wäre [1]).

Auch können Inductionsströme, welche in der Eisenmasse selbst beim Schliessen und Oeffnen des inducirenden Stromes entstehen, ihre Magnetisirung und somit auch das Anwachsen der inducirten Ströme beeinflussen.

289 Wird vor einem in einer ostwestlich gerichteten Spirale liegenden Eisenkern eine Magnetnadel aufgestellt und durch die Spirale ein Strom geleitet, welcher durch einen Interruptor oft unterbrochen wird, so ist die Ablenkung um so kleiner, je öfter die Unterbrechungen geschehen, da dann der Magnetismus bei jeder Schliessung sich immer weniger vollständig entwickeln kann. Wird aber der Interruptor so eingerichtet, dass in dem Moment, wo die Metallfeder, welche die Verbindung der Magnetisirungsspirale mit der Säule vermittelt, von den Metalleinlagen des Interruptors abgleitet, auf dieselben eine zweite Feder tritt, welche die Magnetisirungsspirale mit einer neuen Schliessung verbindet, deren Widerstand gleich dem der Säule ist, so findet die Abnahme nicht statt, indem nun der entsprechende Theil des Oeffnungsinductionsstromes hinzutritt. Dagegen ist, wie im anderen Falle, die Quantität der in der Säule zersetzten Stoffe in gleicher Weise vermindert, da auch hier der Oeffnungsextrastrom die Säule nicht durchfliesst. Indess darf doch die Drehung nicht allzu schnell erfolgen, denn sonst läuft auch der Oeffnungsextrastrom nicht vollständig ab.

290 Beim Oeffnen eines einen harten Eisen- oder Stahlkern in einer Spirale umfliessenden Stromes ist der zurückbleibende permanente Magne-

---

[1]) Siehe auch Stefanini, Nuovo Cim. [3] 30, 275, 1891; Beibl. 16, 768. Blondel, Lum. électr. 49, 373, 1893; Beibl. 18, 235.

tismus kleiner, als bei langsamem Oeffnen. Dies rührt von dem Ansteigen der Magnetisirung des Eisens beim Oeffnen in Folge der Extraströme in der Eisenmasse her, welche unmittelbar darauf einen Gegenstrom in demselben zur Folge hat, der das Eisen partiell entmagnetisirt. Je nach den Verhältnissen kann diese Entmagnetisirung stärker oder schwächer sein. Sind die inducirten Inductionsströme in der Eisenmasse im Querschnitt gleichmässig vertheilt, so werden namentlich die inneren Theile des Eisens ihren Einfluss erfahren. Die äusseren Theile können dann durch die Rückwirkung der ersteren, wie ein Anker, ihnen entgegengesetzt magnetisirt werden [1]).

Die Richtigkeit der im §. 287 für das Ansteigen der Magnetisirung eines weichen Eisenkernes mit der Zeit nach dem Schliessen des magnetisirenden Stromes gegebenen Formel hat Felici [2]) mittelst seines Interruptors geprüft. **291**

Zwei gleiche inducirende und zwei gleiche, dieselben umgebende Inductionsspiralen waren je mit einander verbunden, der Stromkreis der ersteren wurde zu bestimmten Zeiten durch den Interruptor (§. 215) geschlossen und nach einer messbaren Zeit t der Inductionskreis geöffnet. Die Verbindung war so hergestellt, dass ein in denselben eingeschlossenes Galvanometer keinen Ausschlag zeigte. Wurde nun in die eine Inductionsspirale ein weicher Eisenkern gelegt, so entsprach der Galvanometerausschlag der Summe der in der Zeit t durch den Eisenkern inducirten Ströme. Dieselbe lässt sich annähernd durch die Formel

$$A = c\,(1 - \alpha^{-bt})$$

darstellen, wo c, α und b Constanten sind. Nur in den ersten Momenten ist das Anwachsen von A langsamer, als nach der Formel, offenbar in Folge der Rückwirkung der Inductionsströme auf die Magnetisirung des Eisens.

Besser entspricht den Versuchen eine Formel mit zwei Gliedern $a_1 \alpha^{-b_1 t} + a_2 \alpha^{-b_2 t}$; namentlich bei Anwendung von massiven Eisen- und Stahlkernen. Auch beim Oeffnen ist der Gang der Entmagnetisirung durch eine analoge Formel

$$A_1 = a'_1 \alpha^{-\beta_1 t} + a'_2 \alpha^{-\beta_2 t}$$

ausgedrückt [3]).

Auch wurde ein Strom durch eine Spirale geleitet, in welcher ein Eisenkern lag und dieselbe mit einer Inductionsspirale umgeben. Eine bestimmte Zeit t nach der Schliessung des Stromes in der magnetisirenden Spirale wurde die Inductionsspirale mit dem Galvanometer verbunden, dessen Ausschlag dem zur Zeit t noch im Eisenkern vorhandenen Moment entspricht. Als Eisenkerne dienten neun Stäbe von 0,115 m

---

[1]) Siehe hierüber auch Marianini, Modena 1886; Beibl. **10**, 248. — [2]) Felici, Nuovo Cimento **12**, 130 u. f., 1874; **13**, 266, 1875. — [3]) Siehe auch Fison, Chem. News **51**, 237, 1885; Beibl. **11**, 106.

Länge und 0,007 m im Quadrat Querschnitt, welche an den Enden erhöhte Ränder hatten. Sie lagen in einer aufgeschlitzten Messingblechhülle. Wurde dieselbe mit Quecksilber gefüllt, so verlief die Induction langsamer in Folge der in der Masse desselben inducirten Ströme.

Bei anderen Versuchen leitete Felici (l. c.) mittelst seines Interruptors einen Strom durch eine 10 cm lange und 6 cm weite Spirale, in welcher ein Eisenkern lag, und durch ein Galvanometer, und öffnete den Strom nach einer bestimmten Zeit t. Er fand den der Intensität des magnetisirenden Stromes und dem Moment des Magnetes zu dieser Zeit proportionalen Ausschlag der Magnetnadel gegeben durch die Formel $F_1 = at - b\,(1 - \alpha^{-\lambda t})$, wo a, b, α, λ Constanten sind.

Versuche von Schneebeli[1]) bestätigen ebenfalls diese Formeln. Es wurde die Zeit von dem Oeffnen des einen Elektromagnet magnetisirenden Stromes bis zum Abfallen des Ankers bei verschiedener Belastung des letzteren durch ein Chronoskop bestimmt. — Wurden die Spiralen des Magnetes nach der Loslösung von der Säule statt in gleicher Richtung entgegengesetzt mit einander verbunden, so dass sich die Inductionsströme in ihnen aufhoben, so fiel der Anker sehr viel schneller ab.

292 Th. Gray[2]) hat das Zeitverhältniss des Anwachsens des Stromes in einem Kreise untersucht, welcher sehr grosse elektromagnetische „Trägheit" besitzt. Er enthält einen grossen Elektromagneten von 320 qcm Schenkelquerschnitt und von 250 cm Länge des magnetischen (Eisen-) Kreises, mit mehreren Spulen, welche zur Aenderung des Widerstandes, des Selbstinductionscoëfficienten etc. in verschiedener Weise geschaltet werden können. Mit Hülfe eines Chronographen wird das Anwachsen des Stromes graphisch aufgetragen.

Um einen Strom einen bestimmten Procentsatz seiner Maximalstärke erreichen zu lassen, gehört hiernach je eine bestimmte elektromotorische Kraft, bei der jenes Anwachsen am meisten Zeit erfordert; es brauchen z. B. bei des Verf. Versuchsanordnung und bei fortwährenden Stromwiederholungen nach derselben Richtung 4 Volt mehr Zeit, um 95 Proc. der Maximalstromstärke zu Stande kommen zu lassen, als 3 Volt oder als 5 Volt. Die Zeit bis zum Constantwerden des Stromes findet sich nahe umgekehrt proportional der aufgewandten elektromotorischen Kraft. Dieselbe ist somit für eine geringe elektromotorische Kraft sehr gross; so z. B. in einem speciellen Falle über drei Minuten. Demzufolge können bei Verwendung von Galvanometern nach der ballistischen Methode bedeutende Fehler eintreten, insbesondere wenn mit sehr geringen Stromstärken gearbeitet wird.

Auch das Verschwinden des Magnetismus eines geschlossenen magnetischen Kreislaufes kann mehrere Minuten in Anspruch nehmen. —

---

[1]) Schneebeli, Bullet. de la Soc. des Sc. Nat. de Neufchatel 11, 63; Beibl. 1, 685, 1877. — [2]) Th. Gray, Proc. Roy. Soc. London 51, 503, 1892; Beibl. 17, 592.

Eine sehr kleine Luftstrecke im magnetischen Kreise bringt den remanenten Magnetismus beinahe zum Verschwinden und vermindert den Betrag der Aenderung des Inductionscoëfficienten, sowie die Zerstreuung der Energie im Magneten beträchtlich.

Aehnlich ist auch das Verhalten bei alternirenden Strömen.

293 Die Zeit, bis der im Inneren einer stromdurchflossenen Spirale befindliche Eisenkern nach einem Stromwechsel in Folge der im Eisen zu Stande kommenden elektrischen Ströme seine volle Magnetisirung wieder angenommen hat, haben Hopkinson und Wilson[1]) experimentell bestimmt. Der 10 cm dicke Kern eines zu einem vollständigen magnetischen Kreise geschlossenen Elektromagnets wurde an einer Stelle gebildet durch einen von zwei concentrischen Eisenröhren umgebenen dünneren Kern, zwischen welchen man die Untersuchungsspirale aus feinem Kupferdraht gewickelt hatte. Es zeigte sich, dass die in dieser Spirale inducirten elektrischen Ströme in einigen Fällen über eine halbe Minute andauern konnten.

294 Bringt man eine kurze Magnetisirungsspirale auf eine Stelle eines langen Eisenkernes, eine kurze Inductionsspirale auf eine andere, so nehmen beim Oeffnen des Stromes in der Magnetisirungsspirale die Intensitäten der in der Inductionsspirale inducirten Ströme um so mehr ab, je weiter dieselbe von der Magnetisirungsspirale entfernt ist, auch abgesehen von der mit der Entfernung abnehmenden directen Inductionswirkung beider Spiralen auf einander. Wir haben schon Thl. III, §. 732 u. flgde. erwähnt, dass dies auf der Abnahme der magnetischen Momente der einzelnen Theile des Eisenstabes von der direct magnetisirten Stelle aus beruht. Zugleich aber vergehen, wie Beetz[2]) bei seinen §. 281 erwähnten Versuchen vom Jahre 1858 gezeigt hat, nach dem Oeffnen des den einen Schenkel eines Elektromagnets magnetisirenden Stromes erst einige Momente, bis der entstehende Inductionsstrom das Verschwinden des Magnetismus im anderen Schenkel anzeigt. Ebenso vergehen, wenn die Spiralen auf die beiden Enden eines 58 cm langen, 24 mm dicken Eisenstabes geschoben sind, wohl 8 Tausendstel Secunden nach der Schliessung des magnetisirenden Stromes, ehe der Inductionsstrom anzeigt, dass auch das der Magnetisirungsspirale ferner liegende Ende des Stabes Magnetismus annimmt. Die Curven III und IV, Fig. 76, S. 221, zeigen in diesen beiden Fällen das Verschwinden und Anwachsen des Magnetismus. Es vergeht also eine gewisse Zeit, bis die an einer Stelle eines Stabes erzeugten Veränderungen des magnetischen Momentes seiner Theilchen sich auch auf andere, in der Richtung seiner Axe ferner liegende Theilchen desselben ausdehnen.

[1]) S. Hopkinson u. E. Wilson, Proc. Roy. Soc, 56, 108, 1894; Beibl. 18, 955. — [2]) Dasselbe Resultat hat später Trève, Compt. rend. 77, 1296, 1873, nochmals publicirt.

Dies tritt noch weit mehr hervor, wenn die Continuität der Eisenmasse in der Richtung ihrer magnetischen Axe gestört ist, wenn also z. B. die Magnetisirungsspirale auf ein Drahtbündel geschoben ist, in welchem keine peripherischen Ströme inducirt werden, und welches beim Oeffnen des Stromes fast augenblicklich seinen Magnetismus verliert, die Inductionsspirale aber auf eine mit flachen Blechscheiben gefüllte Papierröhre geschoben ist, welche mit ihrer einen Endfläche gegen die Endfläche des Drahtbündels gegengelegt ist. Hier vergeht eine bedeutende Zeit nach Schliessung des Stromes, ehe der Inductionsstrom die Magnetisirung der Bleche anzeigt.

Legt man gegen das Ende des mit der Magnetisirungsspirale umgebenen Drahtbündels aufgeschnittene oder ganze Flintenläufe oder Drahtbündel, und schiebt auf sie die Inductionsspirale, so ist auch zum Verschwinden des Magnetismus nach dem Oeffnen des Stromkreises der Magnetisirungsspirale eine geraume Zeit erforderlich. Bei den vollen und aufgeschnittenen Flintenläufen sind die Inductionswirkungen gleich; ein Beweis, dass die peripherisch in der Eisenmasse inducirten Ströme keinen Einfluss auf die Erscheinung haben; bei dem Drahtbündel, welches schwerer ist als die Flintenläufe, und in welchem mehr einzelne, neben einander liegende, magnetisirte Molecüle nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes auf einander einwirken, verschwindet der Magnetismus schneller, so dass also die Vertheilung der Masse von wesentlichem Einfluss auf diese Erscheinung ist.

295 Weitere Versuche hierüber haben Donati und Poloni[1]) angestellt.

Auf eine Eisenstange von 2,3 m Länge und quadratischem Querschnitt von 18 mm Seite wird 20 cm vom einen Ende eine Magnetisirungsspirale von 50 Windungen und 3 cm Länge, sowie an verschiedenen Stellen im Abstande x eine Inductionsspirale von 50 Windungen und 1 cm Länge geschoben, welche Spiralen schon in einer Entfernung von 5 cm nicht mehr merklich direct inducirend auf einander wirken.

Wenn nach der Zeit t nach dem Schliessen der magnetisirenden Ströme der Kreis der mit dem Galvanometer verbundenen Inductionsspirale unterbrochen wird, so ist der Ausschlag A des Galvanometers, welcher dem an der Stelle x während der Zeit t erzeugten Moment entspricht, gleich:

$$A = c e^{-\alpha x}(1 - \varrho e^{-\mu t} + \varrho' e^{-\mu' t})$$

oder auch annähernd:

$$A = c e^{-\alpha x}\left(1 - e^{-\varkappa \frac{t}{x}}\right),$$

wo $c, \alpha, \mu, \mu', \varkappa, \varrho, \varrho'$ Constanten sind und $\varrho + \varrho' = 1$ ist. Für $t = \infty$ ist dann $A_\infty = c e^{-\alpha x}$, der schon bekannte Ausdruck der endlichen Vertheilung des Momentes.

---

[1]) Donati und Poloni, Nuovo Cimento [2] 13, 97, 242, 1875.

Die Versuche wurden mit verschiedenen Stromintensitäten I (verschiedenen Anzahlen von Bunsen'schen Elementen) angestellt. Selbstverständlich zeigen sich in den Werthen A_∞ dieselben Aenderungen, wie sie für die Zunahme des Momentes eines Stabes mit wachsenden magnetisirenden Kräften I bekannt sind, so dass also c schneller als I wächst.

Die Werthe α, ϱ und ϱ', μ und μ' ändern sich ebenfalls mit der Entfernung x.

Aus diesen Resultaten folgt, dass der Abstand des Schwerpunktes der Fläche der die Momente der einzelnen Stellen als Ordinaten zum Magnet als Abscissenaxe darstellenden Curve von dem magnetischen Centrum mit der Zeit im umgekehrten Verhältnisse des Coëfficienten α von x sich ändert. Die Stelle, bei welcher der Werth der Klammer ein bestimmter, β, ist, verschiebt sich nahezu gleichförmig, wenn auch verschieden schnell bei verschiedenen Werthen von β, die Zeit also, in der die in jedem Querschnitt erzeugten Momente einen bestimmten Bruchtheil des demselben Querschnitt entsprechenden Maximalmoments erhalten, wächst etwa proportional mit dem Abstande von dem Orte der Magnetisirung. — Eine Fehlerquelle bei diesen Versuchen liegt darin, dass nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes der Magnetismus der unter der Magnetisirungsspirale liegenden Theile nicht plötzlich verschwindet, und somit auf die ferneren Theile des Stabes vertheilend einwirken kann.

Bei ähnlichen Versuchen von Harold Whiting[1]) wurde auf eine 1 cm dicke Eisenstange an einem Ende eine Magnetisirungsspirale, an anderen Stellen eine mit einem Galvanometer verbundene Inductionsspirale geschoben. Durch einen Commutator, ähnlich dem von Blaserna (s. w. u.), wurden die magnetisirenden Ströme in abwechselnder Richtung durch die Magnetisirungsspirale geleitet und die Ströme der Inductionsspirale gleich gerichtet zum Galvanometer geführt. Zuerst wurden bei langsamer Commutation des magnetisirenden Stromes die Nullpunkte der Stellung des Commutators im inducirten Kreise bestimmt, bei denen das Galvanometer keinen Ausschlag gab. Sodann wurde die Einstellung des Commutators bei schneller Drehung und verschiedener Lage der Inductionsspirale untersucht. Dabei wuchs die Verzögerung der Magnetisirung mit wachsenden Abständen von der primären Spirale allmählich bis zu einem Maximum und nahm bei weiterer Entfernung wieder ab. Auch die Phase des primären Stromes wurde mit wachsender Geschwindigkeit des Commutators immer mehr verzögert (bis zu 90^0). **296**

Bei einem Stabe von 134 cm Länge und 1,2 cm Dicke erschien bei der Umdrehungsgeschwindigkeit $v = 4$ in der Secunde die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c auf den ersten 17,5 cm des Stabes gleich 750 cm, bei der Umdrehungsgeschwindigkeit $v = 23$ aber $c = 970$ cm.

---

[1]) H. Whiting, Proc. Amer. Acad. **14**, 322, 1881; Beibl. **5**, 689.

Dann wurde c nahe proportional v, so dass für $v = 140$, $c = 90$ m betrug. In weiteren Entfernungen überwiegt die Wirkung der primären Spirale und der benachbarten magnetischen Theile, so dass sich keine einfachen Resultate ergeben.

Unter längerem Einfluss alternirender Ströme von hoher elektromotorischer Kraft wächst die magnetische Leitungsfähigkeit (z. B. auf das 12 fache).

Bei einer nur 50 cm langen Stange ergaben sich nahe dieselben, bei einer nur 0,7 cm dicken Stange viel kleinere Phasendifferenzen bei derselben Drehungsgeschwindigkeit des Commutators. Eine Stahlstange verhielt sich etwa wie die dünnere Eisenstange. Die magnetische Leitungsfähigkeit in derselben ist etwa $^1/_4$ von der der Eisenstange.

Werden die Commutatoren so gestellt, dass das Galvanometer Ströme giebt, so ist bei günstigster Anordnung der Commutatoren die Ablenkung des Galvanometers von ihrer gemeinsamen Drehungsgeschwindigkeit (5 bis 12 Umdrehungen, 10 bis 24 Umkehrungen pro Secunde) unabhängig; erst bei grösserer Geschwindigkeit sinkt sie (bei 140 Umdrehungen auf $^1/_4$). Dividirt man die Ablenkungen durch die entsprechende Umdrehungszahl des Commutators, so erhält man die Höhe jeder Welle am Ende der kurzen Dauer des Stromes. Danach ist die Gestalt der magnetischen Welle in einigem Abstande von der primären Spirale nahe gleich der einer elektrischen Welle am Ende eines langen Kabels; in der Nähe der primären Spirale werden die Curven eckiger, ohne indess, wie bei momentaner Wirkung, rechteckig zu werden. Die Zeit zwischen dem Beginn und der Erreichung von 50 Proc. des Maximums des secundären Stromes, dicht neben der primären Spirale, betrug etwa 0,058 Secunden; etwa 35 cm von derselben noch 0,035 Secunden mehr. Für andere Stromstärken des secundären Stromes würden sich andere Data ergeben.

Alle diese Versuche geben übrigens nicht ganz einfache Resultate, da einmal die die magnetisirenden Spiralen durchfliessenden Ströme beim Oeffnen und Schliessen direct in der Inductionsspirale Ströme induciren können, dann aber auch namentlich nicht nur die unter der Inductionsspirale liegenden Eisentheile, sondern auch die übrigen, vorzüglich die der magnetisirenden Spirale zu liegenden, stärker magnetisirten beim Verschwinden ihres Magnetismus inducirend wirken.

297 Stellt man vor dem Pol eines Elektromagnetes in verschiedenen Entfernungen zwei Inductionsspiralen auf, in denen beim Oeffnen oder Schliessen des den Elektromagnet erregenden Stromes Ströme von gleicher Gesammtintensität erzeugt werden, so dass bei entgegengesetzter Einschaltung derselben in einen Schliessungskreis zugleich mit einem Galvanometer letzteres keine Ablenkung zeigt, so bleibt dieses Gleichgewicht bestehen, wenn nicht magnetische Medien zwischen die Spiralen gebracht werden. Lässt man mit Hülfe des Interruptors von Felici nur die letzten Theile des Oeffnungsinductionsstromes eintreten, so

zeigt das Galvanometer einen Ausschlag im Sinne des Stromes in der ferneren Spirale; beim Eintritt des ersten Theiles des Oeffnungsstromes überwiegt die Induction in der näheren Spirale[1]).

Die Ablenkung steigt mit der Zeitdauer der Verbindung mit dem Galvanometer bis zu einem Maximum.

Ebenso verhalten sich die Schliessungsströme und die bei Umkehrung der Polarität des Magnets erhaltenen Ströme.

Der Magnet kann hierbei auch durch eine inducirende Spirale ersetzt werden. Die Erscheinungen rühren eben von den Extraströmen in den Spiralen her, die in der entfernteren, welche aus mehr Windungen besteht, bedeutender sind, als in der näheren, also in ersterer die Induction mehr verzögern, als in letzterer. Beim Entstehen des Inductionsstromes subtrahiren sich diese Extraströme von dem Hauptstrom, beim Verschwinden addiren sie sich dazu, wodurch obige Beobachtungen vollständig erklärt werden. Deshalb haben auch Aenderungen des Abstandes, z. B. bei Aenderung der Verhältnisse der inducirenden Spirale u. s. f., keinen Einfluss auf das Phänomen.

298

Es erhebt sich die Frage, ob bei Strömen, deren Intensität einer Sinusfunction entspricht, die cyklische Aenderung der Magnetisirung eines ihrer Wirkung ausgesetzten Eisenkernes, abgesehen von dabei etwa auftretenden Inductionsströmen, von der Schnelligkeit der Aenderung abhängig ist, also ob eine Verzögerung der Magnetisirung, bezw. eine Art Zähigkeit stattfindet. Hierüber haben J. und B. Hopkinson[2]) Versuche angestellt.

Ein 0,0254 cm dicker, lackirter Draht von Eisen oder Stahl war zu einem Ringe von etwa 9 cm Durchmesser gewunden. Sein Querschnitt betrug beim Eisen 1,04, beim Stahl 1,08 qcm. Hierdurch waren die Localströme im Eisen vermieden. Der Ring war mit 200 Windungen von Kupferdraht als primärer Leitung und einer Spirale von dünnem, mit einem Galvanometer verbundenem Draht als inducirter Spirale umwunden. Der Strom eines Transformators fliesst hinter einander durch einen inductionsfreien Widerstand CD und die primäre Umwindung des Ringes DE. Von den mit Condensatoren verbundenen Polen eines Quadrantelektrometers ist der eine Pol durch einen rotirenden Commutator k mit der Verbindungsstelle beider D verbunden, der andere Pol Q kann mit C und E verbunden werden. Der Commutator k ist auf derselben Axe wie der den primären Strom des Transformators umkehrende befestigt und besteht aus einer an einer Rolle mit einem Kupfervorsprung versehenen Elektrode, gegen welche ein kleiner Stahlbesen schleift, der bei jeder Umdrehung den Stromkreis schliesst. Durch Ver-

[1]) L. Donati und G. Poloni, Nuovo Cimento [2] 13, 233, 1875. Einige Versuche über die Zeitdauer der Induction bei Gegenwart von Eisenkernen mittelst Messungen der elektrostatischen Ladung eines Condensators, siehe Donati, Sulle forze elettromotrice, Pisa 1875. — [2]) J. und B. Hopkinson, Lum. électr. 45, 38, 1892; Beibl. 17, 56.

stellung des Commutators am Elektrometer kann die Potentialdifferenz zwischen C und D oder E und D gemessen werden. In den meisten Fällen erfolgen 125 Stromwechsel in der Secunde. Werden so die Magnetisirungen sowie Potentialdifferenzen zwischen C und D für die verschiedenen Zeiten bestimmt, so hat man den Verlauf des magnetisirenden Stromes. Die Curve der Potentialdifferenzen zwischen D und E giebt in gleicher Weise nach Berücksichtigung der Induction in der Magnetisirungsspirale die Aenderung der Magnetisirung in den einzelnen Zeiten. Die Flächen der letzteren Curven geben die ganze Magnetisirung bis zu den betreffenden Zeiten. — Langsame Kreisprocesse wurden mittelst eines ballistischen Galvanometers gemessen und wurden in gleichen Maassen wie die schnellen verzeichnet. Sowohl bei weichem Eisen wie bei weichem Stahl sind die Curven identisch. Demnach ist bis zu 125 Wechseln in der Secunde keine magnetische „Viscosität" zu beobachten, vorausgesetzt, dass die magnetisirende Kraft klein ist. Die Curven sind für eine gleiche magnetisirende Kraft bei der Maximalinduction gleich; findet sich eine Differenz überhaupt, so ist sie bei der Maximalinduction grösser. Sind die Eisen- oder Stahldrähte nicht lackirt, so wird die Maximalmagnetisirung gegen die magnetisirende Kraft etwa um $1/6$ Periode verzögert und die Maximalinduction ist bei der gleichen magnetisirenden Kraft nur 100/172 von der bei langsamen Stromwechseln.

299 Befinden sich an den beiden Enden einer Eisenstange entgegengesetzt gewundene Spiralen, durch welche derselbe alternirende Strom geleitet wird, so könnten Interferenzen der beiderseits vertheilten und sich in der Eisenstange fortpflanzenden magnetischen Momente entstehen, die von der Phasendifferenz der beiderseitigen Ströme abhängen würden.

Durch eine zwischen die Magnetisirungsspiralen auf den Stab geschobene, mit einem Telephon verbundene Inductionsspirale könnten dieselben nachgewiesen werden.

In der That hat Trouton[1]) in dieser Art schwache Anzeichen von Interferenzen mit Rollen von eminenter Intensität beobachtet.

Bei Eisenringen, auf die eine Magnetisirungsspirale und eine Inductionsspirale mit Telephon geschoben waren, zeigten sich beim Durchleiten alternirender Ströme durch erstere Knoten und Bäuche (4 bis 5 in einem 3 m langen Ringe). Ein ballistisches Galvanometer gab nur Ablenkungen nach derselben Richtung.

Inwieweit diese Erscheinungen auf secundären Ursachen, Unterschieden der Härte, ursprünglichen Magnetisirungen, bezw. mechanischen, den Magnetismus ändernden Schwingungen beruhen, bedarf weiterer Untersuchungen.

---

[1]) Trouton, Electrician **27**, 520, 1891; Brit. Assoc. Cardiff; Beibl. **16**, 87.

Trowbridge[1]) hat an den 7,5 cm grossen Diaphragmen zweier auf demselben Stativ stehender Telephone je einen Spiegel befestigt. Die Axen der Telephone sind so gerichtet, dass die von beiden Spiegeln reflectirten Lichtstrahlen eines Zirkonbrenners, wie bei den Lissajous'schen Figuren, interferiren. Die Diaphragmen sind auf ihren Unterlagen mit kleinen Schraubenklammern befestigt, um sie auf den Einklang einzustellen.

Auf einen 1,2 cm dicken, 90 cm im Durchmesser haltenden Eisenring waren zwei grosse Rollen von dickem Draht geschoben, durch welche Wechselströme von verschiedener Art geleitet wurden. Auf den Ring waren ferner zwei Rollen von dünnem Draht geschoben, die je mit einem der Telephone verbunden waren. War die eine zwischen den dicken Rollen und die andere auf der anderen Seite der Rollen in gleichem Abstand angebracht, so erschien bei 2500 Wechseln in der Minute in dem „Phasimeter" eine Ellipse, waren die gleichnamigen Pole der dicken Rollen einander zugekehrt, so kehrte sich die grosse Axe der Ellipse nach der anderen Seite; die Phasendifferenz betrug also 180°.

An dem Centralpunkte zwischen den gleichnamigen Polen gab eine dünne Spirale bei Verbindung mit einem Telephon keine Amplitude. Das mit der anderen dünnen Spirale verbundene Telephon zeigte nur eine gerade Linie.

Aehnliche Erscheinungen zeigen sich an geraden Stäben. Wird die eine dünne Spirale auf das eine Ende des Kernes einer dicken Rolle, die andere auf einen dünnen Eisen- oder Stahlstab geschoben, der erst dem einen, dann dem anderen Ende des Kernes genähert wird, so ist die Phasenänderung sehr deutlich.

Wird eine Glühlampe von einer Kerzenstärke mit einer der kleinen Rollen verbunden, welche sich auf dem Eisenring zwischen gleichnamigen Polen befindet, so glüht sie nicht, zwischen ungleichnamigen Polen sofort. Indess lässt sich kein zweiter Knotenpunkt finden. Hiernach scheint im Ringe keine Wellenbewegung zu beobachten, und die Fortpflanzung der magnetischen Störungen der der Wärme nahe analog zu sein.

Um zu untersuchen, ob Phasenänderungen zwischen den inneren Theilen des dicken, alternirenden magnetischen Impulsen ausgesetzten Kernes und der Aussenseite desselben beständen, wurde die eine Rolle des Phasimeters in einen um die Mitte des Kernes eingedrehten Canal gelegt, die andere, deren Mittelpunkt mit dem der ersten coincidirte, ausserhalb um den Kern; es ergaben sich aber keine Phasendifferenzen. Wurde ein Anker über die eingebettete Rolle gelegt, der sie ganz in Eisen einschloss, so gingen kaum Kraftlinien hindurch; sie wendeten sich an die Oberfläche. Wurde dagegen eine Armatur angelegt, welche das Eisen bis über die Grenzen der dicken Rolle ausdehnte, so zogen

[1]) Trowbridge, Phil. Mag. [5] 33, 374, 1892; Beibl. 16, 554.

Kraftlinien von der Oberfläche bis in das Innere, und eine mit der eingebetteten Rolle verbundene Glühlampe leuchtete. Wird der Durchmesser des zuerst erwähnten Eisenringes verkleinert, dass eine genügende Anzahl Kraftlinien vom Nord- zum Südpol einer der grossen Rollen verläuft, so kann eine Glühlampe leuchten, selbst wenn sie ausserhalb der Rolle in einer senkrecht zur Axe einer der grossen Rollen liegenden und durch ihren Mittelpunkt gehenden Ebene sich befindet[1]).

301 Ganz ähnliche Erscheinungen, wie bei der longitudinalen, zeigen sich bei der transversalen Magnetisirung des Eisens durch einen hindurchgeleiteten Strom[2]). Wird also in einen Schliessungskreis einer Säule ein Eisendraht eingefügt, so entsteht beim Schliessen des Stromes in Folge der transversalen Magnetisirung der einzelnen Molecüle des Eisendrahtes ein dem ursprünglichen Strom entgegengerichteter Inductionsstrom, wodurch die Entwickelung des Stromes verzögert wird. Wird umgekehrt der Strom geöffnet, so entsteht wiederum durch das Verschwinden des transversalen Momentes des Eisendrahtes ein dem ursprünglichen Strom gleichgerichteter Strom, welcher ihn im letzten Moment verstärkt. Aehnliche Verhältnisse ergeben sich, wenn der Eisendraht in die Schliessung einer Inductionsspirale eingefügt wird, in welcher durch Schliessen und Oeffnen des Stromes in einer benachbarten Spirale Ströme inducirt werden. Schaltet man in den Inductionskreis eine kleine Kupferdrahtspirale ein, in welche man Nähnadeln einlegt, so kann man an der geringeren Magnetisirung derselben durch die Inductionsströme bei Einfügung des Eisendrahtes oder eines Kupferdrahtes von gleichem Widerstande erkennen, dass durch ersteren die Inductionsströme verzögert worden sind. Selbstverständlich ist an einem Galvanometer die Gesammtintensität der inducirten Ströme in beiden Fällen die gleiche.

302 Bei diesen Versuchen kann man, ohne die Resultate abzuändern, den Eisendraht direct zu einer Spirale winden und als inducirte verwenden.

Wird an Stelle einer Kupferdrahtspirale eine Eisendrahtspirale von gleichen Dimensionen als inducirende verwendet, so wird wiederum beim Schliessen des inducirenden Stromes die Entwickelung desselben verzögert und ebenso auch die des Inductionsstromes, dessen magnetisirende Wirkung auf die Nähnadel bei gleicher Intensität des inducirenden Stromes demnach kleiner ist.

Da mit wachsender Stromintensität die transversale Magnetisirung der Eisendrähte sich viel schneller einem Maximum nähert, als die longitudinale, so ist die verzögernde Wirkung der Eisendrähte namentlich bei schwächeren Strömen bemerkbar[3]).

---

1) Siehe auch Dechant, Wien. Ber. 52 [2a], 1334, 1893; Beibl. 18, 595. — 2) Vergl. Villari, Nuovo Cimento [2] 11, 201, 1874. — 3) Villari, l. c.

In Folge der verzögernden Wirkung der in den Eisendrähten auftretenden Extraströme ist die durch alternirende oder oft unterbrochene Ströme erzeugte Erwärmung derselben cet. par. geringer, als bei nicht magnetischen Drähten von gleichem Widerstande. Dies hat Villari[1]) gezeigt, indem er den Strom einer Säule zwischen zwei öfter der Länge nach auf- und niedergebogenen Drähten von Kupfer oder Blei und von Eisen neben einander verzweigte, welche in der Wheatstone'schen Brücke für constante Ströme gleichen Widerstand hatten. Die Drähte befanden sich in 1 m langen, mit Alkohol gefüllten Glasröhren, durch welche unten mittelst Korken ihre Enden hindurchgingen und die oberhalb durch Korke geschlossen waren, durch welche Capillarröhren mit Theilungen zur Messung des Standes des Alkohols gesteckt waren. Während die durch einen constanten Strom entwickelten Wärmemengen gleich waren, erschien bei Anwendung unterbrochener Ströme die Erwärmung des nicht magnetischen Metalles grösser. 303

Auch mittelst eines Dynamometers, dessen beide Spiralen aus je zwei gleichen und parallel neben einander liegenden Drähten gewunden waren, durch welche neben einander in entgegengesetzter Richtung der zwischen dem Kupferdraht und dem Eisendraht verzweigte Strom hindurchging, ergab sich dasselbe Verhalten. 304

Wenn bei Anwendung eines constanten Stromes die Ablenkung der bifilar aufgehängten Rolle Null war, erfolgte sie bei Anwendung unterbrochener Ströme im Sinne des durch den Kupferdraht fliessenden Zweiges, indem wiederum die Ströme im Eisendraht verzögert wurden. — Auf eine directe Widerstandsänderung des Eisendrahtes durch die unterbrochenen Ströme sind diese Erscheinungen nicht zu beziehen.

β) Anomale Magnetisirung.

Die Umkehrung des Magnetismus eines Magnetes durch Kräfte, welche schwächer und den ursprünglich magnetisirenden Kräften entgegengerichtet sind, kann zuweilen Veranlassung zu anomalen Magnetisirungen beim Verschwinden des Stromes in einer Magnetisirungsspirale geben. 305

Dieselben sind zuerst beobachtet worden, als die Entladung einer Leydener Batterie durch eine Drahtspirale geleitet wurde, in welcher eine Stahlnadel lag, oder durch einen geraden Draht, über welchen man in verschiedener Entfernung und in transversaler Lage Stahlnadeln gelegt hatte. Je nach den Bedingungen des Versuches war der Magnetismus der Nadeln normal oder demjenigen gleichgerichtet, welchen man durch einen constanten galvanischen Strom erzielen würde, der in gleicher Richtung wie der Entladungsschlag der Batterie bei den Stahlnadeln vorbeigeführt würde, oder entgegengesetzt.

[1]) Villari, Nuovo Cimento [2] 11, 63, 1874.

Diese Erscheinung beruht darauf, dass der Strom der Batterie aus abwechselnd hin und her gerichteten, oscillatorischen Entladungen besteht, von dem die durch die eine erzeugte permanente Magnetisirung durch die folgende, selbst weniger dichte, neutralisirt bezw. umgekehrt werden kann; das Weitere hierüber siehe in Capitel „Oscillatorische Entladungen“.

306 Auch beim Magnetisiren von Stahlstäben durch eine vom galvanischen Strom durchflossene Magnetirungsspirale können nach dem Oeffnen des Stromes anomale permanente Magnetisirungen auftreten.

Diese Erscheinung ist zuerst von v. Waltenhofen[1]) beobachtet worden.

Magnetisirt man einen sehr weichen Eisenkern durch einen Strom und unterbricht den letzteren plötzlich, so ist das zurückbleibende Residuum an permanentem Magnetismus viel kleiner, als bei langsamer Unterbrechung unter Einschaltung immer grösserer Widerstände. Bei schneller Unterbrechung zeigt sich zuweilen, namentlich bei dickeren Stäben, z. B. von 20 bis 28 mm Durchmesser und 103 mm Länge eine umgekehrte permanente Magnetisirung.

Ist der Eisenkern schon früher in dem normalen Sinne durch einen langsam geöffneten Strom permanent magnetisirt worden, so erscheint beim Herumleiten eines zweiten gleich gerichteten Stromes und schnellen Oeffnen desselben diese Anomalie nicht, wohl aber, wenn die erste permanente Magnetisirung entgegengerichtet war.

Bei ganz langsamem Oeffnen des magnetisirenden Stromes, z. B. unter allmählicher Einschaltung immer grösserer Widerstände, wie von Säulen von Zinkvitriollösung, zeigt sich nie die anomale Magnetisirung[2]).

307 Eine Reihe hierher gehöriger Versuche hat Righi[3]) angestellt, bei denen er den magnetisirenden Strom in einer Spirale sowohl schnell und langsam schloss, wie auch öffnete. Er erhielt im Wesentlichen folgende, zum Theil das bereits Bekannte bestätigende Einzelresultate:

1. Der permanente Magnetismus eines Stabes wächst ein wenig, wenn man ihn mit einer Metallhülle umgiebt, um so mehr, je dicker sie ist, je dicker und kürzer der Stab, je kleiner die Zahl der Windungen der Magnetisirungsspirale.

2. Schliesst man den Strom langsam und öffnet ihn schnell, so erlangt ein von einer Metallröhre umgebener Stab mehr permanenten Magnetismus, als wenn er neben der Röhre liegt; schliesst man dagegen den Strom schnell und öffnet ihn langsam, so tritt das entgegengesetzte Verhalten ein.

3. Ein in einer Eisenröhre befindlicher Stahlstab magnetisirt sich stärker, wenn sie aufgeschlitzt ist. Der Unterschied ist um so bedeutender, je schwächer der Strom ist; er verschwindet bei langsamer Schliessung.

---

[1]) v. Waltenhofen, Wien. Ber. [2] **48**, 564, 1863; Pogg. Ann. **120**, 560, 1863. Ganz analoge Beobachtungen sind 17 Jahre später nochmals von Righi (Compt. rend. **90**, 688, 1880; Beibl. **4**, 556) veröffentlicht worden. — [2]) Bartoli und Alessandri, Nuovo Cimento [3] **8**, 16, 1880; Beibl. **4**, 738. — [3]) Righi, Mem. di Bologna [4] **1**, 20. Mai 1880; Beibl. **5**, 62.

4. Der Magnetismus dringt um so tiefer in den Stahlstab ein, je langsamer der Strom geschlossen wird (durch Abätzen nachgewiesen, wobei sich aber die Vertheilung vollständig ändert).

5. Bei schneller Oeffnung des Stromkreises vermindert sich der Magnetismus des Stabes, namentlich in den Oberflächenschichten. Er kann demzufolge in den inneren Theilen stärker magnetisirt bleiben, als in den Schichten nahe der Oberfläche oder in letzteren eine entgegengesetzte Polarität zeigen.

6. Der temporäre Magnetismus eines Stabes ist um so grösser, je schneller der Strom geschlossen wird.

7. Der permanente Magnetismus eines Stahlstabes ist um so grösser, je schneller er der Stromeswirkung ausgesetzt wird, z. B. bei momentanem Schliessen des Stromes, statt bei langsamem. Die Differenz zwischen beiden Resultaten ist um so grösser, je kürzer der Stab im Verhältniss zu seiner Länge und je kürzer der Draht der Magnetisirungsspirale ist.

8. Der permanente Magnetismus eines Stahlstabes ist um so grösser, je langsamer er der magnetisirenden Wirkung entzogen wird (bei schnellerem und langsamerem Oeffnen des magnetisirenden Stromes).

9. Werden gleichzeitig zwei gleiche, aber verschieden harte Stäbe in derselben Spirale magnetisirt, so ist die Verminderung des Magnetismus durch ihre Wechselwirkung in dem weicheren grösser.

10. Wird der Strom langsam geschlossen und schnell geöffnet, so erhält der weichere Stab mehr Magnetismus; wird er schnell geschlossen und langsam geöffnet, der härtere.

11. Werden zugleich zwei verschieden dicke Stäbe magnetisirt, so erleidet der dickere den Einfluss ihrer Wechselwirkung am meisten.

Bei in einander geschobenen Röhren erhält man die entgegengesetzten Resultate.

12. Werden immer kürzere Stäbe von gegebener Dicke magnetisirt, so nimmt der permanente Magnetismus erst bis zu Null ab und kehrt sich dann um. Die Umkehrung tritt bei um so grösserer Länge ein, je schwächer der Strom ist.

13. Mit wachsender Stromintensität wächst der umgekehrte Magnetismus erst bis zu einem Maximum, nimmt dann bis zu Null ab und geht zuletzt in den normalen Magnetismus über.

14. Die Umkehrung zeigt sich nur bei schneller Oeffnung des Stromes. Bei schneller Schliessung zeigt sich die Umkehrung nicht bei einer schwächeren Stromintensität, bei welcher sie bei langsamer Schliessung noch auftritt. Der Einfluss dieser Art der Schliessung ist um so deutlicher, je geringer die Zahl der Windungen der Magnetisirungsspirale ist.

15. Entwickelt der Stab beim Oeffnen des Stromes in einer benachbarten Metallmasse inducirte Ströme, so bleibt die Polarität entweder umgekehrt, wird aber schwächer, oder die normale Magnetisirung tritt auf.

308 Fromme[1]) hat ausgedehnte Untersuchungen über die Magnetisirung von Eisen- und Stahlstäben angestellt, welche theils vor dem Schliessen und Oeffnen des Stromes aus der Magnetisirungsspirale entfernt waren, theils nach demselben. Die Stäbe wurden in zwei Spiralen magnetisirt, deren eine 420 mm Länge, 1382 Windungen von 2,6 mm dickem Draht (2 mm ohne Umspinnung) hatte und auf ein geschlossenes Messingrohr von 8,7 mm Durchmesser gewunden war, deren andere von 500 mm Länge, 1859 Windungen von 1,92 bezw. 1,75 mm dickem Draht auf ein Papprohr von 25 mm Durchmesser gewickelt war. Der Strom wurde von zwei Bunsen'schen Elementen geliefert. Er wurde entweder (f) plötzlich geschlossen oder geöffnet, während die Stäbe fest in der Spirale lagen,

[1]) Fromme, Wied. Ann. 5, 345, 1878; 13, 323, 1881; 18, 442, 1883.

oder (a) die Stäbe wurden nach dem Stromschluss oder vor der Oeffnung in die Spirale geschoben oder herausgezogen.

Wir bezeichnen mit a und f die in beiden Fällen erhaltenen Resultate, mit T, P, $V = T - P$ den gesammten oder temporären, den permanenten und verschwindenden Magnetismus.

Aus den Versuchen ergeben sich folgende Einzelresultate:

1. Zunächst ist das totale temporäre Moment $T_a < T_f$, dagegen das permanente Moment $P_a > P_f$.

2. Die Unterschiede werden mit wachsendem Dimensionsverhältniss α (Länge: Dicke) und wachsender Härte der Stäbe kleiner; die ohnehin weniger verschiedenen Momente T werden bei sehr dünnen Eisendrähten und Stahlstäben und -drähten fast Null.

3. Das Verhältniss $(P_a - P_f)/P_a$ ist bei Stahlstäben und Bündeln von Eisen- oder Stahldraht viel geringer, als bei massiven Eisenstäben von gleicher Dicke.

Bei diesen Stäben, deren Dimensionsverhältniss $\alpha > 1/_{10}$ war, war zwar einmal der permanente Magnetismus $P_f = 0$; anomale Magnetismen zeigten sich aber nicht.

$(P_a - P_f)/P_a$ ist bei einzelnen Drähten annähernd umgekehrt porportional dem Dimensionsverhältniss.

Mit wachsender Zahl z der Drähte in einem Bündel nimmt $P_a - P_f$ zu, bei dünneren Drähten erst schneller, dann langsamer als z; bei dickeren Drähten ist das schnellere Wachsen nicht zu beobachten. $P_a - P_f$ wächst ferner schneller als P_a mit wachsender Zahl der Drähte.

4. Mit wachsender magnetisirender Kraft I wächst der Unterschied des temporären Momentes $T_f - T_a$ bis zu einem Maximum und nimmt dann zuweilen wieder ein wenig ab. Dies zeigt sich noch deutlicher bei dem Verhältniss $(T_f - T_a)/(T_a)$. — Die Differenz der verschwindenden Momente V nähert sich mit wachsender Kraft einem Maximum, ohne wieder zu sinken; das Verhältniss $(V_f - V_a)/V_a$ steigt bis zu einem Maximum und sinkt dann wieder.

5. Mit wachsender Kraft I wächst bei Stahlstäben $P_a - P_f$ continuirlich, wenn zugleich P_a wächst, erst rascher als I, später I proportional. — Bei Eisenstäben wächst $P_a - P_f$ bis zu gewissen Werthen von I erst I proportional, erreicht ein Maximum, nimmt ab und dann wieder zu. — Bei Eisendrahtbündeln erreicht $P_a - P_f$ schon bei kleinen Kräften ein Maximum, fällt auf ein Minimum, steigt zu einem zweiten hohen Maximum und nimmt bei weniger gestreckten Drahtbündeln wieder ab.

6. Wird ein Stab durch wiederholte Einwirkung der gleichen magnetisirenden Kraft temporär bis zur Sättigung magnetisirt, während er in der Spirale dauernd verbleibt, und dann, indem der Strom erst nach Entfernung des Stabes geschlossen und geöffnet wird, umgekehrt, so ist der temporäre Magnetismus bei der $n$ten Magnetisirung $T_{f(n)}$ grösser, wenn er nach der $n - 1$ten temporären Magnetisirung $T_{a(n-1)}$, als wenn er nach $T_{f(n-1)}$ folgt.

Bei der Beobachtung von $T_{a(n)}$ nach $T_{a(n-1)}$ oder $T_{f(n-1)}$ war dagegen ein Unterschied nicht zu bemerken.

Ebenso ist die permanente Magnetisirung $P_{f(n)}$ grösser nach $P_{f(n-1)}$ als nach $P_{a(n-1)}$.

7. Hat der Körper zuerst eine gleiche, nahe der Sättigung entsprechende permanente Magnetisirung P_a erhalten, und wirken nun aufsteigende magnetisirende Kräfte I auf ihn, während er in der Spirale liegt, so wächst bei Stahlstäben mit zunehmendem I die Differenz $P_a - P_f$ continuirlich, bei mittleren Kräften proportional I, bei grösseren langsamer, bei kleinen Kräften scheint ein Maximum vorzukommen. — Bei Eisenstäben zeigt sich ein variables Verhalten.

8. Bei Drahtbündeln wächst $P_a - P_f$ mit wachsender Kraft bis zu einem grossen Maximum, sinkt schnell bis zu einem bisweilen **negativen** Minimum, steigt wieder zu einem Maximum und nimmt wieder ab. Die letztere Abnahme zeigt sich nur bei sehr gestreckten Bündeln nicht; sonst ist der Gang von der

Dicke der Drähte und dem Dimensionsverhältniss unabhängig, auch ist es bei einem einzelnen Draht dasselbe.

9. Wächst P_a, so wächst bei der gleichen Kraft $P_a - P_f$ und nimmt dann wieder ab. Die letztere Periode trat bei einem Eisenstabe um so früher ein, je grösser die Kraft war, bis endlich nur noch eine Abnahme stattfand. Bei anderen Körpern überwog jedoch für alle Kräfte die Zunahme, und es war dann bei dem grössten P_a die Differenz $P_a - P_f$ stets grösser, als bei der ersten Magnetisirung. Der verschwindende Magnetismus nahm bei dem obigen Eisenstabe mit wachsendem P_a ab.

10. Wirkt der Impuls der kleineren Kraft wiederholt, so wird das Moment P_f noch kleiner; nur wenn die Kraft nahe an der, welche P_a erzeugte, liegt, erhöhten die ferneren Impulse p_n das permanente Moment wieder etwas.

11. Eine den Kern umgebende geschlossene Metallhülle übt auf die Erscheinungen bei der Oeffnung einen grösseren Einfluss aus, als auf die bei der Schliessung, da ohnehin schon bei letzterer die Extraströme in der Spirale eine geschlossene Bahn vorfinden. 309

Dabei ist die Differenz der temporären Magnetismen $T_f - T_a$ bei kleineren magnetisirenden Kräften sehr klein, bei grösseren aber wird sie bedeutend.

Bei längeren Stäben ist hierbei die Differenz ebenso oft positiv, wie negativ; bei kürzeren ($^3/_4$ und $^1/_4$ eines 199 mm langen Stabes) nur positiv. Mit wachsender Kraft nimmt dieselbe bis zu einem Maximum zu und dann ab, und zwar deutlicher, als ohne Röhre.

Für den permanenten Magnetismus ist bei langen Stahlstäben und Drahtbündeln von Eisen und Stahl bei Gegenwart der Metallhülle bei kleineren Kräften $P_f > P_a$, bei grösseren ist dagegen $P_a - P_f$ positiv; bei dickeren Eisenstäben bleibt $P_a > P_f$. Bei wachsender Kraft ist der Einfluss des Dimensionsverhältnisses derselbe, wie ohne Röhre.

12. Wird vor der Magnetisirungsspirale nach dem Durchgang des Stromes ein kurzer dicker Kupferdraht als Parallelschliessung eingefügt und dann erst die Säule entfernt, so dass der Extrastrom eine leitende Bahn vorfindet, so ist die permanente Magnetisirung P_n bedeutend grösser, als beim Schliessen und Oeffnen des Stromes in der Spirale nach Entfernung des Kernes (P_a). Bei einem Stahlstabe war diese Vermehrung nur klein, bei einem Eisenstabe blieb P_n unter P_a, aber über P_f. 310

So war z. B.

	Eisendrähte	Stahlstab	Eisenstab
P_a	186	765	146
P_f	145	744,4	97,2
P_n	194	768	128,6

Mit wachsender magnetisirender Kraft bleibt für Stahl P_a nahe gleich P_n. Bei einem Eisenstabe ist der Gang der gleiche, wie ohne Nebenschliessung, nur tritt das Maximum später ein. Bei Drahtbündeln und einem langen Eisendraht wächst auch erst $P_a - P_n$ wie ohne Nebenschliessung, nimmt dann ab, wieder zu und wieder ab; nur wird die Periode der ersten Abnahme grösser und öfter $P_n > P_a$.

Umgiebt die Magnetisirungsspirale eine geschlossene Inductionsspirale, so wirkt sie auf P_f wie eine Nebenleitung.

13. Werden die Eisendrahtbündel mit Quecksilber umgeben und dadurch leitend verbunden, so geben sie für kleinere und mittlere Kräfte kleinere, für grosse Kräfte grössere Werthe von $P_a - P_f$, als wenn die Drähte von einander isolirt sind. Die zwei Maxima und das Minimum verschwinden dabei ganz, so dass sie nicht von Inductionsströmen in den Drähten herrühren; im Gegentheil werden sie durch die bessere Leitung derselben aufgehoben.

14. Bei Unterbrechung des magnetisirenden Stromes an Kupfer ist $P_a - P_f$ etwa um 2 bis 3 Proc. grösser, als an Quecksilber. Schnelles und langsames Hinausziehen des Leitungsdrahtes aus dem Quecksilber wirkt nicht verschieden.

Die Zeitdauer der Schliessung hat keinen wesentlichen Einfluss.

311 Erschüttert man einen Stab, welcher die permanenten Momente P_a oder P_f erhalten hat, so vermindern sich dieselben auf einen Werth P_{ea} oder P_{ef}. In beiden Fällen nehmen bei gleichen Erschütterungen (durch Herabfallen des horizontal gehaltenen Stabes von gleicher Höhe) die Werthe $(P_a - P_{ea})$ und $(P_f - P_{ef})$ mit wachsendem P_a oder P_f zu.

Ist das permanente Moment vorher durch einen Gegenstrom auf P_c vermindert, so nimmt $P_c - P_e$ mit abnehmendem P_c ab, und zwar viel stärker, als der Abnahme des ursprünglichen Momentes P_a durch den Gegenstrom entspricht.

Dabei wird das Moment P_a durch gleich starke Erschütterungen viel stärker reducirt, als ein gleich grosses Moment P_f, gleich viel, ob vor P_f schon ein grösseres Moment P_a bestanden hat, oder auch P_f das grösste bisher erzeugte Moment ist.

Ferner ist die Reduction eines P_f nicht verschieden, mag es vor P_a und grösser als jedes vorherige P_a bestanden haben, oder mag es nach P_a aus letzterem gebildet sein.

Ist $P_f = P_c = P_e$, so steigert eine kleinere im Sinne der ersten Kraft wirkende Kraft p auch bei wiederholter Wirkung das Moment im ersten Falle weniger, als in den beiden letzteren.

312 Weitere Einzelresultate, welche zugleich eine Fortsetzung der Bd. III, §. 605 u. flgd. erwähnten bilden, hat Fromme[1]) mit Bündeln von feinen, von einander isolirten Eisendrähten erhalten.

Dabei wurde das Eisendrahtbündel einer grossen Kraft P unterworfen, die bei langsamer Reduction auf Null das permanente Moment PM erzeugte. Eine darauf wirkende Kraft $p < p \leq P$ ändert dasselbe in $PM \pm \delta_1 . PM$, wenn sie langsam, dagegen in $PM \pm \delta_2 . PM$, wenn sie rasch auf Null absinkt. Dabei war die Differenz $\pm \delta_1 . PM - (\pm \delta_2 . PM)$ stets positiv, als Beweis, dass mit wachsender Geschwindigkeit der Entmagnetisirung das permanente Moment kleiner ausfällt. Es erzeugte z. B. P ($W = 0$ S.-E. im Rheostaten) ein $PM = 802$ (Scalentheile). Die Kräfte p waren durch $W = 0{,}5 . 1 . 2 \ldots$ S.-E. gegeben.

p	0	0,5	1	2	3	5	10	100
$\delta_1 . PM$	0	+ 2,55	+ 3,90	+ 4,00	+ 5,90	+ 7,90	+ 11,30	— 4,80
$\delta_2 . PM$	— 0,90	— 0,20	+ 0,30	+ 1,80	+ 3,45	+ 6,75	+ 10,30	— 5,30
$\delta_1 . PM - \delta_2 . PM$	+ 0,90	+ 2,75	+ 3,60	+ 2,20	+ 2,45	+ 1,15	+ 1,00	+ 0,50

Diese Werthe änderten sich auch nicht, als man durch Umlegen eines geschlossenen Messingrohres die Entstehung von Inductionsströmen ermöglicht hatte. Es machte auch keinen Unterschied, ob man die Drähte eines Bündels von einander isolirte oder durch zwischengegossenes Quecksilber leitend verband. Bei Stahlstäben war der Unterschied der $\delta . PM$ klein, aber vollkommen deutlich, bei einem Eisenstabe dagegen von enormer Grösse.

Bedeutender werden die Unterschiede der $\delta . PM$, wenn man immer mit der grössten Kraft einsetzt, diese langsam reducirt, bis der Werth p erreicht ist, und nun von p rasch auf Null übergeht. Die nun beobachtete grössere Abnahme von PM hat ihren Grund in der während der Reduction von P auf p entstandenen Hysteresis.

Den bei einer magnetisirenden Kraft möglichen grössten Werth des permanenten Momentes erhält man im Allgemeinen nur durch continuirliche und langsame Einschaltung von Widerstand. Stöpselziehen in einem Siemens'schen Rheostaten ergiebt bei Drahtbündeln nur dann das Maximum, wenn es

[1]) Fromme, Wied. Ann. **44**, 138, 1891. (Nach einem von Herrn Fromme gef. gelieferten Manuscript.)

streng in der Reihenfolge der Widerstände 0,1 . 0,2 ..... 5000 geschieht, bei Eisenstäben bleibt man auch dann noch erheblich vom Maximum entfernt; selbst langsames und rasches Herausziehen der Stöpsel bedingt einen Unterschied. Hier muss man den Strom durch Einschaltung von Flüssigkeitswiderständen reduciren, um das Maximum von PM zu erhalten, doch darf auch dies nur sehr langsam geschehen. Schaltet man zuerst einen Theil des Flüssigkeitswiderstandes rasch ein (vielleicht nur bis zur Abnahme des inducirten Momentes auf die Hälfte) und dann den übrigen Theil langsam, so findet man schon ein zu kleines PM. Eine Unterbrechung des Stromkreises hat hierbei nicht stattgefunden, der Extrastrom lief durchweg in geschlossener Bahn, konnte also nicht alterniren, und die in der Masse des Eisens inducirten Ströme liefen ab, so lange noch die Hälfte des temporären Momentes bestand. Der beobachtete zu kleine Werth des permanenten Momentes muss also primär durch das anfänglich rasche Absinken der magnetisirenden Kraft verursacht sein.

Einschliessen des zu magnetisirenden Körpers in ein Metallrohr hebt die Wirkung einer schnellen Abnahme der magnetisirenden Kraft (Stromunterbrechung) theilweise oder fast ganz auf, das letztere, wenn das geschlossene Rohr einen Stahlstab oder ein Drahtbündel umgiebt. Ein aufgeschlitztes Rohr ist nur bei Eisenstäben ganz unwirksam, sonst übt es einen Theil der Wirkung des geschlossenen aus, und zwar einen um so kleineren, je breiter der Schlitz ist. Auch ungeschlossene inducirte Ströme mässigen also das rasche Verschwinden des temporären Momentes und verringern dadurch einen Verlust an permanentem. Eine ungeschlossene Inductionsspirale, welche man um den Körper legt, ist dagegen ohne Einfluss, während eine geschlossene die Wirkung einer geschlossenen Röhre ausübt [1]).

---

[1]) Fromme zieht hieraus (l. c.) die folgenden Schlüsse:

„Ein permanentes Moment PM lässt sich auf sehr verschiedene Art in einen kleineren Werth pm überführen. Den verschiedenen Arten der Ueberführung entsprechen aber im Allgemeinen verschiedene Gruppirungen der Molecularmagnete, verschiedene Zustände von pm. Fromme hat dies im Besonderen für die Ueberführung durch rasche Abnahme der magnetisirenden Kraft (z. B. Stromunterbrechung), durch Erschütterungen und durch conträre, d. h. derjenigen Kraft P, durch welche PM erzeugt wurde, entgegengerichtete Kräfte gezeigt, indem er auf pm eine kleine Kraft p, gleicher oder entgegengesetzter Richtung wie P, wirken liess und die Zu- oder Abnahme von pm durch dieselbe, wie auch das temporäre Moment beobachtete. Bei diesen Versuchen ergaben sich folgende Resultate:

Der Zustand, in welchem sich das permanente Moment nach rascher Abnahme der magnetisirenden Kraft befindet, unterscheidet sich wesentlich von den Zuständen, in welche es durch eine in conträrer Richtung wirkende Kraft oder durch Erschütterungen gelangt. Die letzteren beiden Zustände sind im Allgemeinen ebenfalls von einander verschieden.

Die Verschiedenheit der drei Zustände ergiebt sich sowohl aus den ungleichen temporären Momenten, welche p inducirt, als auch aus den ungleichen Aenderungen des permanenten Momentes, welches sie hervorbringt, sie mag in der Richtung der Magnetisirung oder in der entgegengesetzten wirken. Soll Kraft p das frühere PM wieder herstellen, so inducirt sie bei Drahtbündeln nach einer Stromunterbrechung zwar das grösste Moment, bringt aber die kleinste Zunahme des permanenten Momentes hervor. Bei Stäben ist sowohl das inducirte als die Zunahme des permanenten Momentes am grössten nach Wirkung einer conträren Kraft, etwas kleiner ist das inducirte Moment nach Stromunterbrechung, und am kleinsten nach Erschütterungen. Die Zunahme von pm ist auch bei Stäben am geringsten nach Stromunterbrechung, grösser nach Erschütterungen und am grössten nach Wirkung einer conträren Kraft. Sinkt p dagegen in der P entgegengesetzten Richtung, so ist das inducirte Moment und die Abnahme des permanenten am grössten nach Stromunterbrechung und am kleinsten nach einer conträren Kraft.

Die auszeichnenden Merkmale, welche der aus Stromunterbrechung hervorgegangene magnetische Zustand besitzt, sind einmal die kleine Zunahme, welche pm durch eine gleichgerichtete, und die grosse Abnahme, welche es

313 Ueber die Ursachen des verschiedenen Verhaltens der temporären und permanenten Magnetisirung beim Verweilen und beim Herausziehen

---

durch eine conträre Kraft erfährt, und zweitens das anfänglich abnorm grosse verschwindende Moment, welches nur durch Wiederholung der Kraftwirkung den normalen Werth erreicht. Einen Zustand mit diesen beiden Merkmalen erhält man auch schon durch continuirliche und rasche Einschaltung von Flüssigkeitswiderstand in den Stromkreis.

Wenn zu dem durch Stromunterbrechung bewirkten Verlust an permanentem Moment noch ein weiterer durch einen conträren Strom oder durch Erschütterungen hinzugefügt wird, so verschwindet in dem neuen Zustande der Einfluss der Stromunterbrechung um so vollständiger, je stärker der conträre Strom oder die Erschütterungen waren.

Aus diesen Versuchen kann man den Schluss ziehen, dass, wenn man annimmt, jede magnetisirende Kraft und jedes Aggregat von solchen ordne die Molecularmagnete zu ganz bestimmten Gruppen an, dann bei der Reduction von PM in pm durch eine conträre Kraft hauptsächlich eine Rückdrehung der Molecularmagnete in den bestehenden bleibenden Gruppen, dagegen bei der Reduction durch Stromunterbrechung eine gänzliche Umbildung der Gruppen, wohl in Folge des raschen Rückschwingens der Molecularmagnete, stattfindet.

Die — immer ziemlich schwachen — Erschütterungen wirken bei Drahtbündeln fast wie conträre Kräfte, bei Stäben aber führen sie wohl ebenfalls eine theilweise Zerstörung der Gruppen herbei."

Es mag dahingestellt bezw. weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben, ob diese Annahmen nöthig sind; oder ob nicht die auch in den dünnen Eisendrähten auftretenden Inductionserscheinungen unter verschiedenen Bedingungen genügen können, die Beobachtungen zu begründen.

Hieran sich anschliessende Versuche von Fromme (Wied. Ann. **53**, 236, 1894) geben wir in der Zusammenfassung des Verfassers.

Wenn parallel zum Unterbrecher eines magnetisirenden Stromkreises ein Widerstand geschaltet ist, und die Reduction der magnetisirenden Kraft auf Null in der Weise vorgenommen wird, dass man zuerst durch Oeffnung des Unterbrechers einen Theil der Kraft rasch entfernt, darauf aber durch langsame Zuschaltung von Flüssigkeitswiderstand den Rest langsam, so ist der Verlust an permanentem Moment nicht in jedem Falle kleiner, als wenn ohne Parallelleitung unterbrochen wird, also ein ausschliesslich rascher Abfall der Kraft stattfindet.

Normal ist der Verlust, d. h. kleiner als bei fehlender Parallelleitung, und stetig wachsend, wenn der Widerstand der Parallelleitung bis $W = \infty$ wächst, so lange die Parallelleitung aus einem geradlinigen Flüssigkeitswiderstande oder aus einer nach Chaperon'schem Verfahren gewickelten Rolle oder aus einem kleinen oder einer Summe von kleineren Siemens'schen Rheostatenwiderständen besteht.

Er erscheint dagegen, im Vergleich zum Widerstande der Parallelleitung zu gross, wenn dieselbe einen grossen, ganzen Siemens'schen Rheostatenwiderstand ($W = 2000$ oder $W = 5000$) enthält oder aus einer Wiedemann'schen Galvanometerrolle besteht. Nur bei sehr schwachen magnetisirenden Kräften tritt das normale Verhalten ein. Mit der anomalen Grösse des Verlustes ist stets eine starke Veränderlichkeit desselben verbunden.

Eine Wiedemann'sche Galvanometerrolle weicht am meisten von dem normalen Verhalten ab, wenn ihre beiden Drähte auf grosse Selbstinduction geschaltet sind, weniger, wenn nur einer der beiden Drähte die Parallelleitung bildet, oder die beiden Drähte auf kleine Selbstinduction geschaltet sind. Im letzten Falle ist bei kleinem Widerstande der Rolle der Verlust von normaler Grösse.

Mit besonderer Intensität treten die beschriebenen Erscheinungen bei Bündeln von einander isolirter Drähte auf, weniger ausgeprägt sind sie bei Stahlstäben, bei Eisenstäben fehlt fast jede Spur; sie nehmen an Stärke ab, wenn man die Unterbrechung an Quecksilber statt an Platin ausführt, oder

der Eisen- und Stahlkerne aus der Magnetisirungsspirale während der Aenderungen des Stromes, sowie über die anomale Magnetisirung der dickeren Kerne im ersten Falle sind zwei Ansichten aufgestellt worden. A. v. Waltenhofen nahm zur Erklärung der anomalen Magnetisirung an, dass beim schnelleren Oeffnen des magnetisirenden Stromes die durch denselben gerichteten Molecüle bei der schnellen Rückschwingung gegen ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen auch über dieselben hinaus schwingen und dann eine entgegengesetzte Ablenkung bewahren könnten.

Sodann kann man nach meiner Meinung ohne diese Annahme die beim Schliessen und Oeffnen in der Magnetisirungsspirale und den Kernen selbst entstehenden Inductionsströme als maassgebend ansehen.

In Folge seiner Versuche hält indess Fromme letzteren Grund nicht für entscheidend und sucht wie v. Waltenhofen in den schnellen Schwingungen und Aenderung der Gruppen der magnetischen Molecüle bei schnellen Stromänderungen die Ursache der Erscheinungen.

Wenn nun auch die Möglichkeit vorliegt, dass derartige Schwingungen eintreten, so sind meines Erachtens doch die vorliegenden Versuche noch nicht genügend, sie zu beweisen, sondern die Erscheinungen lassen sich noch durch die Inductionsströme erklären.

314 Dieselben können sowohl in der Magnetisirungsspirale, als auch in den Eisenkernen selbst verlaufen. Wir betrachten zunächst den Einfluss der ersteren, und zwar in Bezug auf das permanente Moment beim Oeffnen des Stromes.

Wird der Kreis einer Magnetisirungsspirale plötzlich geöffnet, so entsteht in ihm ein Extrastrom, der noch durch die Abnahme des Momentes des Magnetes in ihr verstärkt wird. An den Elektroden der Unterbrechungsstelle sammeln sich freie Elektricitäten mit grosser Dichtigkeit an, welche sich zum Theil in Funken, zum Theil aber auch durch die Spirale rückwärts ausgleichen und event. zu weiteren Oscillationen

---

wenn man das Drahtbündel mit einer aufgeschlitzten Metallröhre umgiebt, und sie verschwinden beinahe ganz, wenn diese Röhre geschlossen ist, oder die Drähte durch Quecksilber leitend mit einander verbunden sind.

Die Beschaffenheit der Parallelleitung beeinflusst nicht nur die Grösse des resultirenden permanenten Moments, sondern auch dessen Zustand.

Das temporäre Moment, welches der Körper nach Oeffnung des Unterbrechers noch besitzt, ist ebenso wie der Verlust an permanentem Moment von der Beschaffenheit der Parallelleitung abhängig und fällt um so kleiner aus, je grösser cet. par. der Verlust an permanentem Moment wird.

Diese Resultate werden von Fromme von der Wirkung der Selbstinduction, dem verschieden schnellen Verschwinden des erregten Magnetismus, und des Ablaufs des Extrastromes, event. der oscillatorischen Bewegungen der Elektricität und der Wirkung der elektrostatischen Capacität der Rollen abgeleitet, die bei bifilar gewickelten, z. B. Siemens'schen Rollen, noch bei einem Widerstande unter 1000 gering, bei einem solchen von 2000 sehr erheblich ist. Chaperon'sche Rollen haben bis zum Widerstande von 3000 keine Capacität und auch keine Selbstinduction.

Weitere Versuche von Fromme (Wied. Ann. 54, 1, 1895) ergaben eine Bestätigung und Erweiterung der obigen Resultate.

Veranlassung geben können. Da nun schwächere magnetisirende Kräfte den durch eine stärkere Kraft erzeugten permanenten Magnetismus eines Kernes sehr bedeutend vermindern, ja sogar umkehren können, so kann dies auch durch die rücklaufenden Ströme in der Magnetisirungsspirale geschehen und so die permanente Magnetisirung $P_f < P_a$ werden[1]). Hierbei brauchen also zunächst noch keine Inductionsströme in der Masse des Kernes mitzuwirken.

315 Da sich das permanente Moment von (dickeren) Stäben von relativ kleinerem Dimensionsverhältniss leichter umkehren lässt, indem die die Theilchen in ihren magnetischen Lagen enthaltenden Wechselwirkungen kleiner sind, so können auch zunächst aus diesem Grunde dickere Stäbe leichter die anomale Magnetisirung zeigen.

Dasselbe kann von dem Verhalten massiver Stäbe und Drahtbündel gelten.

Bei härteren und längeren Stäben ist die gegenseitige Richtkraft der Theilchen stärker, die Schwächung des permanenten Momentes durch die Rückströme ist kleiner, P_f und P_a sind weniger von einander verschieden.

Da ferner die zur Entmagnetisirung um einen bestimmten Theil erforderlichen Gegenströme durchaus nicht proportional den magnetisirenden Strömen sind, so können in Folge von abwechselnd gerichteten Strömen Maxima und Minima der Differenz $P_a - P_f$ bei wachsenden magnetisirenden Kräften auftreten.

Liegen um den Kern geschlossene Metallhüllen, so werden in ihnen beim Verschwinden des ursprünglichen Stromes gleichgerichtete Ströme inducirt und nachher Ströme, welche dem entstehenden Gegenstrom entgegengerichtet sind. Diese Ströme wirken aber letzterem entgegen, so dass der Unterschied $P_a - P_f$ kleiner wird. Auch in den massiven Eisen- und Stahlkernen selbst können solche Inductionsströme entstehen und die Verhältnisse noch weiter compliciren.

Wird dem Oeffnungsinductionsstrom eine geschlossene Bahn durch eine kurze, dicke Nebenleitung geboten, so treten nicht nur keine Rückströme auf, sondern der Oeffnungsinductionsstrom verstärkt sogar im letzten Moment den magnetisirenden Strom, wodurch das permanente Moment P_f sogar über P_a steigen kann. Auch hier können der Stoff, das Dimensionsverhältniss und die etwa im Kerne selbst inducirten Ströme die Erscheinungen modificiren.

Indess können durch die Inductionsströme im Eisen dennoch auch in diesem Falle anomale Magnetisirungen auftreten[2]) s. w. u.

---

[1]) Wir wollen hierbei davon abstrahiren, dass beim Einschieben und Ausziehen eines Stabes aus einer Spirale sein eines Ende beim Durchgang durch die mittleren Theile der Spirale einer stärkeren magnetischen Kraft ausgesetzt wird, als wenn er in der Spirale festliegt. — Ueberhaupt können hier die Gesichtspunkte nur kurz angedeutet werden. — [2]) Peuckert, Wied. Ann. 32, 291, 1887; auch Fromme, Wied. Ann. 5, 345, 1878; 18, 442, 1883.

Da endlich durch die Rückströme das Moment P_f verkleinert ist, so vermindert es sich durch Erschütterungen weniger als P_a.

Dass das temporäre Moment beim Schliessen $T_f > T_a$ ist, kann von der schnelleren Einstellung der Molecüle bei Stromschluss während des Verweilens des Stabes in der Spirale herrühren, wodurch ähnlich wie durch wiederholte Stromeswirkung (analog dem Verhalten bei der Torsion von Drähten) die Reibung der Molecüle an einander stärker vermindert wird und sie mehr dem Zuge der magnetisirenden Kraft folgen.

316 Ausser der Wirkung der Inductionsströme in der Leitung der magnetisirenden Ströme sind auch die Inductionsströme in der magnetisirten Eisen- und Stahlmasse beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes nicht zu vernachlässigen.

Bei einer grösseren Anzahl von Versuchen habe ich dem entsprechend folgende Resultate erhalten [1]:

1. Eisenkerne, in denen die Inductionsströme keine weiteren Bahnen finden, also die aus Drahtbündeln bestehenden und namentlich die aus mit Schwerspathpulver gemischtem Eisenpulver bestehenden pulverförmigen Kerne nehmen bei schnellem Oeffnen des magnetisirenden Stromes nur dann einen schwächeren permanenten Magnetismus an, als bei langsamem, bezw. auch, indess unter nicht genau festzuhaltenden Bedingungen, einen anomalen Magnetismus, wenn dabei in der Magnetisirungsspirale oscillirende Entladungen stattfinden. Dies geschieht z. B. bei Verbindung der Enden derselben mit einem Condensator.

2. Fliessen in den erwähnten Fällen beim Oeffnen des Stromkreises keine oscillirenden Entladungen durch die Spirale, so ist das permanente Moment beim schnellen Oeffnen dem beim langsamen Oeffnen gleich oder ein wenig höher, indem sich dann durch den Oeffnungsfunken ein Theil des dem magnetisirenden Strom gleichgerichteten und die Magnetisirung steigernden Oeffnungsstromes ausgleicht.

3. Wird im obigen Falle die Loslösung der Magnetisirungsspirale von der Säule durch einen Nebenschluss bewirkt, so findet die Ausgleichung des Oeffnungsextrastromes noch vollständiger statt, das permanente Moment erscheint bei schnellem Nebenschluss meist noch etwas grösser.

4. In keinem Falle war unter den ad 2. und 3. erwähnten Umständen bei schneller Schliessung das permanente Moment kleiner, als bei langsamer, auch nicht, wenn erstere auf letztere folgte, vorausgesetzt, dass jedesmal das vorhergehende temporäre Moment das gleiche war. Ein Rückschwingen der Molecüle über die permanente Gleichgewichtslage hinaus, welche dies hätte bedingen können, eine anomale Magnetisirung, war also nicht zu constatiren.

---

[1]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 37, 629, 1889.

5. Die massiven Eisenkerne bewahren dagegen nicht nur unter Anwendung oscillatorischer Entladungen in der Magnetisirungsspirale, sondern auch ohne dieselben, beim schnellen Oeffnen des magnetisirenden Stromes ein kleineres permanentes Moment, als beim langsamen, ebenso bei Benutzung der Nebenschliessung. Anomale Magnetisirungen wurden zuweilen beobachtet.

In diesem Falle werden in den massiven Eisenmassen selbst Inductionsströme erzeugt, welche in den verschiedenen Schichten derselben verschiedene Dichtigkeit haben und die Abnahme der Magnetisirung oder eine Umkehrung derselben bedingen können. Würde letztere auf eine Rückschwingung der abgelenkten Molecüle über die permanenten Gleichgewichtslagen hinaus zurückzuführen sein, so müsste das gleiche auch bei den Molecülen der Eisendrahtbündel und Eisenpulver geschehen. Auch müsste gerade bei ersteren in Folge der Wechselwirkung der gerichteten Molecüle der Länge nach, welche wegen der Discontinuität der Masse die transversale (entmagnetisirende) Wechselwirkung der Quere nach überwiegt, bei anomaler Stellung der Molecüle in Folge des Rückschwingens die anomale Magnetisirung viel stärker hervortreten, als bei massiven Kernen. Dies stimmt aber mit der Erfahrung nicht überein.

Die Bewegungen der magnetischen Molecüle dürften aperiodisch sein.

c) Inductionserscheinungen bei abwechselnd gerichteten Strömen.

317 Schon §. 296 u. flgde. haben wir den Einfluss derartiger Ströme auf die Magnetisirung erwähnt. Es ist indess von besonderem Interesse, die Inductionserscheinungen bei regelmässigem Auf- und Absteigen der Intensität des inducirenden Stromes, bezw. bei regelmässigem, allmählichem Wechsel desselben zwischen positiven und negativen Grenzen zu untersuchen. Die Principien derselben sind durch die allgemeinen Gesetze der Induction gegeben und ein grosser Theil der dahin gehörigen Berechnungen und Beobachtungen ist weit überwiegend für die Technik von Bedeutung. Wir müssen uns deshalb auf die Besprechung dieses Gebietes insoweit beschränken, als es sich in den Rahmen des Werkes einfügt.

318 Die Intensität derartiger Ströme lässt sich im einfachsten Falle durch die bekannte Schwingungsformel

$$i = A \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{oder} \quad i = A \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

ausdrücken, wo t die Zeit, T die Dauer einer ganzen Periode, die „Schwingungsdauer“, A die Maximalintensität oder Amplitude wäh-

rend derselben im ersten Falle für $t = \frac{1}{4} T$, im zweiten für $t = \frac{1}{2} T$ ist. Wir bezeichnen diese Vorgänge mit dem Namen **elektrische Schwingungen**.

In complicirten Fällen ist statt des einfachen Sinus eine Fourier'sche Reihe zu setzen.

Sind mehrere elektrische Schwingungen von verschiedener Phase und Amplitude gleichzeitig zu betrachten, so können ihre Gleichungen

$$i = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi\right) \text{ oder } i_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi_1\right)$$

geschrieben werden, welche eine Phasendifferenz von $\varphi - \varphi_1$ ergeben.

319 Wir erwähnen zunächst einige in der Praxis übliche Bezeichnungen.

Für den einfachsten Fall dieser Art drehe sich in einem gleichartigen Magnetfelde von der Intensität H ein ebener Drahtkreis von der Fläche S mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ω um eine auf der Richtung der Kraftlinien senkrechte Axe. Die Zeit eines Umlaufes, die „Schwingungsdauer", sei T, also $\omega = 2\pi / T$. Ist die Zahl der Umläufe in der Zeit t gleich n, so ist diese Zahl in der Zeiteinheit die **Frequenz** gleich $n/t = 1/T$.

Steht der Kreis auf den Magnetkraftlinien senkrecht, so sei der Kraftfluss durch denselben $HS = \Phi$. Dreht sich der Kreis während der Zeit t um den Winkel ωt, so wird der Kraftfluss gleich $\Phi \cos \omega t$. Bei Aenderung dieser Lage ist die entstehende elektromotorische Kraft

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi \sin \omega t.$$

Die elektromotorische Kraft entspricht also einer Sinusfunction. Ihr Maximum ist $E_0 = \omega \Phi$. Dies ist die Amplitude.

Ist der Widerstand der Schliessung R, so ist die Stromstärke in jedem Moment

$$i = \frac{E}{R} = \frac{E_0}{R} \sin \omega t.$$

Bildet man $\int_0^T e\,dt$ und $\int_0^T i\,dt$ für einen halben Umlauf, und dividirt durch T, so erhält man die **mittlere elektromotorische Kraft** E_m und **mittlere Stromintensität** I_m

$$E_m = \frac{2}{\pi} E_{max} = 0{,}6366\, E_{max},$$

$$I_m = \frac{2}{\pi} I_{max} = 0{,}6366\, I_{max}.$$

Gewöhnlich bezeichnet man aber die Quadratwurzel des Mittels der Quadrate der elektromotorischen Kraft und der Stromintensität als elektro-

motorische Kraft oder Spannungsdifferenz bezw. Stromintensität eines Wechselstromes (französisch force électromotrice bezw. intensité efficace). Diese Werthe sind

$$E_f = \frac{\sqrt{2}}{2} E_{max} = 0{,}707\, E_{max},$$

$$I_f = \frac{\sqrt{2}}{2} I_{max} = 0{,}707\, I_{max}\ ^{1)}.$$

320 Solche Ströme entstehen z. B., wenn in einem Drahtgewinde, durch welches ein constanter Strom fliesst, ein zweites conaxiales Drahtgewinde um einen beiden gemeinsamen Durchmesser mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotirt. Es ist dies eine Form des Sinusinductors[2]).

Eine andere Form desselben, in der das rotirende Drahtgewinde durch eine rotirende, in der Richtung des einen Durchmessers magnetisirte Stahlscheibe ersetzt ist, haben wir schon Bd. I, §. 483, S. 443 beschrieben.

Diese Ströme entstehen auch, wenn in einem gleichartigen Magnetfelde, z. B. zwischen den Polen eines grossen Stahl- oder Elektromagnetes, ein dem vorherigen ähnliches Drahtgewinde um einen in der äquatorialen Richtung gelegenen Durchmesser rotirt. In letzteres kann noch ein Eisenkern eingelegt werden, so z. B. in der Magnetelektrisirmaschine und in den sogenannten Wechselstrommaschinen, welche wir später kurz erwähnen werden.

321 Will man zwei Wechselströme von gleicher Schwingungsdauer, aber von verschiedener Phase gleichzeitig erregen, um sie z. B. interferiren zu lassen, so kann dazu ein zweckmässiger Apparat von Oberbeck[3]) (Fig. 77) dienen.

In dem Sinusinductor ist der Multiplicator durch zwei gegen einander drehbare Rollen ersetzt. Bilden die Windungsebenen derselben einen Winkel η, so hängt der Phasenunterschied der beiden durch denselben rotirenden Magnet erregten Ströme von η ab.

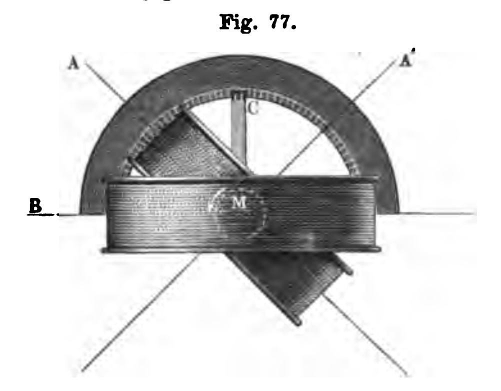
Der Ausdruck für die Ablenkung der beweglichen Rolle wird besonders einfach, wenn: $\eta = \pi/2$, also wenn die Rollen senkrecht zu einander stehen. Diese Stellung kann benutzt werden, um die Inductionscoëfficienten der beiden Kreise zu bestimmen oder mit eingeschalteten Rollen von bekanntem Inductionspotential zu vergleichen.

---

[1]) Siehe Hospitalier, Formulaire de l'Électricien, p. 160, 1895. — [2]) Ein ähnlicher Apparat, ein auf der Axe einer Sirene befestigter Magnet, dessen Rotationsgeschwindigkeit durch den Ton der Sirene bestimmt wird, ist schon von W. Weber angegeben. Abhandl. d. königl. sächs. Ges. d. Wissensch. 6, 573, 1863. — [3]) Oberbeck, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1882, S. 125; Wied. Ann. 17, 816.

Ferner kann durch geeignete Anordnung der beiden Stromkreise (Einschaltung passender Widerstände) bewirkt werden, dass keine Ablenkung erfolgt. Jede Phasenverschiebung einer der beiden Schwingungen giebt sich dann durch einen Ausschlag am Elektrodynamometer zu erkennen. Solche Phasenänderungen werden hervorgebracht:

Fig. 77.



a) durch Veränderung des Widerstandes des einen Stromkreises,

b) durch Veränderung der Selbstinduction, also auch

c) durch Einführung von Eisenkernen in eine Magnetisirungsspirale des Stromkreises,

d) durch Einschaltung einer polarisirbaren Flüssigkeitszelle.

322 Ein einfacher Apparat zur Messung der Wechselströme ist das Galvanometer von Fleming[1]). In der kreisförmigen, mit feinem Draht von etwa 200 bis 300 Ohm Widerstand umwickelten, mit ihrer Axe horizontal liegenden Rolle ist eine mit einem Spiegel oberhalb der Rolle verbundene Scheibe aus Kupferfolie aufgehängt, welche mit der Axe der Rolle einen Winkel von 45° bildet. Constante Ströme in der Rolle lenken sie nicht ab, wohl aber Wechselströme. — Eine Eisenblechplatte giebt unregelmässige Wirkungen.

323 Ein sehr gutes Hülfsmittel zum Studium dieser Wechselströme bietet nach Oberbeck[2]) das Elektrodynamometer. Werden durch die feste und die bewegliche Rolle desselben zwei verschiedene Schwingungen (von gleicher Schwingungsdauer) geleitet, so hängt die Ablenkung der beweglichen Rolle nicht allein von den Amplituden der beiden Wechselströme, sondern auch von ihrem Phasenunterschiede ab. Sind die beiden Wechselströme durch die Gleichungen:

$$i_1 = a_1 \cos 2\pi \frac{t}{T}, \quad i_2 = a_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi\right)$$

ausgedrückt, so ist das Drehungsmoment der beweglichen Rolle proportional mit:

$$\frac{1}{T}\int_0^T i_1 i_2 dt = \frac{1}{2} a_1 a_2 \cos 2\pi\varphi.$$

1) A. Fleming, Centralbl. f. Elektrotechn. 9, 652, 1887; Beibl. 12, 65. —
2) Nach einer gefälligen Originalmittheilung des Herrn Oberbeck.

324 Es sei [1]) nunmehr in einem einfachen Falle in einen Schliessungskreis ein Wechselstrom liefernder Apparat, wie etwa die §. 320 beschriebenen, eingeschaltet. Sein Selbstinductionscoëfficient sei L, sein Widerstand R und die in ihm wirkende elektromotorische Kraft in jedem Moment E, die Stromintensität i, so ist die gesammte Arbeitsleistung in der Zeit dt gleich $Eidt$. Dieselbe setzt sich aus der zur Erwärmung des Schliessungskreises verbrauchten Arbeit $i^2 Rdt$ und der zur Steigerung der Stromintensität verwendeten Arbeit $Lidi/dt . dt$ zusammen. Es ist also

$$Ei = i^2 R + Li \frac{di}{dt} \quad \text{. . . . . 1)}$$

oder bei Division durch i:

$$E = iR + L \frac{di}{dt}.$$

Nimmt man an, wie es auch oft annähernd mit den Versuchen übereinstimmt, dass sich E entsprechend einer Sinuscurve ändert, und ist T die Umlaufszeit des Gewindes, so kann man $E = E_0 \sin 2\pi t/T$ setzen (§. 319).

Setzt man

$$tg\, 2\pi\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{L}{R} \quad \text{. . . . . 2)}$$

und zählt die Zeit von einem Moment an, so dass $i = 0$ für $t = \varphi T$ wird, so erhält man als Integral der Gleichung

$$i = \frac{E_0}{\left(R^2 + 4\frac{\pi^2}{T^2} L^2\right)^{1/2}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi\right).$$

Die Intensität entspricht also noch einer Sinuscurve.

Die „mittlere“ Intensität ist hiernach

$$i_m = \frac{2 E_0}{\pi \left(R^2 + 4\frac{\pi^2}{T^2} L^2\right)^{1/2}}.$$

325 Diese Formel hat eine gewisse Aehnlichkeit mit dem Ohm'schen Gesetz. Da dieselbe namentlich in der Technik häufig verwendet wird,

---

[1]) Die Berechnung ist zuerst von Koosen (l. c.) durchgeführt. Wir folgen einer Darstellung von Joubert, Compt. rend. 91, 468, 493, 1880. Vergl. Ann. de l'école normale 10, 131, 1881; Beibl. 5, 214. Die Ansicht von Steinmetz (Elektrotechn. Zeitschr. 13, 298, 1892; s. auch ibid. 11, 481, 1890), dass die Selbstinduction auf die mittlere Stromstärke eines derartigen Stromes keinen Einfluss haben soll, während sich die Gestalt der Stromwelle mit der Selbstinduction ändert und sich mit Wachsen derselben immer mehr einer geraden Linie nähert, ist nach Puluj unrichtig.

hat man dem Werth $\left(R^2 + 4\frac{\pi^2}{T^2}L^2\right)^{1/2}$, welcher einem Widerstande analog wirkt, einen besonderen Namen, scheinbarer oder virtueller Widerstand, englisch „Impedanz" gegeben. Der erste Theil desselben, der Widerstand R, wird „Resistanz", der zweite „Reactanz" genannt [1]).

Ist $4\pi^2 L^2$ klein gegen $R^2 T^2$, so folgt die Intensität nahezu dem Ohm'schen Gesetz [2]).

Die Phase der Bewegung ist durch die Gleichung 326

$$tg\, 2\pi\varphi = 2\pi L / TR$$

bestimmt. Ist $R = \infty$, also der Schliessungskreis offen, so ist $\varphi = 0$, d. h. es findet keine Verschiebung des Nullpunktes statt; nimmt R ab, so wächst die Verschiebung desselben. Ebenso wächst φ bei constantem R mit wachsender Drehungsgeschwindigkeit ($n = 1/T$) und wird für $n = \infty$ gleich $1/4$.

Das Maximum E_0 der elektromotorischen Kraft während einer Periode ist proportional der Geschwindigkeit. Ist e_0 der Werth desselben, wenn nur ein Umlauf in der Secunde stattfindet, so kann man, wenn deren n stattfinden, das Maximum setzen $E_0 = e_0/n$ und die mittlere Intensität ist

$$I = \frac{2e_0}{n\pi(R^2T^2 + 4\pi^2L^2)^{1/2}}.$$

Wächst die Geschwindigkeit, so nähert sich I_0 einer Grenze

$$I_0 = e_n / n\pi^2 L;$$

I wird also nicht bis ins Unendliche gesteigert.

Ist I' gleich der Quadratwurzel des Mittels der Quadrate der Intensitäten, so ist die Arbeit

$$W = I'^2 R = \frac{R e_0^2}{2n^2(R^2T^2 + 4\pi^2L^2)}.$$

Wächst R bis zu ∞, so geht diese Arbeit durch ein Maximum, wobei $RT = 2\pi L$ und $tg\, 2\pi\varphi = 1$ oder $\varphi = \frac{1}{8}$ ist, und nähert sich bei weiterem Wachsen von R bis ∞ der Null.

Die mittlere Stromstärke I_m und das Maximum der Arbeit W_m sind dann

$$I_m = \frac{e_0}{n\sqrt{2\pi^2 L}}; \qquad W_m = \frac{e_0^2}{8n^2\pi L}\,\frac{1}{T}.$$

---

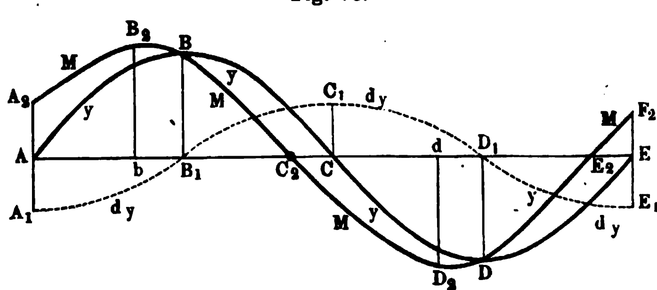
[1]) Die Namen sind sehr wenig correct gebildet. Es sollte doch wenigstens „Impedienz" heissen. — [2]) Was auch verschiedene Versuche ergaben.

327 Diese Formeln gelten, wenn während der Rotation der Selbstinductionscoëfficient L constant bleibt. Er ändert sich aber, wenn die rotirende Spirale einen Eisenkern enthält, dessen Moment nicht proportional der magnetisirenden Kraft ist. Dann ist in Gleichung 1) an Stelle von Ldi/dt der Ausdruck $d(Li)dt$ zu setzen.

328 Wir wollen diese Verhältnisse für einen einfachen Fall der Magnetinduction an einer graphischen Darstellung erläutern, wie sie von Lenz[1]) und dann von Koosen[2]) für den Gang einer Magnetelektrisirmaschine gegeben worden ist. In einem Magnetfelde, z. B. zwischen den Polen eines hufeisenförmigen Stahl- oder Elektromagnets rotire eine Drahtspirale um einen in der Aequatorialebene liegenden Durchmesser. Die Spirale kann auch noch einen Eisenkern enthalten.

Den Abscissen der Curve $ABCDE$ (Fig. 78) entsprechen die Lagen des Ankers zwischen den Magnetpolen bei seiner Rotation, den Ordinaten y die Stromstärken, bezw. die magnetischen Momente, welche die im

Fig. 78.



Magnetfelde rotirende Spirale event. mit Eisenkern, die wir zusammen mit dem Namen des „Ankers“ bezeichnen wollen, an jeder Stelle seiner Bahn wirklich annimmt, die durch die Abscissenaxe $AB_1C_2CD_1E_2E$ dargestellt wird. Die Lage der Pole, d. h. die Lage, in welcher die elektromagnetische Wirkung des Magnetfeldes auf das vom Strome Eins durchflossene Gewinde nebst Kern in der Ruhelage desselben ein Maximum ist, selbst lassen wir noch unbestimmt. Die Curve $A_1B_1C_1D_1E_1$, deren Ordinaten am grössten an den Stellen sind, an welchen die Curve $ABCDE$ am steilsten ansteigt oder abfällt, möge den Gang der Intensitäten der bei der Drehung des Ankers inducirten Ströme und zugleich die Stärke des ihnen proportionalen, durch sie im Anker erzeugten Magnetismus — $am.dy/dt$ anzeigen. — Addiren wir die Ordinaten beider Curven, indem wir die Ordinaten der Curve $A_1B_1C_1D_1E_1$ umgekehrt nehmen, so stellt die diesen Summen entsprechende Curve $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ das

[1]) Lenz, Pogg. Ann. 76, 494, 1849. — [2]) Koosen, Pogg. Ann. 87, 316, 1852.

Moment M des Ankers dar, welches er annähme, wenn er an jeder Stelle in Ruhe verweilte. — Die grössten Ordinaten bB_2 und dD_2 bezeichnen das Moment des Ankers, während er gerade vor den Magnetpolen ruht bezw. das der rotirenden Spirale, die beide verbindet; die Punkte C_2 und E_2 seien gegen diese Stellungen um 90^0 gedrehten Lagen. Es ist aus der Figur ersichtlich, dass die Maxima BB_1 und DD_1 der Momente y bei der Drehung des Ankers kleiner sind, als die Maxima in der Ruhelage B_2b und D_2d, und dass diese Maxima von y im Verhältniss zu denen von M um so kleiner werden, je grösser die Ordinaten der Curve $A_1B_1C_1D_1E_1$ sind, je grösser also die Intensität der inducirten Ströme ist. Dies letztere tritt ein, einmal bei einem geringen Widerstande der Schliessung, sodann auch bei einer schnelleren Drehung des Ankers, da hierbei die in der Zeiteinheit in den Inductionsspiralen inducirte elektromotorische Kraft ady/dt grösser ist.

Ferner sind die Maxima der Momente bei der Drehung des Ankers im Sinne dieser Drehung selbst von bB_2 nach BB_1 und von dD_2 nach DD_1 verschoben. Die Intensität der inducirten Ströme ist also nicht Null, wenn der Anker in b und d in der Lage der maximalen elektromagnetischen Wirkung den Magnetpolen gerade gegenübersteht, sondern wenn er um ebensoviel entfernt davon ist, als die Verschiebung der Maxima beträgt; und in denselben Zeiten kehrt sich die Richtung der Inductionsströme um. Wollen wir daher durch einen Commutator die Stromesrichtung aller inducirten Ströme gleich machen, so muss er in den Stellungen B_1 und D_1 des Ankers die Verbindung umkehren. — Geschieht die Umkehrung bei anderen Stellungen, so geht einmal der Theil des inducirten Stromes verloren, welcher beim Uebergang der Federn über die nicht leitenden Theile des Commutators inducirt wird, und bei diesem Uebergange zeigen sich in Folge des Oeffnens des inducirten Kreises lebhafte Funken, welche in der richtigen Stellung des Commutators nicht auftreten. Sodann hat auch nicht der ganze, durch den Schliessungskreis geleitete Inductionsstrom gleiche Richtung, wie dies an der Entwickelung gemischter Gase in einem in denselben eingefügten Voltameter zu bemerken ist.

Mit wachsender Drehungsgeschwindigkeit wird der Abstand der Maxima bB_2 und BB_1, dD_2 und DD_1 immer grösser, und ebenso muss man den Commutator immer weiter herumdrehen, um rechtzeitig die Stromesrichtung zu wechseln.

Ausser den in den Spiralen inducirten Strömen wirken in ganz gleicher Weise die in der Masse der Eisenkerne selbst inducirten Ströme, welche indess bei Anwendung von Eisendrahtbündeln zu vermeiden sind.

Die Richtigkeit der gegebenen Erklärungen kann man direct quantitativ prüfen, indem man sowohl den Magnetismus M der Anker bei verschiedener Stellung, als auch die Intensität der inducirten Ströme nur 329

während einer kurzen Zeit misst, wenn der Anker durch diese Stellung hindurchgeht. Dies ist zuerst von Lenz[1]) durchgeführt worden. Er bediente sich dabei einer Stöhrer'schen Magnetelektrisirmaschine mit drei aufrechten Magneten (s. w. u. unter Magnetelektrische Maschinen). Die Fortleitung der Inductionsströme geschah durch einen besonderen Commutator. Derselbe bestand aus zwei auf einer Holzscheibe befestigten und mit ihr auf die Drehungsaxe aufgeschraubten Eisenscheiben, von denen die eine mit dem einen, die andere mit dem anderen Ende des um die drei Anker hinter einander gewundenen Drahtes verbunden war. Der Rand der einen Scheibe war nicht durchbrochen. Der Rand der anderen war so ausgefeilt, dass nur in Abständen von 60° sechs je 3° breite Streifen von Eisen stehen blieben, zwischen denen sodann der Rand wieder mit einer nichtleitenden Masse ausgefüllt war. Gegen beide Eisenscheiben schleiften Federn, welche mit der übrigen Leitung verbunden waren. Die durchbrochene Scheibe trug eine Theilung und die Drehungsaxe einen Zeiger, so dass man die Sectoren jener Scheibe so stellen konnte, dass die auf derselben schleifende Feder die Stromverbindung in den Momenten herstellte, in welchen der Anker sich auf einer beliebigen Stelle des Weges zwischen den zwei Polen eines der drei Magnete befand.

Da die Richtung der auf diese Weise bei gleichförmiger Rotation der Anker erhaltenen partiellen Inductionsströme wechselte, so wurde ihre Intensität durch ein Elektrodynamometer bestimmt.

Bei anderen späteren Versuchen[2]) wurde der Commutator in der Weise abgeändert, dass nur die gleich gerichteten Ströme in gewissen entsprechenden Zeittheilen durch ihn hindurchgehen konnten. Er bestand aus zwei mit den Enden des Inductionsdrahtes verbundenen, auf die Drehungsaxe der Anker isolirt aufgesetzten Eisenringen, deren jeder drei Ausschnitte hatte, und welche sowohl zusammen, als auch gegen einander gedreht werden konnten, so dass die dagegen schleifenden Federn nur dann den Strom fortleiten konnten, wenn sie gleichzeitig das Eisen beider Ringe berührten. Zuerst wurde die gegenseitige Stellung der Ringe bestimmt, bei der bei Verbindung der Federn mit einer galvanischen Säule und Einschaltung eines Galvanometers in den Schliessungskreis gerade noch kein Strom durch den Commutator hindurchging, und dann wurde die eine Scheibe rückwärts um 6° gedreht, so dass die Breite des leitenden Streifens, auf dem die Federn die Leitung vermittelten, 6° betrug. Da die Ströme alle gleich gerichtet waren, so konnte die Stromintensität durch eine Nervander'sche Tangentenbussole abgelesen werden.

Bei beiden Versuchsreihen ergab sich für die Intensität der Inductionsströme in verschiedenen Phasen der Bewegung des Ankers nahezu dieselbe Gesetzmässigkeit. Bezeichnen die Abscissen der Curve dy auf

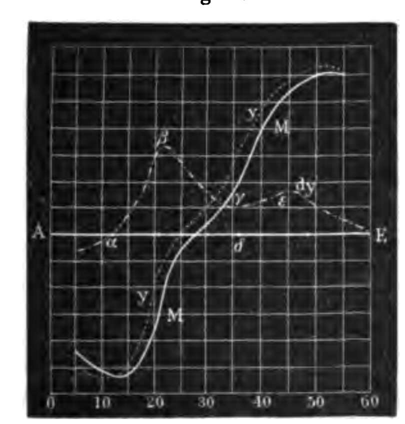
---

[1]) Lenz, Pogg. Ann. **92**, 128, 1854. — [2]) Ibid., Bullet. de St. Pétersb. **16**, 177, 1857.

AE (Fig. 78) den Abstand eines der Anker von einem Magnetpol in Graden, so ergeben die Ordinaten von dy die dieser Stellung bei einer gewissen Drehungsgeschwindigkeit entsprechende Intensität der inducirten Ströme bei den zuletzt erwähnten Versuchen. Unmittelbar bei dem Vorbeigang des Ankers vor dem Pole ist also die Stromesrichtung negativ, sie ist Null bei einer Drehung desselben um 10,5° und erreicht ein grösseres Maximum bei 23,4°, ein kleineres bei 44,4°, zwischen beiden den kleinsten Werth bei 35,4°.

Die Curve dy weicht von der Fig. 78 gezeichneten wesentlich ab, bei der ganz willkürlich der Gang der Magnetisirung y der Anker angenommen wurde. Construirt man aus der Curve dy die Curve y, in welcher die Differenzen je zweier benachbarter Ordinaten den Ordinaten der Curve dy an derselben Stelle proportional sind, so stellt diese die bei der Drehung des Ankers wirklich auftretenden Magnetismen derselben dar. — Die Addition der Ordinaten von dy zu Linien, welche den Ordinaten von y proportional sind, ergiebt die Curve der Magnetismen M des Ankers, während er in verschiedenen Lagen vor den Magnetpolen ruht. Das doppelte Maximum von dy ist also nur durch die Gestalt der Magnetisirungscurve bedingt. Bei gleich starker Magnetisirung der beiden Pole des Stahlmagnetes muss indess die gesammte elektromotorische Kraft, welche durch die Abnahme der durch den einen Pol erzeugten Polarisirung des Ankers erzeugt wird, unter allen Umständen gleich sein der elektromotorischen Kraft, welche bei der Zunahme der Magnetisirung des Ankers durch den anderen Pol hervorgerufen ist. Eine Ausmessung der diesen elektromotorischen Kräften entsprechenden Flächenräume $\alpha\beta\gamma\delta$ und $\gamma\delta\varepsilon\alpha$ ergiebt auch diese Gleichheit wenigstens annähernd. (Sie verhalten sich wie 1591 : 1675.)

Fig. 79.



Nimmt man den leitenden Streifen des Commutators breiter, so sollte man die Summe aller Ströme erhalten, welche inducirt werden, während durch den Streifen die Bahn der Inductionsströme geschlossen wird. Da sich indess beim ersten Hinaufgleiten der die Leitung vermittelnden Feder auf denselben der Schliessungsextrastrom von den hindurchfliessenden Inductionsströmen subtrahirt, so erscheinen dieselben mit wachsender Breite des Streifens etwas grösser, als man nach letzterer allein erwarten sollte. Der beim Abgleiten der Feder vom Streifen inducirte Oeffnungsextrastrom compensirt hierbei den Schliessungsstrom nicht ganz, da er sich nicht vollständig entwickeln kann.

Wollte man nach allen diesen Angaben die Leistungen einer Magnetelektrisirmaschine mit denen einer Hydrosäule vergleichen, so müsste dies unter ganz bestimmten Bedingungen geschehen, nachdem man z. B. genau den Widerstand des Schliessungskreises der Maschine, die Stellung ihres Commutators, die Umdrehungsgeschwingkeit ihres Ankers u. s. f. festgestellt hat. Erst dann kann man die Vergleichung vornehmen, indem man z. B. den Strom der Magnetelektrisirmaschine durch den einer Hydrosäule compensirt, dafür aber einen dem Widerstand der letzteren gleichen Widerstand aus dem Schliessungskreise der ersteren ausschaltet.

330 Aehnliche Versuche hat Joubert[1]) an einer Siemens'schen Maschine mit alternirenden Strömen angestellt.

Um die Stärke des Magnetfeldes der Maschinen zu bestimmen, wurde darin eine kleine, mit dem Galvanometer verbundene Spirale um eine auf den Kraftlinien senkrechte Axe von 180° gedreht. Die Reduction auf absolutes Maass geschah durch Drehung derselben Spirale im Felde eines Ruhmkorff'schen Magnets, worin auch die Drehung der Polarisationsebene in einem 10 cm langen Rohre voll Schwefelkohlenstoff beobachtet wurde. Obige Stärke wurde durch eine nach Potenzen der Stromintensität fortschreitende Formel wiedergegeben. Bei der plötzlichen Drehung der Inductionsspirale um je 136° wurde jedesmal die inducirte elektromotorische Kraft bestimmt. Danach entsprach dieselbe einer Sinusoide.

Während die Maschine in Bewegung war, wurde zwischen zwei Punkten p und p_1 der Hauptleitung von einer bestimmten Potentialdifferenz eine Nebenschliessung von sehr grossem Widerstande angebracht, und zwischen dem einen Punkt p der Hauptleitung und einem veränderlichen Punkt p_2 der Nebenleitung eine Daniell'sche Säule von 1 bis 5 Elementen, ein Galvanometer und ein Interruptor (zwei mit Schneiden versehene, vor ähnlichen Schneiden vorbeirotirende Kupferräder) eingeschaltet. Der Punkt p_2 wurde verändert, bis das Galvanometer keinen Ausschlag zeigte. Dadurch wurde die während $^1/_{20000}$ Secunde in verschiedenen Bewegungsphasen inducirte elektromotorische Kraft bestimmt, welche ebenfalls einer Sinusoide entsprach, die wiederum gegen die bei ruhender Maschine in der Bewegungsrichtung vorgeschoben, und deren Maximum in derselben Richtung vorwärts gerückt war.

Auch wurde eine grosse Anzahl Versuche mittelst eines Thomson'schen tragbaren Elektrometers angestellt, indem das eine Quadrantenpaar dauernd mit der Nadel und zugleich mit dem anderen Paar mit den Punkten der Leitung verbunden wurde, deren Potentialdifferenz bestimmt werden sollte. Der Ausschlag ist E^2 proportional. Zu beachten ist dabei, dass die Wurzel aus der Summe der Werthe E^2 für die verschiedenen Bewegungsphasen der inducirten Spirale nicht der Summe der direct durch das Galvanometer beobachteten Werthe E gleich ist.

---

[1]) Joubert, l. c.

Die Einzelheiten der Beobachtungen, welche nur für die speciell benutzte Maschine gelten, ergeben, dass bei verschiedenen Widerständen R die mittlere Intensität der Formel:

$$I = \frac{c}{(d + R^2)^{1/2}}$$

sehr nahe entspricht, wo c und d Constanten sind. Für die elektrodynamische Arbeit:

$$W = RI^2 = \frac{Rc^2}{d^2 + R^2}$$

wird das Maximum erreicht, wenn $d = R$ ist. Ist die Maschine offen, so verbraucht sie keine Arbeit. Für verschiedene Geschwindigkeiten der Rotation (500 bis 1070) ist d umgekehrt proportional der Umdrehungszeit T.

Die Beobachtungen bestätigen also die Berechnungen des §. 323 und folgende.

331 Neben dem §. 323 behandelten einfachsten Falle sind bei den Wechselströmen noch complicirtere Anordnungen zu betrachten, so zunächst, wenn in den Wechselstromkreis ein Condensator von der Capacität C eingeschaltet ist. Die Potentialdifferenz, auf die derselbe bei A der Stromstärke Eins geladen wird, sei V. Dann ist unter Beibehaltung der Bezeichnungen der früheren Paragraphen, wenn $2\pi/T = \omega$ ist:

$$RC + L\frac{di}{dt} + V = E_0 \cos \omega t \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

wobei

$$i = C\frac{dV}{dt} \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

ist. Aus dieser Gleichung folgt:

$$V = E_0 \frac{\cos(\omega t - \varphi)}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

$$i = -E_0 \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

$$ctg\,\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \ldots \ldots \quad 5)$$

Wird die Schwingungszahl bezw. Winkelgeschwindigkeit so bemessen, dass

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}, \text{ bezw. } T = 2\pi\sqrt{LC}$$

ist, so erreichen V und i ihr Maximum.

332 Ein Experiment nach dieser Richtung hat Oberbeck[1]) angestellt. In einem Stromunterbrecher von Bernstein wird durch einen Elektromagnet eine Stahllamelle von veränderlicher Länge in verschieden schnelle Schwingungen versetzt, welche einen Strom abwechselnd öffnet und schliesst, wodurch in einem Inductorium von relativ kleiner Windungszahl abwechselnd gerichtete Inductionsströme entstehen, deren Intensität durch ein Siemens'sches Elektrodynamometer gemessen wird. Die feste und bewegliche Rolle, vor welche ein Nebenschluss gelegt wurde, um die Ablenkung nicht zu gross werden zu lassen, waren hinter einander in den Stromkreis eingeschaltet. Zuweilen wurden in den Inductionskreis zur Vermehrung der Selbstinduction auch Drahtrollen eingeschaltet. Mit den Enden der Inductionsrolle war ein Condensator von 1 Mikrofarad Capacität, event. vergrössert durch einen Condensator von Paraffingaze von 0,3123 Mikrofarad verbunden.

Bei Anwendung verschiedener Schwingungszahlen des Interruptors wuchs mit der Zahl derselben erst die Ablenkung des Dynamometers und nahm dann ab. Es entspricht das Maximum dem Verhältniss, dass die Zahl der von aussen kommenden Stromstösse gleich der Zahl der dem Inductionskreise eigenthümlichen Schwingungszahl ist, also beide in „Resonanz" sind.

Ausserdem verschiebt sich mit wachsender Grösse der Capacität des Condensators und ebenso bei Vergrösserung der Selbstinduction das Maximum nach der Seite der kleineren Schwingungszahl.

Die Versuche entsprechen der Theorie.

333 Eine allgemeine Lösung der Gleichungen für den Strom in einem Kreise mit Widerstand, Selbstinduction und Capacität bei beliebiger elektromotorischer Kraft haben Bedell und Crehore[2]) gegeben. — Bezeichnet man den Widerstand mit R, den Selbstinductionscoëfficienten mit L, die Capacität mit C und wird durch $e = f(t)$ die elektromotorische Kraft als beliebige eindeutige Function der Zeit gegeben, so hat man für den Strom i die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = \frac{1}{L} f'(t)$$

und das allgemeine Integral derselben wird nach den Verf. gegeben durch

---

[1]) Oberbeck, Wied. Ann. 26, 245, 1885. — [2]) Bedell und Crehore, Americ. Inst. Electr. Engineers Chicago 3, 303, 1892; Beibl. 17, 228. S. auch das Inductionsproblem eines Systems für zwei elektrische Stromkreise, Phys. Rev. 1, 177, 1893; Beibl. 18, 686.

$$i = \frac{C}{\sqrt{R^2C^2 - 4LC}}\left\{\varepsilon^{-\frac{t}{T_1}}\int\varepsilon^{\frac{t}{T_1}}f'(t)\,dt - \varepsilon^{-\frac{t}{T_2}}\int\varepsilon^{\frac{t}{T_2}}f'(t)\,dt\right\}$$
$$+ c_1\varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} + c_2\varepsilon^{-\frac{t}{T_2}}.$$

Dabei sind c_1 und c_2 die Integrationsconstanten und ε ist die Basis der natürlichen Logarithmen; T_1 und T_2 dagegen sind Abkürzungen für folgende Ausdrücke:

$$T_1 = \frac{2LC}{RC - \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}, \quad T_2 = \frac{2LC}{RC + \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}.$$

Die gefundene Lösung umschliesst alle speciellen Fälle. Es kann dabei sein 1. $e = 0$ (Entladung eines Condensators), 2. $e = const.$ (Ladung eines solchen), 3. e eine Sinusfunction der Zeit, und 4. e eine beliebige periodische Function, die sich in eine Summe solcher Sinus functionen auflösen lässt.

Für den dritten Fall (nicht allgemein) wird, wenn mit J und E die Maximalwerthe von i und e bezeichnet werden,

$$J = E/\sqrt{R^2 + (1/C\omega - L\omega)^2}\ ^{1)}.$$

ω ist hier das 2πfache der Periodenzahl. Wenn $\omega = 1/\sqrt{CL}$ ist, halten sich Capacität und Selbstinduction die Wage. Der Wurzelwerth kann als effectiver Widerstand bezeichnet werden [2]).

---

1) Wiederum einen anderen Namen, „Impediment", für diesen Wurzelwerth zu schaffen, der für $C = \infty$ in die Impedanz übergeht, dürfte wohl nicht nöthig sein. — 2) S. auch Bedell und Crehore. Aequivalenter Widerstand, Selbstinduction und Capacität paralleler Stromkreise (also bei Stromverzweigung) mit harmonischer elektromotorischer Kraft. Phil. Mag. [5] **34**, 271, 1892; Beibl. **17**, 230.

Puluj, Phasendifferenz zwischen elektromotorischer Gesammtkraft und Spannungsdifferenz an einer Verzweigungsstelle des Stromkreises bei harmonischen Wechselströmen. Wien. Ber. **102** [2], 361, 1893. Beibl. **17**, 963.

H. Abraham, Alternirende Ströme und die Wheatstone'sche Brücke. Compt. rend. **118**, 1251, 1894; Beibl. **18**, 866.

Ist ϱ der specifische Widerstand, $R_c = \varrho l/a^2\pi$ der gewöhnliche Widerstand eines Leiters von der Länge l und dem Radius a für einen constanten Strom, R_N der effective Widerstand desselben für einen alternirenden Strom von N vollständigen Perioden pro Secunde, Δ_n die Dichtigkeit dieses Stromes in der Axe, δ_n dieselbe im Abstande r von derselben, so ist nach Sir W. Thomson (Lum. électr. **31**, 288; Electrician, 1. Febr. 1889; Beibl. **13**, 720):

$$\delta_n = \Delta_n\{\varphi(q)\cos\vartheta - \psi(q)\sin\vartheta\},$$
$$q = 2\pi r\sqrt{\frac{2N}{\varrho}}, \qquad \vartheta = 2\pi Nt,$$
$$\varphi(q) = 1 - \frac{q^4}{2^2 4^2} + \frac{q^8}{2^2 4^2 6^2 8^2}\cdots, \quad \psi(q) = \frac{q^2}{2} - \frac{q^6}{2^2 4^2 6^2}\cdots$$

Ferner ist:

$$R_N/R_c = \tfrac{1}{2}\{\varphi(q)\psi'(q) - \psi(q)\varphi'(q)\}/\{\varphi'(p^2) + \psi'(p^2)\}.$$

wo p der Werth von q für $r = a$ ist.

334 Ist in den Schliessungskreis eine Flüssigkeitszelle mit polarisirbaren Elektroden eingeschaltet, und nimmt man mit F. Kohlrausch an, dass die Gegenkraft der Polarisation der ganzen durchgegangenen Elektricitätsmenge, also $k\int_0^t idt$ gleich ist, wo k von der Natur der Zersetzungszelle abhängt, so ist

$$Ri + L\frac{di}{dt} + k\int_0^t idt = E_0 \cos \omega t.$$

Setzt man $k = \frac{1}{C}$, so wird die Gleichung mit Gleichung 2), §. 331, identisch, so dass man die Zersetzungszelle durch einen bezw. zwei Condensatoren ersetzen kann.

Die angestellten Versuche zeigen aber, dass die Kohlrausch'sche Hypothese nur bei sehr kleiner Dichtigkeit der ausgeschiedenen Gase, also gewissermaassen als Grenzfall, richtig zu sein scheint, und dass die Capacitäten complicirtere Functionen der Stromdichtigkeit sind.

So hat Oberbeck[1]) den einen Endpunkt einer Inductionsspirale eines Schlittenapparates ohne Eisenkern einerseits isolirt oder mit der inneren Belegung eines Condensators verbunden, letztere durch die eine Unterbrechungsstelle eines Helmholtz'schen Pendelapparates mit einem Thomson'schen Elektrometer verbunden. Das andere Ende der Spirale ist entweder direct oder unter Einschaltung eines flüssigen Widerstandes mit der Erde verbunden. Beim Fallen des Pendels wird zuerst der inducirende Strom in der primären Spirale unterbrochen und dadurch ein Strom in der inducirenden erzeugt und dann eine bestimmte sehr kurze Zeit darauf die Verbindung zum Elektrometer unterbrochen. Die Oscillationen des inducirten Stromes laden den Condensator abwechselnd positiv und negativ. Dabei werden die Elektroden der Flüssigkeit polarisirt. Nach Veränderung der Capacität des Condensators, wozu auch noch die Capacität der inducirten Rolle selbst kommt, und des Widerstandes R findet Oberbeck bei Berücksichtigung der Leitung der Zwischenschicht des Condensators die Polarisation unmerklich, dagegen sinkt der Widerstand von verdünnter Schwefelsäure (5 Proc.)

Ist $N = 80$, also für 160 Stromwechsel pro Secunde, $\varrho = 1{,}61$ C.-G.-S. für Kupfer, so ist $q = 1{,}98\,a$, also nahe gleich $2a$. Dann ist z. B.:

$2a$	0,0	1	2	3	4	5
R_N/R_c	1	1,0001	1,0805	1,3186	1,6778	2,0430
$2a$	6	8	10	15	20	
R_N/R_c	2,3937	3,0956	3,7940	5,5732	7,3250	

Auch die Selbstinduction ändert sich ein wenig mit der Dicke, der Einfluss ist indess gering. Der wirkliche Widerstand eines Hohlcylinders berechnet sich aus der Differenz der Widerstände des vollen und inneren Cylinders.

[1]) Oberbeck, Wied. Ann. 6, 210, 1879. S. auch die Untersuchung der Polarisation durch Wechselströme, zu Bd. II, §. 996 in den Nachträgen, Wied. Ann. 19, 213, 625, 1883; 21, 139, 1884.

zwischen Platinelektroden und von Lösung von Kupfersulfat zwischen Kupferelektroden mit zunehmender Zahl der Stromwechsel bis zum Verhältniss 5:1. Das Ohm'sche Gesetz scheint hiernach in diesem Falle nicht gültig zu sein. Bei metallischen Leitern zeigten sich solche scheinbare Abweichungen vom Ohm'schen Gesetz nicht.

335 In gleicher Weise hat Falck[1]) die Polarisation verschiedener Metalle Al, Au, Ni, Pt, Ag in Lösungen von K_2SO_4, KCl, KBr, KJ untersucht. Wir führen nur die Anfangscapacitäten in Mikrofarads für 1 qmm an:

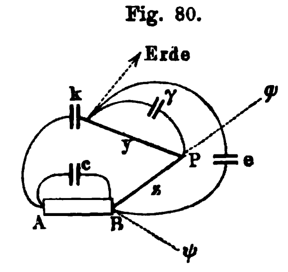
	Al	Ni	Pt	Au	Ag
K_2SO_4	0,0106	0,0091	0,0487	0,0714	0,1015
KCl	0,0132	0,0085	0,0894	0,1659	0,4776
KBr			0,1832		
KJ			0,0487		0,7914

Dieselben sind also nach diesen Versuchen nicht einander gleich, sondern nur annähernd bei Aluminium und Nickel, was mit den Resultaten von Blondlot (Bd. II, §. 821) nicht übereinstimmt, bei denen sie indess für Platin und Schwefelsäure auch zwischen 0,75 bis 1,5 schwanken. Aus den Anfangscapacitäten c berechnet sich die Dicke der elektrischen Doppelschicht $d = 1/4\pi c$ in Lösung von Bromkalium und Chlorkalium für

	Nickel	Gold	Aluminium	Silber
d^{-1}	961 300	18 160 000	1 493 000	54 020 000 mm

336 Cohn[2]) bemerkt indess zu obigen Versuchen, dass hierbei die Grundlagen der Rechnungen nicht ganz den experimentellen Anforderungen entsprachen, und wendet eine etwas abweichende Anordnung des Versuches an. Die Inductionsspirale AB (Fig. 80) ist wiederum einerseits mit der einen Belegung eines Condensators k (einigen mit Stanniol beklebten und mit Quecksilber gefüllten Reagirgläsern), andererseits durch zwei auf einander folgende Widerstände z und y mit der anderen zur Erde abgeleiteten Belegung verbunden. Das Elektrometer e wird einerseits mit der Contactstelle P von z und y oder mit B verbunden. c bedeutet in der Figur einen die Capacität der Inductionsspirale selbst darstellenden Condensator. Die Unterbrechungen des inducirenden Stromes und der Zuleitung zum Elektrometer geschehen auch hier durch einen Pendelapparat.

Fig. 80.



Sind die Intensitäten des Stromes in y und z gleich i und i_1, die Spannungen in P und B bezw. φ und ψ, so ist

$$yi = -\varphi, \quad yi + zi_1 = -\psi.$$

[1]) Falck s. Oberbeck, Wied. Ann. 21, 145, 1884. — [2]) Cohn, Wied. Ann. 21, 646, 1884.

Ist nun nachzuweisen, dass der Strom im Widerstande z keine Phasenverzögerung erleidet und $\psi : \varphi$ in einem constanten, von der Schwingungszahl unabhängigen, $(y + z)/y$ gleichen Verhältnisse stehen, so folgen auch hier die Ströme dem Ohm'schen Gesetze.

Da das Elektrometer e immer eine Nebenleitung bildet, wurde ein aus dem Reagirglase hergestellter Condensator γ von gleicher Capacität mit demselben gleichzeitig, wie in der Figur, benutzt und γ mit e vertauscht. Als Widerstand z dienten dieselben Lösungen wie bei Oberbeck's Versuchen, y war ein Graphitstrichwiderstand; beide wurden mit einander verglichen, einmal, indem in der erwähnten Anordnung P mit dem Elektrometer verbunden wurde, y und z vertauscht wurden. Die Inductionsströme wurden durch ein Helmholtz'sches Schlitteninductorium geliefert.

Sodann wurden auch die Widerstände y und z mittelst der Wheatstone'schen Brücke unter Anwendung eines kleinen Inductoriums als Stromerreger und eines Dynamometers in der Brücke mit einander verglichen.

Die Versuche ergaben, dass eine Phasendifferenz zwischen den Punkten B und P nicht existirt und die Verhältnisse der Widerstände sich bei Anwendung der Zahl der Stromwechsel von 100 bis 25000 nicht ändern. Somit ist auch für diesen Fall das Ohm'sche Gesetz bewiesen.

Schaltete man in den Schliessungskreis einer Inductionsrolle a hinter einander vier Flüssigkeitszellen, die einen 1 und 4 mit grossen platinirten Platinblechen, die anderen 2 und 3 mit dünnen Platindrähten, oder 1 und 4 mit amalgamirten Zinkstäben, 2 und 3 mit Platinblechen in Zinkvitriollösung, und wurden Wechselströme in der Rolle erzeugt, so war ein Phasenunterschied in dem Verbindungsdrahte b zwischen den Condensatoren 2 und 3 und in der Inductionsrolle durch ein Dynamometer, dessen bewegliche Rolle einmal zwischen 2 und 3, dann bei a eingefügt wurde, nicht zu erkennen. Ebensowenig war dies möglich, als die Inductionsrolle a durch zwei lange, verticale, mit Kupfervitriollösung gefüllte und oben durch einen Draht b verbundene Glasröhren geschlossen war. Die Elektricität bewegt sich also etwa wie eine incompressible Flüssigkeit [1]).

337 Theilt sich ein periodischer Strom $J = A \cos(mt)$ zwischen zwei parallelen Zweigen von den Selbstinductionscoëfficienten L_1 und L_2 mit den Intensitäten J_1 und J_2, so ist

$$J = J_1 + J_2$$

und

$$R_1 J_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} = R_2 J_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt},$$

---

[1]) Cohn, Wied. Ann. 21, 667, 1884.

woraus sich Gleichungen von der Form

$$J_1 = A_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \text{ und } J_2 = A_2 \cos(\omega t - \varphi_2)$$

entwickeln, in denen die Constanten A und φ sich leicht ableiten lassen.

Es ergiebt sich so

$$A_1 = \sqrt{\frac{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}}\, A$$

$$tg\,\varphi_1 = \frac{\omega (R_2 L_1 - R_1 L_2)}{R_2 (R_1 + R_2) + \omega^2 L_2 (L_1 + L_2)}$$

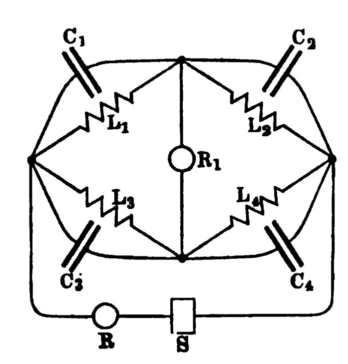
und ebenso A_2 und $tg\,\varphi_2$ bei Vertauschung von R_1 mit R_2 und L_1 mit L_2 [1]).

Die Stromeintheilung ist also von der von constanten Strömen durchaus verschieden.

Die Stromverzweigung von Wechselströmen in der Wheatstone'schen Brücke ergiebt sich folgendermaassen [2]). 338

Der Hauptzweig (Fig. 81) enthalte die periodische Stromquelle S. Die vier Seitenzweige haben die Selbstinductionscoëfficienten L_1, L_2, L_3, L_4, ihnen parallel seien Condensatoren von der Capacität C_1, C_2, C_3, C_4 durch inductionsfreie und so gut wie widerstandslose Drähte geschaltet. Die Brücke, deren Widerstand R_1 sei, sei inductionsfrei. Dieselbe enthalte ein Telephon oder die eine Rolle R_1 eines Elektrodynamometers, der Hauptzweig die andere R. Schweigt das Telephon, so zeigt das Elektrodynamometer keine Ablenkung. Letzteres ist auch möglich, wenn der Phasenunterschied $\pi/2$ beträgt, wobei das Telephon tönt. Es sei wie früher $\omega = 2\frac{\pi}{T}$.

Fig. 81.



Setzt man den Hauptstrom

$$I_0 = \cos(\omega t) = \tfrac{1}{2}(e^{\lambda t} + e^{-\lambda t}),$$

wo $\lambda = \omega i$ ist, so ist für den Fall, dass der Hauptstrom $e^{-\lambda t}$ ist, der Brückenstrom

$$k e^{\lambda t} = (A + iB)\, e^{\lambda t}$$

und der zum Hauptstrom I_0 gehörige Brückenstrom

---

[1]) Oberbeck s. Winkelmann, Handbuch 3, 2, 394. S. ebendaselbst auch die Berechnung der Induction eines Stromkreises mit periodischer Stromquelle auf einen zweiten ohne eine solche; sowie die Verbreitung elektrischer Schwingungen in der Wheatstone'schen Brücke, in deren Hauptzweig die Stromstärke $J_0 = \cos mt$ ist. Siehe Oberbeck, Wied. Ann. 17, 1040, 1882; auch M. Wien, Wied. Ann. 44, 681, 1892. — [2]) Nach Oberbeck, Wied. Ann. 17, 816, 1882. Winkelmann's Handbuch 3, 2, 396.

$$I = C\cos(mt - \varphi),$$

wo

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \qquad tg\,\varphi = -\frac{B}{A}$$

ist. Setzt man

$$a = r + \lambda L \qquad b = 1 + C\lambda(r + \lambda L)$$

und bezeichnet die für die einzelnen Zweige gültigen Werthe mit Indices 1 bis 4, so folgt für den Brückenzweig $K = A + iB$

$$= \frac{a_1 a_3 b_2 b_4 - a_2 a_4 b_1 b_3}{(a_1 b_2 + a_2 b_1)(a_3 b_4 + b_3 a_4) + r\{b_1 b_2 (a_3 b_4 + b_3 a_4) + b_3 b_4 (a_1 b_2 + b_1 a_2)\}},$$

woraus sich die Werthe ergeben, für welche der Brückenstrom Null ist.

1. Beträgt der Phasenunterschied zwischen Hauptstrom und Brücke $\frac{\pi}{2}$, so ist $A = 0$.

α) Wenn keine Condensatoren vorhanden sind, und nur Zweig 1 den Selbstinductionscoëfficienten L_1 hat, ist

$$\omega^2 L_1^2 = \left(r_2 \frac{r_4}{r_3} - r_1\right)\left(r_1 + r_2 + \frac{r(r_3 + r_4)}{r_3 + r_4 + r}\right).$$

Diese Formel kann zur Bestimmung des Selbstcoëfficienten L dienen. Ist L_1 klein, so ist nach Troje auch die Selbstinduction im Brückenzweige zu beachten.

β) Ist nur ein Condensator C_1 vorhanden, so ist

$$\omega^2 C_1^2 = \left(\frac{r_3}{r_2 r_4} - \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2 + r_2} + \frac{1}{r_1}\right),$$

$$r_1 = \frac{r(r_3 + r_4)}{r_3 + r_4 + r}.$$

2. Ist der Brückenstrom Null, schweigt also das Telephon, so ist $A = B = 0$.

α) Sind keine Condensatoren vorhanden, Zweige 3 und 4 ohne Selbstinduction, so ist

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_4}{r_3}.$$

β) Ist keine Selbstinduction vorhanden, $C_3 = C_4 = 0$, so ist

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_3}{r_4}.$$

γ) Sind alle Selbstinductionscoëfficienten und Capacitäten, ausser C_1 und L_3, Null, so ist

$$L_3 = C_1 r_2 r_4 = C_1 r_1 r_3\ ^{1)}.$$

[1]) S. auch W. Wien, Vergleichung von Inductionscoëfficienten und Capacitäten unter einander. Wied. Ann. 44, 681, 1891.

Endlich wurden von Oberbeck[1]) auch Versuche über die Magnetisirung von Eisenkernen durch Wechselströme angestellt. Entsprechend der Berechnung folgt der Satz: Wirken auf cylindrische Eisen- und Stahlkerne überall gleiche und gleich gerichtete magnetisirende Kräfte, welche periodische Functionen der Zeit sind, so folgen die Veränderungen der magnetischen Momente denselben Gesetzen, wie für constante Kräfte, unter Berücksichtigung der bei schnellem Stromwechsel sehr erheblichen Einwirkung der in den Eisenkernen selbst inducirten Ströme. 339

Bei der Magnetisirung eines langen Eisenstabes an einer Stelle durch eine mit der festen Rolle eines Elektrodynamometers verbundene Rolle, durch welche die durch einen Sinusinductor erregten Ströme hindurchgeleitet wurden, umgab Oberbeck[2]) andere Stellen des Eisenstabes mit einer verschiebbaren, mit der beweglichen Rolle des Dynamometers verbundenen Rolle und bestimmte so die Verhältnisse der Magnetisirung an letzteren Stellen. Demnach pflanzen sich periodische Veränderungen des an einer Stelle eines langen Eisenstabes durch äussere Kräfte hervorgerufenen Momentes in der Weise fort, dass die Amplituden der Momente mit wachsender Entfernung von der Erregungsstelle abnehmen, wobei die Grösse der Abnahme nur von der inneren Beschaffenheit des Eisens abhängt und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit an sich sehr gross ist, aber durch die bei der Ausbreitung entstehenden Inductionsströme je nach den Verhältnissen mehr oder weniger verkleinert wird.

Befindet sich ein geschlossener Leiterkreis neben einem Stromkreise, welcher von einem nach dem Sinusgesetz verlaufenden Strom durchflossen ist, so werden auch in ersterem sinusartig verlaufende Ströme von gleicher Periode entwickelt, aber von einer zwischen $\pi/4$ und $\pi/2$ dagegen verschobenen Phase [3]). Diese Verschiebung setzt sich aus zweien zusammen, der einen, welche der Verzögerung des direct inducirten secundären Stromes gegen den primären Strom entspricht und gleich $\pi/4$ ist, der anderen, hervorgebracht durch die Selbstinduction, welche zwischen 0 und $\pi/4$ liegen kann. 340

Die elektrodynamische Wechselwirkung der beiden Kreise ist proportional der Summe der Producte der in jedem Moment in beiden vorhandenen Stromstärken, welche theils einander gleich, theils einander entgegengerichtet sind, also theils eine Anziehung, theils eine Abstossung der Leiter bedingen.

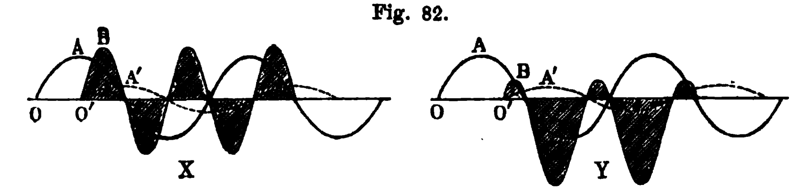
Letztere Wirkung überwiegt, wie sich durch eine graphische Darstellung übersehen lässt.

---

[1]) Oberbeck, Wied. Ann. 21, 672, 1884. — [2]) Ibid. 22, 73, 1884. — [3]) Joubert, Traité d'Électricité, p. 357, Paris, Masson, 1891.

In Fig. 82 (X und Y) bezeichnen die Abscissen die Zeiten, die Ordinaten A und A' die sich wie 4 : 1 verhaltenden Amplituden zweier

Fig. 82.



Sinuscurven von gleicher Periode, welche die primären und secundären Ströme darstellen. Das Product derselben ist durch die Curven B bezeichnet, die elektrodynamische Wechselwirkung beider.

Ist nun in Fig. 83 die Phasendifferenz von A und A' gleich $\pi/4$, so sind die Anziehungen und Abstossungen gleich, sie heben sich gegenseitig auf. Ist aber die Phasendifferenz von A und A' grösser als $\pi/4$, so überwiegen die negativen Producte B, es findet Abstossung statt, um so stärker, je grösser die Phasendifferenz ist.

341 Nähert man dem Pol eines Magnets oder einer Spirale, mit oder ohne Eisenkern, eine Metallmasse, eine Kupferscheibe, einen Kupferring, und entfernt sie wieder, so ist der Widerstand im letzteren Falle kleiner, als im ersten. Die Abstossung derselben durch den Magnet ist grösser, als die Anziehung. Dasselbe zeigt sich beim Schliessen und Oeffnen des magnetisirenden Stromes. Die Versuche können vielfach abgeändert werden, z. B. indem man einen Drahtring vor dem einen Ende einer Spirale oder einem Magnetpol dreht, so dass entweder ihre Windungen parallel oder senkrecht zu denen der Spirale stehen u. s. f.[1]).

342 Obiges sich a priori aus der Rechnung und graphischen Anschauung ergebende Resultat hat Elihu Thomson[2]) auch durch Versuche bewiesen, die wir in etwas veränderter Gestalt nach von Lang[3]) hier beschreiben.

In eine Spirale von sechs Lagen zu 26 Windungen von mit Seide doppelt übersponnenem Kupferdraht von 1,5 mm Durchmesser, etwa $^3/_4$ kg Gewicht und 35 mm Durchmesser wurde ein Kern aus Eisendrähten von 240 cm Länge gesteckt, der nur auf der oberen Seite aus der flachen Spule herausragte und durch zwei schmale Messingringe zusammengehalten wurde. Es wurden Wechselströme eines Transformators, 42 bis $43^1/_2$ in der Secunde, benutzt; die Spannung betrug 24 Volts, der Inductionscoëfficient der Spulen war etwa 0,018. Ein über den Eisenkern von oben gelegtes Drahtgewinde, ein Aluminiumring (Serviettenring), wurde abgestossen, ein dickerer ebenso, ebenso ein

[1]) Elihu Thomson, Lum. électr. 24, 638, 1887; Beibl. 11, 735. — [2]) Elihu Thomson, Lum. électr, 48, 35, 1893; Beibl. 17, 595. — [3]) v. Lang, Wien. Ber. 102 (2), 523, 1893; Beibl. 18, 239. Siehe auch Fleming, Electromagnetic repulsion Electrician 26, 601, 1893.

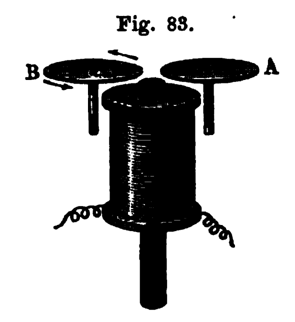
Kupferring. Wurde demselben ein zweiter Kupferring genähert, so zogen sich beide an, da die Inductionsströme in beiden in gleicher Richtung fliessen.

Verbindet man das Drahtgewinde fest mit einer Glühlampe, so leuchtet letztere während des Schwebens des Gewindes über der Spirale mit dem Eisenkern. Um sie zu äquilibriren, kann man sie mit der Spirale in ein Glas voll Wasser einsenken, welches man auf den Magnetpol stellt.

343

Mit demselben Apparat kann man in Folge der Extraströme Rotationserscheinungen hervorrufen, wie Elihu Thomson gezeigt hat. Mittelst des Apparates von v. Lang kann man sie demonstriren, wenn man ihn umkehrt und über ihn eine 1 mm dicke, um eine verticale Axe drehbare Kupferscheibe im Abstande von 4 mm von dem Eisenkern bringt (Fig. 83). Wird über die Scheibe ein Aluminiumring etwas excentrisch zum Eisenkern gebracht, so rotirt die Kupferscheibe von dem Eisenkern nach dem Ring, da die Induction in der Kupferscheibe über dem Eisenkern am stärksten, also daselbst ihre Anziehung durch einen gleichgerichteten Strom im Aluminiumring am grössten ist. Der Aluminiumring kann durch eine zweite, eventuell ebenfalls um eine Axe drehbare Kupferscheibe ersetzt werden, die sich dann entgegengesetzt dreht. Aehnlich verhält sich ein solcher Kupfercylinder. Eine Eisenplatte wirkt wie der Aluminiumring. Da an ihrer Stelle das Magnetfeld am stärksten ist, wird auch hier die Induction am grössten. Auch andere Kupfer- und Eisenstücke wirken ebenso.

Fig. 83.



Eine über dem Pol des Elektromagnetes in Wasser schwimmende Kupferkugel rotirt ebenfalls, wenn eine Kupferplatte auf der der Kugel entgegengesetzten Seite horizontal zur Hälfte über den Magnetpol geschoben wird.

Wird eine kleine, 48 mm hohe, innen 20 mm, aussen 23 mm weite Drahtrolle von 0,4 mm dickem Kupferdraht mit Eisenkern durch ein zweites Paar Endklemmen mit der primären Spule in gleichem Sinne verbunden und vertical über die Kupferscheibe im einen oder anderen Sinne gebracht, so rotirt letztere in entgegengesetztem Sinne, je nachdem das Magnetfeld durch die kleine Spule verstärkt oder geschwächt wird. — Statt letzterer kann auch eine grössere Spule ohne Eisenkern verwendet werden.

Auch hier wird die Rotation durch die Wechselwirkung der Ströme in der Spirale und der Inductionsströme in der Kupferscheibe hervorgerufen [1]).

---

[1]) Aehnliche Versuche von de Fonvielle, Compt. rend. **110**, 944, 1890; Beibl. **14**, 825.

344 Andere, hierher gehörige Versuche von Elihu Thomson und Wightman[1]) sind die folgenden.

Eine horizontale, in ihrem Mittelpunkte balancirte kreisförmige Eisenscheibe rotirt, wenn man ihr in tangentialer Richtung das eine Ende eines Eisenstabes nähert, dessen anderes Ende an das Ende des Eisendrahtbündels einer von alternirenden Strömen durchflossenen horizontalen Spirale anliegt. Leichter gelingt die Rotation mit einem Stahlcylinder. Reicht die Spirale bis an die Scheibe und ist der Stab jenseits der ihm gegenüberliegenden Stelle derselben mit einer in sich geschlossenen kurzen Spirale umwunden, durch welche ein Folgepunkt im Eisenstabe entsteht, so rotirt die Scheibe ebenfalls, und stets in gleichem Sinne, wie auch der Rand gegen die Spirale liege.

Diese Erscheinungen beruhen ebenfalls auf Verzögerung der Induction in der Masse der Scheibe, sowie auch auf der Verschiedenheit der auf- und absteigenden Magnetisirungscurven (s. w. u.).

Man muss also durch irgend eine Ursache eine Phasenverzögerung in einem Theil des Magnetfeldes erzeugen. Bringt man z. B. die Hälfte der Eisenscheibe über die mit Eisenkern versehene, vertical gestellte Spirale, und schiebt über die eine Hälfte des unter der Scheibe befindlichen Endes derselben eine Kupferplatte, so tritt die Rotation ein, ebenso wenn die Scheibe mit ihrem Rande über der Mitte der horizontal liegenden Spirale mit Eisenkern liegt und man zwischen die eine Hälfte der Spirale und die Scheibe eine Kupferplatte schiebt.

Aehnlich erhält man Rotationen, wenn ein horizontal liegender, aus Lamellen gebildeter Elektromagnet in der Mitte umwickelt ist, mit den längeren Kanten seines Querschnitts horizontal liegt und eine horizontale Kupferscheibe mit ihrer einen Hälfte über seinem einen Ende schwebt. Liegen die Lamellen mit jenen Kanten vertical, so entsteht keine Rotation. Im einen Falle wird die Wirkung durch die Induction in den Eisenlamellen verzögert, im zweiten nicht.

Auch ohne Eisenkern kann man diese Versuche wiederholen und nicht nur Drahtringe, sondern auch eine horizontale Metallplatte oder eine in die Spirale eingehängte Kupferblechröhre abstossen lassen.

Wird der Commutator durch einen Unterbrecher ersetzt, der den Strom ebenso oft unterbricht, so erfolgen die gleichen Abstossungen, nur schwächer[2]).

345 An diese Versuche schliessen sich andere Beobachtungen von Borgmann (l. c.) an. Wird auf eine nur aus einer Windungsreihe bestehende Spirale eine 76 mm weite Schale voll Quecksilber mit flachem Boden coaxial gesetzt und das Quecksilber mit Lykopodium bestreut, so zeigen sich nach Stromschluss zwei kreisförmige entgegengesetzte Strömungen

---

[1]) Elihu Thomson und M. J. Wightman, Lum. électr. 30, 341, 1888; Beibl. 13, 243. — [2]) Borgmann, Compt. rend. 110, 233, 1890; Beibl. 14, 405.

des Quecksilbers, die sich zu einer einzigen diametralen Strömung vereinen. Bei recht dünner Quecksilberschicht zeigen sie sich am stärksten, stärker bei Wechselströmen als bei unterbrochenen, stärker mit Eisenkern in der Spirale als ohne denselben.

Wird zugleich eine Kupferscheibe excentrisch unter die Spirale ohne Eisenkern gebracht, so beobachtet man zwei gemeinsam gegen die Scheibe gerichtete Wirbel. Bei zwei oder drei Scheiben erhält man vier oder sechs Wirbel, deren Trennungslinien in die Richtung der Durchmesser der Scheiben fallen. Bei einem diametral unter dem Quecksilbergefäss angebrachten Metallstreifen erhält man vier Wirbel, getrennt durch zwei Linien, die bezw. senkrecht und parallel dem Streifen sind. Die Ströme des Quecksilbers, welche nach dem Centrum fliessen, verlaufen der ersten Linie parallel.

Wird das Quecksilbergefäss etwas excentrisch auf die Spirale mit Eisenkern gesetzt, so verlaufen zwei starke Wirbel gegen die Mitte der Spirale. Die Quecksilberströme fliessen im Allgemeinen gegen den Ort hin, wo das Metall unter das Gefäss gelegt ist, und bilden Wirbel, deren intensivste Stellen nahe diesem Orte liegen.

Wird unter das Gefäss ein flacher, aus drei gleichen Sectoren von Kupfer, Messing und Zink gebildeter Ring gebracht, so erhält man sechs Wirbel, von denen die zwei dem Kupfer angehörigen am stärksten, die dem Zink angehörigen kaum merkbar sind. In einem Gefäss, welches kleiner als der innere Raum der Spirale und ihm coaxial ist, beobachtet man keine Bewegung des Quecksilbers.

Die Wirbel über einer Spirale ohne Eisenkern und Metallplatten erklären sich durch den Mangel an Homogenität des Drahtes und die unvollkommene Symmetrie der Spirale.

Liegt die Spirale horizontal unter dem Quecksilbergefäss, so dass nur ein Theil des Quecksilbers sich über ihr befindet, so erhält man zwei durch eine der Axe der Spirale parallele Linie getrennte Wirbel; ebenso, aber nur sehr schwach, wenn das Gefäss neben der verticalen Spirale steht.

Auch einzelne Quecksilbertropfen an Stelle des den ganzen Boden des Gefässes bedeckenden Quecksilbers zeigen die Wirbel.

Wird das Quecksilber mit Eisenfeilen bestreut, so suchen sich die gröberen Theile nach den Kraftlinien zu ordnen, folgen aber dabei ein wenig der Wirbelbewegung des Quecksilbers. Die feineren Theile springen nach allen Seiten herum, wie Flüssigkeitstropfen im sphäroidalen Zustande.

Borgmann[1]) hat auch die quantitativen Verhältnisse dieser Erscheinungen studirt. 346

Der Commutator wurde auf die Axe eines Motors gesetzt und die

[1]) Borgmann, Compt. rend. 110, 849, 1890; Beibl. 14, 653

Umdrehungszahl an einem Zählwerk gemessen; die Intensität i der angewandten alternirenden Ströme wurde bestimmt an einem Siemens'schen Elektrodynamometer, indem in den Schliessungskreis der verwendeten Spirale (einer einfachen Rolle von isolirten Kupferdrähten von 2,5 mm Durchmesser und 120 mm Höhe, 120 mm äusserem und 43 mm innerem Durchmesser ohne Eisenkern) eine zweite Spirale ohne Eisenkern eingeschaltet war, welche mit einer zweiten mit dem Elektrodynamometer verbundenen Inductionsspirale umgeben war. So erhielt man $\int i^2 dt$, wo i die Stromstärke ist.

Die durch eine Spiralfederwage gemessenen Abstossungen einer horizontal über der Spirale aufgehängten vollen Scheibe waren proportional $\int i^2 dt$, nahmen etwa mit der Quadratwurzel der Entfernung ab, mit der Dicke der Scheiben zu, mit ihrem Durchmesser zu und mit Zunahme ihres specifischen Widerstandes ab, aber langsamer, wegen der Selbstinduction, mit der Zahl der Wechsel n (in 1 Min.) der Stromrichtung ab. Die Abstossungen sind, zwischen $n = 2500 - 13000$, fast genau proportional $1/n . \int i^2 . dt$.

Eisenplatten werden von der Spirale bei Wechselströmen angezogen. Mit Eisenkern wirkt die Spirale viel stärker; sonst bleibt die Beziehung zur Zahl der Stromwechsel dieselbe.

347 Die Bestimmung der Schwingungsdauer von sinusartig verlaufenden Strömen ist für die Technik von Wichtigkeit. Eine ausführliche Betrachtung derselben müssen wir elektrotechnischen Werken überlassen. Wir führen beispielsweise nur einige der einfachsten Methoden an, ohne andere dadurch als minderwerthig bezeichnen zu wollen.

Häufig bestimmt man statt der Schwingungsdauer die Zahl der Schwingungen in der Zeiteinheit, die Frequenz. Auch die Phasendifferenz zweier Ströme wird beobachtet. Apparate hierzu werden wohl auch mit den Namen Phasimeter bezeichnet.

Lamb und Smith[1]) haben den Strom durch die eine Spirale eines Elektrodynamometers geleitet, und durch die andere von so lange abgeänderter Periode einen Strom, bis gerade eine Anziehung beobachtet wird. Der kleinste Werth der letzteren entspricht dem Isochronismus der Perioden, die grösseren einfachen Multiplen der Schwingungsdauern. Hierbei kommt aber die Induction in der Spirale des Dynamometers in Betracht.

Sodann leiten Healing und Le Tall[2]) den Strom durch einen horizontal zwischen den Polen eines Magnetes in äquatorialer Richtung aufgespannten Draht und belasten ihn, bis er durch die elektromagnetische Wirkung des Magnetes auf den Strom in ihm energisch schwingt. Beim Maximum der Wirkung ist die Schwingungsdauer des Drahtes für sich der Periode der Alternirungen gleich.

---

[1]) Ayrton, J. electr. Eng. 18, 307, 1889; Beibl. 13, 720. — [2]) Ebendaselbst.

Puluj[1]) versetzt durch zwei kleine geradlinige Elektromagnete mittelst Wechselströmen zwei gleich lange Stahlfedern, welche conische Anker tragen und mit versilberten ebenen Glasspiegeln versehen sind, in Schwingungen. Die Elektromagnete sind so angeordnet, dass die eine Feder nur horizontale, die andere nur verticale Schwingungen machen kann. Bei Reflexion eines Lichtstrahles kann mittelst der Lissajous'schen Schwingungsmethode die Phasendifferenz der beiden Schwingungscomponenten abgeleitet werden. 348

Pionchon[2]) bringt zwischen den Polarisator und Analysator eines Halbschattensaccharimeters ein Solenoid, welches im Inneren parallel der Axe eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Glasröhre enthält. Wenn durch das Solenoid Wechselströme fliessen, so ändert sich periodisch die Helligkeit des Gesichtsfeldes. Um die rasch auf einander folgenden Aenderungen des Feldes zu erkennen, benutzt der Verf. eine stroboskopische Methode. Aus der Periode T' der Sichtbarkeit des Feldes und der Periode T des Stromes lässt sich die Frequenz $\Theta = T' T/(T' - T)$ ermitteln. Auch die Maxima der Intensität und die Curve der Intensitäten können durch diese Methode ermittelt werden. 349

Eine elektrochemische Methode ist von Janet[3]) angegeben. 350

Ein Metallcylinder wird mit einem mit Lösung von Ferrocyankalium und Ammoniumnitrat getränkten Papier bedeckt und unter einem Eisenstift hingeführt, während der Cylinder und Stift mit den Punkten verbunden werden, deren variable elektromotorische Periode zu studiren ist. Dann hat, da keine Polarisation auftritt, die Stromstärke in diesem Kreise keinen Einfluss auf die sie erzeugende elektromotorische Kraft. Rotirt der Cylinder, so erhält man auf demselben einen discontinuirlichen Strich von Berliner Blau, dessen Maxima denen der elektromotorischen Kraft entsprechen. Werden gleichzeitig auf dem Cylinder Secunden oder Theile derselben verzeichnet, so kann man die Zahl der Perioden erkennen. Aehnlich kann man die Phasendifferenz zwischen zwei elektromotorischen Kräften von gleicher Periode bestimmen, die auf dem Cylinder neben einander Striche verzeichnen, oder zwischen einem primären und secundären Strom u. s. f.[4]).

Von Interesse sind auch, wenn auch unmittelbar aus der Theorie folgend, die Wirkungen gleichgerichteter sinusartiger elektromotorischer Kräfte in einem Leiter mit Selbstinduction. 351

---

[1]) Puluj, Ber. d. Akad. in Wien 102 [2], 815, 1893; Beibl. 18, 380. — [2]) Pionchon, Compt. rend. 120, 872, 1895; Beibl. 19, 809. — [3]) Janet, Compt. rend. 118, 862; 119, 217, 1894; Beibl. 18, 963, 964. — [4]) Vergleiche auch die Apparate von Colley und Blondel, §. 401, Anmerkung.

Nach Puluj[1]) ist in einem Stromkreise, durch welchen sinusartige Ströme fliessen, die mittlere Stromstärke von der Selbstinduction des Stromkreises unabhängig, wenn die elektromotorische Kraft sich nach dem reinen Sinusgesetze ändert und in der neutralen Ebene des magnetischen Feldes momentan commutirt wird. Dies ist auch noch der Fall, wenn die gleichgerichtete elektromotorische Kraft nicht nach jenem Gesetze variirt, sondern etwa beispielsweise von Viertelperiode zu Viertelperiode linear zwischen Null und einem Maximalwerth abwechselnd steigt und fällt.

Findet aber die Commutation nicht in obiger Weise statt, so trifft dieser Satz nicht zu. Die mittlere Stromstärke ist dann auch noch von der zur Commutation erforderlichen Zeit abhängig.

II. Einfluss der Selbstinduction auf die Vertheilung der Ströme im Querschnitt der Leiter.

352 Die Selbstinduction kann auf die Vertheilung des Stromes in einem linearen Leiter einen Einfluss haben, sowohl in der Querrichtung als auch in der Richtung der Länge. Wir betrachten zunächst das ersterwähnte Verhalten.

Wird ein Strom plötzlich durch einen geraden Draht geleitet, so erzeugt der jede einzelne Längsfaser durchfliessende Strom in den benachbarten Fasern ihm entgegengesetzt gerichtete Inductionsströme, welche sich von den primären Stromesantheilen in ihnen substrahiren. Am wenigstens geschieht dies an der Peripherie des Drahtes, wo die Randfasern nur von einer Seite von anderen Drahtfasern umgeben sind und auch nur von jener Seite Inductionswirkungen erfahren; viel mehr im Inneren des Drahtes, wo die Fasern allseitig von inducirenden umgeben sind. Hierdurch wird der Strom im Draht geschwächt, am meisten in den mittleren Theilen. Der Strom erscheint auf diese Weise gegen die Oberfläche hingedrängt. Der Widerstand des Drahtes ist hierdurch vergrössert, der Selbstinductionscoëfficient verkleinert.

Namentlich beim Durchleiten alternirender Ströme (elektrischer Oscillationen) durch Drähte, welche im Verhältniss zu ihrer Länge nicht zu dick sind, zeigt sich diese Erscheinung.

353 Fliesst ein Strom in einem Leiter vom Widerstand w_1 in einer Richtung und in einem ihm nahe liegenden, z. B. parallelen Leiter vom Widerstand w_2 zurück, wirkt in dem System eine elektromotorische

[1]) Puluj, Wien. Ber. 100 [2], 767, 1891; 102 [2], 219, 1893. Siehe auch Lohnstein, Elektrotechn. Zeitschr. 13, 150, 298, 1892. Puluj, Elektrotechn. Zeitschr. 14, 466, 1893; Beibl. 18, 604.

Kraft E, sind die Stromstärken in den Leitern i_1 und i_2 und ihre Selbstinductionscoëfficienten L_1 und L_2, der Coëfficient ihrer gegenseitigen Induction M, so ist

$$E = w_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = w_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}.$$

Berücksichtigt man zunächst nur die w_1 und w_2 nicht enthaltenden Glieder, setzt also die Widerstände $w_1 = w_2 = 0$, so wird

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}.$$

Enthalten ferner i_1 und i_2 nicht von der Zeit unabhängige Glieder, sind L_1, L_2 und M constant, so ist

$$L_1 i_1 + M i_2 = L_2 i_2 + M i_1$$

und dem entsprechend ist die elektrodynamische Energie der beiden auf einander wirkenden Ströme i_1 und i_2

$$T = \tfrac{1}{2} (L_1 i_1^2 + 2 M i_1 i_2 + L_2 i_2^2)$$

für einen gegebenen Werth von $i_1 + i_2$ ein Minimum.

Das hier für zwei Zweige abgeleitete Resultat lässt sich auch für viele Zweige, z. B. für die unendlich vielen, unendlich dünnen Fäden entwickeln, aus welchen man sich einen Leitungsdraht zusammengesetzt vorstellen kann [1]).

354 Statt der elektrodynamischen Energie lässt sich auch die magnetische, durch den Strom erzeugte Energie in den Leitern und in dem umgebenden Medium setzen. Bei gleicher Grösse der gesammten Stromstärke müssen sich die Ströme so vertheilen, dass dieselbe ein Minimum wird.

355 Einen geraden Leiter von kreisförmigem Querschnitt können nur symmetrisch zu seiner Axe Ströme durchfliessen. Er wirkt dann so nach aussen, wie wenn der Gesammtstrom nur durch die Axe flösse. Soll das Minimum der magnetischen Energie erzeugt werden, also dieselbe im Inneren des Leiters den kleinsten möglichen Werth haben, so muss der ganze Strom nur durch eine unendlich dünne Schicht der Oberfläche des Leiters fliessen. Dann nämlich übt der Strom auf das Innere des Leiters keine magnetisirende Kraft aus.

Ist der Querschnitt des Leiters eine Ellipse, so geschieht dies, wenn die Stromdichtigkeiten an den verschiedenen Stellen der Oberflächenschicht sich verhalten, wie die von der Mitte auf die Tangenten an diesen Stellen gefällten Lothe. Dies ist analog der Vertheilung einer elektrostatischen Ladung der Oberfläche des Leiters.

---

[1]) J. Stefan, Wien. Ber. 99 (2a); Wied. Ann. 41, 400, 1890.

Da in Folge der inducirten Ströme die elektrische Strömung auf die Oberfläche des Leiters beschränkt wird, ist seine magnetische Beschaffenheit auf die Selbstinduction, z. B. die Schwingungsdauer, ohne Einfluss.

Ist der Leitungsdraht von einer coaxialen Metallröhre umgeben, so wird neben dem in der Oberfläche fliessenden Strome in ersterem ein entgegenfliessender gleich starker Strom in der inneren Fläche der Röhre inducirt. Das System wirkt also nicht magnetisch nach aussen.

Nach innen wird hierdurch die Selbstinduction vermindert.

356 Die Vertheilung des Stromes in einem dicken Leitungsdraht vom Radius a, in welchem häufig hin- und hergehende veränderliche Ströme circuliren, ist von Maxwell[1]) und Lord Rayleigh[2]) berechnet worden. Später hat Stefan[3]) diese Berechnung von dem elektrodynamischen Potential zweier Stromelemente hergeleitet. Wir geben hier nur den Ideengang der Rechnung des Letzteren.

Zwei parallele dünne Fasern eines Drahtes vom Radius a, von der Länge l, dem Querschnitt q und dem specifischen Widerstand σ mögen den Abstand ϱ haben. Die Stromstärken in ihnen seien i und i_1, M sei das gegenseitige Potential der Fasern auf einander. Aendert sich die Stromstärke in der zweiten Faser in der Zeit dt um di', so ist

$$M = 2l\left(\log\frac{2l}{\varrho} - 1\right) \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Die elektromotorische Kraft in der ersten Faser sei p, ihr Querschnitt dq, ihr Widerstand $w = \frac{l\sigma}{dq}$.

Ist die Stromdichtigkeit in der Faser $u = i/dq$, so ist bei Summation über alle Fasern:

$$p = wi + \sum M\frac{di'}{dt} = l\sigma u + \int M\frac{\partial u'}{\partial t}dq'$$

$$= l\sigma u + 2l(\log 2l - 1)\int\frac{\partial u'}{\partial t}dq - \int 2l\log\varrho\,\frac{\partial u'}{\partial t}dq' \quad \ldots \quad 1a)$$

In dem zweiten Gliede kann das Integral durch $q\,\frac{dU}{dt}$ ersetzt werden, wo U der Mittelwerth der Stromdichte ist. Dann wird

$$p = l\sigma u + 2lq(\log 2l - 1)\frac{\partial U}{\partial t} - 2l\int\log\varrho\,\frac{\partial u'}{\partial t}dq' \quad \ldots \quad 2)$$

357 Sind zwei Elemente, dq und dq', des Querschnittes durch die in demselben liegenden Coordinaten y, z und y', z' bestimmt, so sind die

---

[1]) Maxwell, Treatise [2] 2, S. 315 u. flgde. — [2]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 21, 381, 1886. — [3]) Stefan, Wien. Ber. 95 [2], 917, 1887; ferner auch Wied. Ann. 41, 400, 1890; Beibl. 12, 546.

Summen des zweiten nach y und z gewonnenen Differentialquotienten des letzten Gliedes in Gleichung 2), wenn Punkt y, z ausserhalb des Querschnittes liegt, gleich Null, wenn er innerhalb liegt, wie im vorliegenden Falle, gleich $2\pi du/dt$. Da p für alle Stromfäden das gleiche und U von y, z unabhängig ist, so folgt:

$$l\sigma\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)-4\pi l\frac{\partial u}{dt}=0$$

oder

$$\frac{\partial u}{dt}=\frac{\sigma}{4\pi}\left(\frac{\partial^2 u}{d y^2}+\frac{\partial^2 u}{d z^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Ist die Stromdichtigkeit um die Axe symmetrisch vertheilt und nur von dem Radius $r=\sqrt{y^2+z^2}$ abhängig, so wird auch

$$\frac{\partial u}{dt}=\frac{\sigma}{4\pi}\left(\frac{\partial^2 u}{d y^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{dr}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

358 Liegt Punkt xy auf der Peripherie des die Oberfläche des Drahtes begrenzenden Kreises vom Radius x, ist die Stromdichte daselbst u_1 und setzt man in Gleichung 2) (§. 356) $log\ \varrho = log\ a$ vor das Integralzeichen, so kann man, wie oben in Gleichung 1a), das Integral durch $d\,U/dt$ ersetzen und erhält dann als Grenzbedingung:

$$p=l\sigma u_1=2\,lq\left(log\frac{2l}{a}-1\right)\frac{\partial U}{dt}.$$

Für zwei sehr nahe liegende parallele und coaxiale Kreise von dem mittleren Radius R und dem Abstand ϱ, für die man $4\pi R=2l$ setzen kann, wo $2l$ die Länge beider Kreislinien bedeutet, ist

$$M=2l\left(log\frac{2l}{\varrho}-2{,}45158\right).$$

Sind die Drähte ebenso wie ihre Umgebung nicht unmagnetisch, sondern haben die Magnetisirungszahl k, während sie für den umgebenden Raum $1/4\pi$ gesetzt ist, so ist die Magnetisirungszahl des mit der magnetischen Masse erfüllten Raumes $1/4\pi+k$ oder $1+4\pi k$ mal grösser, als die des leeren Raumes.

Dann tritt zu dem letzten Gliede der Gleichung 2) auch der Werth $1+4\pi k=\mu$ als Factor hinzu und es wird

$$\frac{du}{dt}=\frac{\sigma}{4\pi\mu}\left(\frac{\partial^2 u}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{dr}\right).$$

359 Zur Berechnung kann eine auf die analoge Gleichung führende Aufgabe herbeigezogen werden, die Temperaturvertheilung in einem Cylinder zu bestimmen, aus dem nur durch die Mantelfläche Wärme in den umgebenden Raum durch Strahlung austritt, bezw. in ihn eintritt, während die Strahlung der Temperaturdifferenz zwischen der Mantel-

fläche des Cylinders und dem äusseren Raume proportional ist[1]). Diese Gleichung ist:

$$\frac{du}{dt} = m\left(\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr}\right),$$

wo m der Quotient aus dem Coëfficienten der Wärmeleitung durch die specifische Wärme der Volumeneinheit des Cylinders ist.

In einem überall gleich warmen Cylinder in einem Raum von höherer Temperatur steigt zuerst die Temperatur an der Oberfläche, dann allmählich immer weiter in den inneren Schichten, bis der Cylinder überall die Temperatur der Umgebung hat. — Wird in einen Leitungsdraht eine constante elektromotorische Kraft eingeschaltet, so steigt ähnlich die Stromdichtigkeit zuerst in seiner Peripherie bis zur endlichen Dichtigkeit, dann allmählich weiter in den inneren Schichten bis zu seiner Axe.

Umgekehrt verhält sich der Wärmefluss im Cylinder in einem kälteren Raume, bezw. der Extrastrom nach Ausschaltung der elektromotorischen Kraft.

In einem Raume von periodisch wechselnder Temperatur macht nach einiger Zeit die Temperatur in allen Schichten die periodischen Schwankungen mit. Die Amplituden derselben sind gegen die Axe hin kleiner, sie nehmen um so stärker ab, je kürzer ihre Periode ist. Die Phasen der Schwankungen sind verschieden; die Maxima in jeder Schicht treten mit ihrer Entfernung von der Oberfläche immer später ein.

360 Ganz ähnlich verhält sich die elektrische Strömung in einem Drahte bei Wirkung periodisch wechselnder elektromotorischer Kräfte. Die obigen Sätze lassen sich völlig hierauf übertragen.

In Folge der Phasenverschiebung kann sogar die elektrische Strömung an der Oberfläche und in den axialen Fasern entgegengesetzt gerichtet sein.

In ähnlicher Weise ist die Temperatur, bezw. die Stromdichtigkeit, um so gleichförmiger vertheilt, je grösser der Coëfficient m der Temperaturleitung, bezw. der specifische Leitungswiderstand σ des Drahtes ist.

So würde bei Strömen von $50 . 10^6$ Schwingungen in einem 1 cm dicken Rohre voll bestleitender Schwefelsäure vom spec. Gew. 1,22 die Stromdichtigkeit in der Oberfläche um 0,8 Proc. höher als in der Axe, der Strom also nahe gleichförmig.

In einem Kupferdraht würde in 0,003 cm Tiefe nahe der Oberfläche die Stromdichtigkeit mehr als 20 mal, in 0,004 cm Tiefe schon 100 mal kleiner, als an der Oberfläche.

361 Die numerischen Verhältnisse sind indess in beiden Gebieten verschieden, da m und σ von verschiedenen Bedingungen abhängen. Noch

[1]) Stefan, l. c.

grösser sind die Abweichungen beim Eisen, da für die elektrische Strömung der Divisor $1 + 4\pi k$ (für schwache magnetisirende Kräfte 150) hinzukommt.

Mit zunehmender Schwingungszahl verdichtet sich die elektrische Strömung immer mehr an der Oberfläche. So ist in einem Eisendraht für $n = 50 . 10^6$ die Amplitude der Schwingungen in 0,0085 mm Tiefe 100 mal, in 0,0088 mm Tiefe 23 mal kleiner, als an der Oberfläche. Daselbst ist die Phase um eine halbe Schwingungsdauer verzögert und der Strom entgegengesetzt gerichtet als ebendaselbst. In einem Kupferdrahte sind diese Tiefen 5-, in einem Neusilberdrahte 18 mal grösser, als in einem Eisendrahte. Bei grösserem Querschnitt ist das Verhältniss der Stromdrähte von der Oberfläche und der Axe grösser, so bei der Schwingungszahl $50 . 10^6$ ist es bei einem Durchmesser der Röhre $d = 5{,}7$ cm gleich 6, bei $d = 8$ cm gleich 20.

In Folge des Herandrängens des Stromes gegen die Oberfläche erscheint der durch die Extraströme modificirte Widerstand w', der sogenannte effective Widerstand, gegen den wahren Widerstand w vergrössert. Er ist: 362

$$w' = w\left(\pi a \sqrt{\frac{n\mu}{\sigma}} + \frac{1}{4}\right).$$

Für sehr grosse Werthe von n wird:

$$w' = w\pi a \sqrt{\frac{n\mu}{\sigma}}.$$

Ist z. B. $n = 50 . 10^6$, $a = 0{,}2$, so ist für einen Kupferdraht, für den $\sigma = 1650$ ist, $w' = 109\,w$. Noch grösser ist in einem Eisendraht w' im Verhältniss zu w[1]).

Dem entsprechend lässt sich die Wärmeentwickelung W in dem Drahte berechnen. Ist J die Stromstärke, so wird für das Zeitelement $W = w' J^2 dt$, welche wesentlich die oberflächlichen Schichten betrifft.

Der Coëfficient der Selbstinduction ist in Folge der ungleichen Stromvertheilung

$$L' = 2l\left(\log\frac{2l}{ac} + \frac{1}{4\pi a}\sqrt{\frac{\mu\sigma}{n}}\right)^{2)},$$

welcher sich von dem Werthe

$$L_1 = 2l\left(\log\frac{2l}{ac} - \frac{1}{4}\right),$$

wenn der Strom den ganzen Querschnitt gleichmässig durchfliesst, nur wenig unterscheidet.

Bei sehr schnellen Oscillationen kann man annehmen, dass die inneren Fasern des Leiters stromlos sind, also, wenn man will, dass sich 363

[1]) Vergl. auch Sir W. Thomson, Electrician **24**, 490, 1890; Beibl. **14**, 825. — [2]) Ueber die Bedeutung von c s. §. 109.

die äussere elektromotorische Kraft und die Selbstinduction daselbst compensiren. Schneidet man aus dem Inneren des Leiters durch zwei conaxiale Flächen eine Röhre aus, in der die Strommenge verschwindend klein ist, so ändert sich dies nicht. Die äussere Hülle dient als Schirm gegen die äussere elektromotorische Kraft.

364 Die Vertheilung der Ströme hat ferner Sir W. Thomson (Lord Kelvin)[1] berechnet. Sie hängt von einer Grösse

$$m = \frac{4\pi\mu}{\sigma} = 8\pi^2 \frac{\mu}{T\sigma}$$

ab, wo μ die magnetische Permeabilität, σ die specifische Leitfähigkeit, T die Schwingungsdauer ist.

Der Querschnitt des Leiters habe einen Mittelpunkt und die Intensität des Stromes in der Axe sei für die Flächeneinheit $J_0 \sin \omega t$, dann genügt der Strom μ an irgend einer Stelle der Gleichung

$$i_0 = J_0 A \sin (\omega t + \alpha) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Hier sind A und α Functionen der Coordinaten. Der Strom selbst muss der Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\sigma}{4\pi} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

genügen, wo, wie in §. 356, Gleichung 2) σ der specifische Widerstand, μ die magnetische Permeabilität ist.

Ist dS ein Element des Querschnittes, so ist der gesammte Strom

$$J = \int u \, dS = J_0 B \sin (\omega t + \beta),$$

wo B und β über den ganzen Querschnitt ausgebreitete Integrale sind.

Das mittlere Quadrat von u ist $\frac{1}{2} J_0^2 A^2$, wo sich die dem entsprechende Wärme wesentlich auf die äusseren Schichten ausbreitet. Für die Längeneinheit des Leiters ist die entwickelte Wärme $\frac{1}{2} \sigma J_0^2 A^2$ und die gesammte Wärme

$$W = \frac{1}{2} J_0^2 \sigma \int A^2 dS \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Das mittlere Quadrat des gesammten Stromes ist $\frac{1}{2} J'^2 B^2$ und der Widerstand, der derselben Wärmemenge durch einen continuirlichen Strom von der Intensität J' entspräche, ist

$$R = \frac{W}{J'^2} = \frac{\sigma}{B^2} \int A^2 dS \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Der normale, dem continuirlichen Strome entsprechende Widerstand wäre $R_0 = \frac{\sigma}{e}$, also ist:

$$\frac{R}{R_0} = \frac{S}{B^2} \int A^2 ds \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

[1] Sir W. Thomson (Lord Kelvin), Math. and Phys., Papers 3, 511, 1890; auch Mascart, Bull. de la soc. intern. des électr. 12, 435, 1895.

Bei einem kreisförmigen Querschnitte vom Radius a wird

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\sigma}{4\pi\mu}\left(\frac{\partial^2 u}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial u}{dt}\right).$$

Durch eine Gleichung wird die Aufgabe auf die Fourier-Bessel'schen Functionen zurückgeführt.

Im Abstande ϱ von der Axe hängt der Strom ab von der Variablen

$$q^2 = m\varrho^2.$$

Die über den ganzen Querschnitt ausgebreiteten Integrale werden Functionen $p = ma^2$.

Eine Tafel von Lord Kelvin giebt die Werthe von zwei cylindrischen Functionen nach Fourier[1]) (mit *ber q* und *bei g* bezeichnet) an, vermittelst deren sich W, J, J_m^2, R/R_0 berechnen lassen.

Verzeichnet man das Verhältniss R/R_0 graphisch, wobei p als Abscisse gewählt ist, so bleibt z. B., so lange $p < 2$ ist, die Ordinate bis auf etwa $1/_{10}$ gleich 1; sobald $p > 3$ ist, fällt die Curve wesentlich mit einer geradlinigen Asymptote zusammen, so dass man mit grösserer Genauigkeit als $1/_{1000}$ schreiben kann: 365

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(p + \frac{3}{4}\right) \qquad 6)$$

Analog sind die Phasendifferenzen α und β zuerst Null, und wenn $p > 3$ ist

$$\frac{\alpha}{\pi} = 0{,}2253\ (q - 0{,}53),$$

$$\frac{\beta}{\pi} = 0{,}2244\ (p - 1{,}60).$$

A und B, die die Amplitudendifferenzen von u und J bestimmen, bleiben nahe constant für $p < 2$ und wachsen dann viel schneller.

Für Kupfer ist $\mu = 1$, $\sigma = 1600$, also

$$\sqrt{m} = 2\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{2\sigma T}} = \frac{2}{q\sqrt{T}}, \qquad p = \frac{2r}{q\sqrt{T}},$$

$$\frac{R}{R_0}\,\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{a}{q\sqrt{T}} + \frac{3}{\gamma}\right) = 0{,}7071\left(\frac{r}{q\sqrt{T}} + 0{,}375\right).$$

Ist $p < 3$, so ändert sich der Widerstand nicht wesentlich, also ist die Anwendung hohler Röhren nicht vortheilhaft.

Ist die Zahl der Oscillationen 49 in der Secunde, so ist der Durchmesser, der $p = 3$ entspricht,

$$2a = 3{,}9\ \text{cm}.$$

---

[1]) Fourier, Oeuvres I, chap. VI; siehe Mascart, Leçons sur l'Électricité 1, 712 u. flgde. 1896.

Für dünnere Drähte kann man den Widerstand berechnen, wie wenn sie von continuirlichen Strömen durchflossen wären.

Für häufigere Oscillationen, z. B. 900 in der Secunde, wie bei Telephonen, ist für $p = 3$:

$$2a = 0{,}9 \text{ cm}.$$

Da der Coëfficient m den Werth μ/σ enthält, so müssen Eisendrähte für alternirende Ströme cet. par. besser leiten.

Deshalb geht ein continuirlicher Strom in zwei gleich dicken und parallelen Drähten von Eisen und Kupfer zum grössten Theil durch den letzteren; von einer oscillirenden Entladung einer Batterie wird aber der Eisendraht geschmolzen, bezw. an der Oberfläche, wo der Strom sich überwiegend concentrirt, der Kupferdraht bleibt unverletzt[1]).

366 Eine eigenthümliche Erscheinung, welche Sir W. Thomson[2]) auf das Heraustreten der alternirenden Ströme an die Oberfläche der Leiter schiebt, ist von Armstrong beobachtet worden. Er hielt einen etwa 30 cm langen Eisenstab in der Hand, berührte damit zufällig die beiden Elektroden einer Dynamomaschine für alternirende Ströme mit 103 Volts Klemmenspannung und einer Stromstärke von 85 Ampères und verbrannte sich dabei die Finger, obgleich der Stab nachher ganz kalt war. Die äusserste Oberfläche des Stahles soll danach intensiv heiss geworden sein. An den Stellen, wo die Stange die Elektroden berührte, waren zwei Höhlungen in dieselbe gebrannt.

367 Hierher dürften auch folgende Erscheinungen gehören[3]).

Eine grosse Spirale wird auf ein achteckiges Lattengestell gewunden. Durch dieselbe wurden die alternirenden Entladungen eines Condensators geleitet, welcher aus zwei Leydener Batterien von je einer bis sechs Leydener Flaschen mit 50 cm hohen, 20 cm weiten Belegungen besteht. Die Batterien wurden durch einen Transformator bis auf 15 000 Volts mittelst einer Wechselstrommaschine (im Maximum 10 Ampères auf 350 Volts) mit 60 Wechseln in der Secunde geladen. Stellt sich ein Mensch in die grosse Spirale, so hat er keine Empfindung. Bringt man aber ein kleines Solenoid aus drei bis fünf Windungen eines Kabels aus zehn Fasern von 8 mm Querschnitt in die Schliessung der grossen Spirale und senkt ein Thermometer hinein, so steigt die Temperatur derselben in Folge der in seinem Quecksilber inducirten Ströme mit vier Leydener Flaschen in einigen Secunden über 150°.

Statt der Wechselstrommaschine kann man auch ein Inductorium verwenden.

So kann die inducirte Spirale eines grossen, durch Accumulatoren erregten Inductoriums mit den inneren Belegungen der oben erwähnten

---

[1]) Melsens siehe auch Maurain, Bull. de la Soc. intern. des Électr. 12, 439, 1890. — [2]) Sir W. Thomson, Electrician 24, 570, 1890; Beibl. 14, 825. — [3]) d'Arsonval, Compt. rend. 117, 34, 1893; Beibl.

zwei Batterien verbunden werden, zwischen die ausserdem, um das Ueberschlagen von Funken im Inductorium selbst zu vermeiden, eine Funkenstrecke geschaltet ist. Die äusseren Belegungen werden mit einer auf einen etwa 35 cm hohen, 16 cm weiten Glascylinder gewickelten Kupferdrahtspirale von 1,5 cm von einander durch Zwischenräume getrennten Windungen verbunden.

An die Enden der Spirale gelöthete Kupferdrähte tragen Zinkplatten, welche in mit Zinksulfatlösung gefüllte Gläser tauchen. Senkt man die Hände in beide Gläser, so empfindet man nichts. Tauchen zwei Menschen je die eine Hand in eines der Gläser und schalten zwischen ihre freien Hände eine oder mehrere (6) Glühlampen (von etwa 150 Volt Klemmenspannung), so gerathen dieselben trotz des Mangels an Empfindung in lebhaftes Glühen (150 Volt = 0,8 Amp.).

Eine durch einen einzelnen Drahtkreis in sich geschlossene Glühlampe glüht ebenfalls beim Einsenken in den Glascylinder. Eine luftleere Glaskugel leuchtet daselbst.

Es ist also zweifellos, dass durch den menschlichen Körper ein sehr kräftiger Strom (900 Volt, 0,8 Amp. = 720 Watt) floss, welcher, langsamer wechselnd, ohne Weiteres den Tod herbeigeführt hätte.

Dies könnte möglicher Weise durch das bei den sehr schnellen Wechseln stattfindende Hinausdrängen des Stromes auf die äussersten Theile der Haut bedingt sein.

Auch Tesla[1]) beobachtete Aehnliches. Indem er, auf einem Isolirschemel stehend, mit der einen Hand den einen Pol des Transformators, mit der anderen eine Entladungsröhre hält, leuchtet letztere, ohne dass er selbst eine wesentliche Empfindung fühlt. 368

Umgiebt man einen Stromleiter mit einer conaxialen leitenden Hülle, so nimmt die Dichtigkeit des in ihr inducirten Stromes von der inneren gegen die äussere Wand ab. Auf eine Oberflächenfaser wirken der primäre Strom von der Stärke J' und der inducirte Strom J so, als wären sie beide in der Axe concentrirt. Beide erzeugen an der äusseren Oberfläche die Stromdichtigkeit u_1, die gegeben ist durch die Gleichung 369

$$l \sigma u_1 = - 2 l \log \frac{2l}{ac} \left(\frac{\partial J'}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial t} \right).$$

Auf eine um b von der Axe entfernte Faser ausserhalb der Röhre ist die Wirkung

$$- 2 l \log \frac{2l}{bc} \left(\frac{\partial J'}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial t} \right).$$

Dieser Werth entspricht der Schirmwirkung der Röhre für den äusseren Strom gegen die Wirkung des inneren Stromes.

Metallische Leiter verhalten sich hierbei nahezu wie widerstandslos.

---

[1]) Tesla, Journ. Electr. Engineers, London 21, 51, 1893; Beibl. 16, 769.

370 Derartige Schirmwirkungen hat auch Stefan[1]) selbst bei Erzeugung der elektrischen Schwingungen nach Hertz beobachtet. Zwei coaxiale, 3,2 cm weite und 50 cm lange Messingröhren werden mit ihren einen halbkugelförmig geschlossenen Enden einander genähert und an diesen Enden durch dünne Drähte mit einem Inductorium verbunden. Neben denselben befinden sich ebenso lange, ihnen parallele, 5 mm dicke, an den gegenüberliegenden Enden durch 8 mm grosse Kugeln geschlossene Messingröhren. Gehen zwischen den ersten Röhren primäre Funken über, so treten secundäre Funken zwischen den zweiten auf, selbst wenn die beiden Röhrenpaare 1 m von einander abstehen. Schiebt man über die inducirten Röhren eine 100 cm lange, 10 cm weite Röhre aus Drahtgeflecht, so verschwinden die secundären Funken; nicht aber, wenn dieselbe in der Mitte durchschnitten ist. Eine leitende Verbindung der beiden Hälften hebt die Funken wieder auf. Auch kann das primäre Leitersystem länger sein, als das secundäre, die Schirmwirkung tritt ein. Ragt der secundäre Leiter über die schirmende Röhre hinaus, so ist sie nicht vollkommen.

371 Statt der Blechröhren kann man Tafeln aus Blech oder auch aus Drahtnetz verwenden. Dieselben schirmen selbst, wenn sie hinter den secundären Leiter gestellt oder gegen denselben geneigt werden.

372 Auch Röhren von Flüssigkeiten, z. B. verdünnter Schwefelsäure ($^1/_{14}$), können in ganz ähnlicher Weise als Schirm dienen. Ferner können die secundären Leiter aus coaxialen Röhren voll Flüssigkeiten bestehen, die z. B. an den einander zugekehrten Enden capillar ausgezogen sind, so dass zwischen den Flüssigkeitskuppen daselbst die secundären Funken überschlagen[2]).

---

[1]) Stefan, Wied. Ann. 41, 414, 1890. — [2]) Ueber derartige Schirmwirkungen s. auch Maxwell's Theorie des Schutzgitters; Electricity and Magnetism [3] 1, 310. Sir W. Thomson, Electrician 26, 692, 694, 1891. — Ueber Wechselströme, namentlich in Betreff der Lichterscheinungen s. auch N. Tesla, Untersuchungen über die Mehrphasenströme und über Wechselströme hoher Spannung und Frequenz, zusammengestellt von Th. Cummerford Martin. Deutsch von H. Maser, gr. 8^0, 508 S. W. Knapp, Halle a. S., 1895. de Fodor, Experimente mit Strömen von hoher Wechselzahl, revidirt von N. Tesla, gr. 8^0, 291 S. Hartleben, Wien, Pest, Leipzig, 1894.

Drittes Capitel.

Oscillatorische Entladungen.

I. Induction bei Entladung eines Condensators.

a) Extraströme im Schliessungskreise eines Condensators. Oscillatorische Entladung.

Wird ein Condensator, bezw. ein einfacher Conductor durch einen Schliessungskreis entladen, in welchem einzelne Theile der Leitung parallel neben einander liegen, sind z. B. Spiralen in den Schliessungskreis eingefügt, so finden auch hier Inductionswirkungen statt. Zunächst bilden sich beim Entstehen der Entladungsströme des Condensators ihnen entgegengerichtete Extraströme, sodann beim Verschwinden derselben ihnen gleichgerichtete Extraströme. 373

Wir werden später sehen, dass durch die Extraströme der Condensator von Neuem in entgegengesetzter Richtung geladen werden kann, welche Ladung eine wiederholte Entladung zur Folge hat, so dass der Condensator selbst auf diese Weise nach einander abwechselnde Ladungen zeigt, die Richtung der Ströme in dem Schliessungskreise also mehrere Male „oscillatorisch" abwechseln kann.

Zum Nachweis der Extraströme bei der Entladung statischer Elektricität verband Buff[1]) eine Drahtspirale *S* (Fig. 84 a. f. S.) einerseits mit einer Metallkugel *C*, andererseits mit dem negativen Conductor *E*. Zur Spirale wurde eine Nebenleitung *D G N F* hergestellt, welche bei *G* ein Galvanometer, vor demselben als Nebenschliessung ein Funkenmikrometer *M*, und bei *N* noch ein Funkenmikrometer enthielt. Wurde *C* direct mit dem Conductor *A* der Elektrisirmaschine verbunden, das Funkenmikrometer *M* geöffnet, *N* geschlossen, so zeigte sich bei Erregung der Maschine nur ein schwacher Ausschlag des Galvanometers, welcher ein wenig stieg, als vom Conductor Funken auf *C* übergingen. Wurden 374

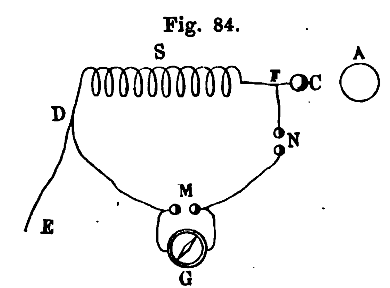
---

1) Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. 86, 306, 1853.

aber die Kugeln von M einander genähert, so dass zwischen ihnen Funken überschlugen, so erschien ein starker Ausschlag. — Wurden die Kugeln von M weit von einander gestellt, dass kein Funken überging, dagegen die von N einander so weit genähert, dass sich kleine Funken zeigten, so war der nun erfolgende Ausschlag entgegengesetzt, und zwar mit wachsendem Abstande von C vom Conductor grösser.

Der Multiplicator hatte so wenige Windungen, dass die Induction von Extraströmen in ihm zu vernachlässigen war. Der sich in C zwischen den Zweigen FSD und $FN(MG)D$ theilende Hauptstrom hat hier wenig Einfluss auf die Galvanometernadel; die in S inducirten Extraströme verlaufen im Kreise $SD(MG)NF$. Ist N geschlossen, M geöffnet, so vermag der dichtere von ihnen, welcher in S dem Hauptstrome gleich, in $D(MG)NF$ entgegengerichtet ist, die Funkenstrecke M zu durchbrechen, der dem Hauptstrome in $D(MG)NF$ gleichgerichtete bringt die Nadel zur Ablenkung. Ist dagegen N geöffnet, die Funkenstrecke M entfernt, so wird N nur von dem dem Hauptstrome in $DGNF$ entgegengerichteten Strome durchbrochen, welcher die Nadel ablenkt.

Fig. 84.



375 In anderer Art ist dieser Nachweis von Riess[1]) mittelst des sogenannten elektrischen Ventils geführt worden.

Dasselbe (Fig. 85) besteht aus einem 100 mm hohen und 40 mm weiten, beiderseits offenen Glascylinder, auf dessen eines Ende eine Messingplatte gekittet ist, welche im Inneren des Cylinders eine Messingröhre trägt. In dieselbe kann man einen Draht schrauben, welcher in einer Messingkugel von 10 mm Durchmesser oder einer Platte endet. Das andere Ende des Glascylinders ist mit einer Glasplatte bedeckt, in die in der Mitte ein 0,5 mm dicker Platindraht eingekittet ist, welcher auf der dem inneren Raume des Cylinders zugekehrten Seite zugleich mit der Glasplatte abgeschliffen ist. Die Luft im Cylinder wird durch einen an der Messingplatte befestigten Hahn bis auf 2 bis 3 mm Quecksilberdruck ausgepumpt. Schaltet man ein solches Ventil in den Schliessungskreis von abwechselnd gerichteten Inductionsströmen ein, so gehen bei nicht zu grosser Dichtigkeit derselben und geeigneter Verdünnung der Luft nur diejenigen hindurch, für welche die Messingplatte als positive Elektrode dient (siehe im Capitel Funkenentladung).

Fig. 85.



---

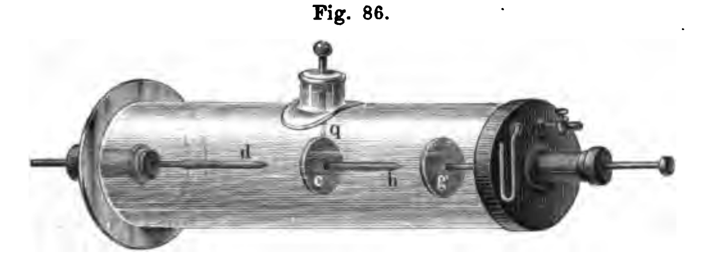
[1]) Riess, Pogg. Ann. 96, 179, 1855; Monatsber. d. Berl. Akad. 1855, S. 393; Abh. 1, 133; siehe auch Knochenhauer, Pogg. Ann. 129, 78, 1866.

Bringt man das Ventil in den Schliessungskreis einer Leydener Batterie, in welchen noch eine Spirale eingefügt ist, so bleibt freilich die Ablenkung der Galvanometernadel bei beiden Stellungen des Ventils gleich gerichtet, auch ist die Ablenkung nicht wesentlich verschieden, mag das Ventil seine Fläche oder seine Spitze der inneren positiven Belegung der Batterie zukehren.

376 Anders ist es jedoch, wenn man dem Batteriestrom zwei entgegengesetzt gestellte Ventile in einem verzweigten Schliessungsbogen darbietet, besonders wenn letzterer aus hinreichend langen, gut leitenden Drähten besteht.

Hierzu kann man den Strom der Batterie nach Feddersen[1]) durch die beiden mit Kautschuk überzogenem Draht umwundenen und symmetrisch zum Magnetspiegel aufgestellten Rollen eines Spiegelgalvanometers in entgegengesetzter Richtung leiten, so dass die Ablenkung des Spiegels der Differenz der Drehungsmomente beider Rollen entspricht, bezw. Null ist. In beide Zweige werden nahe der Eintrittsstelle des Hauptstromes

Fig. 86.



zwei Ventile in entgegengesetzter Richtung eingeschaltet, oder statt derselben wird der Strom durch das von Feddersen angegebene Doppelventil, Fig. 86, geleitet.

Ein Glascylinder ist auf der einen Seite durch eine Glasplatte, in welche mittelst einer Stopfbüchse ein am inneren Ende zugespitzter Metallstab *d* parallel zur Cylinderaxe eingesetzt ist, auf der anderen durch eine Metallfassung geschlossen, durch deren Mitte ebenso in einer Stopfbüchse ein Metallstab geht, der innerhalb in einer kreisförmigen, zur Cylinderaxe senkrecht stehenden Metallplatte *g* endigt. An der Metallfassung ist ein mit der Luftpumpe verbundener Hahn und ein Manometer befestigt. In der Mitte ist die Glasröhre von einem Tubulus *q* durchbohrt, durch den ein Metallstab hindurchgeht, welcher im Rohr eine gegen dessen Axe senkrechte Metallplatte *c* trägt, von der conaxial gegen die schon erwähnte Metallplatte *g* eine Spitze *h* hinläuft.

Man leitet auf diese Weise den durch gute Leiter geschlossenen

---

[1]) Feddersen, Ber. d. Königl. Sächs. Ges. 1861, S. 114. Pogg. Ann. 115, 336, 1862. Herr Dr. Feddersen hat die Güte gehabt, den Inhalt der folgenden Paragraphen einer genauen Durchsicht und Ueberarbeitung zu unterziehen.

Batteriestrom von der Mitte des Doppelventils zu dessen Enden, von letzteren zu den entgegengesetzt gestellten Spiegelgalvanometerrollen und von diesen zur äusseren Belegung. Dabei erhält man eine bedeutende Ablenkung (C) am Galvanometer, welche einem positiven Strome von der inneren positiven Belegung der Batterie von der Fläche zur Spitze des Ventils entspricht. Sie ist vielmal grösser, als wenn der ganze Strom von der Fläche zur Spitze allein überginge und dabei beide Galvanometerrollen in gleichem Sinne durchliefe (A).

Der Ausschlag C nimmt mit der Steigerung der Luftverdünnung zu und ist ziemlich unabhängig von kleinen Aenderungen des Abstandes der Platten und Spitzen im Ventil. Er steigt langsam mit der Grösse der Batterie, der Schlagweite, und nimmt ab bei wachsendem Widerstand, so dass bei einem bestimmten Grenzwiderstand (s. w. u.) der Ausschlag kleiner wird, als bei ungetheiltem Stromeslauf im Galvanometer ($C < A$). Bei noch grösserem Widerstand wird der Ausschlag wechselnd und unbestimmt.

Werden statt mehr oder weniger verdünnter Luft Flüssigkeiten zwischen Fläche und Spitze eingeschaltet, so ergeben sich ebenfalls bei gut leitendem Schliessungsbogen mehrfach grössere Ausschläge C als A. Mit zunehmendem Leitungswiderstand der Flüssigkeit erscheint der Funken stärker und der Ausschlag grösser.

377 Das Analoge ergiebt sich nach Riess[1]), wenn man die eine der Galvanometerspiralen I nahe dem Spiegel desselben lässt, die andere II so weit entfernt, dass sie nicht mehr von ihr beeinflusst wird. Dann ist bei völlig metallischer Schliessung die Ablenkung relativ klein (+ 3 bis 4 Scalentheile). Ist das Ventil in dem die Spirale I enthaltenden Zweige mit seiner Fläche der inneren positiven Belegung der Batterie, mit seiner Spitze der Spirale zugekehrt, in „Flächenstellung“, das Ventil in dem Zweige der Spirale II entgegengesetzt in „Spitzenstellung“, so ist die Ablenkung sehr bedeutend (+ 92 bis + 95 Scalentheile), ist die Stellung der Ventile die umgekehrte, so ist sie kleiner (— 75 bis — 82).

Wird in beide Parallelzweige ein grösserer, aber gleicher Widerstand eingeschaltet, so werden die bei Einfügung der Ventile erhaltenen positiven und negativen Ablenkungen wesentlich verkleinert[2]).

378 Lässt man in dem die Spirale II enthaltenden Zweige das Ventil fort, so durchfliesst der Batteriestrom in allen Fällen überwiegend diesen jetzt ganz metallischen Zweig.

---

[1]) Riess, Pogg. Ann. 120, 533, 1863; Abhandl. 1, 330. Complicirtere Versuche von Riess, bei denen die beiden Ventile in die beiden Leitungen der Galvanometerrollen, bei ungleichem Abstande derselben ein Magnetspiegel eingeschaltet werden, s. Pogg. Ann. 120, 513, 1863; Abhandl. 1, 330. — [2]) Riess, Abhandl. 1, 334; Pogg. Ann. 121, 613, 1864.

Ersetzt man die vom Spiegel abgelegene Rolle II durch einen Platindraht, also durch einen beträchtlichen Widerstand, so ist das Verhalten wieder ein ähnliches wie oben, nur ist die Ablenkung bei Flächenstellung des Ventils im Kreise der Spirale I kleiner (etwa + 40); bei der Spitzenstellung ist der Ausschlag geringer (— 18 bis — 19) und fällt zuweilen ganz fort.

379 Wurde die Spirale II in den ventillosen Zweig wieder eingesetzt, dagegen Spirale I aus dem anderen Zweige herausgenommen und statt ihrer eine kleine Funkenstrecke ($^1/_{10}'''$ Entfernung zweier Spitzen) angebracht, ausserdem aber auch der Zweig durch Einschaltung eines Condensators unterbrochen, so liess sich die durch jene Funkenstrecke isolirte Collectorplatte durch eine Batterieentladung dauernd laden.

Riess[1]) wandte hierbei eine Batterie von drei Flaschen von 2,6 Quadratfuss Belegung, eine Spirale von 32 Windungen (30 Fuss Drahtlänge), und den Bd. I, §. 165 beschriebenen Condensator an. Nach der Entladung und Trennung der Condensatorplatten zeigte die Collectorplatte am Elektroskop Ladungen. Gleichgültig, mit welchem Ende der Drahtrolle diese Verbindung vorgenommen war, stets wurde bei positiver Ladung der Batterie die Collectorplatte positiv geladen, wenn ihr die Fläche, negativ, wenn ihr die Spitze des Ventils gegenüber stand.

380 Dies Alles will Riess durch die Wirkung von Extraströmen erklären. Es ist aber schon unverständlich, wie diese Extraströme, die doch wohl vom Hauptstrome erzeugt werden, am Galvanometer einen Ausschlag hervorbringen können, der 20- bis 30 mal so gross ist, als der des einfachen Hauptstromes durch dasselbe Galvanometer.

381 Viel leichter und einfacher lassen sich sowohl diese Versuche als auch die mit dem Doppelventil von Feddersen angestellten (s. §. 376) erklären, wenn man mit Letzterem annimmt, dass die elektrische Flaschenentladung unter Umständen aus einer Reihe von hin- und hergehenden Oscillationen besteht.

382 Freilich kommt bei diesen und anderen[2]) allgemeineren Versuchen der eigenthümliche, schon §. 373 hervorgehobene Umstand noch nicht deutlich zum Vorschein, dass in dem Entladungskreise mehrfach abwechselnd gerichtete Elektricitätsströmungen eintreten können, wodurch die Batterie abwechselnd entgegengesetzt geladen wird. Durch die später zu erwähnenden Versuche wird es wahrscheinlich, dass bei den

---

[1]) Riess, Berl. Monatsber. 1865, S. 397; Abhandl. 1, 370; Pogg. Ann. 126, 583, 1865. — [2]) Riess, Pogg. Ann. 81, 428, 1850; Reibungselektricität 2, 312; über die Untersuchung der Batterieentladung durch die Wärmeerzeugung und die Ablenkung der Magnetnadel u. s. f. siehe auch Riess, Berl. Monatsber. 1860, S. 5; Pogg. Ann. 109, 545, 1860; Abh. 1, 87.

meisten der früheren Versuche derartige oscillatorische Entladungen auftraten, so dass sich einfache Resultate nicht ergeben konnten.

383 Oscillatorische Entladung. Bereits Helmholtz hatte in seiner Abhandlung über die Erhaltung der Kraft [1]) die Entladung der Batterie als ein Hin- und Herschwanken der Elektricität zwischen beiden Belegungen aufgefasst, wobei die lebendige Kraft der Elektricität sich allmählich in Wärmebewegung umsetzt.

384 Schon im Jahre 1848 entlud Maas [2]) eine innen positiv geladene Leydener Flasche und näherte sie darauf einem negativ geladenen Elektroskop, dessen Goldblättchen dabei weiter ausschlugen. Nach einiger Zeit wurde die Ladung der Flasche wieder positiv. Nach einer zweiten Entladung trat die negative Ladung wieder hervor u. s. f. Je schwächer die restirende Ladung war, desto langsamer zeigte sich nach der negativen die positive Ladung wieder. — Auch Maas fand in diesem Versuche eine Andeutung einer undulatorischen Bewegung der Elektricität.

Indess wurde die Richtigkeit dieser Erklärung von Crahay [3]) bezweifelt, welcher die Ursache derselben in einer überwiegenden Influenz der auf der Aussenseite des Glasrandes der Flasche angehäuften negativen Elektricität suchte und die entgegengesetzte Ladung nach Fortnahme der Elektricität durch Abreiben mit einem trockenen Tuche nicht mehr beobachten konnte.

Durch Versuche von v. Oettingen (s. w. u.) ist indess eine abwechselnde Ladung der Batterie sicher nachgewiesen worden.

385 Sehr gut kann man die oscillatorischen Entladungen einer Batterie beobachten, wenn man, wie Paalzow gethan hat, ihren Entladungsstrom durch eine Geissler'sche Spectralröhre gehen lässt. In vielen Fällen erscheint dabei an der einen (negativen) Elektrode derselben blaues Glimmlicht, von der anderen geht ein Lichtstreifen bis nahe an die negative Elektrode, welcher indess von dem Glimmlicht durch einen dunklen Raum getrennt ist [4]). In einem rotirenden Spiegel betrachtet, erscheint das Bild der Röhre einfach. — In anderen Fällen tritt an beiden Elektroden blaues Glimmlicht auf, oder die ganze Röhre ist von einer weisslichen Entladung erfüllt; der dunkle Raum ist verschwunden. Beobachtet man wiederum das Bild der Röhre direct im rotirenden Spiegel, bezw. wirft dasselbe nachher durch eine Linse auf eine matte Glasfläche, so erscheint es vielfach und in den abwechselnden Bildern liegt das Glimmlicht auf entgegengesetzten Seiten. Während bei der einfachen Entladung die Schichten des von der positiven Elektrode ausgehenden

---

[1]) Helmholtz, Erhaltung der Kraft, S. 44, Berlin 1847; Ges. Abh., S. 46. — [2]) Maas, Bullet. de l'acad. du Bruxelles 15 [1], 9, 277, 1848. — [3]) Crahay, ibid. 58, 281, 1848. — [4]) Siehe Paalzow, Pogg. Ann. 118, 178, 1863.

Lichtes gegen die negative Elektrode convex sind, erscheinen sie bei der oscillatorischen nach beiden Seiten convex.

386 Auch durch die Einwirkung eines Magnetes auf den mittleren Theil einer etwa 3 bis 5 mm weiten, oder in der Mitte zu einem Ellipsoid erweiterten Entladungsröhre kann man die in einzelnen Fällen hin- und hergehenden Entladungen beim Durchgang des Batteriestromes nachweisen. Legt man die Röhre über die einander genäherten und durch ein 0,5 bis 1 mm dickes Messingblech getrennten Halbanker eines starken Elektromagnetes, so erscheint in allen Fällen, wo bei Beschränkung des Glimmlichtes auf eine Elektrode die Entladung als einfach anzusehen ist, nur eine gegen die Glaswand gedrückte, je nach der axialen oder äquatorialen Lage der Röhre spiralige oder gerade Lichtlinie. — Ist die Entladung abwechselnd gerichtet, so theilt sich das Licht in zwei entgegengesetzt liegende Lichtlinien [1]). Bei axialer Lage der Röhre bilden sich zwei an der vorderen und hinteren Glaswand der Röhre liegende Lichtstreifen, in denen an der Trennungsstelle der Magnetpole die positiven Lichtlinien abbrechen und im Bogen nach der gegenüberliegenden Seite hinübergehen. Bei äquatorialer Lage der Röhre bilden sich zwei an der unteren und oberen Glaswand entlang gehende Lichtlinien. Liegt hierbei die eine Platinelektrode auf der Trennungsstelle der Halbanker, so ist die Erscheinung sehr deutlich; die eine Lichtlinie geht vom Draht z. B. nach der oberen Glaswand, die andere, an der unteren verlaufende, bricht vor dem Draht in einer Spitze scharf ab.

387 Schaltet man endlich in den Entladungskreis der Batterie eine Funkenstrecke zwischen zwei sehr dünnen conaxialen Platindrähten ein, so erglüht bei einfacher Entladung nur der mit der negativ geladenen Belegung verbundene Draht, bei oscillatorischer erglühen beide [2]).

Die oscillatorischen Entladungen bei Herstellung der Lichtenbergischen Figuren nach von Bezold siehe im Cap. Funkenentladungen.

388 Eine Berechnung über den Verlauf der Entladungen ist von W. Thomson [3]) angestellt worden.

Die Quantität der in einem Conductor angehäuften Elektricität sei gleich Q, und ein den Conductor ableitender Draht enthalte in jedem Moment eine gegen die Elektricität des Conductors geringe Elektricitätsmenge. — Im Conductor sei zu einer bestimmten Zeit t nach der Verbindung mit der Erde die Elektricitätsmenge q. Fliesst durch den Draht in der Zeit dt die Elektricitätsmenge dq ab, so ist die Stromintensität in demselben in elektrostatischem Maasse:

$$i = -\frac{dq}{dt} \quad \dots\dots\dots \quad 1)$$

[1]) Paalzow, Pogg. Ann. 112, 567, 1861. — [2]) Ibid. 118, 357, 1863; Berl. Monatsber. 1861, S. 880. Das Weitere siehe im Capitel „Gasentladungen". — [3]) W. Thomson, Phil. Mag. [4] 5, 393, 1855.

Ist C die Capacität des Conductors, so ist das Potential bei der Ladung q gleich $V_q = \frac{1}{2}q^2/C$. Dieses Potential ändert sich beim Abfliessen der Elektricität in der Zeit dt um $-dV_q = -qidt/C$. — Diese Aenderung ist der bei der Entladung der Elektricitätsmenge dq in dem Leiter gethanen Arbeit gleich. Letztere besteht aus zwei Theilen: einmal aus der directen Wärmeentwickelung im Draht, welche der Arbeit i^2rdt entspricht, wo r der Widerstand des Drahtes ist; zweitens aus der in Folge der Inductionswirkungen erforderlichen Arbeit zur Herstellung des Stromes. — Denken wir uns die eine Hälfte des Drahtes über die andere umgelegt, so entsteht beim plötzlichen Hindurchleiten des Stromes kein Inductionsstrom in ihm. Wird also der vom Strom i durchflossene Draht aus dieser Lage in seine wirkliche Lage gebracht, so ist dabei dieselbe Arbeit erforderlich, wie beim Entstehen des Stromes in ihm. Diese Inductionswirkung kann im Allgemeinen i^2 proportional, d. i. gleich $\frac{1}{2}Li^2$ gesetzt werden, wo L das Potential des Drahtes auf sich selbst ist. Zur Ueberwindung derselben ist also die in der Zeit dt gebrauchte Arbeit, während deren sich i und di ändert, $d(\frac{1}{2}Li^2) = Lidi$. Wir erhalten so die Gleichung

$$\frac{q}{C}\,idt = Lidi + ri^2dt \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Bei Elimination von i folgt aus 1) und 2):

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{CL}\,q = 0 \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

welche Gleichung die Lösung

$$q = ke^{\lambda t} + k'e^{-\lambda_1 t}$$

hat, in der λ und λ_1 die Wurzeln der Gleichung

$$x^2 + \frac{r}{L}\,x + \frac{1}{CL} = 0$$

sind, also

$$\lambda \text{ bezw. } \lambda_1 = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt[2]{\frac{r^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}.$$

Je nachdem $C \gtrless 4L/r^2$ oder $r^2 \gtrless 4L/C$ ist, werden die Wurzeln λ und λ_1 reell oder imaginär. Man kann den Werth $r_g = 2\sqrt[2]{L/C}$, bei welchem dieser Uebergang stattfindet, als Grenzwiderstand bezeichnen.

Berücksichtigt man, dass für $t = 0$ auch $q = Q$ und $i = 0$ ist, so lässt sich die Lösung der Gleichung 2) folgendermaassen schreiben:

Erstens wenn λ und λ_1 reell sind:

$$\left.\begin{aligned} q &= \frac{Q}{2aL}\,e^{-\frac{r}{2L}t}\left\{\left(aL + \frac{r}{2}\right)e^{at} + \left(aL - \frac{r}{2}\right)e^{-at}\right\} \\ i &= \frac{Q}{2aLC}\,e^{-\frac{r}{2L}t}\left\{e^{at} - e^{-at}\right\}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 4)$$

wo $a = \left(\frac{r^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}\right)^{1/2}$ ist.

Sodann, wenn λ und λ^1 imaginär sind:

$$\left.\begin{aligned} q &= \frac{Q}{a'L}\, e^{-\frac{r}{2L}t}\left\{a'L\cos a't + \frac{r}{2}\sin a't\right\} \\ i &= \frac{Q}{a'LC}\, e^{-\frac{r}{2L}t}\sin a't \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5)$$

wo $a' = \left(\frac{1}{CL} - \frac{r^2}{4L^2}\right)^{1/2}$ ist.

Im ersten Falle, wo die Werthe λ und λ_1 reell sind, nimmt mit wachsendem t der Werth i erst langsam zu und dann wieder ab. Die Entladung ist continuirlich. 389

Besässe der Conductor in diesem Falle eine unendlich grosse Capacität C und Ladung Q, so dass das Verhältniss $Q/C = V$ wäre, so würde die Entladung so vor sich gehen, wie wenn eine constante Elektricitätsquelle, z. B. der Pol einer Säule, an dem das Potential der Elektricität V wäre, mit der Erde durch einen Draht verbunden wäre. Dann ist nach 4):

$$i = \frac{V}{r}\left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

Diese Gleichung stimmt mit der §. 197 entwickelten Formel für das Ansteigen eines Stromes nach der Schliessung überein.

Sind aber λ und λ_1 imaginär, so nimmt i abwechselnd entgegengesetzte Werthe an und es bilden sich oscillatorische Ströme. — Ebenso ist die Ladung q abwechselnd positiv und negativ. Ihre auf einander folgenden Maxima treten zu den Zeiten ein, wo i gleich Null ist, und sind abwechselnd $+Q$, $-Qe^{-\frac{r\pi}{2La'}}$, $+Qe^{-\frac{2r\pi}{2La'}}$ u. s. w. Je grösser der Widerstand r ist, desto schneller nimmt die Intensität der Strommaxima ab, desto schneller werden die „elektrischen Schwingungen gedämpft". 390

Die Intensität des Stromes ist ein Maximum, wenn $di/dt = 0$, d. i. $tg\, a't = 2La'/r$ ist. Berechnet man hieraus den für den ersten Quadranten geltenden Werth ϑ von $a't$, so treten die Maxima ein zu den Zeiten $t_1 = \vartheta/a'$, $(\vartheta + \pi)/a'$, $(\vartheta + 2\pi)/a'$ u. s. w., also in Zwischenzeiten, welche gleich π/a' sind. Diese Zwischenzeiten sind um so grösser, je kleiner a' ist oder je grösser C und L sind und ebenso, je grösser r ist.

Ist der Widerstand r sehr klein, so dass das zweite Glied von a' gegen das erste zu vernachlässigen ist, so werden die Zwischenzeiten gleich 391

$$\pi\sqrt{CL}.$$

Ist z. B. $C = 0{,}1$ Mikrofarad $= 10^{-16}$, $r = 10$ Ohm $= 10^{10}$, $L = 10^6$ in absolutem Maasse, so ist die Zeit gleich $\pi/_{100\,000}$ Secunde[1]).

Die Zeitdauer einer ganzen Schwingung ist demnach

$$T = 2\pi\sqrt{CL}.$$

Sie ist also dann der Quadratwurzel aus der Capacität des entladenen Conductors und aus dem Potential der einzelnen Theile der Leitung auf einander proportional.

392 Ist L unendlich klein, also etwa die Spirale, welche den Schliessungsbogen bildet, aus zwei parallelen Drähten gewunden, in denen der Strom die entgegengesetzte Richtung hat, so fällt aus der Gleichung 2) das L enthaltende Glied heraus und die Lösung der Gleichung wird

$$q = Q e^{-\frac{t}{Cr}}.$$

Dann finden keine abwechselnd gerichteten Ladungen und Ströme statt.

Wie wir oben gesagt, sind die Wurzeln λ und λ_1 reell oder imaginär, je nachdem C grösser oder kleiner als $4\,L/r^2$ ist. Wird daher der Widerstand r zuerst sehr gross genommen, so ist anfangs die Entladung continuirlich; wird der Widerstand r verkleinert, so wird bei dem Grenzwiderstande $r_g = 2\sqrt{L/C}$ die Entladung oscillatorisch.

393 Setzt man $\int\limits_0^\infty i^2 dt = z$ und $\int\limits_0^\infty i\,dt = y$, so ist die mittlere Intensität des Entladungsstromes $J_m = z/y$, die Dauer der Entladung $T = y^2/z$. Aus den Gleichungen 4) und 5) (§. 389) folgt aber $z = \frac{1}{2}\,Q^2/r\,C$, $y = Q$. Dann ist z zugleich proportional der im Schliessungskreise erzeugten Wärmemenge, y seiner galvanometrischen Wirkung. — Ferner ist:

$$J_m = \frac{Q}{2\,r\,C}; \quad T = 2\,r\,C \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

d. h. die Entladungsdauer ist unabhängig von der Quantität der im Conductor angehäuften Elektricität, proportional der Capacität des Conductors und dem Leitungswiderstande des Entladungsdrahtes, dessen Aenderung durch die Temperaturerhöhung bei der Entladung wir vernachlässigen. Die Intensität des Entladungsstromes ist aber der Quantität Q direct, dem Widerstande des Entladungsdrahtes und der Capacität C des Conductors umgekehrt proportional[2]).

---

[1]) Oberbeck s. Winkelmann, Physik 3, 2, 400. — [2]) Mathematische Berechnungen von elektrischen Schwingungen in Condensatoren mittelst krummliniger Coordinaten (ebene, cylindrische Coordinaten mit constanter und veränderlicher Dicke des Dielektricums), s. auch Larmor, Proc. Math. Soc. London, Nr. 504—509, p. 119, 1895.

Messende Versuche über die verschiedenen Entladungsformen sind zuerst von Feddersen[1]) angestellt worden, welche, ganz unabhängig von der Theorie angestellt, eine vollständige Bestätigung derselben geben. 394

Zuerst wurde die Entladung überhaupt bei grossen Widerständen beobachtet, wobei sie entweder continuirlich, einheitlich ist, oder bei sehr grossen Widerständen sich in eine gewisse Anzahl von einander getrennten Partialentladungen auflöst, intermittirend ist.

Zu diesen Beobachtungen diente ein aus zwei vertical über einander befindlichen, 16 mm grossen Kugeln bestehendes Funkenmikrometer, vor welchem durch einen, dem von Ritchie (Bd. III, §. 208) angegebenen ähnlichen, elektromagnetischen Apparat ein Spiegel um eine verticale Axe in Rotation versetzt wurde. Ein auf die Axe aufgesetzter Elfenbeincylinder mit Metalleinlagen, auf welchen Metallfedern schleiften, vermittelte zu bestimmten Zeiten die Verbindung der zu entladenden Leydener Batterie (Flaschen von circa 360 qcm Belegung, 4 mm Glasdicke, einem Bindungscoëfficienten von 13/14) mit dem Funkenmikrometer, so dass die Entladung nur bei einer gewissen Stellung des Spiegels erfolgte. Eine gebogene Scala hinter demselben gestattete, die Lage der einzelnen Theile des im Spiegel bei dieser Stellung beobachteten Funkenbildes zu fixiren.

Als Widerstände wurden Röhren voll Wasser in den Kreis eingefügt, in welche von den Enden aus Kupferdrähte gesteckt waren. Ihre Widerstände r sind auf die einer Wassersäule von 1 mm Durchmesser und 1 mm Länge reducirt.

Bei 400 bis 1000 Einheiten Widerstand zeigte sich eine continuirliche Entladung. Im Spiegel erschien ein heller schmaler Streifen, von dem oben und unten schmale parallele Bänder, entsprechend den Elektroden, ausgingen, zwischen denen der Mitte des Funkens entsprechend ein dunkler Raum lag. Bei geringeren Widerständen ragten die Bänder immer mehr in letzteren hinein (Fig. 87, Nr. 1, 2), bis er bei kleineren Flüssigkeitssäulen ganz mit Glimmlicht erfüllt war. Zuweilen nehmen die Bänder allmählich an Helligkeit ab, werden aber öfter durch einen oder mehrere helle Partialfunken beendet. 395

In anderen Fällen zeigte sich im Spiegel eine Anzahl heller, anfangs äquidistanter Partialfunken (Nr. 5), zwischen denen der Lichtschein des Untergrundes die continuirliche Entladung erkennen lässt, welche bei grossen Widerständen immer mehr zurücktritt. Die Abstände der Partialfunken nehmen gegen das Ende der Entladung allmählich zu. Diese intermittirende Entladung tritt namentlich bei grossen Widerständen

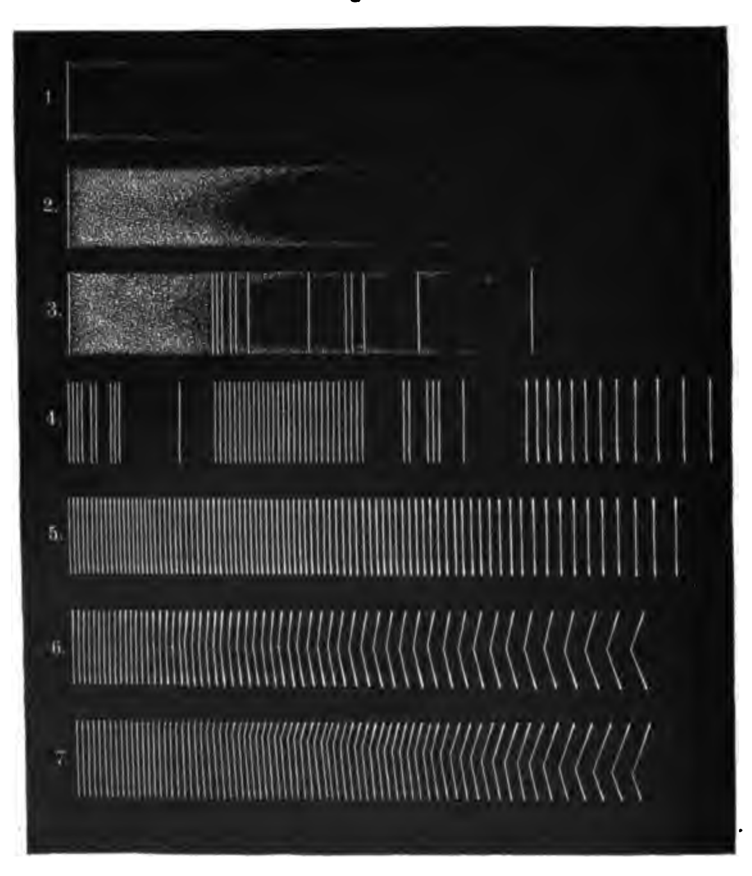
[1]) Feddersen, Beiträge zur Kenntniss des elektrischen Funkens. Dissertation, Kiel 1857; Pogg. Ann. 103, 69, 1858; Ber. d. K. Sächs. Ges. 11, 511, 1859; Pogg. Ann. 108, 497, 1859; Ber. d. K. Sächs. Ges. 13, 13, 1861; Pogg. Ann. 112, 452, 1861; Pogg. Ann. 113, 437, 1861; 116, 132, 1862.

ein und geht bei geringeren Widerständen in die continuirliche mehr und mehr über.

Häufig sind die Entladungen unregelmässig und bieten dann im Spiegel ein Bild wie Fig. 87, Nr. 3, 4 dar.

Bei der continuirlichen Entladung ist der Funken homogen und erscheint dem Ohr als ein einziger matter Schlag, bei der intermittirenden

Fig. 87.



sieht man oft ein breites Funkenbüschel mit Zwischenräumen und hört ein zischendes Geräusch.

396 Befindet sich das Funkenmikrometer in dem durch den Spiegel erzeugten Luftstrom, so sind zwar die ersten Funken gerade, die folgenden biegen sich aber in der Richtung des Luftstromes mehr und mehr in der Mitte aus (Fig. 87, Nr. 6) oder je nach der Richtung des Luftstromes auch fortschreitend erst mehr oberhalb und dann immer

mehr nach unten oder umgekehrt (Nr. 7). Jede folgende Partialentladung scheint also den Weg der vorhergehenden aufzusuchen.

Die zeitlichen Abstände der ersten am regelmässigsten erfolgenden Partialfunken der Reihe wurden entweder gemessen, indem die Zahl der Funken auf einem 2,5 oder 5 mm langen Stück der Scala geschätzt wurde, während die Kugeln des Mikrometers bis zum Ueberschlagen des Funkens einander genähert wurden, und die Flasche vom Conductor getrennt war, oder während bei constanter Schlagweite die Flasche durch den Condensator bis zur Entladung immer stärker geladen wurde. 397

Hiernach nimmt der Abstand der Spiegelbilder — abgesehen von den bei diesen Versuchen unvermeidlichen Unregelmässigkeiten — mit zunehmender Schlagweite ab. So betrug z. B. der Abstand a in Secunden bei den Schlagweiten s und Widerständen von bezw. 480 bis 540 mm, welche entweder dicht an der inneren Belegung oder von ihr durch das Funkenmikrometer getrennt eingeschaltet waren:

s	15	10	7	5	10	7	5 mm
$10^6 . a$	58	58	60	76	76	131	163 Sec.

Bei wachsendem Widerstande r nahm bei den nach der zweiten Methode angestellten Versuchen der Abstand der Partialentladungen im Allgemeinen zu, so z. B., wenn sich r von 480 bis 1110 mm änderte, von 48 bis $174 . 10^{-6}$ mm.

Die Dauer der Totalentladung ist wegen der Veränderlichkeit des Rückstandes der Flasche bei verschiedenen eingeschalteten Wassersäulen schwer zu bestimmen; im Allgemeinen wächst sie sowohl mit der Oberfläche der Batterie, wie mit dem Widerstande. 398

Nach Riess[1]) ist bei einigen Beobachtungen von Feddersen mit ein und zwei Flaschen und constanter Schlagweite, also bei constanter Dichtigkeit die Entladungszeit proportional der angewandten Elektricitätsmenge, bei anderen entfernen sich die Resultate weit von diesem Gesetz, was er auf das Nachleuchten der durch die erste Entladung glühenden Metalltheile schiebt, die namentlich bei Einschaltung kürzerer Widerstände in grosser Menge auftreten und sehr stark erhitzt werden. In Folge dessen ist nach ihm die Leuchtdauer des Funkens nicht immer ein Maass für die Entladungsdauer (vergleiche indess dagegen die Versuche von Feddersen).

Um die in der Totalentladung ausgeglichene Elektricitätsmenge mit der gesammten Elektricitätsmenge in der Leydener Flasche zu vergleichen, wurde von Feddersen gemessen, wie weit die Kugeln des Mikrometers einander genähert werden mussten, um eine zweite, dritte u. s. f. Entladung zu erzielen. Bei grösseren Widerständen, wo

[1]) Riess, Ber. d. Berl. Akad. 1872, S. 341; Abh. 2, 93.

die Aenderungen zu klein waren, wurden die Messungen immer erst nach mehreren Entladungen angestellt. Vorher waren durch Versuche mit der Maassflasche die für diese Schlagweiten erforderlichen Elektricitätsmengen bestimmt.

Als Mittel einer Reihe von Versuchen ergab sich, dass bei zwei verschiedenen Widerständen (Wassersäulen von 1 qmm Querschnitt und 4830 und 240 mm Länge) das Verhältniss der ausgeglichenen Elektricität zur ursprünglichen Ladung mit der Schlagweite zunimmt.

Die Ursache dieser Erscheinung dürfte theils in der bei grösseren und kleineren Entfernungen der Funkenelektroden verschiedenen Influenzwirkung von Seiten der abgeleiteten Kugel, theils in der erhöhten Leitungsfähigkeit des Funkencanals bei Funken von grösserer Schlagweite zu suchen sein.

399 Werden die Widerstände der Schliessung bei genügender Länge derselben unter einen bestimmten Werth vermindert, so tritt an Stelle der continuirlichen die oscillirende Entladung. Zum Studium derselben verwendete Feddersen[1]) einen ähnlichen Apparat wie den §. 394 beschriebenen, nur wurde an Stelle des Planspiegels ein System von zwei auf der Vorderseite versilberten concaven Hohlspiegeln von 100 mm Höhe, 30 mm Breite, 500 mm Krümmungsradius verwendet, welche auf der Vorder- und Hinterseite eines um eine verticale Axe rotirenden Holzbrettchens befestigt waren. An Stelle des elektromagnetischen Rotationsapparates trat ein Uhrwerk mit Gewicht. An der stählernen Axe des Holzbrettes befanden sich zwei schneidenförmige Messingarme, die mit ihren 2 mm breiten Schneiden an zwei an dem Rahmen des Uhrwerks isolirt befestigten Drähten vorüberschleiften. Diese Drähte waren durch den Funkenapparat und Widerstand mit den Belegungen der Leydener Flasche verbunden, so dass bei einer bestimmten Stellung des Spiegels der Funken vor ihm überging. Die Drehungsgeschwindigkeit wurde durch eine auf $^1/_5$ Secunde zn arretirende Uhr an einem der Räder des Uhrwerks abgelesen. Vor der Spiegelaxe stand in einem aus isolirenden Substanzen gebildeten Gehäuse der Funkenapparat, bestehend aus zwei etwa 60 mm in horizontaler Richtung von einander entfernten Paaren von je zwei vertical über einander liegenden Kugeln von Kupfer, auch von Platin, Zink, Eisen (der Stoff übt nur auf die Helligkeit und Farbe, sonst keinen anderen Einfluss aus). Diese beiden Funkenstellen waren meistens durch einen kurzen Draht mit einander verbunden. Das Bild der Entladung wurde durch den Spiegel auf eine matte Glasplatte, event. auf eine photographisch präparirte Platte projicirt. In letzterem Falle bestanden die Elektroden am besten aus Zinn.

---

[1]) Feddersen, Pogg. Ann. 113, 437, 1861; auch Ber. d. K. Sächs. Ges. 16. Febr. 1861; Pogg. Ann. 112, 452, 1861.

Sollte der Widerstand der Schliessung ohne wesentliche Veränderung seiner Länge vermehrt werden, so wurden Glasröhren von verschiedener Dicke voll verdünnter Schwefelsäure vom specif. Gew. 1,25 (Minimum des Widerstandes) oder drei 50 mm lange, circa 0,25 mm dicke Neusilberdrähte, deren Widerstände zusammen gleich der einer 0,045 m langen, 1 mm dicken Säule der Schwefelsäure gleich sind, eingeschaltet. Die Widerstände wurden auf den einer Säule von Schwefelsäure von 1 m Länge und 1 mm Dicke als Einheit bezogen.

400 Bei einem kurzen, rein metallischen Schliessungsbogen erschien bei Projection des Funkenbildes auf der matten Glasplatte ein in der Rotationsrichtung ausgezogenes, conisch zulaufendes, glänzendes Funkenbild, dessen Helligkeit nach der Spitze zu abnahm und dabei von hellem Weiss durch eine grünliche in eine röthliche Färbung überging (Fig. 88). Die Dauer des weisslichen, grünlichen und röthlichen Lichtes beträgt z. B. bei Entladung einer Flasche von 0,19 qm Oberfläche, 4,5 mm Dicke und 4,5 mm Schlagweite bei einem aus einigen Metern Kupferdraht gebildeten Schliessungsbogen etwa 3, 4 und $6 \cdot 10^{-5}$ Secunden. Der

Fig. 88.



helle weisse Theil ist bei den gleichzeitig beobachteten weissen Funken, auch bei sehr verschiedener Schlagweite beider gleich lang, dagegen ist, selbst wenn die Funkenmikrometer durch ganz dicke Drähte verbunden sind, ihnen also die Elektricität in gleicher Weise zuströmt, der rothe Schweif bei kürzeren Funken weniger entwickelt. Bei Elektroden von verschiedenen Metallen ist der Schweif in gleicher Weise wahrzunehmen; bei Einschaltung von grösseren Säurelängen oder Widerständen nimmt er ab. Danach scheint nur der weisse Theil des Entladungsbildes direct der Entladung zu entsprechen, der rothe durch die darauf allmählich erfolgende Abkühlung der durch dieselbe sehr stark erhitzten Gas- und Metalltheilchen bedingt zu sein.

Die Gesammtdauer der Entladung wächst hierbei, wie bei der continuirlichen Entladung, mit der Schlagweite s und der geladenen Oberfläche o, also entsprechend der Theorie. So betrug z. B. die Länge des weissen Lichtes:

	$o = 1$				$o = 4$	
$s =$	1,5	3,75	6,75	10	1,5	3,75
$10^5 a =$	4	7—8	10	13—18	6	13—15

401 Bei Zunahme der Widerstände vermindert sich die Länge des Funkenbildes immer mehr, indem der kegelförmige Schweif sich immer

weiter verkürzt, so dass zuletzt (z. B. bei zwei Flaschen und 0,006 m Schwefelsäurewiderstand) nur noch eine 1 bis 2 mm breite, die Elektroden verbindende Linie übrig bleibt. Vermehrt man den Widerstand weiter so verlängert sich wieder das Bild, behält aber die ganze Funkenlänge als Breite bei. Bei noch grösseren Widerständen wird der mittlere Theil des Bildes immer dunkler, so dass das Bild zuletzt nur aus einer schmalen, dem ersten Durchbruch des Funkens entsprechenden Linie und zweien von ihrem Ende ausgehenden, den Elektroden entsprechenden Säumen besteht. Diese Erscheinungen sind also wesentlich von denen vor Durchgang durch das Minimum der Bildlänge verschieden. Letzteres erscheint bei dem Grenzwiderstande. Werden die Widerstände sehr gross, so tritt die §. 395 beschriebene intermittirende Entladung ein.

402 Bei Anwendung eines langen, gut leitenden, metallischen Schliessungsbogens, in welchen event. eine Spirale eingeschaltet ist, theilt sich das Funkenbild in eine Anzahl von nach den Seiten abschattirten Transversalstreifen, welche durch dunklere Zwischenräume von einander getrennt sind und den einzelnen Oscillationen der Entladung entsprechen. Diese Streifen werden gegen das Ende der Entladung lichtschwächer, behalten aber ihre Breite bis zum letzten bei, an den sich meist ein gelblich, auch grünlich oder kupferroth gefärbter, nicht gestreifter Lichtschweif anschliesst.

Wächst der Widerstand der Schliessung bei unveränderter Länge, so nimmt die Zahl der Streifen bei gleich bleibender Breite eines jeden bis zu Eins ab, wo dann der Schliessungskreis den Grenzwiderstand bildet. Darauf verbreitert sich der Streifen wieder, ohne dass eine scharfe Grenze wahrzunehmen ist. Die Entladung ist wieder continuirlich geworden.

Bei verschiedener Anzahl z der Flaschen der Batterie ist der Grenzwiderstand r_g umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Oberfläche s, bezw. Capacität der Batterie und unabhängig von der Schlagweite (1,5 bis 8 mm), also von der Höhe der Ladung der Batterie. Er ist ferner nach der Formel der Quadratwurzel aus dem Potential der Leitung auf sich selbst proportional.

So war z. B.:

$z =$	1	2	4	8	16	2	8
$10^3 r_g =$	58	41	25	18	14	37	15
ber. $r_g = const/\sqrt{s} =$	56	40	28	20	14		

Bei der ersten Reihe waren Schwefelsäuresäulen, bei der zweiten Neusilberdrähte als Widerstände verwendet. Nach den Beobachtungen kann man die einen durch die anderen ohne Aenderung der Resultate ersetzen. Der Grenzwiderstand ist also von dem Stoffe des Leiters unabhängig.

Sehr gute Messungen erhielt Feddersen[1]) bei Herstellung photographischer Bilder des Funkens, wobei die Kugeln des Funkenmikrometers zweckmässig bis auf eine kleine Stelle lackirt waren, weil sonst die Elektricität von verschiedenen Punkten derselben ausströmte, durch welche sich event. die Oscillationen auf der photographischen Platte verschoben. 403

Die Photographien der durch den rotirenden Spiegel erzeugten Funkenbilder zeigten bei kürzerem, gut leitendem Schliessungsbogen streifenartige äquidistante Abtheilungen, indess nur an den beiden Säumen, an welchen die Lichtintensitäten alterniren (Fig. 89).

Fig. 89.



Bei längeren gut leitenden Schliessungsbogen zieht sich das Bild noch mehr in die Länge und besteht aus einzelnen Abtheilungen. Dabei ist die Natur der Elektroden von Einfluss, indem davon die Leichtigkeit des Fortschleuderns der glühenden Metalltheilchen von beiden Elektroden abhängt. Bei Eisen z. B. traten oft die beiden Säume verschieden stark auf, gelegentlich fehlte das Licht der ersten Querabtheilung am positiven Pol ganz. Aehnlich, nur weniger deutlich verhielten sich Pole von Nickel, Blei, Magnesium, Zink. Kohle- und Kupferelektroden lieferten keine derartige, von beiden Seiten ausgehende Lichtstreifen; bei Gold, Silber, Platin, Zinn waren Unterschiede nach der Stromesrichtung nicht entschieden zu erkennen. Auch die Dauer des Leuchtens der glühenden Theilchen hängt vom Stoff der Elektroden ab; bei Zink und nament-

Fig. 90.



lich bei Zinn war sie relativ kurz, die Bilder der einzelnen Oscillationen waren durch breitere dunkle Räume von einander getrennt (Fig. 90). Bei anderen Metallen (Kupfer) war dies nicht so entschieden der Fall.

Die Dauer t der einzelnen Oscillationen, wie sie durch Division der Länge eines Theiles des Entladungsbildes mit der Zahl der Oscillationen und Berechnung auf Secundendauer erhalten wird, ist von der Schlagweite s unabhängig (Zahl der Flaschen $z = 10$; 404

---

[1]) Feddersen, Pogg. Ann. **116**, 132, 1862.

$s = 4$ und 8 mm; $t = 304$ und $305 \cdot 10^{-8}$; ferner $z = 16$; $s = 1{,}5$ und 9 mm; $t = 511$ und $514 \cdot 10^{-7}$ Sec.). Sie ist ferner, wie auch die Theorie zeigt, proportional der Quadratwurzel aus der Capacität C der Batterie. Bei einer Batterie von z gleichen Flaschen ist C proportional z. Dann ist also $t = const\,\sqrt{z}$. So war z. B.:

$z =$	16	8	4	2
$10^7 . t =$	446	314	224	156 Sec.
$10^7 . t$ ber. $=$	—	315	223	158 Sec.

Diese Berechnung gilt sowohl bei kurzen geraden, wie bei längeren Leitungen.

Bei Ersatz der Leydener Batterie von zwei Flaschen durch eine solche von zwei Franklin'schen Tafeln bestätigte sich das Gesetz. Die Capacitäten beider Batterien wurden dabei verglichen, indem die Ausschläge eines Galvanometers beim Durchgang ihrer Entladungen bei gleicher Schlagweite (also gleichem Potential) gemessen wurden. Abweichungen der Beobachtungen von der Theorie können davon herrühren, dass die Capacität des Leitungsdrahtes selbst eigentlich mit in Betracht gezogen werden müsste.

405 Wird die Entladung durch Verbindung der inneren Belegung einer geladenen Batterie von der Oberfläche s mit der einer ungeladenen von der Oberfläche s_1 hervorgebracht, während die äusseren Belegungen abgeleitet sind, so ist die Capacität des Systems, d. h. die entladene Elektricitätsmenge nur $s_1/(s + s_1)$ von der bei directer Entladung der ersten Batterie, die Oscillationsdauer ist dann also:

$$t = const \sqrt{\frac{s \cdot s_1}{s + s_1}}.$$

So ergab sich:

$s = 4$	$s_1 = 8$	$10^{-7}\,t$ beob. $= 178$	$10^7\,t$ ber. $= 183$
$s = 2$	$s_1 = 8$	$10^{-7}\,t$ beob. $= 136$	$10^7\,t$ ber. $= 139$

406 Mit Verlängerung des Schliessungsbogens (Kupferdraht von 1,35 mm Durchmesser) wächst auch die Oscillationsdauer t, indess bei Weitem nicht im Verhältniss zu der Länge l des Schliessungsdrahtes. So war z. B. bei Entladung einer Batterie von 10 Flaschen:

$l =$	5,26	25,26	65,26	115,26	317,0	1343,0
$10^8 t =$	132	410	753	935	1770	3980 Sec.

407 Bei diesen Versuchen standen die einzelnen Theile der Leitung mindestens 1 m von einander ab. Liegen sie näher an einander, wie z. B. in Spiralen, so wächst die Dauer der Oscillationen, wenn der Strom in ihnen gleich ist; sie nimmt ab, wenn er entgegengerichtet ist. Mit wachsendem Abstande der Leitertheile nimmt dieser Einfluss ab. Bei zwei langen entgegengesetzten Leitertheilen, in denen also der Strom in

entgegengesetzter Richtung floss, wuchs die Oscillationsdauer nahezu in arithmetischer Reihe, wenn der Abstand in geometrischem Verhältniss zunahm. Bei gleichgerichteten fand entsprechende Abnahme statt. Analog nahm die Oscillationsdauer ab, wenn ein Theil des Stromes in Parallelzweige gespalten war, sie nahm um so mehr ab, je weiter dieselben von einander lagen. Ebenso nahm sie ab, wenn ein Theil der Leitung einen grösseren Durchmesser erhielt. Wurde z. B. in einer Leitung von 105,26 m Länge der Durchmesser d von 100 m Draht wie folgt geändert, so war die Oscillationsdauer bei der Entladung von 10 Flaschen:

$d =$	2,55	1,35	0,70	0,35 mm
$10^7 t =$	96	99	103	108 Sec.

Die Aenderung des Widerstandes hierbei bedingt nicht dieses Resultat; denn wenn sich auch durch Einschaltung z. B. einer Säule von verdünnter Schwefelsäure die Zahl der Oscillationen allmählich vermindert, so wird ihre Dauer dadurch doch nicht beeinflusst. Der Grund ist die Aenderung der Selbstinduction.

Eine Berechnung vorstehender Versuche Feddersen's ist von Kirchhoff angestellt worden[1]) und hat eine Uebereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung für die von Feddersen benutzten Apparate ergeben. **408**

Lorenz hat die Versuche von Feddersen wieder aufgenommen, wobei die Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels (100 bis 200 Umdrehungen in der Secunde) durch die Zeichen einer über einer geschwärzten Messingscheibe oscillirenden, mit einer Spitze versehenen Stimmgabel bestimmt, und eine Batterie von neun Flaschen verwendet wurde. Die Entladung geschah zum geeigneten Zeitpunkte, ähnlich wie bei den Experimenten von Feddersen, auch wurden die Funken photographirt. **409**

Zur Bestimmung der Capacität der Batterie wurden erst die Capacitäten ihrer Flaschen unter einander verglichen, indem sie mit einander verbunden geladen und dann einzeln durch ein Galvanometer entladen wurden. Darauf wurde die Capacität der Leydener Flaschen mit der zweier grosser Condensatoren mit cylindrischen oder planparallelen Platten verglichen, indem die Flasche mit einem Torsionselektrometer verbunden und geladen und dann durch Verbindung mit dem einen oder anderen Condensator entladen und wieder die Ladung am Elektrometer bestimmt wurde.

Die berechneten Werthe der Oscillationsdauern entsprechen sehr nahe der Beobachtung; die ersteren sind etwas grösser als die beobachteten, entgegen dem Resultat der Feddersen'schen Versuche, wobei die beobachtete Selbstinduction um 16 Proc. gegenüber der theoretisch berechneten zu gross ist. Vermuthlich wurde indess bei Berechnung der

[1]) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 121, 551, 1864.

Capacität der Batterie die Dielektricitätsconstante nicht richtig angenommen [1]).

---

[1]) L. Lorenz (in Kopenhagen), Wied. Ann. 7, 161, 1879. Siehe G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 121, 1864.

Für Demonstrationszwecke berusst A. M. Mayer (Sillim. Am. J. [3] 8, 436, 1874; Phil. Mag. [4] 49, 47, 1875) dünnes Druckpapier über brennendem Campher, schneidet daraus kreisförmige Scheiben von 15 cm Durchmesser und setzt sie dann in schnelle Rotation, wodurch sie eben werden. Zu beiden Seiten werden Kugeln aufgestellt, zwischen denen die Funken überschlagen und Löcher in das Papier bohren. Man kann so die Gesetze der Entladung studiren. Die Zeit wird durch eine mit einer Spitze versehene Stimmgabel verzeichnet, die man der berussten Seite der Scheibe nähert. Hierbei kann indess das Papier, zu dessen Durchbrechung eine ziemlich hohe Potentialdifferenz erforderlich ist, den Gang der Rückstände ganz wesentlich beeinflussen.

Bei den Versuchen von Feddersen und Lorenz kann auch das Dielektricum des Condensators von Einfluss sein. Deshalb verwenden Trowbridge und Sabine (Proc. Amer. Assoc. 28. Mai 1890, p. 109; Phil. Mag. [5] 30, 323, 1890; Beibl. 15, 126) bei ähnlichen Experimenten einen Luftcondensator, bestehend aus 19 je 92 cm hohen coaxialen Zinkcylindern von 15,1 bis 60,4 cm Capacität, wobei die Enden berücksichtigt waren. Ein kleinerer Condensator von ebenso viel Cylindern hatte 30,47 cm Höhe, die Durchmesser waren 7,6 bis 25,95 cm. Der Luftcondensator war mit parallelen, an Seidenfäden aufgehängten Drähten von 15 m Länge verbunden. Er wurde durch eine Holtz'sche Maschine geladen und die Entladung wurde wie bei Feddersen rechtzeitig mit der richtigen Stellung eines rotirenden Spiegels eingeleitet. Der Funken wurde zuerst von einem 230 cm von ihm entfernten Hohlspiegel von 16,5 cm Oeffnung, 313 cm Radius reflectirt und fiel auf einen rotirenden, vorn versilberten ebenen Spiegel von 4 × 5 Zoll Oberfläche, der etwa 3000 Umdrehungen in der Secunde machte, und von da auf eine photographische Platte. Hierdurch konnte letztere weiter vom Rotationsapparat entfernt werden und es bedurfte geringerer Rotationsgeschwindigkeit. Die letztere wurde durch Funken eines rechtzeitig geöffneten Inductoriums auf einem auf die Axe des rotirenden Spiegels aufgesetzten berussten Messingcylinder verzeichnet.

Die Selbstinduction der Schliessung wurde nach der Formel von Maxwell, bezw. für schnelle Schwingungen nach der Formel von Lord Rayleigh berechnet.

Die Dimensionen waren: 1) die Länge $l = 1197$ cm, der Abstand $b = 31{,}55$ cm; 2) $l = 281$ cm, $b = 16{,}1$ cm; 3) $l = 103$ cm, $b = 11{,}3$ cm. Der Ohm'sche Widerstand der Drähte betrug $0{,}742 \cdot 10^9$ für den directen Strom; $1{,}54 \cdot 10^9$ für die alternirenden Ströme von der Periode $t = 0{,}0_5 31$.

Die aus den Versuchen folgenden Zeitdauern der Wellen in 10^{-6} Secunden fielen bei verschiedenen Reihen und bei abwechselnd entgegengesetzter Entladung verschieden aus, was nicht durch Vibrationen des entladenden Armes oder die Länge der Funkenstrecke erklärt werden kann. Auch die Aenderung des Ohm'schen Widerstandes in der Funkenstrecke genügt dazu nicht, da sich bei 1,3 und 4 cm langen Funken aus einer Leydener Flasche von Glas gleiche Resultate ergaben, wo man a priori eher Abweichungen erwarten sollte. Es scheint also eine Art Hysteresis einzutreten. Offenbar tritt bei Anwendung des kleineren Luftcondensators der frühere Zustand während einer Oscillationsdauer nicht wieder vollständig ein, eher bei dem grösseren und ebenso bei den Glascondensatoren, da bei diesen die Dauer einer Entladung sehr gross ist; freilich verhält sich ein Dielektricum bei schnellen Entladungen anders als bei langsamen.

Die Einwirkung eines starken Magnetfeldes auf eine Leydener Flasche von 28 cm Höhe und 2,5 cm Durchmesser, welche innerhalb einer von dem Strome einer Gramme'schen Maschine durchflossenen grossen Spirale von 34 und 27,7 cm äusserem und innerem Durchmesser und 40,5 cm Höhe sich befand, ergab keine wesentliche Aenderung der Erscheinung.

Die elektrischen Schwingungen sind also nicht vollständig durch die

Auch Boys[1]) hat auf photographischem Wege die Versuche von Feddersen bestätigt. Das Bild der Funken wurde durch sechs in einer rotirenden Messingscheibe im Abstande von je 60° befestigte Linsen auf eine lichtempfindliche Platte projicirt. 410

Je zwei gegenüberliegende Linsen sind in gleichem Abstande von der Drehungsaxe, die Linsen jedes der drei Paare aber in etwas verschiedenen Abständen von derselben, so dass die durch sie erzeugten Bilder sich nicht decken.

Als Condensator diente ein System von 26 dünnen Glasplatten von 70 × 40 cm Oberfläche, welche ähnlich wie bei dem Ruhmkorff'schen Inductorium mit Stanniolblättern von 60 × 30 cm Oberfläche geschichtet waren. Durch geeignete Verbindungen konnte hierbei die Capacität im Verhältniss von 1 : 2 : 3 : 4 geändert werden.

Als Inductionsrollen dienten zwei Rollen von je 300 m Kupferdraht von 15 cm Höhe und Länge, 30 cm äusserem, 21 cm innerem Durchmesser, oder 29 cm äusserem und 19 cm innerem Durchmesser von den Widerständen 2,391 und 2,481 Ohm und den Selbstinductionscoëfficienten 26,89 und 26,31 . 10^6 C.-G.-S.

Durch Einfügung einer beliebig zu öffnenden zweiten Funkenstrecke wurde die Gesammtzahl der Oscillationen des Funkens gesteigert. Den oscillirenden Entladungen geht ein Funken voraus, der von der Entladung der selbstinductionsfreien Kugeln und Drähte an den in den Schliessungskreis eingeschalteten selbstinducirenden Spiralen herrührt. Er liegt um $^1/_4$ Schwingung vor dem Mittelpunkte des ersten Funkens der eigentlichen Oscillatoren.

Die berechneten Zahlen der Oscillationen stimmten mit den beobachteten gut überein.

Miesler[2]) hat ebenfalls die Uebereinstimmung der auf photographischem Wege mittelst eines rotirenden Planspiegels und eines Objectivs bestimmten Schwingungsdauern von Leydener Flaschen mit den aus den Capacitäten der Flaschen und den mittelst einer Nullmethode gemessenen Selbstinductionscoëfficienten berechneten für dünne Drähte von 0,8 mm Durchmesser bewiesen[3]). 411

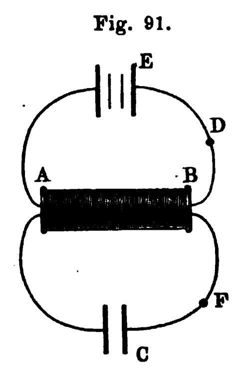
Theorie von Hertz (s. d. Cap. Theorie) zu erklären, was von einer Transformation der Energie im Dielektricum herrühren kann.

[1]) Boys, Phil. Mag. [5] **30**, 248, 1890; Beibl. **14**, 1163. — [2]) Miesler, Wien. Ber. d. math.-naturw. Classe **99** (2a), 579, 1890; Beibl. **14**, 1162. — [3]) Methoden zur Beobachtung elektrischer Schwingungen sind von Colley angegeben (Wied. Ann. **26**, 432, 1885; **44**, 102, 1891). Für langsame Schwingungen wird das Spiegeloscillometer verwendet, eine Art Spiegelgalvanometer. Ein kleines durch das Tageslicht erhelltes Loch am Rande einer parallel dem Spiegel rotirenden Kupferscheibe sendet ihr Licht auf letzteren und von da in ein Mikroskop mit Ocularmikrometer. Durch alternirende, durch die Galvanometerwindungen geleitete Inductionsströme erhält der Spiegel eine horizontale oscillatorische Bewegung. Die Unterbrechung der induciren-

412 Die Formel von Sir W. Thomson lässt sich z. B. in folgender Weise prüfen.

Der Strom einer galvanischen Kette E (Fig. 91) wird durch eine Drahtspirale AB vom Widerstande R und den Selbstinductionscoëfficienten L geleitet. Die Enden der Spirale sind mit einem Luftcondensator C in Verbindung. Durch einen Fallapparat wird die Verbindung mit der Kette bei D unterbrochen, so dass sich der Condensator nur noch durch die Spirale entladet. Eine genau bestimmte Zeit nachher wird der Kreis ABC bei F unterbrochen und die noch restirende Ladung des Condensators durch ein Galvanometer gemessen.

Fig. 91.



Die Versuche von Hiecke[1]) entsprechen völlig der Formel.

Wird in die Spirale S eine in sich geschlossene Spirale S_1 geschoben, in der secundäre Inductionsströme entstehen, deren Verlauf sich berechnen lässt, so ändert sich der Gang der der Formel entsprechenden Curve der Rechnung gemäss. Beim Einschieben von Metallcylindern lässt sich die Rechnung nicht vollständig durchführen[2]).

---

den Ströme geschieht durch einen an der rotirenden Scheibe angebrachten Zahn, so dass der Inductionsstrom rechtzeitig auf den Spiegel wirken kann. Die Beobachtung giebt eine Sinuscurve, aus der sich die Schwingungsperiode ableiten lässt.

Auch durch ein Telephon mit dickerem Draht ist dieselbe zu bestimmen. Man schaltet dasselbe in den Kreis einer Inductionsspirale von grösserem Widerstande ein, welche über eine inducirende Spirale von dickerem Draht geschoben wird. Die Schwingungen in ersterem werden mit denen des Telephons in Einklang gebracht, die Tonhöhe bestimmt. — Das Weitere ist in der Originalabhandlung nachzusehen.

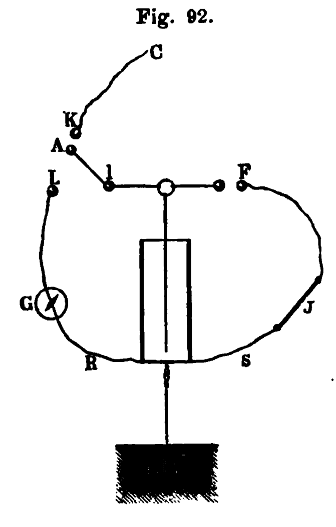
Andere Apparate, um die elektrischen Schwingungen mittelst eines hinlänglich schnell denselben folgenden magnetischen Systems und optischer Uebertragung ihrer Bewegungen in Curven aufzuzeichnen, sind auch von Blondel (das Oscillometer) (Compt. rend. **116**, 502, 1893; Beibl. **17**, 850) construirt worden.

[1]) Hiecke, Wien. Ber. 96 [2] **134**, 1887; Beibl. **12**, 712. — [2]) Versuche über den Uebergang aus der einen Entladungsform in die andere sind von Porter angestellt worden. Der Strom einer Batterie theilt sich zwischen einer Spirale mit Selbstinduction und einem einen Condensator und einen inductionslosen Widerstand r enthaltenden Zweige. Ein Pendelunterbrecher öffnet erst die Verbindung mit der Batterie und dann nach einer messbaren Zeit die der Spirale mit dem Condensator. Die im Condensator zurückbleibende Ladung wird durch ein ballistisches Galvanometer gemessen. Die Zeit zwischen den beiden Unterbrechungen wird abgeändert und so die Ladung des Condensators zu verschiedenen Zeiten nach seiner Loslösung von der Batterie gemessen. Ist r sehr gross, so nimmt der Entladungsstrom langsam ab, wird r kleiner, so kehrt sich die Ladung des Condensators einmal um und wird dann oscillatorisch (Porter, Proc. Roy. Soc. **54**, 7, 1893; Beibl. **18**, 243).

413 Auch durch directe Beobachtung der Rückstände der Leydener Batterie hat v. Oettingen[1]) die allgemeinen Beziehungen der oscillatorischen Entladung nachgewiesen.

Eine Batterie, Fig. 92, ist unter Einschaltung eines Funkenmikrometers F mit 20 mm grossen Kugeln und eines Widerstandes J durch einen Draht S geschlossen. Mit der inneren Belegung ist der Metallhebel lA, ähnlich wie bei dem Entladungsapparat von Riess (Bd. I, §. 173), verbunden, der mit seinem Knopf A gegen die mit dem Conductor C verbundene Kugel K gegendrückt. Ist die Batterie so stark geladen, dass im Funkenmikrometer F ein Funken erscheint, so lässt man den Hebel fallen, wodurch die Kugel A auf eine Kugel L fällt und dadurch die äussere abgeleitete Belegung der Batterie durch das Spiegelgalvanometer G mit gut isolirtem Telegraphendraht mit der inneren Belegung verbindet. Die Richtung und Grösse des Galvanometerausschlages bestimmt die rückständige Ladung der Batterie.

Fig. 92.



Werden bei J Drahtspiralen eingeschaltet, so sind die Rückstände bei sehr kleinen Schlagweiten positiv, nehmen bei grösseren ab und gehen durch Null in das negative über, wachsen in diesem Sinne, wechseln plötzlich ihr Zeichen, steigen wieder zum Maximum an u. s. f.

Bei kleineren Widerständen können die Maxima, bei denen eine neue Periode beginnt, nicht mehr genau unterschieden werden, weil die Anzahl von Oscillationen grösser, die Rückstände deshalb kleiner sind und bald einer geraden, bald einer ungeraden Anzahl von Oscillationen angehören, mithin ebenso leicht positiv wie negativ bei ein und derselben Schlagweite ausfallen können.

Bei verschiedener Oberfläche der Batterie finden die ersten Maxima stets bei derselben Dichtigkeit der Ladung der Batterie, wie sie durch die Schlagweite bestimmt ist, statt; ebenso bei der zweiten Periode, wo das Maximum viel grösser ist. Es bedarf einer bestimmten, von der bereits durchbrochenen Funkenstrecke abhängigen Dichtigkeit des Gegenstromes, um die Funkenbahn rückwärts zu durchlaufen.

Die zweite Periode beginnt um so früher, je kleiner der Widerstand ist; auch nimmt dabei die Anzahl der Oscillationen mit der Schlagweite

[1]) v. Oettingen, Pogg. Ann. 115, 513, 1862. Derselbe hat die seine Untersuchungen betreffenden Paragraphen gütigst einer genauen Durchsicht unterzogen.

schneller zu; ferner haben im Allgemeinen die Rückstände um so höhere Werthe, je grösser der Widerstand ist.

Meist nehmen die negativen Maxima mit wachsender Schlagweite nicht in gleichem Maasse zu, wie die positiven; zuweilen werden sie nur durch positive Minima ersetzt, was sowohl von der aus dem mit der Batterie gleich nach der Entladung noch verbundenen Conductor austretenden Elektricität, als auch von dem aus dem Dielektricum austretenden Ladungsrückstand herrühren kann. Es kann daher scheinbar positive Rückstände geben. Auch sind die Rückstände, wie zu erwarten, von der Form der Elektroden bedingt. Je geringer deren Krümmung ist, bei um so geringerer Dichtigkeit beginnt die Entladung, so dass weniger Oscillationen die Funkenstrecke durchsetzen können und man leichter auch grössere negative Rückstände findet.

Die Dauer der Entladung ist vom Widerstande und von dessen Form abhängig. Jede dieser Entladungsarten nimmt innerhalb ihrer Grenzen mit der Schlagweite an Dauer zu. Man kann dies beobachten, wenn man die Entladung zwischen zwei Kügelchen übergehen lässt, deren eine um eine Axe rotirt.

Der Vorgang wird wesentlich bedingt durch das Verhältniss der auf einander folgenden Maxima abwechselnden Zeichens, d. h. durch den Schwächungscoëfficienten m. Bei kleinem Widerstande ist m gross, nahe gleich 1, daher die Entladung heftig ist und von kürzerer Dauer, trotz zahlreicher Oscillationen. Bei grösseren und namentlich spiralförmigen Widerständen ist m kleiner, die Dauer aber nimmt zu, die Entladung wird daher leichter am Ende einer Oscillation unterbrochen, man findet also auch leichter negative Rückstände, denn wenn deren Betrag grösser ist, so werden sie weniger von den Fehlerquellen compensirt und überdeckt[1]).

Wurde in den Schliessungsbogen SF noch ein dem ersten gleiches Galvanometer G_1 eingefügt, so ergab die Summe der Ausschläge $Q = G + G_1$ die Gesammtladung der Batterie. Dieser Werth wächst bei wachsender Schlagweite stetig, während die Ausschläge des Galvanometers G_1 im Hauptschliessungsbogen SF bei der zweiten Periode abnimmt, indem der Spiegel durch den zweiten negativen Strom nach der entgegengesetzten Seite getrieben wird.

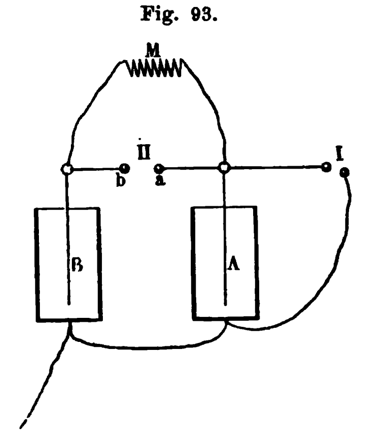
Bei Einschaltung geradliniger Drähte (2400 m Neusilberdraht zickzackförmig auf Holzrahmen gespannt) und Einschaltung von Entladungsröhren (siehe §. 385) erhielt man zwar immer nur positive, mit wachsender Schlagweite zunehmende Rückstände, aber, wenn der Widerstand auf 60 m Neusilberdraht vermindert wurde, von abwechselnder Stärke; die Entladungsröhre deutete Oscillationen an, indem an der negativen Elektrode ein leuchtender Punkt auftrat. Bei kürzeren Drähten und kleineren Schlagweiten kamen auch noch negative Rückstände vor.

---

[1]) Diesem Umstande widmet v. Oettingen eine besondere Untersuchung Ann., 1877, Bd. 2, S. 305.

Die Oscillationen zeigen sich auch bei einem älteren Versuche von Knochenhauer, welcher von v. Oettingen erklärt und weiter verfolgt worden ist und der unzweideutig auch bei ganz kurzer Schliessung, wo keine negative Rückstände erhalten werden, den stark oscillatorischen Charakter der Entladung bekundet. 414

Fig. 93.



Knochenhauer[1]) verband die äusseren Belegungen zweier Flaschen, Fig. 93, mit der Erde. Von der inneren Belegung von A führt ein Draht mit einer Funkenstrecke I zur äusseren Belegung. Die inneren Belegungen sind durch Draht M und durch eine kürzere Leitung mit einer Funkenstrecke II verbunden. Werden die Flaschen geladen, so haben sie gleiches Potential. Findet die Entladung bei I statt, so entladet sich A zuerst und B folgt nach. Ist Draht M lang, so geht bei II ein Funken über. Die Maximalschlagweite II betrug, wenn die Schlagweite in I = 40 war:

$M =$	8	24	40	56	64	72	90	125	160	200 Fuss
II	35,5	54,5	61,7	59,2	58,0	59,2	66,0	70,5	72,0	72,0

Die Schlagweite II kann also bei Verlängerung von M bis auf das 1,8 fache der Schlagweite I steigen.

v. Oettingen[2]) ersetzte Draht M, welcher in der Mitte mit der Elektrisirmaschine verbunden ist, durch zwei je 1 m lange mit Wasser gefüllte Röhren, durch welche von der Berührungsstelle aus gleichzeitig A und B langsam geladen wurden, durch die also bei Entladung bei I kaum Elektricität von B nach A überging. Wuchs hierbei die Schlagweite I von 1 bis 18, so wuchs die Maximallänge des Brückenfunkens II bei grossem spiralförmigem Widerstande von 1,75 bis 63, wobei der letztere Funken viel lauter war, als der Funken I.

Wurden die Flaschen einzeln ausserhalb abgeleitet, so ergaben sich ganz gleiche Resultate, so dass nicht etwa eine stärkere Ladung von B durch positive Elektricität bedingt sein konnte, die während der Entladung von der inneren Belegung von A auf die äussere Belegung von A und B durch ihren Verbindungsdraht überging. Auch zeigte sich nie in II ein grösserer Funken als in I, wenn Draht a getrennt von Flasche A zur Erde abgeleitet war. Letzteres geschah ebenso wenig, wenn a mit A verbunden, b getrennt von B zur Erde abgeleitet war.

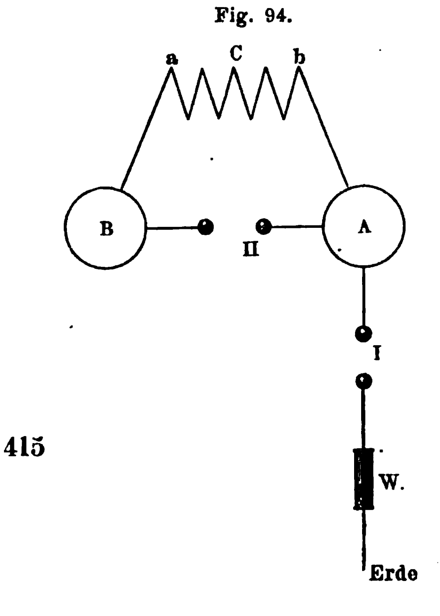
---

[1]) Knochenhauer, Wien. Ber. [2] **25**, 71, 1857; **27**, 207, 1858; **33**, 163, 1858. Leider ist es nur in sehr wenigen Fällen möglich, aus den vielen Versuchen Knochenhauer's allgemeinere Schlüsse zu ziehen. — [2]) v. Oettingen, Pogg. Ann. Jubelb., S. 269, 1874.

Die Ursache der Erscheinung konnte also nicht sein, dass etwa die strömende Elektricität eine grössere Schlagweite hat, als die ruhende von derselben Spannung, wie man wohl früher vermuthete. Vielmehr geht bei der Entladung von A die ursprüngliche Ladung Q von A in $-mQ$ über, wo $m < 1$ ist. Die Schlagweite zwischen B und A entspricht somit der Differenz der Potentialwerthe Q und $-mQ$, d. h. sie ist $= (1 + m)\,Q$, wodurch die Strecke II $>$ I werden kann im Verhältniss von $(1 + m) : 1$. — Thatsächlich war II : I $= 63 : 18$, also scheinbar viel zu gross. Maass man nun direct die Ladungswerthe, welche je den Schlagweiten I und II entsprechen, indem man in den Schliessungskreis ein Galvanometer einschaltet und den Rückstand durch vollständige Entladung der Flasche durch einen zweiten, ein gleiches Galvanometer enthaltenden Kreis mittelst eines Fallapparates misst, so verhalten sich jene Werthe wie $1 : 1{,}71$, so dass also $m = 0{,}71$ wäre. Es wachsen also die Schlagweiten weit schneller, als die Dichtigkeiten beim Ausbruch der Entladung.

Man sieht aus allem diesem, dass die vorstehende Anordnung ein Mittel bietet, die in I begonnenen Oscillationen einer Entladung von Flasche A auf die erste Halbschwingung zu reduciren, indem die folgenden Schwingungen in der Leitung zwischen A und B über II zu Stande kommen. Diese Anordnung lässt sich auch anwenden, um bei der gegebenen Entladung eines Conductors nachzuweisen, dass dieselbe oscillatorisch sei, wie v. Oettingen gezeigt hat[1]). Eine theoretische Berechnung des dabei eintretenden Vorganges, wie Koláček sie versucht hat[2]), führt auf Formeln, die einer einfachen Lösung für den Fall der durch den Funken II unterbrochenen Entladung nicht zugänglich scheinen.

Fig. 94.



415 Die Entladungen eines metallischen Conductors durch eine Funkenstrecke zur Erde können oscillatorisch sein. Zum Beweise hierfür verwendet v. Oettingen vier grosse Conductoren von verschiedener Capacität; Blechcylinder mit abgerundeten Enden von nahe $3^1/_2$ m Länge und 11 cm Durchmesser, an denen zwei Messingkugeln von 8 cm Durchmesser an-

[1]) v. Oettingen, Wied. Ann. 40, 83, 1890. — [2]) Koláček, Jahresber. d. Kgl. Böhm. Ges. d. Wiss. 1882; vergl. Wied. Beibl. 7, 541, 1883.

gebracht waren, die die Funkenstrecke I zwischen sich hatten. Die mit den Kugeln einander gegenüberstehenden Conductoren waren durch eine 1 cm lange, feine, mit destillirtem Wasser gefüllte Capillarröhre *ab* verbunden, von deren Mitte *C* aus den Conductoren Elektricität von der Influenzmaschine zugeführt wurde. Von *A* aus führt ein Draht zur Funkenstrecke I, und von da unter Einschaltung eines Widerstandes *W* vom Selbstpotential *L* zur Erde. Als Widerstände dienten ein geradliniger Draht von $1^1/_2$ m Länge und 1,7 cm Durchmesser, sowie Drahtrollen von einer Schicht von 1,7 cm dickem Kupferdraht, die auf einen 15 mm dicken, 60 cm langen mit spiraligen Einschnitten versehenen Holzcylinder gewunden waren. Die Widerstände betrugen 0,7 und 1 Ohm, die Selbstpotentiale waren $4 \cdot 10^6$. Für jeden Widerstand *W* konnte die Funkenstrecke I von 1 bis 15 mm vermehrt werden und für jeden derselben wurde die Länge von II bestimmt, bei der noch gerade ein Funken überschlug. Dabei wurde auch die Capacität von *A* und *B* verschieden genommen. Die so bestimmten Maxima der Funkenlänge von II, die 29 mm erreichen konnte, während I nur 12 mm betrug, zeigen sich deutlich am besten bei mässigem Widerstande in dickem Kupferdrahte, gleichviel welcher Art die angewandte Elektricität ist. Bei diesem Verfahren ist die Lichtwirkung der Funken I und II zu vermeiden.

Statt des erwähnten Conductors sind auch Drähte mit grosser Capacität zu verwenden.

Die im Vorigen erwähnten Versuche sind einer Reihe unvermeidlicher störender Nebenbedingungen unterworfen. Die Gleichung von Sir W. Thomson für die Ladung eines Condensators gilt für die ersten Momente nicht, da der Luftwiderstand der Funkenstrecke im Anfange unendlich gross ist und dann, wenn dieselbe sich erwärmt, bedeutend abnimmt[1]). Auch wenn zwischen zwei auf einander folgenden Stellen *a*, *b* des Entladungskreises der Selbstinductionscoëfficient nicht Null ist, so wächst die Potentialdifferenz zwischen *a*, *b* mit der Zeit bis zu einem Maximum. Ist durch die erste Entladung die Luft in der Funkenstrecke erwärmt und zerstäubt, also verdünnt worden, so nimmt sie in einer je nach den Verhältnissen kürzeren oder längeren Zeit ihre frühere Dichtigkeit wieder an. Folgt dem ersten Strom ein zweiter, weniger dichter in entgegengesetzter Richtung, so kann er die Luftstrecke nur durchbrechen, wenn sie noch eine hinlänglich kleinere Dichtigkeit besitzt, als bei der ersten Entladung. Ob dies möglich ist, hängt also von dem Grade der Erwärmung und Zerstäubung der Luft durch die erste Entladung und der Zeit zwischen ihr und der folgenden ab. Wird die Oberfläche der Elektroden durch die Entladung verändert, was an der positiven und negativen nicht in gleichem Maasse der Fall zu sein braucht, so kann auch hierdurch dem Durchgange der Entladung im

416

---

[1]) Swyngedaw, Compt. rend. **119**, 221, 1894; Beibl. **19**, 256.

einen oder anderen Sinne ein verschiedenes Hinderniss entgegengesetzt werden.

Hierauf bezügliche Versuche mit dem Inductionsfunken stellte v. Oettingen[1]) an. Die Möglichkeit, Leydener Batterien durch Induction bleibend zu laden, steht in engstem Zusammenhange mit den soeben erläuterten Verhältnissen.

Auch können die Uebergänge der Elektricitäten von den Belegungen auf die freien Flächen des Dielektricums des Condensators von sehr grossem Einfluss sein.

Verbindet man z. B. die Belegungen A und B eines Condensators erst mit den beiden Conductoren einer Holtz'schen Maschine und ladet sie bezw. positiv und negativ, so laden sich ebenso auch die anliegenden Flächen des Dielektricums durch Uebergang der Elektricitäten. Werden A und B mit einander verbunden, so gleichen sich die in ihnen vorhandenen freien Elektricitäten aus und zugleich ladet sich A an der dem Dielektricum zugekehrten Fläche durch Influenz seitens des Dielektricums negativ, B positiv, falls die Dichtigkeit der Elektricitäten nicht mehr so gross ist, dass die Elektricitäten des letzteren und der Belegungen direct zu einander übergehen[2]). — Finden in dem Schliessungsbogen Inductionsströme statt, die dem Entladungsstrom beim Verschwinden gleichgerichtet sind und dadurch noch mehr positive Elektricität aus A herausziehen, so kann dadurch diese Ladung so stark werden, dass sogar negative Elektricität von A, positive von B auf das Dielektricum übertritt. Seine Oberfläche kann dann entgegengesetzt geladen erscheinen, als vorher. Ist die eine Belegung kleiner als die andere, so findet sich diese Ladung nur unterhalb der ersteren Belegung, rings herum gegenüber der grösseren Belegung bleibt die normale Ladung bestehen, von der entgegengesetzten getrennt durch eine neutrale Zone. Durch Bestreuen mit Mennigeschwefelpulver kann man diese Elektrisirung nachweisen.

417 Die Ladungen des Dielektricums können je nach den Umständen sehr verschieden sein; sie sind bei Flaschen mit gut isolirendem Glase gross, sie können bei Flaschen mit gut leitendem Glase, welche auch bei Verbindung ihrer beiden Belegungen mit einer Elektricitätsquelle und einem Galvanometer einen dauernden Strom zeigen, sehr schnell abnehmen. Wird daher z. B. eine Leydener Flasche durch eine Elektrisirmaschine geladen, bis sie sich durch ein Funkenmikrometer und durch einen Schliessungskreis mit verschiedenen Widerständen entladet, und sodann nach einiger Zeit der Rückstand mittelst eines Fallapparates

---

[1]) v. Oettingen, Pogg. Ann. 118, 369, 1863. In dieser Abhandlung findet man auch die Messung der negativen Rückstände, die in der durch Induction geladenen und durch das Inductorium sich entladenden Leydener Batterie sich bilden. — [2]) Vergl. u. A. Cantoni, Rendic. Lomb. [2] 2, 26, 109, 1869; 5, 613, 708, 1873; auch Giordano, ibid., p. 916.

durch ein Galvanometer entladen, so erscheint die negative, der Oscillation bei wachsender Schlagweite entsprechende Ladung bei den besser leitenden Glassorten vermindert, die positive vermehrt, so dass die späteren Oscillationen bei wachsender Schlagweite ganz durch letztere verdeckt werden und die Ladung stets positiv ist [1]).

Die Schwingungen bei der Ladung eines Condensators hat Robb [2]) untersucht. Ein Paraffincondensator von 1 Mikrofarad Capacität, später auch ein in Decimaltheile getheilter Glimmercondensator von 5 Mikrofarad war einerseits mit der Erde, andererseits mit einer Stahlkugel von 7 cm Durchmesser verbunden. Vor derselben hing an einem feinen Drahte eine kleinere Stahlkugel von 2,16 cm Durchmesser, die mit einer andererseits abgeleiteten Batterie von zwei, später fünf parallel geschalteten Clarkketten in Verbindung stand. Indem die kleinere Kugel ein oder mehrere Male von derselben Entfernung aus gegen die grössere schwang und zurück prallte, konnte der Condensator geladen werden. Durch Variiren der Grösse der kleineren Kugel oder ihrer Geschwindigkeit zur Zeit des Contactes konnte die Zeit während der Ladung bestimmt werden. Der Condensator entlud sich durch ein astatisches Galvanometer von Siemens und Halske mit grossem Widerstande, wodurch die Grösse der Ladung bestimmt wurde. 418

Ist i die Stromstärke in der Schliessung, sind P_1 und P_2 die Potentiale der beiden Belegungen im Condensator, C seine Capacität, E die elektromotorische Kraft der Batterie, R der Widerstand und L der Selbstinductionscoëfficient des Stromkreises, so ist

$$iR + L\frac{di}{dt} = E - (P_1 - P_2)$$

und

$$i = C\frac{\partial(P_1 - P_2)}{\partial t}.$$

So ergiebt sich die Potentialdifferenz der Belegungen des Condensators

$$P_1 - P_2 = E - \frac{Ee^{-\frac{R}{2L}t}}{\sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}}\sin(2\pi mt + \varphi),$$

wo

$$\varphi = arc\,tg\,\frac{2L}{R}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

ist. Die Schwingungsamplitude ist

$$\frac{E.e^{-\frac{R}{2L}t}}{\sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}}.$$

[1]) v. Oettingen, Wied. Ann. 2, 305, 1877. — [2]) Robb, Phil. Mag. [5] 34, 390, 1892. Grätz, Revue 2, 726.

Die Amplitude der Schwingungen der Potentialdifferenz $P_1 - P_2$ nimmt also mit wachsender Zeit sehr schnell ab, wächst aber durch Verminderung des Widerstandes oder durch die Zunahme der elektromotorischen Kraft E, der Selbstinduction L oder der Capacität C.

Diese Verhältnisse sind durch die Beobachtungen bestätigt. Die Zeit wurde durch Anwendung verschieden grosser Kugeln verändert. Sie wächst mit der Grösse des Kugeldurchmessers (0,49, 0,79, 2,16 cm). Der Widerstand war durch Aenderung der Aufhängung der kleineren Kugel (ein Silberdraht von 0,05 mm Durchmesser und 6 cm Länge, bezw. eines Bandes von zehn solchen Drähten) geändert. Als Batterie dienten fünf parallel geschaltete Accumulatoren, bezw. fünf ebenso verbundene und dann hinter einander geschaltete Accumulatoren; zur Selbstinduction wurde verschieden langer Kupferdraht von 50 und 170 cm Länge verwendet, wodurch der Widerstand nicht wesentlich geändert war. Die Versuche haben wesentlich qualitativen Charakter. Mittelst des Pendelunterbrechers von v. Helmholtz sind sie exacter durchzuführen.

419 Wenn der Strom der Batterie verzweigt wird, so theilt er sich in Betreff seiner galvanischen Wirkung nach den für den galvanischen Strom gültigen Gesetzen, indem die in den einzelnen Zweigen beim Entstehen und beim Vergehen der Entladung erzeugten Inductionsströme sich gegenseitig in ihrer Wirkung aufheben[1]).

Dagegen ist die Wärmeentwickelung in jedem einzelnen Zweige nicht immer proportional seinem Widerstande. Vielmehr wirken secundäre Umstände störend ein. Ist die Oberfläche zweier Parallelzweige verschieden, so bedarf es zunächst zu ihrer Oberflächenladung verschiedener Elektricitätsmengen. In demjenigen, welcher cet. par. eine kleinere Oberfläche besitzt, bildet sich der Strom schneller und er wird stärker erwärmt.

Lässt man den Schlag neben einander durch eine Messingplatte und einen Kupferdraht von gleicher Länge und gleichem Widerstande gehen und schaltet in beide Zweige zwei 0,1 mm dicke und etwa 4 bis 5 cm lange Platindrähte, so erwärmt sich durch den Schlag der Batterie der Platindraht in dem letzteren Zweige stärker[2]).

420 Sind die Parallelzweige so gestaltet, dass in ihnen durch die Wechselwirkung ihrer einzelnen Theile Inductionsströme entstehen können, so wird dadurch der Verlauf der Entladungen verändert, oscillatorische Entladungen können hervortreten. Der Strom kann sich im Querschnitt der Drähte ungleich vertheilen und die Erwärmungen sind wieder nicht proportional den Widerständen.

---

[1]) Vergl. Knochenhauer, Pogg. Ann. 126, 228 u. f., 1865; siehe auch 127, 443, 1866. — [2]) Guillemin, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 27, 518, 1872.

Dies wird durch einen Versuch von **Riess**[1]) belegt.

In den Schliessungsbogen der Batterie war eine ebene Kupferdrahtspirale von 16,6 m langem, 1,3 mm dickem Kupferdraht und ein Luftthermometer eingeschaltet. Als Nebenschliessung zu diesen beiden war ein 9,8 m langer, 43 mm dicker Platindraht eingefügt. Wurde die Nebenschliessung geöffnet, so betrug für die Elektricitätsmenge Eins die Erwärmung im Luftthermometer 91, mit der Nebenschliessung trotz des sehr grossen Widerstandes derselben nur 29.

421 Aehnliche Versuche hat **Guillemin** (l. c.) angestellt. Er theilt den Entladungsstrom der Batterie zwischen zwei gleichen Drähten, rollt den einen von ihnen zu einer Spirale auf und schaltet in beide Zweige zwei gleiche dünne Eisendrähte ein. Dann erglüht bei der Entladung je nach der Enge der Spiralwindungen der eine oder andere stärker. Zieht man die Spirale in die Länge aus, so erhält man in ihrem Zweige ein Maximum der Wärmeentwickelung, wenn der Draht eine Sinusoide bildet, in der die einander gegenüberliegenden Seiten der Windungen, in welchen also der Strom in entgegengesetzter Richtung fliesst, noch inducirend auf einander wirken. Beim völligen Geradeziehen des Drahtes ist die Wirkung geringer[2]).

422 Eine Berechnung dieser auf den Inductionswirkungen beruhenden Verhältnisse hat **Feddersen**[3]) ausgeführt.

Ist i die Intensität des Stromes im unverzweigten Theil der Leitung, R der Gesammtwiderstand des Schliessungsbogens, sind i_1 und i_2 die

---

[1]) **Riess**, Berl. Monatsber. 1859, 1. Abhandl., **1**, 66; Pogg. Ann. **106**, 201, 1859. — [2]) Versuche von **Cardani** siehe N. Cimento [4] **2**, 69, 199, 271, 1895; Rend. Lincei [5] **4** [2], 242; Beibl. **20**, 215, 389. Die Batterieentladung wurde durch zwei parallele Zweige geleitet, in die Thermometer eingeschaltet waren, bestehend aus mit Petroleum gefüllten, mit einem Capillarrohr verbundenen Glasröhren, in denen 0,3 mm dicke Platindrähte ausgespannt waren. In den einen constanten Zweig wurden verschieden lange Platindrähte, in den anderen verschieden dicke Drähte von verschiedenem Metall eingefügt und ihr Widerstand aus den Temperaturerhöhungen ermittelt. Dabei zeigte sich, dass der Widerstand ausser bei den dünnsten Drähten mit wachsendem Durchmesser abnimmt, indess langsamer als bei constanten Strömen.

Das Verhältniss der Widerstände zu dem Durchmesser ist im Allgemeinen bei Kupfer, Eisen und Messing das gleiche, mit Ausnahme der Drähte von mittlerem Durchmesser, wo der Widerstand bei Kupfer grösser ist, als bei Eisen und Messing.

Bei sehr dünnen Drähten wächst der Widerstand bei Abnahme des Durchmessers, bleibt dann constant und steigt darauf von einem kritischen Durchmesser an wieder schnell.

Diese Erscheinungen dürften dadurch bedingt sein, dass bei dickeren Drähten die oscillatorischen Entladungen wesentlich auf der Oberfläche der Leiter verlaufen, bei dünneren aber noch den ganzen Querschnitt erfüllen.

Mit zunehmender Schlagweite oder Capacität der Batterie erscheinen die Widerstände kleiner, was auch dem Wachsen der Periode der oscillatorischen Entladung zuzuschreiben ist. — [3]) **Feddersen**, K. S. Ber. 1866, S. 231; Pogg. Ann. **130**, 439, 1867 (mit etwas geänderten Bezeichnungen).

Intensitäten, r_1 und r_2 die Widerstände zweier Parallelzweige der Leitung, λ_1 und λ_2 die Selbstinductionscoëfficienten der Zweige, sind die Potentiale am Anfang und Ende der Stromverzweigung v_i und v_a, so ist bei Vernachlässigung der Inductionswirkungen der Zweige auf einander:

$$\left.\begin{aligned} r_1 i_1 + \lambda_1 \frac{di_1}{dt} = v_i - v_a \\ r_2 i_2 + \lambda_2 \frac{di_2}{dt} = v_i - v_a \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Häuft sich an der Eintritts- und Austrittsstelle der Verzweigung keine freie Elektricität an, so ist:

$$i = i_1 + i_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Aus den zwei Gleichungen folgt für den Zweig I:

$$\frac{r_1 + r_2}{\lambda_1 + \lambda_2} i_1 + \frac{di_1}{dt} - \frac{r_2}{\lambda_1 + \lambda_2} i - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \frac{di}{dt} = 0 \quad . \quad . \quad 3)$$

Findet eine oscillatorische Entladung statt, so ist nach §. 389

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

reell, wo L das Potential der Gesammtleitung auf sich selbst, C die Capacität der Leydener Batterie und zugleich:

$$i = \frac{Q}{\alpha L C} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \alpha t, \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Q die Elektricitätsmenge in der Batterie bei Beginn der Entladung ist. Wird der Werth von i in die Gleichung 3) eingesetzt, die erhaltene Differentialgleichung nach t integrirt und dabei berücksichtigt, dass für $t = 0$ auch $i_1 = 0$ sein muss, so erhält man:

$$i_1 = B \left\{D + (\lambda_2 F + r_2 G)\, e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \alpha t\right\}, \text{ wo}$$

$$B = \frac{Q}{\alpha L C} \frac{1}{\left(\frac{r_1 + r_2}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{R}{2L}\right)^2 + \alpha^2};$$

$$D = \alpha \frac{\lambda_2 r_1 - \lambda_1 r_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} \left(e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \alpha t - e^{-\frac{r_1 + r_2}{\lambda_1 + \lambda_2}t}\right);$$

$$F = \left(\frac{1}{LC} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \frac{R}{2L}\right) \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}; \quad G = \left(\frac{r_1 + r_2}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{R}{2L}\right) \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

ist. Analog ist der Ausdruck für i_2 des Zweiges II.

Die Werthe $B \lambda_2 F e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \alpha t$ und $B r_2 G e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \alpha t$ stellen zwei Wellen im Schliessungskreise dar, von denen sich die erste im umgekehrten Verhältniss der Inductionscoëfficienten λ_1 und λ_2, die andere

sich im umgekehrten Verhältniss der Widerstände zwischen den beiden Parallelzweigen theilt. Der Ausdruck BD endlich entspricht einer Welle, welche in dem von beiden geschlossenen Zweigen gebildeten Kreise circulirt, die beiden andern überlagernd.

Ferner erhält man durch Integration:

$$\int_0^\infty i_1\,dt = Q\,\frac{r_2}{r_1 + r_2} \quad \text{und} \quad \int_0^\infty i_2\,dt = Q\,\frac{r_1}{r_1 + r_2} \quad . \quad . \quad 5)$$

Die schliesslich abgeflossene Elektricitätsmenge hat sich also zwischen beiden Zweigen getheilt, wie ein constanter Strom, im umgekehrten Verhältniss der Widerstände.

Die Werthe $\int i^2 dt$ geben nur dann einfache Ausdrücke, wenn r^2/L^2, $(r_1/\lambda_1)^2$ und $(r_2/\lambda_2)^2$ gegen $4/LC$ als verschwindend klein anzusehen sind, was im Allgemeinen der Fall ist, wenn oscillatorische Entladungen auftreten. Sind ferner λ_1 und λ_2 von derselben Grössenordnung, das heisst λ_1/λ_2 der Einheit hinreichend nahe, so wird:

$$\left.\begin{aligned} \int_0^\infty i_1^2\,dt &= \frac{Q^2}{2RC}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2 \\ \text{und} \qquad \int_0^\infty i_2^2\,dt &= \frac{Q^2}{2RC}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Die diesen Werthen proportionalen Erwärmungen an einander entsprechenden Stellen in beiden Parallelzweigen verhalten sich also umgekehrt proportional den Quadraten der Coëfficienten der Selbstinduction.

Aehnlich gestalten sich die Erwärmungen in drei Parallelzweigen mit den Selbstinductionscoëfficienten λ_1, λ_2, λ_3. Sie ist z. B. im Zweige I:

$$\frac{Q^2}{2RC}\left(\frac{\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

An Stelle der Widerstände bei den Erwärmungen durch den galvanischen Strom können also bei den Erwärmungen durch die oscillatorische Entladung die Quadrate der Inductionscoëfficienten treten.

Ist der Schliessungskreis nur aus dem Stammdraht von dem Widerstande r_0 und dem späteren Zweige vom Widerstande r_1 gebildet, so ist die in r_0 resp. r_1 entwickelte Wärmemenge: 423

$$\vartheta_0 = \frac{r_0 Q^2}{2(r_0 + r_1)C}, \qquad \vartheta_1 = \frac{r_1 Q^2}{2(r_0 + r_1)C}.$$

Ist neben Zweig r_1 noch r_2 eingefügt, so wird die im Stamme, das heisst im unverzweigten Theile erzeugte Wärme:

$$\vartheta'_0 = \frac{r_0 Q^2}{2R'C},$$

wo R' der gesammte Widerstand der Schliessung mit beiden Zweigen ist.

In den beiden Parallelzweigen zusammen ist die Wärme:

$$\vartheta_3 = \frac{Q^2}{2 R' C} \frac{\lambda_2^2 r_1 + \lambda_1^2 r_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}.$$

Da nun in beiden Fällen die gesammte Wärmemenge gleich, also $\vartheta_0 + \vartheta_1 = \vartheta'_0 + \vartheta_3 = Q^2/2\,C$ sein muss, so folgt, indem im zweiten Falle:

$$R' = r_0 + \frac{\lambda_2^2 r_1 + \lambda_1^2 r_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}$$

zu setzen ist, dass $\vartheta'_0 < \vartheta_0$ sein wird, wenn $R' > (r_0 + r_1)$ oder $\lambda_1 r_2 > (\lambda_1 + 2\,\lambda_2) r_1$ ist. Durch Anbringung von Zweig r_2 kann also in Folge der Inductionswirkungen die Erwärmung im Hauptstrome herabgedrückt werden, entgegen den bei constanten Strömen gültigen Verhältnissen.

Hierbei ist event. die Vertheilung des Stromes im Querschnitte in Folge der Induction noch besonders zu berücksichtigen.

424 Eine derartige Beobachtung machte Riess[1]), als er der Schliessung der Batterie einen 1,57 m langen, 0,63 m dicken Kupferdraht einfügte und die Erwärmung an einer anderen Stelle der Schliessung bestimmte. Sie war gleich 35,5. Wurde nun zu dem Kupferdrahte ein 1,23 m langer, 0,6 mm dicker Platindraht als Nebenschliessung angebracht, so sank die Erwärmung an jener Stelle der unverzweigten Schliessung auf 31,5. Bei Verlängerung des Platindrahtes stieg die Erwärmung bis über den oben erwähnten Werth (35,5).

Sind in einzelnen besonderen Fällen die Werthe λ den Werthen R proportional, so gelten die gewöhnlichen Erwärmungsgesetze[2]).

425 Schon vor diesen Berechnungen hatte Knochenhauer[3]) nachgewiesen, dass das Ohm-Joule'sche Gesetz bei verzweigten Batterieentladungen nicht gültig ist. Er theilte den Strom zwischen zwei gleiche Zweige mit zwei gleichen Luftthermometern, brachte in den einen Zweig den zu untersuchenden Draht und in den anderen eine solche Länge von gestrecktem Kupferdraht von gegebener Dicke, dass in beiden Zweigen die Erwärmungen die gleichen waren. Die letztere Länge nennt er die äquivalente Länge des Kupferdrahtes.

Wurden die äquivalenten Längen sämmtlicher Theile beider Zweige bestimmt, so waren die gesammten Erwärmungen derselben umgekehrt proportional den Quadraten ihrer gesammten äquivalenten Längen.

---

[1]) Riess, Reibungselektr. **1**, 450, §. 488. — [2]) Siehe z. B. derartige Versuche von Riess, Pogg. Ann. **63**, 496, 1844; Reibungselektr. **1**, 436 u. flgde. — [3]) Knochenhauer, Pogg. Ann. **60**, 70, 1843; **61**, 55, 1844; Wien. Ber. **43**, 27, 1861 und a. a. O.

Nach Untersuchung einer Anzahl von Drahtrollen, deren äquivalente Längen Knochenhauer[1]) bestimmt hatte, fand Feddersen, dass die Oscillationsdauer τ bei Entladung der gleichen Batterie durch dieselben den Quadratwurzeln aus ihren äquivalenten Längen entsprachen. Da aber auch $\tau = \pi \sqrt{LC}$ ist, wo L das Potential des Leitungsdrahtes auf sich selbst ist, so ist letzteres bei gleichbleibender Capacität mit der äquivalenten Länge Knochenhauer's identisch[2]).

Aehnliche Beziehungen ergeben sich aus den Versuchen von Villari[3]) **426** über Entladung eines Condensators durch eine Drahtleitung.

So untersuchte er den durch die Erwärmung eines bestimmten Drahtes in einem Luftthermometer definirten Entladungswiderstand einer Condensatorentladung und fand folgende Resultate.

Ein aus dickem und dünnem Kupferdraht zusammengesetzter Schliessungskreis hat einen geringeren Entladungswiderstand, als ein aus Parallelschliessungen von gleicher Länge und mittlerer Dicke bestehender von gleichem galvanischem Widerstand (gegen den constanten Strom), der ihm parallel geschaltet ist. Mit wachsendem Unterschied der beiden Drähte des ersten Kreises nimmt der Entladungswiderstand im Verhältniss zu dem anderen Kreise ab. — Dasselbe gilt von einem aus einem verschieden breiten Bande und einem dünnen Drahte bestehenden Kreise, welcher parallel zu einem gleich langen Kupferdrahte von gleichem galvanischem Widerstande geschaltet ist. — Der Entladungswiderstand eines aus zwei sehr nahe an einander liegenden Drähten gebildeten Zweiges im Verhältniss zu dem eines parallelen aus einem Kupferdraht bestehenden Zweiges nimmt ab, wenn man die Paralleldrähte der ersteren von einander entfernt. Diese Resultate rühren von den entgegengesetzten Extraströmen her. — Ein in sich selbst parallel zurückgebogener Draht, in dessen beiden Hälften die Entladung in entgegengesetzten Richtungen fliesst, hat deshalb einen geringen Entladungswiderstand, da die Extraströme darin schwächer werden.

Zinn hat in Parallelzweigen von gleicher Länge und gleichem galvanischem Widerstande denselben Entladungswiderstand wie Kupfer, Blei und Zink einen etwas niedrigeren. In Parallelzweigen von gleicher Länge und gleichem Durchmesser verhalten sich die galvanischen Widerstände von Kupfer, Blei, Eisen, Zink wie 1 : 11,06 : 7,41 : 3,81, obwohl die Entladungswiderstände für Kupfer und Zink gleich, für Eisen und

[1]) Knochenhauer, Pogg. Ann. **127**, 593, 1866. Weitere Versuche und Berechnungen von Knochenhauer, aus denen sich leider meist keine weiteren Schlüsse ziehen lassen: Wien. Ber. **22**, 327, 1857; **36** [2], 427, 1859; **46** [2], 462, 1863; Pogg. Ann. **67**, 327; **68**, 136, 1846; **79**, 255, 1850; **133**, 447, 655, 1868; **141**, 596, 1870; Ergbd. **5**, 470, 1871; Ergbd. **6**, 302; **153**, 607, 1874. — [2]) Siehe auch die Polemik von Feddersen, Pogg. Ann. **139**, 639, 1870 und Knochenhauer, Pogg. Ann. **141**, 596, 1870. — [3]) Villari, Rend. di Bologna 1886/87, S. 56; Beibl. **12**, 130; Nuovo Cimento [3] **25**, 261; **26**, 90, 149, 1889; Beibl. **14**, 200.

Zink kleiner sind. Eisen an Stelle des Bleies vermindert die Energie der Entladung in beiden Kreisen, Zink vermehrt sie.

427 Eisendrähte von gleichem galvanischem Widerstande und gleicher Länge mit parallel geschalteten Kupferdrähten, verbunden in demselben Zweige mit einem dünnen Kupferdraht, besitzen nach früheren Versuchen von Villari einen kleineren Entladungswiderstand für die magnetoelektrischen Ströme, als die Kupferdrähte.

Schaltet man in den einen zweier gleicher Parallelzweige von Kupfer eine Spirale von dickem Kupferdraht und verschwindendem galvanischem Widerstande ein, so nimmt der Entladungswiderstand des Zweiges zu. Wird eine geschlossene Spirale oder eine nicht magnetische Metallmasse eingeschoben, so nimmt die Steigerung ab. Ein eingeschobenes Eisendrahtbündel steigert den Entladungswiderstand in dem betreffenden Zweige nicht nur, sondern auch in dem Parallelzweige, so dass in beiden die thermische Energie der Entladung abnimmt. Ein massiver Eisencylinder in der Spirale wirkt zugleich als Leiter und als Eisenmasse und ändert den Entladungswiderstand des betreffenden Zweiges nicht, wohl aber vermindert er den des Parallelkreises. — Auf die am Galvanometer beobachteten Ablenkungen hat die Gestalt gleicher paralleler Kupferdrahtzweige keinen Einfluss.

Ist ein Theil eines der Parallelzweige aus Spiralen von dickem mit Guttapercha isolirtem Kupferdraht gebildet, und wird ein dickes Eisendrahtbündel eingeführt, so wächst der Widerstand derselben um so mehr, je grösser die Aenderung des Magnetismus des Bündels ist. Die Wirkung ist bei der ersten Entladung am grössten und nimmt bei den folgenden bis zur achten bis zehnten bis zu einem constanten Werthe ab, indem dann das temporäre Moment des Bündels ebenfalls constant wird. Nach einer Erschütterung ist die Wirkung wieder verstärkt, ebenso bei Umkehrung der Richtung der Entladung. Die Wirkung des Bündels auf die Spirale ist am kleinsten, wenn es unbedeckt ist. Bei Umwickelung mit wenigen Stanniolblättern nimmt sie zu. Dies beruht auf den verschiedenen Momenten des Eisendrahtbündels in den verschiedenen Fällen, wie man auch durch ein Magnetometer nachweisen kann, dass das durch die Entladung durch die Spirale im Eisenbündel inducirte Moment im Minimum ist, wenn sie nicht bedeckt ist, und dass es etwa das Doppelte ist bei Umwickelung mit zwei halben Stanniolblättern, und nach acht bis zehn Entladungen zu einem Maximum ansteigt.

428 Auch Trowbridge[1]) hat das Verhalten von Drähten bei der Entladung eines Condensators untersucht. Die Entladung einer Leydener Flasche reflectirt ein rotirender Spiegel auf eine photographische Platte, auf welcher die neben einander liegenden Entladungen gemessen und

[1]) Trowbridge, Sillim. Amer. Journ. [5] **42**, 223, 1891; Beibl. **16**, 689.

gezählt werden. Als äusserer Stromkreis dienen zwei parallele 510 cm lange und 30 cm von einander entfernte Drähte. Nur dieser Theil wird geändert, alles Andere bleibt gleich. Die Leydener Flasche wird durch gleiche Umdrehungszahl einer Holtz'schen Maschine zu einem immer möglichst gleichen Potentiale geladen, die Versuche zeigten dann stets dieselben Resultate. Dann wurden beobachtet:

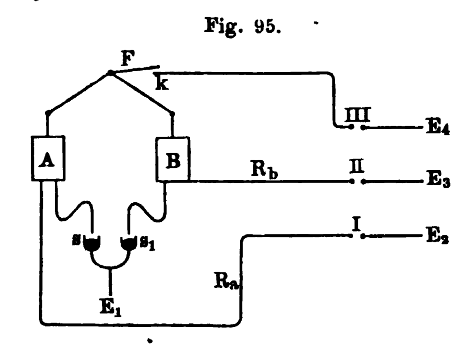
1. Bei Cu-Drähten (Durchmesser = 0,087 cm, Oscillationsdauer = 0,0000020 Sec.) 9 oder 9,5 Schwingungen; 2. bei Neusilberdrähten (Durchmesser = 0,061) 3 Schwingungen; 3. bei weichen Fe-Drähten (Durchm. = 0,087) nur 1, höchstens 2 Schwingungen; 4. bei feinen Cu-Drähten (Durchm. = 0,027 cm, Oscillationsdauer = 0,0000021 Sec.) 5 gut sichtbare Schwingungen; 5. bei feinen Drähten von Neusilber (Durchm. = 0,0029 cm) von Ni (Durchm. = 0,019 cm), von weichem Fe (Durchm. = 0,027 cm) und bei einer Clavierstahlsaite (Durchm. = 0,027 cm) kaum eine eine einzige Umkehr der Entladung.

Bei elektrischen Schwingungen von kurzen Perioden übt also die magnetische Permeabilität des Eisens einen beträchtlichen Einfluss auf die Dämpfung aus. Eventuell kann dieser Einfluss die Oscillationen bis zu einer einzigen Halbschwingung herabdrücken. Sehr rasche Wechselströme, wie solche die Entladung einer Leydener Flasche liefert, magnetisiren somit das Eisen.

Man kann die oscillatorischen Entladungen zweier Batterien *A* und *B* zur Interferenz bringen. Dazu müssen sie, ohne verbunden zu sein, auf gleich hohes Potential geladen sein und zweitens müssen ihre Entladungen in den Funkenstrecken I und IV gleichzeitig erfolgen, damit sie in der Leitung III interferiren. Für den ersten Zweck werden nach v. Oettingen[1]) die inneren Belegungen der Batterien durch einen Leiter verbunden, der in der Mitte durch einen Fallapparat *F* von dem Conductor einer Elektrisirmaschine aus geladen wird, wobei durch einen Doppelfallarm bei *s* und s_1 während des Ladens die äusseren Belegungen mit der Erde verbunden sind. Dann werden *A* und *B* gleichzeitig entladen, indem der Fallarm *F* gegen *k* fällt. Dadurch wird zugleich der Conductor der Elektrisirmaschine losgelöst und *s* und s_1

429

Fig. 95.



[1]) v. Oettingen, Wied. Ann. **34**, 570, 1888, wo die photographischen Abbildungen sowohl der einzelnen oscillatorischen Entladungen als auch deren Interferenzerscheinungen wiedergegeben sind.

von der Erde getrennt. Die Elektricitäten der äusseren Belegungen fliessen nun durch R_a und R_b und die Funken I und II zur Erde ab, und in III tritt der Interferenzfunken auf. Die Ableitungen enthalten Spiralen von mindestens 100 m langen Drähten. Dadurch werden die Entladungen oscillatorisch. Man kann die oscillatorische Natur der Entladungen auch in III erkennen, wenn man die Funken von einem rotirenden Planspiegel reflectiren und in einer photographischen Camera ein reelles Bild entwerfen lässt. Die Abbildungen zeigen aufs Deutlichste, dass stets nur die durch die Luftstrecke hindurchgehende Elektricitätsmenge, wie sie der interferirenden Stromstärke entspricht, die momentane Erleuchtung im Gesichtsfelde angiebt.

Um die Oscillationsdauern zu ändern, verhielten sich die Widerstände der Ableitungen nahe proportional den Quadraten derselben. Die Verhältnisse der ersteren waren 1 : 1, 2 : 3, 4 : 5, 4 : 7.

430 Die Formel des §. 391

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

giebt eine Beziehung zwischen der Schwingungsdauer der Entladung, der Capacität des entladenen Condensators und dem Selbstinductionscoëfficienten.

Sind zwei dieser Grössen bekannt, so ist dadurch die dritte bestimmt.

1. So kann man die Capacität eines Condensators bestimmen, indem man einmal einen Condensator von bestimmter Capacität C durch eine Leitung entlädt und nach der früher beschriebenen Methode die Zeitdauer T einer Schwingung misst, dann, indem man zu dem ersten Condensator einen zweiten von der zu bestimmenden Capacität C parallel schaltet und dann die Schwingungsdauer T' bei Entladung durch dieselbe Leitung misst, dann ist:

$$T^2 = 4\pi^2 L C, \qquad T'^2 = 4\pi^2 L(C + C_1)$$

also

$$C' = C\,\frac{T'^2 - T^2}{T^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

2. Enthält der zweite Condensator ein Dielektricum von der Dielektricitätsconstante D, so lässt sich letztere aus C' ableiten.

3. Wird der Entladungsdraht durch einen anderen, z. B. durch zwei gleiche Drähte hinter einander ersetzt, so wird die Selbstinduction von dem Werthe L in den Werth L' umgeändert, und ganz analog wie in Formel 2) lässt sich dann L' mit L vergleichen.

4. Aus der Formel (5) §. 393 folgt, dass die bei den einzelnen auf einander folgenden Entladungen entladene Elektricitätsmenge entsprechend dem Werthe $e^{-\frac{r}{2L}t}$, also um so schneller abnimmt, die Schwingungen um so stärker gedämpft werden, je grösser r/L ist.

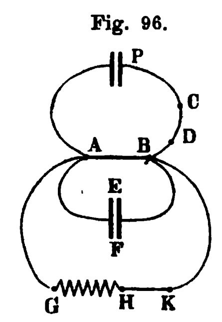
Da in Folge der schnellen Wechsel Nebenleitungen, Rückstandsbildungen u. s. f. in hohem Grade vermindert werden, ist diese Methode denen mit langsamen Entladungen, namentlich auch bei Messung der Dielektricitätsconstante, vorzuziehen.

Versuche dieser Art sind von Schiller angestellt worden.

Diese Methode zur Messung der Selbstinductionscoëfficienten könnte dadurch unbrauchbar werden, dass in der Formel $T = 2\pi\sqrt{LC}$ der Werth C wegen dielektrischer Hysteresis nicht sicher zu bestimmen ist. Indess lässt sie sich nach Janet[1]) entsprechend abändern. 431

Man leitet den Strom einer Kette P durch einen grossen Widerstand und einen Kurzschluss AB. Seine beiden Enden sind neben einander mit einem Condensator EF von der Capacität C und einem Stromzweige $AGHKB$ verbunden, die hinter einander die auf ihre Selbstinduction L zu untersuchende Spirale GH und einen inductionsfreien Widerstand HK von gleichem Widerstande r mit ihr enthält. Die Punkte GH und nachher HK werden mit einem ballistischen Galvanometer verbunden und der Kurzschluss wird geöffnet. Dies geschieht mittelst eines rotirenden Disjunctors. Die Ausschläge seien y_1 und y_2. Ist der Reductionsfactor des Galvanometers für Messung elektromotorischer Kräfte k, sind die Potentialdifferenzen zwischen GH sowie HK gleich e_1 und e_2, die Zeit zwischen der Unterbrechung des Kurzschlusses und der Messung von e_1 und e_2 gleich t, ist die Stromstärke zur Zeit t gleich i, so ist:

Fig. 96.



$$e_1 = ri + L\frac{di}{dt} = ky_1; \qquad e_2 = ri = ky_2,$$

also

$$L = r\,\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dx}}.$$

Wählt man die Zeit von der Oeffnung des Kurzschlusses bis zur Messung von e_1 und e_2 auf der Peripherie des Disjunctors als Abscissen, die Werthe y_1 und y_2 als Ordinaten, so kann man aus einer Zeichnung die Stellung suchen, bei der dy_2/dt seinen Maximalwerth hat. Bei derselben hat die Capacität C des Condensators keinen Einfluss.

Bei Versuchen von Janet war so für $C = 0{,}1$, $L = 0{,}63 - 0{,}65$; für $C = 0{,}2$, $L = 0{,}64 - 0{,}67$; für $C = 0{,}3$, $L = 0{,}66$ und nach der Methode von Lord Rayleigh $L = 0{,}65$.

---

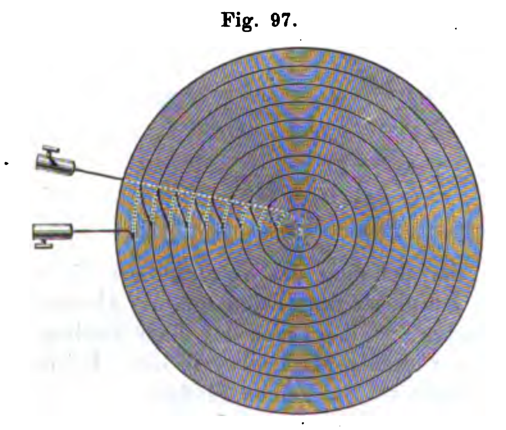
[1]) Janet, Compt rend. 115, 875, 1286, 1892; Beibl. 17, 598.

432 Janet[1]) untersuchte in ähnlicher Weise den Einfluss der Dauer relativ langsamer elektrischer Schwingungen, von einigen 10 000 tel Secunden, auf die Capacität eines Condensators. Er bedient sich eines rotirenden Interruptors von Mouton, vermöge dessen er einen Stromkreis plötzlich unterbrechen und nach einer sehr kurzen, bis auf $^1/_{30000}$ Secunde messbaren Zeit einen anderen Kreis schliessen kann. Als Kette dient ein Accumulator P von zwei bis zwölf Elementen. Die Temperatur von GH wird durch eine Kühlschlange constant erhalten. Zuerst wird zu einer Zeit t der Kurzschluss geöffnet, und eine durch einen verstellbaren Contact bestimmte Zeit t nachher GH mit einem besonderen Condensator verbunden, während G zur Erde abgeleitet ist. Dadurch wird der zeitliche Verlauf des Potentials in H bestimmt. Eine ebensolche Bestimmung wird für HK vorgenommen. Aus den Gleichungen für die Schwingungen lässt sich die Capacität des Condensators zu verschiedenen Zeiten ableiten. Bei einem Glimmercondensator stimmt die Beobachtung nicht mit der theoretisch berechneten Curve, vielmehr sind die Ladungen desselben gegen die Potentialdifferenzen verzögert; oder bei gleich grossen Potentialdifferenzen sind bei aufsteigendem Potential die Ladungen kleiner, als bei absteigendem. Ob dies in einer Art Hysteresis oder einer Reibung im Glimmer beruht, ist noch zu untersuchen.

b) Inductionsströme bei Condensatorentladungen. Nebenströme.

433 Wie in dem Schliessungskreise der Batterie selbst hat man auch Indutionsströme in Leitern nachgewiesen, welche dem Schliessungskreise nahe liegen. Indess sind die Verhältnisse wegen der Complicationen bei der Entladung der Batterie ebenfalls sehr verwickelt.

Fig. 97.



Zum Nachweis dieser Inductionsströme entladet man den Conductor oder die Batterie durch eine Spirale von Kupferdraht mit einem Guttapercha- oder Kautschuküberzug, um das Ueberschlagen von Funken zwischen den Windungen zu vermeiden, und bringt in die Nähe der Spirale oder in dieselbe eine ebensolche Inductionsspirale. Namentlich hat man sich aber ebener Drahtspiralen, Fig. 97,

[1]) Janet, J. de Phys. [3] 2, 337, 1893; Compt. rend. 115, 875, 1890; 116, 373, 1893; Beibl. 17, 598; 18, 682.

bedient, die in spiralförmige Rinnen auf Holzscheiben eingelegt wurden, welche mit Siegellack überzogen waren. Die Holzscheiben werden über einander gelegt oder vertical vor einander auf Glasfüssen aufgestellt, so dass die eine auf einen messbaren Abstand von der anderen gebracht werden kann [1]).

Durch die Ablenkung der Nadel eines in den Inductionskreis eingeschalteten Galvanometers kann man die hierbei entstehenden Inductionsströme nicht wohl nachweisen, da sie aus zweien, gleiche Quantitäten Elektricität führenden, entgegengesetzten, beim Entstehen und Vergehen des inducirenden Entladungsstromes gebildeten Strömen zusammengesetzt sind. Wohl aber kann man die Inductionsströme durch Elektrolyse erkennen. Schaltet man in den Inductionskreis einen Jodkaliumelektrolyseapparat, so erhält man an beiden Platindrähten Jodflecke. Ferner erhält man an einer Unterbrechungsstelle des Inductionskreises bei hinlänglicher Stärke der Induction Funken, bei Einschaltung eines Luftthermometers in denselben eine Erwärmung seines Drahtes, bei Einfügung des menschlichen Körpers Erschütterungen [2]) und beim Einlegen von Stahlnadeln in eine kleine, in den Inductionskreis eingeschaltete Spirale Magnetisirungen derselben, da sich die magnetisirenden Wirkungen der beiden ungleich schnell verlaufenden Theile des Inductionskreises nicht völlig aufheben. Durch letztere Wirkung wurde im Jahre 1838 der Inductionsstrom bei der Batterieentladung von Marianini entdeckt [3]). 434

Auch schon wenn man zwei gerade Drähte parallel neben einander ausspannt und durch den einen die Entladung einer Batterie führt, kann man in der mit dem anderen verbundenen Schliessung die Induction durch die erwähnten Mittel nachweisen.

Die Richtung dieser inducirten Ströme entspricht ganz der der galvanischen Inductionsströme. Der beim Entstehen des Entladungsstromes der Batterie erzeugte Inductionsstrom ist ihm entgegengerichtet, der bei seinem Vergehen inducirte ihm gleichgerichtet. Man kann dies nachweisen, wenn man in den Schliessungskreis der Inductionsspirale eine Entladungsröhre einschaltet, in welcher die Entladung zwischen zwei Metallelektroden durch sehr verdünnte Luft übergeht, und 435

---

[1]) Riess, Pogg. Ann. 83, 309, 1851; Reibungselektricität 2, 279. Die Spiralen von Riess hatten 1) Holzscheiben von 0,156 m Durchmesser, 14 Windungen eines 4 m langen, 1,2 mm dicken Kupferdrahtes, äusserste Windung 0,074 m Radius; 2) Holzscheiben von 0,3 m Durchmesser, 31 Windungen eines 16,6 m langen, 0,4 mm dicken Kupferdrahtes; kleinster Radius 0,02 m, grösster 0,15 m; Abstand zweier Windungen 2,7 mm. Riess selbst bezeichnet die Induction bei den Batterieentladungen als Elektroinduction, den inducirenden Strom als Hauptstrom, den Inductionsstrom als Nebenstrom, die betreffenden Leitungen als Hauptbogen und Nebenbogen oder Nebenschliessung, die inducirenden Theile derselben als Hauptdraht, Hauptspirale und Nebendraht, Nebenspirale. — [2]) Henry, Sturgeon's Annals of Elektr. 4, 303. — [3]) Marianini, Memorie di fisica sperimentale, Modena 1838.

davor einen Spiegel um eine der Röhre parallele Axe rotiren lässt. Man sieht bei der Entladung direct, dass beide Elektroden der Röhre mit blauem Glimmlicht bedeckt sind, beide also als negative Elektroden dienen. Im Spiegel beobachtet man (in normalen Fällen) zwei Bilder der Röhre, in welcher das an den entgegengesetzt liegenden Elektroden auftretende blaue Glimmlicht anzeigt, dass bei den Entladungen die damit überzogenen Elektroden als negative Elektroden für die Inductionsströme dienen. Die hieraus abzuleitende Stromesrichtung entspricht den obigen Angaben.

Indess sind die Erscheinungen selten so einfach, wie wir eben angegeben haben, da jede einzelne Partialentladung der Batterie zwei Inductionsströme in der Inductionsspirale bedingt und ferner der Verlauf der primären Entladung sowie auch der Inductionsströme ganz wesentlich durch Inductionswirkungen der Theile jedes einzelnen Kreises auf einander geändert wird, wobei sich z. B. in beiden Oscillationen bilden können u. s. f.

436 Die beiden entgegengesetzt gerichteten Theile des Inductionsstromes bei der Batterieentladung lassen sich auch von einander trennen, wenn man ihn durch ein mit stark verdünnter Luft gefülltes elektrisches Ventil hindurchgehen lässt. Strömt dabei der in der Nebenspirale in der Richtung des inducirenden Hauptstromes fliessende Inductionsstrom von der Spitze zur Fläche (Spitzenstellung) oder umgekehrt (Flächenstellung), so erhält man in beiden Fällen an der in die Schliessung eingeschalteten Spiegelbussole gleiche Ablenkungen, ein Beweis, dass der Inductionsstrom aus zwei Strömen besteht, die gleiche aber entgegengesetzte Elektricitätsmengen führen[1].

Werden zwei Ventile in gleicher Richtung in den Schliessungskreis eingeschaltet, so bleiben die Ablenkungen die gleichen, wie bei einem Ventil, so dass also schon ein Ventil die Ströme vollständig trennt.

Werden beide Ventile entgegengesetzt gestellt, so geht durch beide mit sehr verminderter Intensität nur der dem Hauptstrome gleichgerichtete Inductionsstrom hindurch.

---

[1]) Riess, Pogg. Ann. **120**, 513, 1863; Abhandl. **1**, 308; siehe auch Knochenhauer, Pogg. Ann. **129**, 78, 1866. Weitere Arbeiten über den Nebenstrom siehe Knochenhauer, Pogg. Ann. **58**, 391, 1843; **64**, 64, 284, 1845; **66**, 235, 1845; **70**, 106, 255, 1847. Wien. Ber. 1848 [4], S. 10. Die Versuche lassen wiederum meist keine einfachen Schlüsse zu. Bei erhöhtem Luftdruck (2,8 mm bis 760 mm) nehmen die Ablenkungen sowohl bei der Flächen- wie bei der Spitzenstellung des Ventils (d. h. wenn ein dem Hauptstrom gleichgerichteter Nebenstrom von der Fläche des Ventils zu dessen Spitze oder umgekehrt fliesst) erst ab und dann wieder zu. Bei der ersteren Stellung geschieht dies langsam, der Ausschlag ist dem Hauptstrom gleich gerichtet. Bei der Spitzenstellung ist auch der Ausschlag negativ, d. h. dem bei der Flächenstellung entgegengerichtet, nimmt dann schnell bis Null ab und steigt darauf im positiven Sinne, bis er dem Ausschlage bei der Flächenstellung fast gleich ist. Dies dürfte ein Beweis sein, dass der dem Hauptstrom gleichgerichtete Strom der dichtere ist, da er noch dichtere Luftstrecken zu durchbrechen vermag.

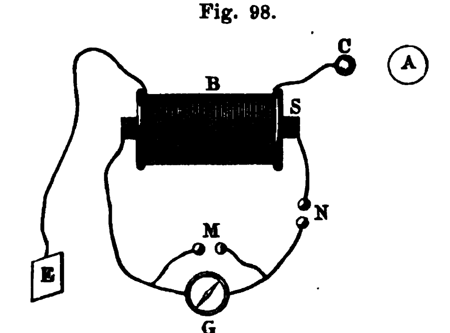
437 Auch mittelst des Doppelventils von Feddersen (§. 376) lassen sich die beiden entgegengerichteten Theile des Nebenstromes nachweisen.

Leitet man ihn durch die in entgegengesetzter Richtung neben einander geschalteten Windungen eines Differentialgalvanometers, so verursacht er keine Ablenkung. Wird aber die mittlere Elektrode des Ventils mit dem einen Ende des Inductionskreises, werden die beiden Endelektroden durch die entgegengesetzt gestellten Spiralen des Galvanometers mit dem anderen Ende des Inductionskreises verbunden, so gehen die beiden entgegengesetzten Inductionsströme im Nebenkreise bei Entladung der Batterie durch die beiden Hälften des Doppelventils und die Galvanometerspiralen und lenken so die Nadel des Galvanometers ab [1]).

438 Verbindet man das eine Ende der Inductionsrolle direct mit der Condensatorplatte, das andere unter Einschaltung eines Ventils und eines Funkenmikrometers mit der Collectorplatte eines Condensators, so ladet sich letztere dem entsprechend bei der Induction positiv, wenn ihr die Fläche, negativ, wenn ihr die Spitze des Ventils zugekehrt ist [1]).

439 Weniger deutlich, als durch die Geissler'schen Röhren und Ventile, hatte schon früher Buff [2]) die Richtung der inducirten Ströme durch folgende Vorrichtung nachgewiesen.

Fig. 98.



Er schob in eine Spirale B, Fig. 98, welche einerseits mit der Erde E, andererseits mit einer Kugel C verbunden war, auf welche Funken vom Conductor A der Elektrisirmaschine übersprangen, eine zweite auf eine Glasröhre gewundene Inductionsspirale S ein, deren Enden mit einem Galvanometer G in Verbindung standen. Vor dem Galvanometer war ein Funkenmikrometer M als Nebenschliessung angebracht. Auch konnte der Schliessungskreis von S direct bei N durch eine Funkenstrecke unterbrochen werden.

War der Kreis bei N nicht unterbrochen, und waren die Kugeln von M ein wenig von einander entfernt, so nahm mit wachsender Schlagweite zwischen A und C der Ausschlag der Galvanometernadel im Sinne eines dem Hauptstrom entgegenlaufenden Stromes von Null an zu, dann ab, indem bei der kleinsten Schlagweite der gleichgerichtete, dichtere Strom noch nicht zwischen den Mikrometerkugeln überging. Wurde statt des Mikrometers in M direct in den Galvanometerzweig die Funken-

[1]) Riess, Monatsber. d. Berl. Akad. 1865, 397; Abh. 1, 359; Pogg. Ann. 126, 573, 1865. — [2]) Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. 86, 306, 1853.

strecke N eingefügt, so zeigte die Ablenkung des Galvanometers einen dem Hauptstrom gleichgerichteten Strom an, der denselben Gang bei wachsender Schlagweite verfolgte, indem der entgegengerichtete wiederum nicht die gehörige Dichtigkeit zum Ueberschlagen besass.

Die analogen Resultate ergeben sich, wenn das Galvanometer durch ein Voltameter mit Platinplatten in verdünnter Schwefelsäure ersetzt wird. Entsprechend der Richtung der Ablenkung des Galvanometers bei den oben erwähnten Versuchen erfolgt auch die Polarisation der Platinplatten.

440 Inductionsströme höherer Ordnung kann man auch bei der Batterieentladung erhalten. Man schaltet in den primären Schliessungskreis der Batterie eine Spirale I ein, bringt in die Nähe derselben eine Inductionsspirale II und fügt in deren Schliessungskreis eine dritte Spirale III ein. Vor letzterer steht eine vierte Spirale IV, deren Leitung ein Funkenmikrometer, ein Luftthermometer, eine mit verdünntem Gas gefüllte Entladungsröhre, ein Ventil u. dgl. m. enthält. Bei hinlänglicher Stärke des Entladungsschlages der Batterie kann man in dem tertiären Kreise der Spirale IV Funkenentladungen und Erwärmungen beobachten.

441 Die Richtung der Ströme höherer Ordnung bei der Batterieentladung befolgt im Allgemeinen dasselbe Gesetz, wie bei der Schliessung und Oeffnung des Stromes der galvanischen Säule. Bei dem Anschwellen und Fallen des (+) Stromes in dem Hauptkreise der Batterie entstehen in der secundären Leitung je zwei Inductionsströme, die denen des Hauptkreises entgegen (—) und gleichgerichtet (+) sind. In dem tertiären Kreise erzeugen diese Ströme vier Ströme, deren Richtung durch die Zeichen + — + — angegeben werden kann. Man kann diese Ströme wiederum nachweisen, wenn man in die eine oder andere Schliessung eine Entladungsröhre einschaltet und ihr Bild in einem rotirenden Spiegel betrachtet. Der abwechselnd an der einen oder anderen Elektrode auftretende dunkle Raum in der leuchtenden Entladung in der Röhre bezeichnet jedesmal die Eintrittsstelle der negativen Elektricität in die Röhre.

Durch das §. 439 erwähnte Verfahren hatte schon Buff (l. c.) gefunden, dass bei grossen Schlagweiten zwischen Conductor und Kugel an der primären Spirale, bezw. Einführung einer Unterbrechungsstelle in den secundären Kreis, durch eine dünne Luftschicht im tertiären Kreise nur der dem Hauptstrom entgegengerichtete Antheil des tertiären Stromes hindurchgeht, also dichter verläuft. Bei Schliessung des secundären Kreises, wo beide Stromesantheile denselben durchlaufen, tritt die entgegengesetzte Richtung hervor. Bei vollkommen metallischer Schliessung des tertiären Kreises kann das in ihn eingefügte Galvanometer bei guter Isolation keinen Ausschlag geben.

Durch das Ventil lassen sich auch die Ströme höherer Ordnung theilen; bei gehöriger Luftverdünnung gehen nur die Antheile hindurch, bei denen die positive Elektricität von der Fläche zur Spitze fliesst; dieselben führen gleiche Elektricitätsmengen und lenken die Galvanometernadel bei beiden Stellungen des Ventils gleich stark ab. 442

Im Allgemeinen tritt bei Flächenstellung des Ventils eine langsame Abnahme der Ablenkungen der Magnetnadel ein bei Strömen gerader Ordnung, eine schnelle, resp. auch ein Wechsel der Stromesrichtung bei denen ungerader Ordnung ein.

Der Grund dürfte der sein, dass im secundären Kreise der dem Hauptstrom gleichgerichtete Antheil des Inductionsstromes der dichtere ist, also auch dichtere Luftsäulen zu durchbrechen vermag; bei den folgenden Inductionsströmen sind die durch das Ventil leichter gehenden, also dichteren Stromesantheile entgegengerichtet.

Lässt man sowohl den secundären wie den tertiären Strom durch ein Ventil gehen, so ist die Ablenkung der Nadel eines Galvanometers durch den tertiären Strom, wenn die Ventile in beiden Kreisen in Bezug auf einen dem Hauptstrome gleichlaufenden Strom in Flächenstellung sind, grösser, nimmt aber schnell mit Vermehrung des Druckes ab, während sie bei der Spitzenstellung nur wenig abnimmt, und umgekehrt bei entgegengesetzter Lage des Ventils im secundären Strome. Analog verhält es sich mit den Strömen höherer Ordnung. 443

Wird also ein Strom höherer Ordnung durch einen einseitig gerichteten Strom inducirt, so ist der dem inducirenden Strome entgegengerichtete Strom der dichtere, und er führt durch das Ventil eine grössere Elektricitätsmenge zum Galvanometer[1]).

Auch Condensatoren lassen sich durch die Ströme höherer Ordnung in ähnlicher Weise, wie durch die secundären Ströme laden [vergl. §. 438][2]).

Die Verhältnisse der Ströme höherer Ordnung treten in Folge der Partialentladungen und oscillatorischen Entladungen im Hauptstrome selten einfach auf, da jede einzelne von ihnen im secundären Kreise zwei Inductionsströme in entgegengesetzter Richtung bedingt u. s. f. Die Verhältnisse sind demnach so complicirt, dass nach Feststellung des Grundprincips die Verfolgung desselben ins Einzelne nur ein sehr secundäres Interesse hat.

Alle anderen Methoden der Untersuchung, welche früher eine nur einseitige Richtung der Inductionsströme ergeben hatten, führten zu keinem bestimmten Ziele[3]). 444

---

[1]) Riess, Abhandl. 1, 358; Pogg. Ann. 124, 273, 1865. — [2]) Riess, l. c., §. 226. — [3]) Vergl. übrigens Riess, Abhandl. 1, 87; Berl. Monatsber. 1866. Riess, Rep. d. Phys. 6, 231; Reibungselektr. 2, §. 898, S. 347 u. f. Pogg. Ann. 83, 349, 1851.

Man schaltete z. B. in den Schliessungskreis des Nebenstromes zwischen zwei Spitzen eine beiderseits mit Pech überzogene Metallplatte ein und bestäubte sie mit Mennigschwefelpulver. Eine positive, gelbe Strahlenfigur erscheint auf dem der inneren Belegung der positiv geladenen Batterie zunächst liegenden Ende *i*, eine rothe Ringfigur an dem der äusseren Belegung zunächst liegenden Ende *a*, so dass dadurch ein Strom in den dem Hauptstrom nächst liegenden Theilen der Nebenschliessung angedeutet ist, welcher dem Hauptstrom entgegengerichtet ist. Indess sind hierbei die Figuren in Folge oscillatorischer Entladungen und Rückströmungen aus positiven und negativen Theilen gemischt, so dass sie keine deutliche Anzeichen geben [1]).

Wurde *a* mit der einen, zur Erde abgeleiteten Scheibe eines Condensators, *i* mit einer kleinen, der anderen Condensatorscheibe gegenüberstehenden Metallkugel verbunden, so lud sich die mit *i* verbundene Condensatorplatte unter Uebergang eines kleinen bläulichen Funkens bei richtiger Entfernung der Kugel abwechselnd positiv oder negativ.

Wurde die Lullin'sche Karte (s. d. Cap. Funkenentladung) mit keilförmigen Stanniolblättern in die Schliessungen eingefügt, so zeigte im secundären, tertiären und quaternären Bogen die Durchbohrung einen dem primären Strom entgegengerichteten Strom an [2]).

Diese Versuche bieten eben nur einen Beweis, dass der erwähnte unter den abwechselnd gerichteten Strömen in den inducirten Kreisen der dichtere ist.

445 Analog verhält es sich mit der elektrolytischen Bestimmung der Stromesrichtung. Verdet [3]) leitete den inducirten Strom bei der Entladung der elektrischen Batterie mittelst zweier Platin- oder Golddrähte durch verdünnte Säure bezw. Jodkaliumlösung und bestimmte die Richtung des inducirten Stromes durch die Richtung der Polarisation, welche dadurch verstärkt wird, dass in dem inducirten Kreise eine Unterbrechungsstelle hergestellt wird, an der ein Funken zwischen einer positiven Spitze zu einer negativen Quecksilberfläche übergeht. Die Regelmässigkeit der Erscheinung leidet dann bei sehr geringem Abstande von Spitze und Platte nicht, während sie bei umgekehrter Leitung erst bei grossem Abstande oder starken Ladungen eintritt. Die Drähte werden durch einen dem Entladungsstrom gleichgerichteten Inductionsstrom polarisirt. — Dasselbe gilt von Entladungen höherer Ordnung.

Hierbei sind zwar die Mengen der Ionen, welche durch den dichteren und weniger dichten der beiden jeweiligen Inductionsströme erzeugt werden, die gleichen, wenn nicht schon durch die Funkenstrecke der Uebergang des weniger dichten mehr oder weniger gehemmt wird.

---

[1]) Riess, Abhandl. **1**, 107; Berl. Monatsber. 1860, S. 84. — [2]) Vergl. Pictet und Matteucci, Arch. de l'Électr. **1**, 141; vergl. auch Riess, Reibungselektr. **2**, 351, §. 902. — [3]) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **24**, 377, 1848. Riess, Reibungselektr. **2**, 351, §. 903.

Da sich aber die Ionen im umgebenden Medium verbreiten, bezw. von den Elektroden absorbirt werden, und zwar besonders bei der länger andauernden Ladungszeit durch den weniger dichten Strom, so überwiegt die Polarisation durch den dichteren Strom.

446 Wir haben schon §. 435 erwähnt, dass der Verlauf der in einem inducirten Kreise durch den Batteriestrom erzeugten Nebenströme wesentlich durch alle Veränderungen im Hauptstrome beeinflusst wird, welche durch Extraströme, Partialentladungen, Oscillationen u. s. f. bedingt sind. Ausserdem können die einzelnen Theile der Leitung des Nebenstromes selbst auf einander, sowie auf die Hauptleitung inducirend wirken, wodurch die Verhältnisse in noch höherem Grade complicirt werden.

In dieser Weise kann man auch in Nebenkreisen oscillatorische Entladungen beobachten; auch verläuft der eine oder andere Theil derselben verschieden schnell, so dass nur der eine durch eine Entladungsröhre fliesst. Dies zeigt z. B. der folgende Versuch [1]). Eine ebene Spirale ist mit einer Entladungsröhre verbunden; eine zweite ihr gegenüberstehende Spirale einerseits mit dem negativen Conductor der Holtz'schen Maschine, andererseits mit der einen Belegung eines Luftcondensators, dessen andere Belegung mit dem dem negativen Conductor gegenüberstehenden positiven Conductor der Holtz'schen Maschine verbunden ist. Hierbei durchfliesst nach einander der Ladungs- und der Entladungsstrom die inducirende Spirale, wobei man deutlich bei einer gewissen Schlagweite den Unterschied der Lichterscheinung an beiden Elektroden der Entladungsröhre sieht. Bei Verminderung der Schlagweite kann sich dieselbe dreimal umkehren, während zwischen den Umkehrungen Momente eintreten, bei denen beide Elektroden gleich erscheinen. In dem Moment der ersten Umkehr bilden sich breite und weit von einander entfernte Streifungen. — Aehnlich wirkt die Aenderung des Abstandes der Inductionsspiralen oder der Platten des Condensators.

447 Auch die Wärmewirkungen des Nebenstromes hängen von dem durch die oben erwähnten Bedingungen modificirten Verlauf desselben ab. Die genaueren Verhältnisse können nur durch Rechnung aus den allgemeinen Principien der Induction abgeleitet werden, nachdem die Potentiale der Kreise auf einander und je auf sich selbst, sowie die übrigen Bedingungen bestimmt sind. Ohne Berücksichtigung dieser Data ist auf rein experimentellem Wege nur der allgemeine Gang der Erscheinungen unter den jeweilen obwaltenden Versuchsbedingungen zu verfolgen. Deshalb wird es genügen, nur einige Data anzugeben, da man ohnehin die bestimmenden Bedingungen nicht vollständig übersehen kann [2]).

---

[1]) Neyreneuf, Compt. rend. 79, 1071, 1874. — [2]) Vergl. Knochenhauer, Wien. Ber. 44 [2], 259, 1861.

448 Die Erwärmungen in dem Schliessungskreise des Nebenstromes und Hauptstromes zusammen müssen dem Potential der Ladung der Batterie äquivalent sein. Wie also auch das System beider geändert wird, stets ist die Wärme im Haupt- und Nebenstrome zusammen constant.

Man kann dies nachweisen, indem man in beide Leitungen Luftthermometer einfügt und aus den in ihnen beobachteten Wärmemengen die in den ganzen Schliessungen erzeugten berechnet, vorausgesetzt, dass nicht durch Induction der Theile der einzelnen inducirenden Kreise die Vertheilungen des Potentials der freien Elektricitäten und Arbeitsleistungen bezw. Wärmeerzeugungen in ihnen verändert werden.

In diesem Falle allein kann man die erzeugten Wärmemengen dem Quadrate der Stromintensität in den verschiedenen Kreisen proportional setzen. Unter dieser Annahme ist auch bei Wechselwirkung mehr oder weniger langer Theile des inducirenden und inducirten Kreises die so gemessene Stärke des Inductionsstromes dem Producte der Längen der auf einander wirkenden Theile direct und ihrem Abstande umgekehrt proportional u. s. f. Indess treten so einfache Verhältnisse fast niemals auf.

449 Da die durch das Luftthermometer gemessenen Erwärmungen ϑ in der Schliessung des Nebenstromes von denselben Grundbedingungen abhängen, welche die Arbeitsleistung bei der Entladung charakterisiren, wie die Erwärmungen durch einen gewöhnlichen Batteriestrom, so sind sie ebenfalls dem Quadrate der Elektricitätsmenge q in der Batterie direct und ihrer Oberfläche s umgekehrt proportional. So war z. B. bei Versuchen von Riess die Erwärmung[1]:

$s =$	3			4			5		
$q =$	10	12	14	10	12	14	12	14	16
ϑ beob. =	13,4	19,4	26,2	10,6	14,0	19,6	12,2	15,1	20,0
ϑ ber. =	13,3	19,2	26,1	10,0	14,4	19,6	11,5	15,7	20,5

Die Berechnung geschah nach der Formel $\vartheta = 0,4\, q^2/s$.

Bei gleichem Widerstande des Inductionskreises ist die Erwärmung von dem Widerstande des der Induction selbst ausgesetzten Drahtes unabhängig, wie die Versuche an einem aus drei Theilen, einem 1,13 mm dicken Kupferdrahte und einem 0,65 mm dicken Eisendrahte und einem ebenso dicken Kupferdrahte beweisen, welche nach einander als Nebendrähte benutzt wurden und deren Widerstände sich wie 1 : 20, 4 : 3,6 verhielten.

Von der Lage des inducirenden Theiles im inducirenden Kreise ist die Wirkung ebenfalls unabhängig, mag er nahe der inneren oder nahe der äusseren Belegung der Batterie angebracht sein.

Mit wachsender Länge oder Windungszahl der auf einander inducirend wirkenden Theile, bezw. Spiralen der beiden Leitungen nimmt

[1] Riess, Reibungselektr. 2, 269 u. flgde., §. 811; Pogg. Ann. 47, 65, 1839; 50, 1, 1840; 83, 309, 1851.

die Erwärmung ϑ in dem Inductionskreise zu, mit wachsender Neigung oder Entfernung e derselben ab.

So war z. B., als zwei gerade Drähte von 3,4 m Länge inducirend auf einander wirkten:

e =	2,71	6,78	11,24	16,01	19,61	23,87
ϑ =	0,21	0,145	0,119	0,081	0,066	0,054
const ϑe =	569	983	133,7	129,7	129,3	128,9

In weiterer Entfernung ist also die Erwärmung dem Abstande der Drähte nahezu umgekehrt proportional. Bei Spiralen findet ein complicirteres Verhältniss statt, entsprechend der Aenderung des Potentials der inducirenden Theile auf einander bei verschiedenen Entfernungen.

450 Bei den erwähnten Versuchen ändert sich der Verlauf der beiden entgegengesetzten Ströme, aus denen der bei jeder Partialentladung der Batterie inducirte Strom zusammengesetzt ist, nicht wesentlich. Dies tritt aber ein, wenn man die Widerstände in der Leitung des Hauptstromes (R) und des Nebenstromes (r) abändert. Dann sollte ohne diese Einflüsse, wenn die inducirenden Theile unverändert bleiben, die Erwärmung an einer Stelle des inducirten Kreises umgekehrt proportional dem Widerstande des inducirenden und dem des inducirten Kreises sein, welches Gesetz indess in Folge obiger Einflüsse durch die Versuche nicht immer bestätigt wird.

So war I. Aenderung des Widerstandes R im Hauptstrome (ϑ ber. $= 1{,}16/[1 + 0{,}000\,648\,R]$):

R =	90	244,9	593,2	910,7	2354	3045
ϑ =	1,16	1,01	0,78	0,70	0,47	0,39
ϑ ber. =	1,16	1,00	0,84	0,73	0,46	0,39

II. Aenderung des Widerstandes r im Hauptstrome (ϑ ber. $= 1{,}05/[1 + 0{,}000\,326\,r]$):

r	0	910,3	2354	3045	5639
ϑ	1,05	0,80	0,59	0,49	0,37
ϑ ber.	1,05	0,81	0,60	0,53	0,37

Die Constanten der Formeln für die Berechnung von ϑ wurden je aus der ersten und letzten Beobachtung abgeleitet.

Dabei können indess die oscillatorischen Entladungen ganz wesentlich einwirken.

451 Wie bei den galvanischen Strömen wirken auch die Nebenströme bei der Batterieentladung rückwärts inducirend auf die Hauptleitung und verzögern dadurch die Entladung. Die Erwärmung in der Hauptleitung wird bei wachsendem Widerstande der Nebenleitung erst verringert, und dann wieder vermehrt [1]). Man kann dies schon an dem

[1]) Riess, Pogg. Ann. 49, 393; Reibungselektr. 2, 299, §. 844; auch Berl. Monatsber. 1871, 95; Pogg. Ann. 143, 195, 1871.

Entladungsfunken der Batterie erkennen, welcher bei Schliessung der Nebenspirale durch einen schlecht leitenden Draht viel schwächer ist, als wenn sie geöffnet oder durch einen gut leitenden Draht geschlossen ist. Auch kann man in den Kreis des Hauptstromes einen dünnen Eisendraht einschalten, welcher bei der Entladung in den letzten beiden Fällen schmilzt, in dem ersten nicht. Ist die Schliessung der Inductionsspirale durch einen allzu schlechten Leiter, z. B. eine 0,23 m lange Wassersäule, gebildet, so schmilzt der Eisendraht wie bei geöffneter Inductionsspirale.

452 Deutlicher zeigen dies messende Versuche. Wurde z. B. eine Länge l von 0,3 mm dickem Neusilberdraht in den Inductionskreis einer kleinen Inductionsspirale eingeschaltet, welcher in dem Hauptkreis eine gleiche Spirale in 2 mm Entfernung gegenüberstand, so betrugen die Erwärmungen in dem in den inducirenden Kreis eingefügten Luftthermometer:

l	0	2,4	9,8	19,7	29,6	39,4	88,7	187,3	285,9	581,7
ϑ	100	81	55	52	48	52	67	71	76	87

Bei geöffneter Inductionsspirale war $\vartheta = 100$ gesetzt.

Bei Ersatz des Neusilberdrahtes durch einen Platindraht von gleichem Widerstande ergeben sich dieselben Resultate, so dass sie, wie zu erwarten, nicht von der Drahtlänge direct abhängen [1]).

Da indess durch den Hauptkreis insgesammt dieselbe Elektricitätsmenge in allen Fällen fliesst, ist die Ablenkung des in denselben eingeschalteten Galvanometers mit und ohne Nebenspirale die gleiche.

453 Alle diese Erscheinungen werden durch die einzelnen Partialentladungen, die Oscillationen der Entladungen und die Zusammengesetztheit der Inductionsströme bei einer jeden derselben in hohem Grade complicirt. Bei sehr geringem Widerstande des inducirten Kreises verlaufen die Inductionsströme in demselben so schnell, dass ihre Rückwirkung auf den Hauptstrom fast mit den Veränderungen desselben zusammenfällt, die positiven und negativen Schwankungen desselben also in gleicher Weise durch diese Rückwirkung geschwächt werden. Bei grösseren Widerständen des inducirten Kreises verlaufen aber die Inductionsströme in der Nebenspirale und die rückwärts zu dem Hauptkreis inducirten Ströme langsamer, so dass bei ihrer Addition zu dem Hauptstrom der ganze Gang des Phänomens geändert wird. Bei zu grossem Widerstande des Inductionskreises verlaufen die Inductionsströme wiederum so langsam, dass die in der Zeiteinheit durch ihre Aenderung in dem Hauptkreis inducirte elektromotorische Kraft sehr gering ist und die primären Ströme nur wenig abzuändern vermag. Zugleich treten die Oscillationen nur bei grösseren Widerständen auf.

---

[1]) Riess, Pogg. Ann. 51, 177, 1840; Reibungselektr. 2, 302, §. 844; Berl. Monatsber. 1862, S. 343; Ges. Abh. 1, 287; auch Pogg. Ann. 143, 195, 1873.

Wie in den Inductionskreis eingeschaltete geschlossene Inductionsspiralen wirken auch Metallbleche, welche der inducirenden Spirale des Hauptkreises genähert werden, auf den Verlauf des Hauptstromes ein. Auch hier bedarf es aus den angeführten Gründen einer bestimmten, nicht zu guten Leitungsfähigkeit der Bleche zur Erzielung des Maximums der Wirkung. So fand z. B. Riess[1]) folgende für die Einheit der Ladung berechnete Erwärmungen des Luftthermometers im Hauptstrom, als der inducirenden Spirale in demselben auf 5,6 mm Entfernung gegenüber gestellt wurde: 454

nichts	Kupferscheibe 0,33 m dick	2 Stanniolblätter	1 Stanniolblatt	unechtes Silberpapier
100	95	74	57	42

Es ist klar, dass ein auf die angeführte Weise durch die Inductionsströme in einer ersten Inductionsspirale B modificirter Batteriestrom, in welchen eine zweite inducirende Spirale C eingeschaltet wird, in einer der letzteren gegenübergestellten Inductionsspirale D Ströme inducirt, welche jenen Modificationen entsprechen, in Folge deren also ein in ihren Schliessungskreis eingefügter Draht eines Luftthermometers mit wachsenden Widerständen des Kreises der Spirale B erst schwächere, dann wieder stärkere Erwärmungen zeigt u. s. f.[2]). 455

Auch bei verzweigten Schliessungen der Batterie kann man durch Annäherung eines geschlossenen Metallkreises, einer Metallmasse an den einen Zweig die Wärmewirkungen in den Zweigen verändern. So leitete z. B. Riess[3]) zunächst ohne Nebenschliessung den Batteriestrom durch eine Spirale S und ein Luftthermometer. Wurde der Spirale S eine Inductionsspirale I offen, II durch einen dicken Kupferdraht, III durch einen Platindraht geschlossen gegenübergestellt und sodann ein zickzackförmiger Draht als Nebenschliessung zu S eingefügt und beide Male die Erwärmung untersucht, so ergab sich die für die Einheit der Ladung berechnete Erwärmung im Thermometer: 456

	I	II	III
ohne Nebenschliessung	91	92	32
mit Nebenschliessung	29	60	—

Danach ist ohne Nebenschliessung durch die Annäherung der Inductionsspirale bei Schliessung derselben mit dem Kupferdraht die Erwärmung fast die gleiche, wie bei Oeffnung derselben; mit Nebenschliessung ist sie durch die geschlossene Inductionsspirale wesentlich verstärkt.

Liegen zwei verschiedene Theile der Leitung eines Inductionsstromes einander parallel, z. B. zwei gerade in die Schliessung eingeschaltete 457

---

[1]) Riess, Pogg. Ann. 49, 393; Reibungselektr. 2, 300, §. 842; Pogg. Ann. 54, 382. — [2]) Riess, Reibungselektr. 2, 315, §. 862. — [3]) Riess, Berl. Monatsber. 1859, S. 1; Abhandl. 1, 65; Pogg. Ann. 106, 201, 1859.

Drähte, so wird die Erwärmung in ihrem Kreise vermehrt, wenn der Strom beide Drähte in entgegengesetzter Richtung, vermindert, wenn er sie in gleicher Richtung durchfliesst, indem die Ströme, welche die geraden Drähte auf einander induciren, den direct in der Inductionsleitung inducirten Strömen entgegen oder gleich gerichtet verlaufen und sie so verzögern oder beschleunigen. Wird statt eines U-förmig gelegten Drahtes ein kurzer Draht von gleichem Widerstande in die Schliessung eingefügt, so ist die Erwärmung noch grösser, indem die parallelen Drahttheile doch nicht so stark auf einander inducirend wirken, wie wenn sie unmittelbar zusammmenfielen [1]).

Dieselben Versuche kann man anstellen, indem man in den Schliessungskreis der Inductionsspirale B noch zwei Spiralen S_1 und S_2 einschaltet, welche man einander gegenüberstellt, so dass einmal der Inductionsstrom beide in gleicher oder entgegengesetzter Richtung durchfliesst.

Aehnlich verhält es sich wie im ersten Falle, wenn ein Theil der Schliessung des Inductionsstromes zu einer ebenen oder auch zu einer cylindrischen Spirale aufgewunden wird.

Dass zwei parallele Ströme sich verzögern, kann man auch zeigen, wenn man direct den Strom der Batterie zwischen drei parallelen Drähten verzweigt, in deren äussere je ein Probeeisendraht eingeschaltet ist und von denen der mittlere dem einen oder anderen der äusseren Drähte genähert werden kann. Der Eisendraht in demselben erglüht in letzterem Falle beim Durchgange des Schlages schwächer [2]).

458 Aehnliche Erscheinungen kann man auch an längeren geraden Stellen des inducirten Kreises beobachten.

Schliesst man z. B. eine Inductionsspirale B durch einen kurzen Platindraht oder durch einen langen, an den Wänden des Zimmers entlang gezogenen Kupferdraht von gleichem Widerstande unter Einfügung eines Luftthermometers, und inducirt in der Spirale einen Strom, indem man derselben eine gleiche Spirale A gegenüberstellt, durch welche die Batterie entladen wird, so ist bei Anwendung des Kupferdrahtes die Erwärmung des Luftthermometers kleiner [3]).

459 Analoge Verhältnisse zeigen sich in tertiären Kreisen. In den Kreis der Batterieentladung sei wiederum eine Spirale A eingeschaltet, durch welche in einer ihr gegenübergestellten Spirale B inducirte Ströme erzeugt werden. Dieselben mögen eine dritte Spirale C durchlaufen, welche so weit von der Hauptleitung entfernt ist, dass in ihr direct keine merklichen secundären Inductionsströme entstehen. Stellt man

---

[1]) Riess, Reibungselektr. **2**, §. 852 u. f.; Pogg. Ann. **83**, 327, 1851. — [2]) Guillemin, Ann. de Chim. et de Phys. [4] **27**, 518, 1872; Compt. rend. **64**, 276, 1868. — [3]) Riess, Berl. Monatsber. 1862, S. 343; Abhandl. **1**, 287; Pogg. Ann. **117**, 417, 1862.

dieser Spirale C eine vierte in sich geschlossene Spirale D gegenüber, so werden auch in ihrem tertiären Kreise Inductionsströme durch die secundären Ströme in B und C erzeugt, welche in demselben Arbeit in Form von Wärme, z. B. in dem Drahte eines eingeschalteten Luftthermometers, erzeugen. Durch die Rückwirkung dieser Ströme auf den secundären Kreis wird der Lauf derselben verändert, die Wärmeerzeugung im secundären Kreise modificirt, wodurch sich auch die Rückwirkung der letzteren auf den primären Kreis ändert. Im Allgemeinen werden hierdurch die Abänderungen der Wärmeerscheinungen in demselben durch die secundären Ströme vermindert.

Aendert man den Widerstand des tertiären Kreises, so ergeben 460 sich analoge Abweichungen der Erwärmung desselben von der umgekehrten Proportionalität mit der Zunahme des Widerstandes, wie bei der Erwärmung des secundären Kreises[1]). Ebenso ist die Erwärmung des secundären Kreises bei Anwesenheit des tertiären Kreises mit wachsendem Widerstande des letzteren erst kleiner, als ohne denselben, dann nimmt sie wieder zu. Blieb der tertiäre Kreis geöffnet, so erschien bei Versuchen von Riess (l. c.) im Gegensatz zum Verhalten des Hauptstromes gegen den secundären Strom die Erwärmung des secundären Kreises kleiner, als bei vollkommener Schliessung der tertiären Spirale, indem die Verzögerung des Stromes in dem secundären Kreise in Folge der Induction der der tertiären Spirale gegenüberstehenden Spirale auf sich selbst durch die Rückwirkung des Stromes in letzterer wieder zum Theil aufgehoben wird.

Die Länge des Hauptbogens bedingt auch die Grösse des Minimums der Erwärmung im secundären Kreise und die Länge des tertiären Kreises, bei der dasselbe eintritt. Mit wachsendem Widerstande des ersteren ist das Minimum selbst zwar kleiner, aber relativ zu der Erwärmung bei voller Schliessung grösser und tritt erst bei längerer tertiärer Schliessung ein.

Die Verzögerungen und Verminderungen der Wärmewirkung, welche bei der Wechselwirkung paralleler gleichgerichteter, die Vermehrung derselben bei der Wirkung paralleler entgegengerichteter Stromestheile bei den primären Strömen beobachtet wurden, finden bei den Strömen höherer Ordnung in ganz gleicher Weise statt, ebenso ändern sie sich je nach der Aenderung des Potentials der verschiedenen, auf einander wirkenden Theile der einzelnen Leitungen, wenn sie z. B. noch besondere Spiralen enthalten, in denen Extraströme entstehen.

Die Verhältnisse werden indess äusserst complicirt, da jeder dieser Ströme aus zwei entgegengerichteten Theilen besteht, welche beim Anwachsen und Verschwinden des inducirenden Stromes entstehen und sich zu letzterem addiren, der so wieder auf die anderen Leitungen zurückwirkt.

---

[1]) Riess, Pogg. Ann. 83, 335, 1851; Reibungselektr. 2, 328 u. flgde., §. 877.

461 Noch viel complicirter werden die Erscheinungen, wenn man zwischen eine in den Hauptkreis der Batterie eingeschaltete inducirende Spirale A und eine in den secundären Kreis eingeschaltete Inductionsspirale B eine dritte in sich geschlossene Spirale C bringt. Sowohl in B wie in C werden durch den Strom in A Inductionsströme erzeugt, von denen der in B in C, sowie der in C in B tertiäre Ströme inducirt und ebenfalls mit diesen auf A rückwärts inducirend wirkt. Bei jeder einzelnen Versuchsanordnung müssen sich hierbei andere Verhältnisse ergeben, die sich eventuell durch die Rechnung verfolgen lassen[1]).

Ersetzt man den geschlossenen Leiter durch ein Metallblech, so schwächt es im Allgemeinen um so mehr die Wirkung des Nebenstromes, je dicker es ist und je besser es leitet; wird es radial durchschnitten, so kann man an den in der Schnittfläche auftretenden Funken die in ihm inducirten Ströme erkennen. Je nach der Lage u. s. f. kann das Metallblech hierbei mehr auf den Nebenstrom oder mehr auf den Hauptstrom zurückwirken, so dass sich ganz verschiedene Resultate ergeben können.

Dass dabei in der That die Inductionswirkung der Spirale bezw. der Metallbleche den Gang des Nebenstromes ganz anders modificirt, als eingeschaltete Widerstände, kann man zeigen, wenn man in die Schliessung des Nebenstromes Widerstände einschaltet und seine Wärmewirkung dadurch ebenso weit vermindert, wie durch den Einfluss der Spirale C. Die Erwärmung im Hauptstrome wird dadurch bei richtig gewählten Verhältnissen statt vergrössert, im Gegentheil geschwächt.

462 Auch zwei Inductionsströme gleicher Ordnung können bei gegenseitiger Beeinflussung ihren beiderseitigen Verlauf ändern.

Man bringt vor zwei in den Schliessungskreis der Batterie eingefügte Spiralen A und B zwei Inductionspiralen C und D, welche mit zwei anderen Spiralen E und F verbunden sind. Stellt man letztere Spiralen einander gegenüber, so wirken sie wiederum auf einander tertiär inducirend. Bestimmt man die Wärmewirkung in einem der secundären Kreise, so wächst sie, wenn die Nebenströme in den einander benachbarten Theilen von E und F einander entgegenlaufen. Sie nimmt im gegentheiligen Falle ab. Im ersten Falle addiren sich die tertiären Ströme zu den secundären, im zweiten subtrahiren sie sich von ihnen[2]).

463 Bei allen diesen und ähnlichen Versuchen kann man an Stelle des Thermometers ein Elektrodynamometer in die Schliessungskreise einfügen, wobei indess die Isolation der Windungen durch Umhüllung des Drahtes mit Kautschuk u. s. f. besonders sorgfältig hergestellt sein und Sorge getragen werden muss, dass nirgends seitliche Uebergänge der Elektricität stattfinden.

---

[1]) Vergl. Riess, Pogg. Ann. **83**, 319, 1851; Berl. Monatsber. 1872, S. 38; Pogg. Ann. **149**, 359, 1873; Abhandl. **2**, 126 u. flgde. — [2]) Riess, Berliner Monatsber. 1871, S. 95; Pogg. Ann. **143**, 595; Abhandl. **2**, 138.

Ist die durch das Elektrodynamometer in der Zeiteinheit dt hindurchgehende Elektricitätsmenge q, so ist die die Ablenkung der beweglichen Rolle bewirkende Kraft während der ganzen Entladung gleich $const \int_0^\infty q^2 dt$, während die gesammte entladene Elektricitätsmenge $Q = const \int_0^\infty q\, dt$ ist. Die Angaben des Elektrodynamometers hängen also ganz von dem zeitlichen Verlaufe der Entladung ab, welcher noch dadurch beeinflusst wird, dass in den Spiralen desselben selbst bei der Entladung abwechselnd gerichtete Inductionsströme erzeugt werden, welche den zeitlichen Verlauf des hindurchgeleiteten Entladungsstromes secundär abändern, event. in der Schliessung oscillatorische Strömungen veranlassen können. Da aber in der die Ablenkung bestimmenden Formel q im Quadrat vorkommt, so ist die Ablenkung von der Strömungsrichtung unabhängig. Somit werden auch die Angaben des Elektrodynamometers für Batterieströme von den secundären Umständen in hohem Grade beeinflusst.

464 Leitet man den Entladungsschlag hinter einander durch ein Galvanometer und ein Dynamometer, so kann man nach Bd. III, §. 62 aus den Ausschlägen g und d der beiden Apparate die Entladungszeit z bestimmen, da $z = const\, g^2/d$ ist. So schaltete W. Weber in die Schliessung einer Batterie von 1,576 qm Belegung die erwähnten beiden Apparate und 7 mm dicke feuchte Hanfschnüre von verschiedener Länge l ein. Er fand bei der Entladung:

$l =$	2000	1000	500	250	250	500	1000	2000
$g =$	79,9	76,6	82,3	87,3	82,9	95,6	95,8	101,5
$d =$	65,6	153,0	293,8	682,0	609,1	422,8	210,1	98,0
$g^2/d =$	97,3	38,3	23,0	11,2	11,3	21,6	43,7	105,0

Hieraus folgt im Mittel:

$l =$	1	2	4	8
$const\ z =$	11,3	22,3	41,0	101,1
$const\ z/l =$	11,3	11,1	10,2	12,6

Die Entladungszeiten sind der Länge der Hanfschnüre nahe proportional. Der Verlauf der Entladung war also bei den Versuchen nahe der gleiche[1]). Wurden die Messungen auf absolutes Maass reducirt, so ergab sich die Zeit zum Durchlaufen einer Hanfschnur von 1,95 m Länge gleich 0,085 Secunden.

465 Die in dem Vorhergehenden im Allgemeinen besprochene Aenderung der Stromdichtigkeit durch die secundären Inductionswirkungen lässt sich ausser durch die thermischen und elektrodynamischen Wirkungen auch durch die galvanometrischen Wirkungen der Ströme nachweisen,

[1]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbestimmungen 1, 84.

wenn man in die Schliessungskreise ein Galvanometer und ein elektrisches Ventil einschaltet, welches überwiegend nur in einer Richtung Ströme hindurchlässt, und zwar, wenn ihre Dichtigkeit sinkt, nur bis zu einer bestimmten unteren Grenze derselben.

Wird z. B. im Hauptstrome die Elektricitätsmenge der Batterie geändert, wobei die Dichtigkeit durch Vermehrung der Flaschenzahl constant erhalten wird, so ist auch die Ablenkung der Galvanometernadel durch den Nebenstrom bei Einschaltung eines Ventils, welches nur die dem Hauptstrome gleichgerichteten oder nur die ihm entgegengerichteten Ströme hindurchlässt, proportional der Elektricitätsmenge [1]). Aendert sich aber mit gesteigerter Elektricitätsmenge auch die Dichtigkeit in der Batterie, so nehmen die Ausschläge durch den dem Hauptstrome gleichgerichteten, durch das Ventil gehenden Theil des Nebenstromes etwas schneller zu als erstere, ebenso nehmen dieselben ab, wenn die Entladung der Batterie durch Einschaltung von grösseren Widerständen in den Hauptkreis oder durch Einschaltung einer Spirale in denselben und eines derselben genäherten Blattes unechten Silberpapiers verzögert wird. Die Nebenströme erhalten dann nicht mehr die gehörige Dichtigkeit, um das Ventil zu durchbrechen. Wird der Nebenstrom selbst verzögert, indem grössere Widerstände in seinen Kreis eingeschaltet werden, so nimmt ebenfalls der Ausschlag des in seinen Kreis zugleich mit einem Ventile eingeschalteten Galvanometers ab, ebenso wenn einzelne Theile desselben einander parallel gestellt und in gleicher Richtung vom Strom durchflossen sind und somit inducirend auf einander wirken; er wächst, wenn der Strom sie in entgegengesetzter Richtung durchfliesst.

466 Die physiologischen Wirkungen der Batterieentladung und der Nebenströme hängen, wie die der galvanischen Inductionsströme, von der Aenderung der Dichtigkeit derselben in der Zeiteinheit ab.

Dies hat Dove [2]) vermittelst des schon §. 254 erwähnten Differentialinductors bewiesen. Zwei neben einander liegende hohle Holzröhren von 4 cm innerem Durchmesser, Fig. 99, wurden in ganz gleicher Weise mit je 80 Windungen eines 1 mm dicken, lackirten Kupferdrahtes umwunden. Sie wurden hinter einander in den Schliessungskreis einer Batterie eingeschaltet. Auf diese beiden inducirenden Spiralen wurden gleiche Rollen aufgeschoben, welche aus je 14 m auf eine Pappröhre gewundenem Kupferdraht hergestellt und so verbunden waren, dass die beim Oeffnen oder Schliessen des inducirenden Stromes in ihnen erzeugten Inductionsströme einander entgegenflossen. Die anderen Enden der Rollen wurden durch Handhaben mit den Händen oder mit einem Luftthermometer verbunden. Beide Spiralenpaare waren auf Glasgabeln gelegt.

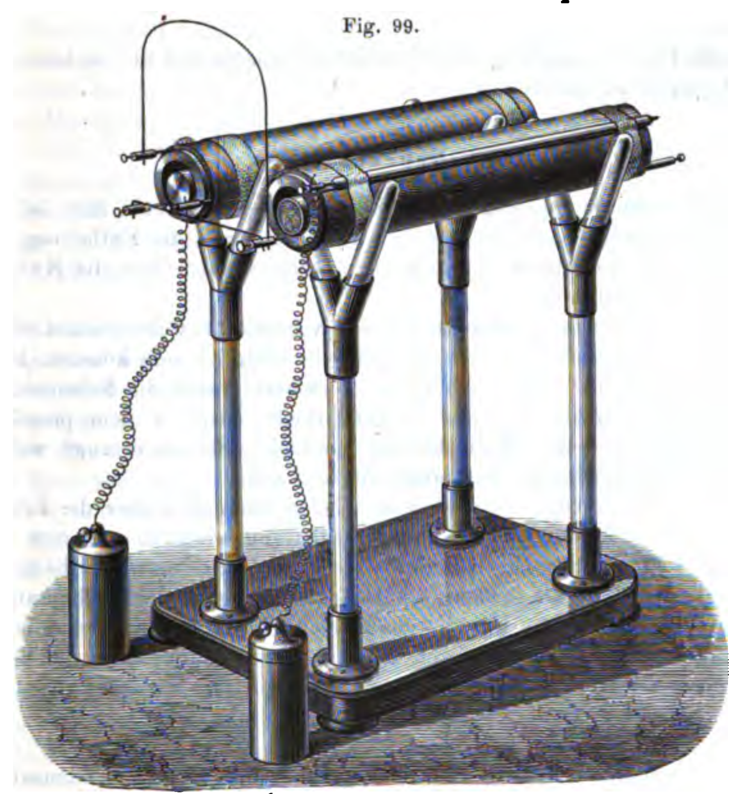
Auch hier schwächt das Einlegen unmagnetischer Metalle die physiologische Wirkung der Spiralen, und zwar um so mehr, je besser die

---

[1]) Riess, Abhandl. 1, 338; Pogg. Ann. 124, 252, 1865. — [2]) Dove, Abhandl. d. Berl. Akad. 1841, S. 124; Pogg. Ann. 49, 72, 1840.

Metalle leiten (Antimon, Wismuth, Blei weniger als Kupfer und Messing). Massive Stäbe wirken stärker schwächend, als nicht massive Stäbe, eine geschlossene Metallröhre stärker als eine der Länge nach aufgeschlitzte. Massive magnetische Stäbe von verschiedenen Eisensorten, geschlossene Flintenläufe schwächen die physiologische Wirkung des Inductionsstromes, ebenso Säulen von Eisenblechen, während aufgeschnittene Flintenläufe, Bündel von gefirnissten Eisendrähten dieselbe verstärken. Hier wirkt die die Inductionsströme in der Inductionsspirale verstärkende

Fig. 99.



Magnetisirung der Eisenkerne entgegen den dieselben schwächenden, in ihrer Masse erzeugten inducirten Strömen. In den Drahtbündeln und aufgeschlitzten Eisenkernen können letztere nicht zu Stande kommen, in den massiven Stäben überwiegt ihre Wirkung die der Magnetisirung.

Dabei geht die thermische Wirkung indess nicht mit der physiologischen parallel. Wurden z. B. in die Spiralen I, II des Differentialinductors die folgenden Körper eingelegt, so betrug die thermische (ϑ) und die physiologische (p) Wirkung der Differenz der Ströme der gegen einander verbundenen Inductionsspiralen:

I	II	ϑ	p
100 Eisendrähte	100 Eisendrähte	0	0
0	100 Messingdrähte	1,5	0
100 Messingdrähte	100 Eisendrähte	8,9	stark
0	desgleichen	9,3	stark
0	Messingröhre	10,1	schwach
100 Eisendrähte	desgleichen	14,1	sehr stark

Die Funkenentladung der Nebenströme werden wir in den betreffenden Capiteln behandeln.

c) Nebenbatterie.

467 Aeusserst complicirte Verhältnisse treten ein, wenn man in den Schliessungskreis eines Drahtes, in welchem durch die Entladung der Batterie Inductionsströme erregt werden, einen Condensator, die **Nebenbatterie**, einschaltet.

Jeder der Inductionsströme in dem Nebendraht, welche schon ohnehin durch die Oscillationen im Hauptkreise zahlreich sein können, ladet die Nebenbatterie, welche sich wieder rückwärts durch die Nebenleitung entladet und theils in dieser selbst, theils auch in dem primären Schliessungskreise der „Hauptbatterie" inducirte Ströme erzeugt, welche wiederum Ladungen der Nebenbatterie bedingen.

Einfache Verhältnisse sind demnach bei Versuchen über die Erwärmungsgesetze in der Haupt- und Nebenleitung nicht zu erwarten und eine Verfolgung der Erscheinungen über die einfachsten Verhältnisse hinaus ist zwecklos, um so mehr, als die Grundprincipien der Erscheinungen vollständig feststehen. Für die einfachsten Fälle hat nach vielen leider ziemlich unklaren Versuchen von Knochenhauer und mehreren Beobachtungen von Riess namentlich Blaserna empirische Formeln aufgestellt. Wir begnügen uns mit Angabe der Hauptresultate.

468 Zunächst findet Riess[1]) bei Einschaltung eines kleinen Condensators, z. B. einer Leydener Flasche, in den Inductionskreis eine sehr viel kleinere Erwärmung desselben wie ohne Condensator (w_0), dann bei wachsender Grösse des Condensators eine bis über w_0 hinausgehende Erwärmung, indem der Strom hin und her geht und beim weiteren Durchgang durch das Thermometer den erwärmten, also schlechter leitenden Draht durchströmt. Bei constanter Zahl der Condensatorflaschen nimmt mit wachsender Zahl der Batterieflaschen bei gleicher Ladung die Erwärmung im Inductionskreise ab, umgekehrt nimmt mit constanter Zahl der Batterie-

[1]) Riess, Abhandl. 1, 239; Berl. Monatsber. 1853, S. 607; Pogg. Ann. 91, 355, 1854.

flaschen und zunehmender Zahl der Condensatorflaschen die Erwärmung im Inductionskreise zu. — Diese Inductionsströme wirken dann ebenfalls auf den Hauptstrom zurück, so dass er mit Vergrösserung des Condensators im Inductionskreise, wo der Inductionsstrom schneller verläuft, auch stärker verzögert und sein Kreis weniger erwärmt wird, und zwar bei wachsender Grösse der Condensatoren zunehmend weniger, als bei voller Schliessung des Inductionskreises.

Nach Knochenhauer[1]) wächst 1) die der Quadratwurzel aus der Erwärmung eines Drahtes im Luftthermometer proportional gesetzte Intensität des Nebenstromes mit Verlängerung des Nebendrahtes bis zu einem Maximum und nimmt dann wieder ab. 2) Das Maximum tritt ein, wenn sich die Länge des Hauptdrahtes zu der des Nebendrahtes verhält wie die Anzahl der Flaschen der Nebenbatterie zu der der Hauptbatterie. 3) Sind die Batterien gleich, so zeigt sich also das Maximum, wenn Haupt- und Nebendraht gleich sind. Die Maxima selbst verhalten sich umgekehrt wie die Hauptdrähte. **469**

Blaserna[2]) lud eine Batterie von einer bis sechs Flaschen, deren Capacitäten mit einander verglichen waren, bis sie sich durch eine Funkenstrecke entlud. Neben einem 3,7 m langen Theil der Hauptschliessung befand sich ein paralleler Theil der Nebenschliessung, in welche die Nebenbatterie und ein Luftthermometer eingeschaltet war. **470**

Zunächst bestätigten sich die Resultate von Knochenhauer. Dann ergaben sich folgende Sätze.

Bezeichnet man die Längen des Haupt- und Nebendrahtes mit h und n, die Oberflächen der Haupt- und Nebenbatterie mit s und s_1, sind q und q_1 die Stärken der einzelnen Flaschen, d. h. die Ladungen, für welche dieselben in gleichem Schliessungskreise gleiche Wärmemengen ϑ erzeugen ($\vartheta = const\, q^2/s$, also cet. par. $q = b\sqrt{\vartheta}$, wo b eine Constante ist), ist F die Schlagweite der Hauptbatterie, so ist mit Hinzunahme des Satzes 3 von Knochenhauer die Erwärmung ϑ_1 an einer Stelle des Nebenstromes

$$\vartheta_1 = \frac{q_1}{q}\,\frac{s}{\sqrt{s_1}}\,\frac{1}{h}\,\frac{b}{A_1\left(h - \frac{q_1^2}{q^2}\frac{s}{s_1}n\right) + 1}\cdot\sqrt{F^3} \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

---

[1]) Knochenhauer, Wien. Ber. **22**, 333, 1857; vergl. ibid. **34**, 77, 1859. Ausser den erwähnten Abhandlungen von Knochenhauer siehe auch die folgenden, welche leider meist keine klaren Resultate geben: Grunert's Arch. **19**, 53, 97, 1852; **20**, 113, 1853; Wien. Ber. **10**, 219, 1853; Pogg. Ann. **90**, 189, 1853; Wien. Ber. **15**, 113, 1855; ibid. **18**, 143, 1856; Pogg. Ann. **97**, 260, 1856; Wien. Ber. **27**, 207, 1858; ibid. **33**, 163, 1858; ibid. **34**, 77, 1859; ibid. **45**, 229, 1862; ibid. **46** [2], 138, 1863; Pogg. Ann. Ergzbd. **5**, 146, 1870; Beiträge zur Elektricitätslehre 1854. — [2]) Blaserna, Wien. Ber. **33**, 25, 1858.

wo A_1 und b Constanten sind; A_1 von dem Abstand und der Länge der auf einander wirkenden inducirenden Theile der Leitungen, bezw. von der Feuchtigkeit der Luft abhängt.

Zunächst wurde die Abhängigkeit der Erwärmung von n, sowie von h bei constanten Anzahlen der Flaschen beider Batterien geprüft; dann bei verschiedenen Zahlen die Abhängigkeit von s und s_1. Die Erwärmung erreicht cet. par. ein Maximum M, wenn $h - q_1^2 sn/q^2 s_1 = 0$ ist. Setzen wir diesen Werth in Formel 1) ein und $q_1^2 s/q^2 s_1 = k$, so wird auch sehr annähernd

$$\vartheta_{\prime} = \frac{M}{1 + A_{\prime}(h - kn)^2} \quad \cdots \cdots \quad 1\,a)$$

Sind Haupt- und Nebenbatterie aus ganz gleich gestalteten Flaschen zusammengesetzt, so ist für beide Batterien, wenn die Flaschenzahlen μ und ν sind, $q = \alpha\mu$, $q_1 = \alpha\nu$; $s = \beta\mu$, $s_1 = \beta\nu$, wo α und β die Einheit der Ladung und der Oberfläche angeben; daher im Fall des Maximums $h:n = \nu:\mu$, entsprechend dem Satz 2 von Knochenhauer.

Die Abhängigkeit der Erwärmung ϑ_1 von der Schlagweite F wurde untersucht, während ϑ_1 im Maximum war. Die Proportionalität mit $\sqrt[2]{F^3}$ gilt nur für nicht zu grosse Werthe von F; bei grösseren Schlagweiten ist $\vartheta = const \sqrt[2]{F}\,(1 + \lambda F + \lambda_1 F^2)$ zu setzen, wo λ, $\lambda_1 \ldots$ Constanten sind.

Auch Knochenhauer hat die Formel 1 a) an seinen Versuchen bestätigt.

471 Die Erwärmung ϑ des unveränderlichen Hauptdrahtes[1]) besitzt, wie ohne Nebenbatterie, bei wachsender Länge n des Nebendrahtes ein Minimum, von dem aus mit abnehmender oder steigender Länge n die Erwärmungen ϑ sich asymptotisch einem Maximum nähern. Während ohne Nebenbatterie bei den beiderseitig erfolgenden Aenderungen von n die Aenderungen der Erwärmung des Hauptstromes nicht gleichmässig[2]) verlaufen, ist die die Erwärmungen des Hauptdrahtes mit Nebenbatterie darstellende Curve vom Maximum an symmetrisch. Diese Curve lässt sich durch dieselbe Formel, wie die Erwärmung im Nebenstrome darstellen. Ist Θ die Grenze, welcher sich die Werthe von ϑ für $n = 0$ und $n = \infty$ nähern, M_1 das Minimum der Erwärmung, k das Verhältniss des Hauptdrahtes zum Nebendrahte bei dem Minimum, so ist

$$\vartheta = \Theta - \frac{\Theta - M_1}{1 + A(h - kn)^2},$$

wo wiederum $k = q_1^2/q^2 . s/s_1$ ist. Der Werth Θ selbst ist $\Theta = Cq^2/s$, wo C eine Constante ist.

Für $h - kn = 0$ ist $k = h/n$ das Verhältniss des Hauptdrahtes zum Nebendraht beim Minimum der Erwärmung.

---

[1]) Blaserna, Mach und Peterin, Wien. Ber. 37, 477, 1859. — [2]) Riess, Pogg. Ann. 51, 180, 1840.

Der Minimalwerth M_1 ergiebt sich, wenn C_1 eine neue Constante ist:

$$M_1 = C_1 \frac{q^2}{q_1} \frac{\sqrt{s_1}}{s},$$

so dass die allgemeine Formel wird:

$$\vartheta = C \frac{q^2}{s} - \frac{C \frac{q^2}{s} - C_1 \frac{q^2}{q_1} \frac{\sqrt{s_1}}{s}}{1 + A\left(h - \frac{q_1^2}{q^2} \frac{s}{s_1} n\right)^2}.$$

Aus ganz ähnlichen Versuchen, bei denen gleichzeitig die Erwärmung im Hauptdrahte und im Nebendrahte beobachtet wurde, folgerte Knochenhauer[1]), dass das Verhältniss zwischen ϑ und ϑ_1 durch die Formel 472

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta} = \frac{(M)}{1 + (A)\,(h - kn)^2}$$

auszudrücken sei, wo (M) und (A) neue Constanten sind. Setzt man in den Formeln $M_1/M = (M)$ und $A\Theta/M + A_1 - A = (A)$, so lässt sich aus den obigen Gleichungen für ϑ_1 und ϑ diese Relation ableiten.

Zwischen (A) und A besteht nach Blaserna[2]) die Beziehung $(A) = A\Theta/M$, woraus dann unmittelbar folgt $A = A_1$. Die von Knochenhauer[3]) angeführten Zahlenwerthe bestätigen diese Beziehung. 473

Da die Gesammterwärmung des inducirenden und inducirten Drahtes stets $\Theta = Cq^2/s$ sein muss, so muss in allen Fällen

$$\vartheta + C_{II}\vartheta_1 = \Theta$$

sein, wo C_{II} eine neue Constante ist, die von der Natur der Leitung abhängt. Die Vergleichung der Beobachtungen Knochenhauer's bestätigt auch diese Beziehung.

Für das Maximum M_1 oder Minimum M der Erwärmung des Nebenstromes und Hauptstromes gilt also ebenfalls

$$M + C_{II} M_1 = \Theta,$$

woraus

$$C_{II} = \frac{\Theta - M}{M_1}$$

folgt.

Aendert sich die Funkenlänge im Hauptkreise, so ändert sich C_{II} kaum[4]). Ebenso bleibt C_{II} bei Aenderung des Abstandes und der Länge der auf einander inducirend wirkenden Drähte, sowie der Zahl der Flaschen der Nebenbatterie unverändert[5]).

---

[1]) Knochenhauer, Wien. Ber. 34, 81, 1859. — [2]) Blaserna, Wien. Ber. 36, 209, 1859. — [3]) Knochenhauer, Wien. Ber. 34, 77, 1859. — [4]) Blaserna, Mach und Peterin, l. c. — [5]) Odstrcil und Studnicka, Wien. Ber. 41, 302, 1860.

d) Magnetische Wirkungen bei Batterieentladungen.

474 Die magnetischen Wirkungen der Entladungsströme der Batterien und der inducirten Ströme dabei hängen, wie die der Inductionsströme beim Oeffnen und Schliessen bezw. Aenderungen der Intensität galvanischer Ströme von dem Verlaufe derselben ab. Es können demnach die durch den ersten Entladungsstrom erzeugten Magnetisirungen von Stahlnadeln durch die folgenden geändert, ja auch umgekehrt werden. Solche anomale Magnetisirung eines Magnetes durch Kräfte, welche schwächer und den ursprünglich magnetisirenden Kräften entgegengerichtet sind, kann zuweilen Veranlassung zu anomalen Magnetisirungen beim Verschwinden des Stromes in einer Magnetisirungsspirale geben.

Dieselben sind zuerst beobachtet worden, als die Entladung einer Leydener Batterie durch eine Drahtspirale geleitet wurde, in welcher eine Stahlnadel lag, oder durch einen geraden Draht, über welchen man in verschiedener Entfernung und in transversaler Lage Stahlnadeln gelegt hatte. Je nach den Bedingungen des Versuches war der Magnetismus der Nadeln normal oder demjenigen gleichgerichtet, welchen man durch einen constanten galvanischen Strom erzielen würde, der in gleicher Richtung wie der Entladungsschlag der Batterie bei den Stahlnadeln vorbeigeführt würde, oder entgegengesetzt.

475 Schon Savary[1]) hat gezeigt, als er den Batterieschlag durch einen auf einem geraden Brett ausgespannten Platindraht von $^1/_4$ mm Dicke und 1 mm Länge hindurchgehen liess, dass Stahlnadeln von 15 mm Länge und $^1/_4$ mm Dicke, welche auf einer gegen das Brett in einem spitzen Winkel geneigten Leiste, also in verschiedenen Entfernungen von dem Drahte transversal befestigt waren, je nach ihrer Entfernung e von dem Drahte abwechselnd stärker und schwächer, theils entsprechend den galvanischen Wirkungen normal (+), theils entgegengesetzt (—) magnetisirt wurden. So ergaben sich z. B. die Dauern t von 60 Schwingungen derselben:

$e =$	0	1,1	2	3	5,5	8	8,6	10,5
t	+ 63,1	— 149,0	0	+ 85,6	+ 63,0*	+ 92,2	— 188,0	— 77,2
$e =$	14,6	15,7	18,2	20,0	20,9	21,4	23,3	44
t	— 56,0*	— 59,4	— 65,0	— 94,2	— 149,0	0	+ 83,3	+ 34,0*
$e =$	70	100	130					
t	+ 43,2	+ 62,2	+ 88,2					

Die mit einem Stern versehenen Zahlen bezeichnen Minima der Magnetisirung. An verschiedenen Stellen der Schliessung ist das Verhalten das gleiche.

---

1) Savary, Ann. de Chim. et de Phys. 34, 5, 1826; Pogg. Ann. 8, 352, 1826; 9, 443; 10, 73, 1827.

Bei Nadeln von wachsender Härte rückt das Maximum weiter vom Draht ab und ist grösser. Bei wachsender Dicke d zeigt sich eine immer geringere Unregelmässigkeit, wobei freilich auch die dickeren Nadeln weicher sind. So war z. B.:

	$d =$	0,3	0,8	1,75
$e =$ 0,8	$t =$	+ 70	+ 120	+ 99
17,0		− 58	+ 59	+ 106
27,0		+ 38	+ 63	+ 117

Die Länge der Nadeln hat innerhalb gewisser Grenzen keinen Einfluss auf die Perioden.

Mit wachsender Ladung der Batterie tritt bei Nadeln, welche in einer Drahtspirale magnetisirt werden, ebenfalls erst die normale Magnetisirung auf, der dann abwechselnd anomale und normale Perioden folgen.

476 Die Ursache dieser Anomalien ist wiederum das Oscilliren der Entladungen der Batterie. Nach Bd. III, §. 612 kann eine durch einen Strom erzeugte permanente Magnetisirung durch einen schwächeren Gegenstrom vernichtet bezw. umgekehrt werden. Sind also bei den oscillirenden Entladungen die Stahlstäbe alternirend gerichteten, immer schwächer werdenden Strömen ausgesetzt, so hängt es ganz von dem Verhältniss der Maximaldichtigkeiten derselben ab, in welchem Sinne und wie stark die Stahlstäbe nach der gesammten Entladung magnetisirt sind. Da die Magnetisirungen und Entmagnetisirungen durch die auf einander folgenden entgegengesetzten Ströme durchaus nicht proportional den Dichtigkeiten derselben, bezw. den auf die Stahlstäbe in ihrer jeweiligen Lage wirkenden Kräften sind, sondern beide in verschiedener Weise von den letzteren abhängen, so kann in gewissen Entfernungen die Wirkung der magnetisirenden, in anderen die der entmagnetisirenden Kräfte überwiegen, und so können Perioden in der Stärke und Richtung der Magnetisirung bei wachsendem Abstande der Stäbe von dem Entladungskreise hervortreten.

477 Dass in der That die Oscillationen der Entladungen diese Umkehrungen bedingen, zeigen Versuche von v. Liphart[1]). Er magnetisirte Stahlnadeln in Spiralen von Kupferdraht (3138 m von 0,18 mm Dicke in 18170 Windungen) und bestimmte ihre Magnetisirung durch Ablenkung eines Magnetspiegels.

Jedesmal, wenn die Lichterscheinung in einer in den Schliessungskreis eingeschalteten Geissler'schen Röhre eine einseitige Richtung des Stromes angab, erfolgte eine normale Magnetisirung im Sinne desselben; zeigten sich abwechselnd gerichtete Entladungen bei zunehmender Schlagweite des im Schliessungskreise befindlichen Funkenmikrometers,

[1]) v. Liphart, Pogg. Ann. 116, 513, 1862.

so trat zuerst eine Schwächung, dann eine Umkehrung der Magnetisirung mit steigender, darauf abnehmender Stärke und wieder eine normale und eine darauf folgende anomale Magnetisirungsperiode ein. Da erst bei grösseren Widerständen im Schliessungskreise die Stromesrichtung einfach wird, zeigt sich dann auch bei diesen die normale Magnetisirung.

Wird eine Funkenstrecke unter einem Mikroskop in den Schliessungskreis gebracht, so zeigt die Lichterscheinung jedesmal alternirende Entladungen an, wenn Umkehrungen der Magnetisirung bei verschiedener Funkenlänge auftreten. Dabei erhält man oft schon ohne Funkenbahn anomale Magnetisirungen. Wird der Strom durch eine Feddersen'sche Ventilröhre von der Mitte aus nach entgegengesetzten Richtungen zu ihren Enden und von diesen durch zwei Systeme von Magnetisirungsspiralen geleitet, so entspricht, wenn die Entladungen völlig geschieden sind, ebenfalls in jedem derselben die Magnetisirung der jeweiligen Stromesrichtung.

Bei Einschaltung flüssiger Widerstände (verdünnte Schwefelsäure vom specif. Gew. 1,25 bis 1,3), die selbst viel kleiner sind, als metallische Widerstände, welche sonst schon abwechselnde Magnetisirungen zeigen, und einer Geissler'schen Röhre in den Schliessungskreis erhält man fast stets normale Magnetisirungen, so dass also die rücklaufenden Entladungen sehr bedeutend geschwächt werden. Erst bei Wollaston'schen Elektroden in der Säure zeigten sich Alternationen in der eingeschalteten Geissler'schen Röhre und in der Magnetisirung. Das letztere tritt auch bei Fortlassung der Geissler'schen Röhre ein. Bei Einfügung einer Alkoholsäule werden die Entladungen wieder einfach, die Magnetisirungen normal.

478 Auch noch durch eine andere Methode kann man zeigen, dass die Stahlnadeln bei den anomalen und periodischen Magnetisirungen entgegengesetzt magnetisirenden Kräften unterworfen waren.

Klopft man eine durch den Batteriestrom magnetisirte Nadel, so nimmt z. B. bei wachsender (durch die Wärmewirkung im Luftthermometer gemessener) Intensität des Stromes der durch schwächere Ströme erzeugte normale Magnetismus der Nadeln zu, der durch stärkere erzeugte anomale ab oder kehrt sich um; entsprechend den Bd. III, §. 947 erwähnten Versuchen, nach denen Magnetnadeln, welche nach einander entgegengesetzte Magnetisirungen erhalten haben, bei Erschütterungen mehr oder weniger die den früheren Kräften entsprechenden Magnetismen annehmen[1]).

479 Bei der Complicirtheit der bei den alternirenden Strömen auftretenden Magnetisirungen sind auch für die normalen und anomalen

---

[1]) Paalzow, Pogg. Ann. 117, 645, 1862.

Magnetisirungen durch Batterieentladungen einfache Resultate nicht zu erwarten.

Wir führen deshalb aus einer Reihe früherer Beobachtungen, namentlich von Hankel[1]), welche vor der Kenntniss der oscillirenden Entladungen angestellt waren, nur einige Hauptdata an.

Werden Stahlnadeln in Spiralen durch den Entladungsstrom der Batterie magnetisirt, so ist mit wachsender Ladung der Batterie die Magnetisirung erst normal, dann wird sie anomal, und eventuell wieder normal u. s. f. Die Zahl der Perioden ist dabei unbegrenzt; sie folgen in regelmässigen Intervallen auf einander. Je kleiner der Widerstand, desto früher tritt die anomale Periode auf und desto kürzer ist sie. Bei sehr kleinem Widerstande reducirt sie sich auf ein Minimum der normalen Magnetisirung. Bei grösserem Widerstande erhält man nur die erste normale und erste anomale Periode, bei sehr grossem nur die erste normale Periode[2]).

Bei grösserer Dichtigkeit der Ladung und gleicher Elektricitätsmenge in der Batterie tritt die Umkehrung schon bei Widerständen ein, bei welchen sie bei kleineren Dichtigkeiten sich nicht zeigt, bei grösseren Widerständen erscheint dem entsprechend bei wachsender Stromesdichtigkeit an Stelle der Umkehrung nur ein Minimum der normalen Magnetisirung.

Die Magnetisirung durch verschiedene Spiralen ist proportional der Anzahl der die Nadel bedeckenden Windungen; die normalen und anomalen Perioden treten bei gleichen magnetisirenden Kräften (Ladung der Batterie mal Windungszahl der Spiralen) ein; die Maxima und Minima sind um so stärker, je geringer die hierzu erforderliche Ladung der Batterie ist. Je stärker die Selbstinduction eines Spiraldrahtes ist (also wenn die Entladung alle Windungen in gleichem Sinne durchläuft), desto mehr werden die anomalen Perioden erweitert und verstärkt, so dass sie den normalen mehr gleich werden.

Schaltet man in die Schliessung auch noch Drahtspiralen ein, so werden durch die Selbstinduction derselben die anomalen Perioden verstärkt und erweitert, so dass sie den normalen mehr gleich werden.

Im Allgemeinen schwächt also jede Verzögerung der Entladung die anomale Magnetisirung.

Da bei Anwendung von Eisendrähten zur Leitung des Batteriestromes die Transversalmagnetisirung besondere Inductionsströme in ihnen erzeugt, so wird dadurch wiederum der Gang der Entladung geändert und ebenso der der Magnetisirungsperioden.

Dickere Nadeln zeigen im Allgemeinen dieselben Erscheinungen; die anomalen Perioden treten aber erst bei grösseren Ladungen auf und können weniger stark sein (siehe §. 475).

---

[1]) Hankel, Pogg. Ann. 65, 537, 1845; 69, 321, 1646. — [2]) Auch schon Savary, l. c.

480 Liegen die Stahlnadeln in leitenden Hüllen, so entstehen auch in diesen letzteren Inductionsströme, wenn die Batterieentladung durch eine umgebende Spirale geleitet wird, und die Magnetisirung der Nadeln kann sich dadurch ändern[1]). So magnetisirten sich z. B. die Nadeln bei einigen Versuchen von Savary[2]) in dünnen, schlechter leitenden Metallhüllen stärker, in dicken Hüllen schwächer, nach Savary und Boekmann[3]) nicht in Eisenröhren, deren Magnetisirung der Wirkung der Spirale entgegenwirkt.

In ähnlicher Weise erfolgte nach Dove[4]) beim Einlegen verschiedener Körper in die eine Spirale des Differentialinductors und entgegengesetzter Verbindung der Inductionsspiralen durch eine Magnetisirungspirale, in welcher sich eine Stahlnadel befand, die Magnetisirung im Sinne der leeren Spirale, wenn die andere enthielt: Bleche von Indium, Gold, Silber, Legirung von Kupfer-Wismuth-Antimon, oder von Kupfer-Blei-Zink-Antimon, Blei-Eisen, Messing-Eisen, Glockenmetall, der Quere nach zusammengefaltete Kupferstreifen u. s. f.; im Sinne der vollen Spirale, wenn sie enthielt: Eisendrahtbündel, eine Säule von Stahl-, Eisenblech-, Weissblechscheiben, massive Cylinder von Schmiedeeisen, Stahl, Roheisen, eine Röhre von Nickel.

481 Bei messenden Versuchen schaltete Riess[5]) in den Schliessungskreis einer Batterie zwei ganz gleiche Spiralen I und II aus mit Kautschuk überzogenem Kupferdraht ein, und brachte in beide Glasröhren mit 6 cm langen Stahlnadeln; nur war die eine Glasröhre II mit verschieden dicken Hüllen von Stanniol bekleidet, auch wurde sie durch eine Bleiröhre oder Kupferröhre ersetzt. Die Magnetisirung der Nadeln wurde durch die Ablenkung α einer Magnetnadel bestimmt, welcher sie in gleicher Lage gegenübergestellt wurden. So ergab sich z. B.:

	Stanniol					
	0,01	0,03	0,04	0,06	0,10	0,14 Lin. dick[6])
mit Hülle $\alpha =$	26,5	31,5	32	33,7	31,2	28
ohne Hülle $\alpha =$	26,3	26,5	26,2	26,5	25,8	24

	Stanniol	Blei	Kupfer
	0,27	1,00	1,10 Lin.
mit Hülle $\alpha =$	26	6	2
ohne Hülle $\alpha =$	25,3	25,7	27,5

Bei Vermehrung der Dicke der Stannioleinschaltung nahm also erst die Magnetisirung zu, dann wieder ab, und noch mehr, wenn die Hüllen noch leitender waren.

---

[1]) Matteucci, Compt. rend. 23, 460, 1846. Marianini, Archives 5, 53, 1847. — [2]) Savary, l. c. — [3]) Boekmann, Gilb. Ann. 68, 12, 1821. — [4]) Dove, Abh. d. Berl. Akad. 1841. — [5]) Riess, Berl. Monatsber. 1863, S. 346; Abh. 1, 74; Pogg. Ann. 122, 304, 1864. — [6]) Originalzahlen von Riess.

482 Statt der Röhren können Drahtspiralen um die Glasröhre II gewunden werden, die etwa auch noch mit einer Spirale verbunden sind, in welcher sich eine dritte Nadel III befindet. Dann wird letztere durch die Nebenströme magnetisirt. Die Ablenkungen durch die Nadeln nach der Magnetisirung waren z. B., als nach einander immer weniger Widerstand w in die Schliessung der beiden letzten Spiralen eingefügt wurde:

I	32,3	31,5	33,7	31,5	31,9
II	32,5	33,8	37,7	40,5	43,6
III	—	—	—	—	—

I	31,6	31,7	30,5	31,1	30,7	31,1	33,0
II	47,5	51,9	42,7	36,6	30,5	24,6	5,5
III	—1,6	+1	—4	—6	—7	—9,2	—10,6

Das + Zeichen deutet in der letzten Reihe eine normale Magnetisirung durch einen Strom an, der in Spirale II dem Hauptstrome gleichgerichtet wäre. Die Reihe II zeigt, dass hier die secundäre Spirale bei abnehmendem Widerstande ebenso wie zunehmend dickere Metallhüllen wirkt; Reihe III, dass die Magnetisirungen von den auf einander folgenden entgegengerichteten Inductionsströmen in der Nebenleitung beim Entstehen und Vergehen des Hauptstromes, event. von den Extraströmen im Nebenkreise selbst bedingt sind. Da die zur Umkehrung der Magnetisirung der Nadeln erforderlichen Stromesdichtigkeiten nicht bekannt sind, so lassen sich aus den Zahlenwerthen keine directen Schlüsse auf den Verlauf dieser einzelnen Ströme ziehen.

Dass sich bei Zwischenschaltung von schlecht leitenden Körpern zwischen den magnetisirenden Draht und die Stahlnadeln, z. B. von Glimmerblättern, Terpentinöl, Alkohol, Olivenöl, Wasser, die Magnetisirung der Nadeln verändert[1]), dürfte kaum richtig sein.

483 Wird ein Stahlcylinder (z. B. von 3 cm Länge und 1,8 cm Dicke) wiederholt in einer Magnetisirungsspirale den Entladungen einer Leydener Batterie ausgesetzt, so wächst das permanente Moment erst schnell, dann — etwa nach zehn Entladungen — bis zu einem Maximum[2]). — Dasselbe steigt nach Marianini[3]) noch bei Einschaltung einer feuchten Schnur. Rein metallische Leitungen geben bei hohen Potentialen der wiederholten Entladungen geringere Wirkungen, als dieselben bei mittleren Potentialen. Auch wiederholte, immer schwächer werdende Ent-

---

1) Matteucci, Institut 1847, Nr. 695, p. 148. — 2) Carhart, Lum. électr. 31, 341, 1889; Beibl. 13, 411. Der durch Abätzen versuchte Nachweis, dass von aussen nach innen das Moment erst zunimmt bis zu einem Maximum und dann proportional nach dem Gewicht abnimmt, wobei die erste Zunahme anzeigen soll, dass die äussere Schicht entgegengesetzt magnetisirt ist, ist nicht maassgebend, da man durch Abätzen nicht die Vertheilung der Momente bestimmen kann (vgl. Elektr. 3, 584). — 3) A. Marianini, N. Cim. [3] 28, 156, 1890; Beibl. 15, 377. Aehnlich auch Claverie, Compt. rend. 101, 947, 1885.

ladungen steigern die Magnetisirung allmählich. Marianini glaubt dies ausser auf Inductionswirkungen auf die zu kurze Dauer der ersten Entladungen zurückführen zu sollen, weshalb sie dem Eisen nicht gleich die volle Magnetisirung ertheilen können. Indess ist diese Erklärung wohl nicht ohne Weiteres anzunehmen.

Will man bei Einschaltung von Flüssigkeiten das Maximum der Magnetisirung erhalten, so muss bei constantem Potential die Flüssigkeitssäule bei wachsender Capacität des Condensators verkürzt werden, bei constanter Ladung aber verlängert.

484 Wie durch die Ströme zweiter Ordnung können Stahlnadeln auch durch Ströme höherer Ordnung magnetisirt werden; da sie indess aus immer mehr abwechselnd gerichteten Strömen bestehen, so werden die Erscheinungen immer complicirter, je höheren Grades sie sind. Die Magnetisirung der Stahlnadeln giebt durchaus keine Entscheidung für ihre Richtung [1]).

485 Wird bei obigen Versuchen in den Kreis der Nebenspirale ein Ventil in der einen oder anderen Lage eingeschaltet, so bleibt die Magnetisirung durch den Hauptstrom bei gleicher Menge der entladenen Elektricität die gleiche und normal; im Nebenstrome ist sie grösser und entsprechend dem von der Fläche zur Spitze des Ventils gehenden Antheil, aber bei beiden Lagen des Ventils gleich gross, da nur die in jener Richtung des Ventils verlaufenden Antheile des Inductionsstromes durch das Ventil hindurchgehen [2]).

II. Induction in geöffneten Inductionskreisen. Freie Spannung an den Enden derselben.

486 Zwischen den einander genäherten Enden einer Inductionsrolle, in welcher durch Schliessen und Oeffnen des Stromes in einer inducirenden Rolle Ströme inducirt werden, können Funken überspringen. Deutlicher zeigen sie sich, wenn man in die Rollen einen Eisenkern einlegt. Diese Versuche können am besten mit einem Inductorium angestellt werden. Sie zeigen, dass sich bei der Induction an den Enden der geöffneten Inductionsrolle freie Elektricitäten anhäufen, welche sich bei genügender Dichtigkeit durch die zwischen ihnen befindliche Luftstrecke ausgleichen können.

487 Dauer der Induction. Wie in einer geschlossenen Spirale der durch eine primäre Spirale inducirte Strom eine gewisse Zeit zu seinem

---

[1]) Vergl. hierüber: Henry, Sturgeon's Ann. of Electr. 4, 300. Matteucci, Bibl. univ. Oct. 1840, p. 122 und namentlich Riess, Pogg. Ann. 47, 62, 1839. — [2]) Riess, Pogg. Ann. 120, 513, 650, 1863.

Verlaufe nöthig hat, so hat man auch eine gewisse Dauer von Inductionsströmen in geöffneten Inductionskreisen nachzuweisen gesucht.

So umgab Marianini[1]) eine inducirende Spirale mit einer Inductionsspirale und verband durch eine Wippe erst die erstere mit einer Säule und sodann unmittelbar darauf die letztere mit einem Galvanometer. Der Ausschlag der Nadel desselben zeigte die Bildung eines Inductionsstromes an, der den ersten Moment der Schliessung des inducirenden Stromes überdauerte.

Es konnte dies indess auch davon herrühren, dass der primäre Strom in Folge der in seiner Schliessung sich bildenden Extraströme selbst eine gewisse Zeit zum Ansteigen bis zum Maximum seiner Intensität brauchte, und die Schliessung des inducirten Kreises noch innerhalb dieser Zeit erfolgte; oder auch daher, dass Marianini zu seinen Versuchen inconstante Säulen anwendete, deren Strom schnell seine Intensität änderte. Wenigstens konnte E. du Bois-Reymond[2]) bei Anwendung einer constanten Säule hierbei keine Ablenkung der Galvanometernadel erhalten.

In gleicher Weise hatte Marianini zuerst im Jahre 1841 gezeigt, dass, wenn man nach dem Oeffnen des primären Kreises die Inductionsspirale durch die Wippe mit dem Galvanometer verbindet, die Nadel desselben einen Ausschlag zeigt. Dies geschieht selbst, wenn kein Eisenkern in der Spirale liegt. — Denselben Versuch hatte E. du Bois-Reymond mit gleichem Erfolge wiederholt.

In ähnlicher Weise hatte auch schon Fechner[3]) beobachtet, dass beim Oeffnen des Schliessungskreises eines durch ein Galvanometer geleiteten Stromes die Nadel desselben nicht gleich wieder dieselbe Schwingungsdauer wie vor dem Einfluss des Stromes besass. Es schien ihm dies nicht allein durch eine Veränderung des Magnetismus der Nadel bedingt zu sein. Auch Boisgiraud und Arago[4]) haben öfter, als sie den kupfernen Schliessungsdraht von der Säule lostrennten, an demselben magnetische Wirkungen beobachtet. Er sollte sogar dann noch Eisenfeile anziehen können.

Es scheint also eine gewisse Zeit zu dauern, bis der Oeffnungsinductionsstrom in der Inductionsspirale völlig verschwindet, oder auch, bis der denselben erzeugende inducirende Strom nach dem Oeffnen der primären Leitung völlig auf Null herabsinkt.

Diesen Resultaten widerspricht indess ein Versuch von Helmholtz[5]). Er leitete einen Strom durch eine Spirale von 64 m Drahtlänge, trennte sie sodann durch die Wippe (Fig. 95, S. 156) von der Säule los und verband sie mit dem Körper oder einem Multiplicator.

---

[1]) Marianini, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 11, 395, 1844. — [2]) E. du Bois-Reymond, Untersuchungen 1, 426, 1848. — [3]) Fechner, Lehrb., S. 153, 276, 1829. — [4]) Arago und Boisgiraud, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 101, 1820. — [5]) Helmholtz, Pogg. Ann. 83, 533, 1851.

Vermittelst Verstellens der Schrauben *mm* der Wippe wurde bewirkt, dass die Loslösung von der Säule und die neue Schliessung so schnell erfolgten, dass sich gerade eine physiologische oder galvanometrische Wirkung des Oeffnungsstromes einstellte. Wurde nun vermittelst der §. 212 beschriebenen Methode der Ausschlag bestimmt, welcher die Zeit zwischen dem Oeffnen und Schliessen der Spirale misst, so lag derselbe zwischen 1,73 und 1,83; er war nur so gross, wie wenn Oeffnung und Schliessung gleichzeitig erfolgten. Hiernach überdauert der Oeffnungsextrastrom die Zeit des Oeffnens des inducirenden Stromes nicht. Die positiven Resultate der übrigen Beobachter könnten vielleicht durch eine nicht ganz vollständige Isolation der inducirenden und Inductionsspirale von einander hervorgerufen sein. (Vergleiche auch die Versuche von Beetz.)

488 Wenn indess die inducirende Spirale an ihren Verbindungsstellen mit der Säule zugleich mit zwei Condensatorplatten verbunden ist, welche sich durch die Säule zu demselben elektrischen Potential laden, wie ihre Pole, und beim Loslösen der Spirale von der Säule ihre Enden mit jenen Platten verbunden bleiben, so dauert der Oeffnungsextrastrom längere Zeit an, bis sich der Condensator, sei es allmählich durch directe, sei es durch alternirende Ströme, entladen hat. Dann kann auch die inducirende Spirale nach dem Oeffnen in der Inductionsspirale Ströme erzeugen.

Ebenso kann, wenn die Enden der geöffneten Inductionsspirale mit einem Condensator oder mit Conductoren von grösserer Capacität verbunden sind, ein in derselben inducirter Strom die letzteren laden, und auch durch ihre Entladung rückwärts ein länger dauernder Inductionsstrom erzeugt werden.

Wie die Conductoren können auch die Enden der Inductionsspirale selbst dazu dienen, indem sie sich, namentlich wenn viele Windungen an ihren Enden angehäuft sind, mit grösseren statischen Elektricitätsmengen laden können.

489 Die freien Elektricitäten an den Enden der geöffneten Inductionsspirale sind direct von Masson und Breguet und namentlich von Sinsteden nachgewiesen worden.

Masson und Breguet[1]) haben zu ihren Versuchen eine aus zwei gleichen Kupferdrähten von je 650 m Länge gewundene Drahtspirale verwendet. Durch einen Commutator, ähnlich wie der Theil I, §. 303 beschriebene, wurde durch den einen Draht der Spirale wiederholt der Strom einer starken Säule geleitet und geöffnet. Die Enden des anderen Drahtes, in welchem bei diesem Verfahren abwechselnd gerichtete Ströme inducirt wurden, konnten mit den Belegungen eines Condensators in Ver-

[1]) Masson und Breguet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 4, 129, 1842.

bindung gesetzt werden. Durch einen zweiten Commutator, welcher auf dieselbe Axe, wie der im Stromkreise des inducirenden Stromes befindliche, aufgesetzt war, konnte bewirkt werden, dass nur die bei der Oeffnung oder nur die bei der Schliessung des inducirenden Stromes inducirten Ströme zu dem Condensator gelangten.

Wurde, während das eine Ende des inducirten Drahtes fest mit der oberen Belegung des Condensators verbunden war, das andere Ende der unteren Belegung des letzteren genähert, so sprangen Funken über. Die im Condensator angehäuften Elektricitäten entsprachen völlig der Richtung des inducirten Stromes. — Die bei der Schliessung des primären Stromes inducirten Ströme zeigten viel schwächere Ladungen, als die Oeffnungsströme.

Wurde eine inducirende Spirale AB mit einer zweiten, geöffneten Inductionsspirale A_1B_1 umgeben, die Verbindung der correspondirenden Enden A und A_1 oder B und B_1 mit den Händen durch Handhaben hergestellt und nun der Stromkreis von AB geöffnet, so erhielt man keine Erschütterung; wohl aber, wenn man die Enden A und B_1 oder A_1 und B mit den Händen verband. Diese Enden würden auch, in Folge des Inductionsstromes in AB und des Extrastromes in A_1B_1, den Belegungen eines Condensators entgegengesetzte Ladungen ertheilen können.

Lässt man die Enden des inducirten Drahtes der später zu beschreibenden Inductorien isolirt von einander, so giebt jedes Ende für sich mit dem Finger berührt einen Funken, welcher seine elektrische Ladung bekundet; ist das eine Ende abgeleitet, so ist der Funken, welchen man aus dem isolirten Ende ziehen kann, viel stärker, indem die durch die Induction in der inducirten Spirale erzeugte elektromotorische Kraft, wie in einem gewöhnlichen Hydroelement, die Differenz der elektrischen Dichtigkeiten an beiden Enden der Inductionsspirale constant erhält. 490

Berührt man nach Sinsteden [1]) bei einem Inductionsapparat, dessen Inductionsspirale aus vielen über einander liegenden, je ihrer ganzen Länge nach gewundenen Windungsreihen besteht, das äusserste Ende der obersten Windungsreihe der Inductionsspirale und irgend eine Stelle der inducirenden Spirale oder des in ihr liegenden Eisenkernes mit den Händen, so erhält man einen Schlag, indem die Elektricität, welche am inneren, der inducirenden Spirale und dem Eisenkern zunächst liegenden Ende der inducirten Spirale angehäuft ist, die ungleichnamige Elektricität in dem ihr benachbarten Körper anzieht und die gleichnamige abstösst, welche sich dann mit der ungleichnamigen Elektricität des äusseren Endes der inducirten Spirale ausgleicht. Verbindet man dagegen das innere Ende der inducirten Spirale mit jenen Stellen durch die

[1]) Sinsteden, Pogg. Ann. 69, 361, 1846; 85, 465, 1852.

Hände, so kann man keinen Schlag erhalten, da beiderseits gleichnamige Elektricitäten angehäuft sind. — Nur wenn die inducirende Spirale lang ist, und in ihr beim Oeffnen Extraströme entstehen, welche ihre Enden mit entgegengesetzten Elektricitäten laden, kann man bei Verbindung des einen oder anderen ihrer Enden mit dem inneren Ende der inducirten Spirale eine Erschütterung wahrnehmen.

Auch als Sinsteden zwischen die inducirende und die inducirte Spirale ein Stanniolblatt zwischenschaltete, welches zwischen zwei stark gefirnisste Papierblätter eingelegt war, und um die inducirte Spirale gleichfalls erst ein gefirnisstes Papierblatt und dann ein Stanniolblatt wickelte, erhielt er, als beide Stanniolblätter mit zwei isolirten, einander gegenüberstehenden Drahtspitzen verbunden waren, zwischen denselben beim abwechselnden Oeffnen und Schliessen des inducirenden Stromes eine Reihe von lebhaften Funken, indem die an den Enden der Inductionsspiralen angehäuften Elektricitäten in den Stanniolblättern die entgegengesetzten Elektricitäten durch Influenz vertheilten, und die ihnen gleichnamigen Elektricitäten derselben sich durch die Spitzen ausglichen.

491 An der Magnetelektrisirmaschine hat Sinsteden [1]) ebenfalls Spannungserscheinungen beobachtet. Er isolirte den Magnet einer starken Saxton'schen Maschine (s. w. u.) mittelst untergelegter Gummiplatten, bedeckte die Pole des Magnetes und den Anker mit Wachstaffet und Schellack, und stellte die Federn, welche auf dem mit den Enden der Inductionsrollen verbundenen Commutator schleiften, auf 7,5 cm hohe, mit Schellack lackirte Glasfüsse. Die Federn waren, wie bei dem Stöhrer'schen Apparat (s. w. u.), gespalten, so dass der Strom in der zwischen ihnen eingeschalteten Leitung eine gleiche, durch ein Galvanometer bestimmte Richtung behielt. Es wurde nun ohne directe Verbindung der Federn ein an der einen derselben befestigter Metallknopf isolirt, und der mit der anderen verbundene Metallknopf mit einem Elektroskop berührt. Dasselbe zeigte an dem als positiver Pol der Inductionsspirale dienenden Knopf positive, an dem anderen Knopf negative Elektricität. Bei der Ableitung des einen der beiden Knöpfe zeigte der andere eine viel bedeutendere Ladung als vorher. — Auch der Stahlmagnet der Maschine hatte eine, der Elektricität des nicht abgeleiteten Knopfes gleichnamige Ladung erhalten, indem die in jenem Knopf angehäufte Elektricität im Magnet eine ihr entsprechende Menge ungleichnamiger Elektricität zu sich hinzog und dagegen eine ebenso grosse Menge gleichnamiger Elektricität in Freiheit setzte.

Wurde durch eine geeignete Federverbindung bewirkt, dass zunächst die Inductionsspiralen in sich geschlossen, dann aber in einem bestimmten Moment geöffnet wurden, in welchem sich in ihnen ein Oeffnungsextra-

---

[1]) Sinsteden, Pogg. Ann. 69, 353, 1846.

strom bilden würde, so zeigten in diesem Moment die mit ihren Enden verbundenen Metallknöpfe viel stärkere Spannungserscheinungen, und schon jeder derselben für sich gab, selbst wenn der andere isolirt blieb, Funken und physiologische Wirkungen. Auch der Stahlmagnet erhielt bedeutendere Spannungen.

Wurden beide Knöpfe unter einander metallisch verbunden, so beobachtete man an dem Apparate gar keine freie Spannungselektricität.

492 Verbindet man die Enden der Inductionsrolle eines Inductoriums durch eine einige Centimeter lange, mit angesäuertem Wasser befeuchtete Hanfschnur, so kann man nach Poggendorff[1]) mittelst des Elektroskops beim Oeffnen des inducirenden Stromes auch auf ihrer Oberfläche freie Elektricitäten nachweisen. Indess schon längere gerade oder zickzackförmige Drähte (30 m eines 0,66 mm dicken Platindrahtes), welche zu dieser Verbindung gebraucht werden, zeigen diese Ladung nicht mehr. Verbindet man dagegen die Enden der Inductionsrolle eines Inductoriums unter Einschaltung langer Drahtrollen (von 100 bis 150 m Kupferdraht von 0,66 mm Dicke, welcher weniger als die Hälfte des Widerstandes jenes Platindrahtes hat) metallisch mit einander, so zeigt der Schliessungsdraht bedeutende Spannungserscheinungen, man kann aus ihm Funken ziehen u. s. f. Diese Spannungserscheinungen treten nur beim Oeffnen der inducirenden Spirale auf. Durch ein Elektroskop kann man bei Einschaltung zweier Drahtrollen nachweisen, dass die Ladung des Drahtes an der Seite des für den Oeffnungsstrom positiven Poles des Inductoriums positiv, an der entgegengesetzten Seite negativ ist, in der Mitte sich aber ein Indifferenzpunkt befindet. Bei Einschaltung von Eisendrahtbündeln in die Rolle nehmen die Spannungserscheinungen zu. An Stelle der eingeschalteten Drahtrolle kann man einen Theil der Inductionsrolle des Inductoriums selbst verwenden, indem man die inducirende Rolle mit dem Eisenkern aus derselben ein Ende herauszieht. Bei metallischer Verbindung der Enden der Inductionsrolle durch einen Draht erscheint auf ihm freie Elektricität, welche beim Einschieben der inducirenden Rolle wieder verschwindet.

Auch wenn man zwei gleiche Inductorien (die beiden äusseren Abtheilungen eines dreitheiligen Inductoriums) entgegengesetzt mit einander verbindet, geben die Verbindungsdrähte Funken. Bei gleichsinniger Verbindung erscheinen sie nicht.

Verbindet man zwei Inductorien von verschiedener Grösse entgegengesetzt mit einander und lässt nur je eines von ihnen wirken, so ist die freie Spannung grösser, wenn das kleinere erregt wird und das grössere als eingeschaltete Drahtrolle dient.

Sehr deutlich zeigen sich diese Erscheinungen in verdünnter Luft. Wird das Inductorium durch eine besondere Drahtrolle und einen

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 121, 307, 1864.

unter der Glocke der Luftpumpe bogenförmig ausgespannten Schliessungsdraht geschlossen und die Luft evacuirt, so leuchtet er hell auf und sendet Lichtstrahlen gegen die Glocke, namentlich, wenn sie dem Draht gegenüber mit Stanniolstreifen beklebt ist. Dabei ist indess das Leuchten des Drahtes unstet und das Licht wechselt oft seine Stelle. Einlegen von Eisendrahtbündeln in die Drahtrolle steigert auch hier die Lichterscheinung. Besonders hell erscheint das Licht, wenn man ausserhalb der Glocke den Kreis des Inductionsstromes noch an einer Stelle unterbricht, an welcher Funken überschlagen.

Diese starken Spannungserscheinungen sind jedenfalls durch den Extrastrom bedingt, welcher in den in den Schliessungskreis des Inductoriums eingeschalteten Rollen erzeugt wird und dem ursprünglichen Inductionsstrom entgegengerichtet ist.

Bei Verbindung der Pole der Inductionsrolle mit den Belegungen einer Leydener Flasche nimmt das Leuchten in Folge der verminderten Spannung an dem Draht ab.

Man kann die Spannungserscheinungen auf der Oberfläche des geschlossenen Inductionsstromes auch in der Weise zeigen, dass man die Enden der Inductionsrolle eines Ruhmkorff'schen Apparates durch einen verhältnissmässig sehr langen Draht schliesst und zwei Punkte desselben mit den beiden Spitzen eines Funkenmikrometers verbindet. Während bei Verbindung der Enden der Inductionsrolle selbst mit letzteren die Schlagweite durch Einschaltung jenes langen Drahtes kaum abnimmt, vermindert sie sich immer mehr, je näher die Ableitungspunkte des Drahtes zum Mikrometer an einander liegen [1]).

493 Die an den Enden einer geöffneten Inductionsrolle auftretende freie Ladung ist denselben Bedingungen unterworfen, wie die in ihr erzeugte elektromotorische Kraft. Sie ist also proportional dem Product der Zahl der Windungen der inducirenden und inducirten Spirale, der Intensität des inducirenden Stromes und abhängig von der Veränderung der Lage der Spiralen, bezw. ihrer relativen Geschwindigkeit.

Zum Beweise hierfür bediente sich Donati [2]) des Interruptors von Felici (§. 215), an dessen Hebel unterhalb ein verticales Pendel angeschraubt war. An der Stange des letzteren war eine 8 mm hohe, auf einen Ebonitring gewundene Inductionsspirale von 5 bis 200 Windungen befestigt, einmal mit den Windungen in einer mit der Schwingungsebene zusammenfallenden Verticalebene, so dass sie bei den Oscillationen des Pendels sich entweder zwischen den Polen eines Ruhmkorff'schen Magnetes oder eines Stahlmagnetes hindurchbewegte; sodann am Ende der Pendelstange mit den Windungen in der Horizontalebene, so dass

---

[1]) Koosen, Pogg. Ann. 107, 212, 1859. — [2]) L. Donati, Sulla misura elettrostatica delle forze elettromotrici d'induzione, Pisa 1875. Habilitationsschrift, Nuovo Cimento [2] 13, 65, 97, 1875.

sie bei den Oscillationen über das eine Ende einer horizontal gelegten ringförmigen, von verschieden starken Strömen durchflossenen inducirenden Spirale hinübergeführt wurde. In den inducirenden Stromkreis war der eine Contact des Interruptors eingefügt; ein anderer Contact vermittelte die Verbindung des einen Endes der Inductionsspirale mit der einen Platte eines Condensators, dessen andere Platte, ebenso wie das andere Ende der Inductionsspirale, zur Erde abgeleitet war. Alle Verbindungen waren sorgfältig isolirt. Je nach der ersten Elongation, von der aus das Pendel seine Schwingung begann, ging die Inductionsspirale mit verschiedener Schnelligkeit bei dem inducirenden Kreise vorbei. Die Unterbrechungen geschahen beide kurz nach einander.

Die Ladung des Condensators wurde an einer Coulomb'schen Drehwage mit Spiegelablesung gemessen.

Bei einer Reihe von Vorversuchen war ein Punkt der Schliessung eines Bunsen'schen Elementes zur Erde abgeleitet, ein anderer unter Einschaltung einer Spirale mittelst zweier Contacte des Interruptors mit dem Condensator in der Weise verbunden, dass die Oeffnung des ersten Contactes diese Verbindung schloss, die des zweiten sie früher oder später unterbrach. Dadurch wurde erwiesen, dass die Zeit der Verbindung der Inductionsspirale mit dem Condensator genügte, um den letzteren zu einer der jeweilig wirkenden elektromotorischen Kraft proportionalen Höhe zu laden. Die Versuche bestätigten vollständig die obigen Sätze.

494 Fr. Fuchs[1]) hat die Spannung an den Enden der Inductionsspirale eines du Bois'schen Schlittenapparates mittelst des Hankel'schen Elektrometers bestimmt. Es wurden drei Apparate mit 9400, 10243 und 4315 Windungen der Inductionsrolle verwendet. Bei der ersten Versuchsmethode waren beide Platten des Elektrometers isolirt mit den Polen der die Ladung liefernden, in der Mitte abgeleiteten Säule von 100 Plattenpaaren verbunden; die Inductionsspirale wurde an einem Ende abgeleitet und ihr freies Ende durch einen aus Schellack und Kupferdrähten zusammengesetzten Commutator in abwechselnder Richtung mit dem Goldblatt des Elektrometers verbunden. Der in abwechselnder Richtung angewendete inducirende Strom wurde einmal geöffnet oder geschlossen und die Summe A der Ausschläge des Goldblattes bei beiden Commutatorstellungen beobachtet. Dieselben waren nur vorübergehend, da der Ladung des Goldblattes sogleich die Entladung folgte. Das Goldblatt muss so eingestellt werden, dass es von beiden Platten des Elektrometers gleich stark beeinflusst wird.

1. Bei Oeffnung und Schliessung der inducirenden Rolle hatte A in allen vier Fällen den gleichen Werth.

2. Bei Anwendung von einem bis fünf Grove'schen Elementen zur Erregung des inducirenden Stromes wurde das eine Ende der inducirenden

[1]) Fuchs, K. Sächs. Berichte 1874, S. 56.

Spirale mit der Erde, das andere mit dem Goldblatt verbunden und bei abwechselnder Richtung der Ausschlag B desselben gemessen. Er misst den Potentialunterschied an den Enden der inducirenden Spirale. Die Ausschläge A durch die Inductionsströme waren den Ausschlägen B proportional.

Dasselbe ergab sich, wenn die Inductionsspiralen zweier Inductoren hinter einander verbunden, am einen Ende abgeleitet und am anderen mit dem Goldblatt verbunden wurden. Beim Schliessen und Oeffnen eines in gleicher oder entgegengesetzter Richtung durch die inducirenden Rollen geleiteten Stromes entsprach der Ausschlag A des Goldblattes der Summe oder Differenz der durch jede Spirale für sich unter gleichen Bedingungen erzeugten Ausschläge.

3. Bei Anwendung von 20 bis 100 Elementen zur Ladung der Platten des Goldblattelektroskops waren die Ausschläge der Zahl der Elemente in allen Fällen der Oeffnung und Schliessung proportional, wenn die Platten dem Goldblatt nicht zu nahe standen.

Nach den Versuchsreihen 2. und 3. ist also der Ausschlag des Goldblattes bei gleicher Beschaffenheit des Elektroskops dem Product der Ladung des Goldblattes und der Platten proportional und entspricht, unabhängig von dem beim Oeffnen und Schliessen verschiedenen zeitlichen Verlauf der Induction, der gesammten, im Verlauf der Induction inducirten elektromotorischen Kraft E.

Ist dieselbe in jedem einzelnen Moment gleich e, sind k und k_1 Constanten, ist z die Zahl der mit den Platten verbundenen Elemente, i die Intensität des inducirenden Stromes, so ist also der Ausschlag

$$A = kz\int_0^\infty e dt = k.z.E = k_1 zi.$$

495 Die Angaben des Elektrometers ändern sich, wenn man allmählich den Widerstand des die Verbindung desselben mit der Inductionsspirale vermittelnden Körpers vermehrt, wie Fuchs l. c. gezeigt hat.

Wurde zwischen das Ende der Inductionsrolle und das Elektrometer eine 80 cm lange Säule von käuflichem, absolutem Alkohol eingefügt, so blieben die Ausschläge A noch ungeändert. Da die Capacität der Oberfläche des Alkohols gering ist, so ist dies ein Beweis, dass die in der Inductionsrolle geschiedenen und ihren Enden zugetriebenen Elektricitäten in einer Zeit t durch die Alkoholsäule hindurch zum Elektrometer gelangen, welche gegen die Zeit t_1 der Induction selbst sehr klein ist, also während jener Zeit t die geschiedenen Elektricitäten sich noch nicht rückwärts durch die Inductionsrolle ausgleichen.

Wird dagegen eine lange, mit reinem Olivenöl gefüllte Glasröhre in die Leitung eingefügt, so nehmen die Ausschläge sehr bedeutend ab; die Leitung in der Oelschicht nimmt also viel längere Zeit in Anspruch. Wird aber nur eine sehr dünne Oelschicht eingeschaltet, so nehmen die Ausschläge des Elektrometers bedeutend zu, namentlich bei dem Oeffnungs-

strom auf mehr als das Doppelte. Der Grund dürfte sein, dass hier die Oelschicht bei einer höheren Spannung der Elektricität durchbrochen und so der Eintritt derselben in das Elektrometer ermöglicht wird. Nimmt bei Ausbreitung derselben auf dem Goldblatt die Spannung ab, so kann die Elektricität nicht durch die Oelschicht zurückfliessen, der Ausschlag des Goldblattes ist grösser und nimmt nur langsam bis Null ab.

Bei Einfügung einer dünnen Schellackschicht bleibt hierbei sogar eine dauernde Ladung des Goldblattes zurück.

Stellt man das Goldblatt einer der Platten des Elektroskops näher und leitet (I) beide Platten ab, so zieht bei Ladung des Goldblattes durch die Inductionsrolle die in der näheren Platte vertheilte Elektricität dasselbe stärker an. Wenn, wie oben, die in jedem Moment dem Goldblatt zugeführte Elektricität gleich e ist, so ist sein Ausschlag jetzt $B_a = const \int_0^\infty e^2 dt$. Das Gleiche ist für die Ausschläge B_b der Fall, wenn man (II) die eine Platte ableitet und sowohl das Goldblatt wie auch die andere Platte mit dem Ende der Inductionsrolle verbindet. **496**

In diesem Falle ist der Ausschlag des Elektrometers auch bei kurzer Schliessung nicht mehr von dem zeitlichen Verlauf der Induction unabhängig, da der Werth B bei gleich bleibender Gesammtmenge $\int_0^\infty e dt$ um so grösser wird, je schneller die Werthe e mit der Zeit abfallen. Dabei sind die Schliessungsausschläge viel kleiner, als die Oeffnungsausschläge, da die Induction bei der Schliessung viel langsamer verläuft.

Ferner wurden zwei inducirende Spiralen I und II, wie beim Differentialinductor von Dove, in denselben Stromkreis eingeschaltet, und wurde die zu der ersten gehörige Inductionsrolle einerseits mit der Erde, andererseits mit dem Elektrometer verbunden, wobei die Entfernung der Spiralen I und II von einander so gross war, dass II auf die Inductionsrolle von I nicht merklich inducirend wirkt. Die Rolle II blieb entweder a) leer, oder es wurde b) in sie ein Eisenkern eingelegt, oder c) ausserdem die ihr zugehörige Inductionsrolle in sich geschlossen. Die Ausschläge A, welchen die Gesammtinduction entspricht, blieben in allen Fällen gleich, die Ausschläge B waren beim Einlegen des Eisenkernes sowohl für die Oeffnungs- wie für die Schliessungsinduction vermindert, mochte das positive oder negative Ende der Inductionsrolle mit dem Elektrometer verbunden sein. Bei hinzukommender Schliessung der Inductionsrolle II waren die Ausschläge für die Oeffnungsinduction wenig, wohl aber für die Schliessungsinduction stark verkleinert. **497**

Wurden zwei Spiralen mit Eisenkernen in den Stromkreis eingefügt und die Ausschläge A und B für die Inductionsspiralen auf beiden

untersucht, und war A für beide Spiralen nahe gleich, so war B kleiner für die mit mehr Windungen versehene Spirale; der Verlauf des Stromes ist also langsamer.

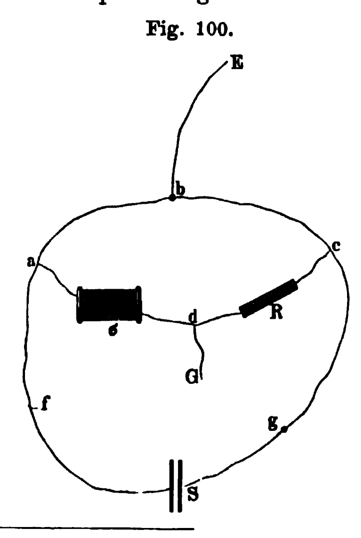
Wurden zwei secundäre Spiralen hinter einander verbunden, so war der Ausschlag A gleich der Summe der Ausschläge A_I und A_{II} für beide Spiralen einzeln; der Ausschlag B war aber bei den verbundenen Spiralen viel grösser, als die Summe der Einzelausschläge B_I und B_{II}, da es dem Quadrat der zugeführten Elektricitäten proportional ist.

498 Wurde zwischen die Inductionsspirale und das Goldblatt ein sehr schlechter Leiter, eine Alkoholsäule von 6 bis 80 cm Länge eingeschaltet, so nahmen die Ausschläge B_a erheblich ab. Befand sie sich in der Verbindung des abgeleiteten Endes der Inductionsspirale mit der Erde, so ergab sich dasselbe. Die Ausschläge B_b nehmen ebenso ab, wenn die Alkoholsäule in die zur Platte des Elektrometers führende Leitung eingefügt wird. Wird sie in die Zweigleitung zum Goldblatt eingefügt, so nehmen sie meist ebenfalls ab und kehren sich dann bei noch gesteigertem Widerstande um; wohl in Folge der grösseren Vertheilungswirkung in letzterem Falle.

Wird eine grössere leitende Fläche zwischen das Ende der Inductionsspirale und das Goldblatt eingeschaltet, z. B. mit der Zuleitung zu letzterem die innere Belegung einer Leydener Batterie verbunden, deren äussere Belegung abgeleitet ist, so bleiben sowohl die Ausschläge A wie B ungeändert.

499 Zum Nachweis der durch die Extraströme verursachten freien Spannung theilt Fuchs[1]) den Strom einer wohl isolirten Säule S (Fig. 100) nach Art der Wheatstone'schen Drahtcombination in zwei Parallelzweige, von denen der eine abc aus einer 11 cm langen, $3^1/_2$ mm weiten, mit Kupfervitriollösung gefüllten und mit Kupferelektroden versehenen Glasröhre besteht. In den zweiten adc ist eine mit Eisenkernen versehene Spirale σ und ein Kupfervitriolrheostat R eingefügt. Punkt b ist durch einen in die Kupferlösung eingesenkten Kupferdraht mit der Erde, d mit dem Goldblatt G des Elektrometers verbunden. Zuerst wird der Rheostat R so regulirt, dass bei dauernder Oeffnung oder Schliessung des Hauptstromes bei f oder g das Goldblatt auf

Fig. 100.



1) Fr. Fuchs, Pogg. Ann. 155, 69, 1875.

Null stehen bleibt. Wird dann der Strom plötzlich geöffnet oder geschlossen, so zeigen sich die den Extraströmen in der Spirale entsprechenden Ausschläge. Ist die elektromotorische Kraft des Extrastromes in jedem Moment gleich e, ist das Verhältniss der Widerstände von $ab:bc$ oder $ad:dc = 1:n$, so ist die Spannung bei der Oeffnung und auch der Schliessung in d in jedem Moment gleich $const\ en/(n+1)$, also der Ausschlag des Goldblattes

$$A = const\ \frac{n}{n+1}\int_0^t e\,dt.$$

Bei den Versuchen waren die Widerstände von ab und bc einander gleich, also $n/(n+1) = 1/2$. Wie zu erwarten, waren die Oeffnungs- und Schliessungsausschläge A einander völlig gleich. — Bringt man in den Zweig bc eine der Spirale σ ganz gleiche Spirale, in welcher die elektromotorische Kraft der Induction der der ersten Spirale entgegengerichtet ist, und sind, wie vorher, die Widerstände $ad = dc$ und $ab = bc$, so werden die Ausschläge doppelt so gross, als bei dem vorherigen Verfahren.

Auch den zeitlichen Verlauf der Extraströme kann man bestimmen, wenn man bei der Einschaltung der beiden Spiralen in die Zweige ad und bc die eine Platte des Elektrometers zur Erde ableitet, die andere, sowie das Goldblatt mit dem Punkte d verbindet. Dann ist wieder der Ausschlag $B = const\int_0^t e^2\,dt$. Die Schliessungsausschläge sind indess hierbei verschwindend. — Wurden mehr und mehr Eisendrähte in die Rollen eingelegt, so nahm der Ausschlag B erst ab, dann wieder zu. Er nahm ebenso ab bei Umwickelung der Spirale mit Stanniol.

Wurde die Spirale in bc fortgelassen, so ergaben sich auch bei der Oeffnung keine Ausschläge des Goldblattes, indem nun die inducirten Ströme in σ im Kreise $adcba$ ungehindert verliefen.

500 Hat man in einer geöffneten Inductionsspirale, sei es durch Batterieentladungen, sei es auf galvanischem Wege, einen Inductionsstrom erzeugt, durch welchen sich ihre Enden mit freien Elektricitäten laden, so fliessen dieselben nach Aufhören der inducirenden Wirkung wiederum rückwärts in der Spirale zusammen. Hierdurch entsteht ein dem Inductionsstrom entgegengerichteter Strom. Durch das Entstehen desselben wird in der Spirale ein ihm entgegengerichteter Strom inducirt, der von Neuem die Enden der Inductionsspirale im ersten Sinne laden kann u. s. f. So entstehen in der Spirale abwechselnd gerichtete, oscillatorische Entladungen. Viel stärker treten dieselben hervor, wenn man die Enden der Spirale mit Körpern von grosser Capacität, z. B. den Belegungen eines Condensators, verbindet und dadurch grössere Elektricitätsmengen daselbst ansammelt. Auch die über einander

liegenden, mit verschiedener Spannung geladenen Enden der Inductionsrolle selbst können hierbei als Sammelstellen dienen.

501 Oscillatorische Entladungen in Inductionsspiralen, deren Enden mit Conductoren verbunden sind, hat Helmholtz[1]) beobachtet, und zwar in einem ununterbrochenen Schliessungskreise, bei welchem die durch etwaiges Auftreten von Funken an einer Unterbrechungsstelle verursachten Störungen fortfielen.

Ein schweres eisernes Pendel, dessen Lager an der Mauer befestigt war, trug unten zwei mit Achatplatten belegte Hervorragungen, welche beim Durchgang des Pendels durch die Gleichgewichtslage gegen die stählernen Enden zweier leichter Hebelchen gegenschlugen, durch deren Bewegung einmal die Stromleitung der inducirenden Spirale eines du Bois'schen Schlittenapparates geöffnet, sodann ein zweiter Kreis geöffnet wurde, welcher die inducirte Spirale desselben Apparates enthielt. Das eine Hebelchen war auf einer Unterlage befestigt, das andere konnte durch eine Mikrometerschraube verschoben werden, aus deren Stellung, unter Berücksichtigung der Geschwindigkeit des Pendels, die Zeit zwischen dem Oeffnen beider Stromkreise bis auf $^1/_{231170}$ Secunde bestimmt werden konnte.

Die Enden der inducirten Spirale waren mit den Belegungen einer Leydener Batterie verbunden, welche sich bei dem Oeffnen des inducirenden Stromes durch den ihm gleichgerichteten Inductionsstrom lud und sodann in Oscillationen rückwärts entlud. Während derselben wurde durch obigen Apparat die inducirte metallische Leitung unterbrochen. Zugleich blieb aber eine Nebenleitung zu derselben geschlossen, welche den Nerven eines stromprüfenden Froschschenkels enthielt, der völlig in $^1/_2$ procentige Kochsalzlösung eingelegt war. In die Lösung tauchte als Elektrode ein Platinblech. Das Ende des Nerven war in ein ebenfalls mit der Lösung gefülltes Glasröhrchen gezogen, in welche ein Platindraht tauchte.

Erst wenn die Unterbrechung des metallischen Kreises der inducirten Leitung erfolgte, floss ein merklicher Theil des Stromes durch den Nerven. Man kann an der Stärke der Zuckung erkennen, zu welchen Zeiten die Elektricität der Spirale am stärksten dem Nerven zuströmt, wann also die Intensität des Stromes in der Spirale ein Maximum ist, umgekehrt also, wann die Belegungen der Batterie am schwächsten geladen sind. Die Stärke der Zuckung bestimmt zugleich die Richtung des Stromes, je nachdem er im Nerven auf- oder absteigt. Tritt dagegen die Verbindung mit dem Nerven zu einer Zeit ein, wo die Stromesrichtung in der Spirale wechselt, die Batteriebelegungen also besonders stark

---

[1]) Helmholtz, Verhandl. des naturhist. medic. Vereins zu Heidelberg 1869, 30. April, S. 355. Beschreibung des Apparates auch Monatsber. der Berl. Akad. 1871, 25. Mai, S. 295.

geladen sind, so fliesst der nur allmählich ansteigende Strom durch einen Kreis von so grossem Widerstande durch den Nerven, dass er ihn viel schwächer erregt. Die Zeit zwischen der Oeffnung beider Kreise wurde durch Verstellen des einen Hebelchens mittelst der Mikrometerschraube regulirt, und dann die inducirte von der inducirenden Spirale so weit entfernt, dass gerade eine Zuckung zu beobachten war; diese Entfernung war grösser oder kleiner, je nachdem der Strom in der Inductionsspirale im Maximum seiner Intensität war oder nicht.

Bei Anwendung eines Grove'schen Elementes konnte man im Ganzen etwa während $^1/_{50}$ Secunde Oscillationen der Entladung wahrnehmen, und zwar betrug das Intervall zwischen zwei Oscillationen, die bis zur 45sten wirklich beobachtet werden konnten, mit einer gewöhnlichen Leydener Flasche $^1/_{2164}$ Secunde. Bei Vereinigung mehrerer Flaschen fiel die Zahl der Oscillationen etwas grösser aus, als aus der Capacität der Flaschen folgen würde, da die Enden der Spirale selbst sich luden und die Influenz der inneren Windungen durch die Seide hindurch diese Elektricitätsanhäufung steigerte.

Auch in einer einerseits ganz isolirten, andererseits mit der Erde verbundenen Spirale, bei der die Nebenleitung mit dem Nerven in die Verbindung mit der Erde eingeschaltet war, beobachtete Helmholtz (l. c.) sehr schnelle Oscillationen (etwa 7300 in der Secunde), welche schnell an Intensität abnahmen. 502

Ist die Spirale durch einen sehr schlecht leitenden Körper, z. B. einen Nerven, geschlossen, so können ähnliche Schwankungen eintreten.

Ein ähnliches Resultat ergiebt sich an einer geöffneten Inductionsspirale, deren beide Enden frei sind, auch wenn sie nicht mit Condensatoren verbunden sind. Hierbei dienen die Enden der Spirale selbst als Condensatoren. 503

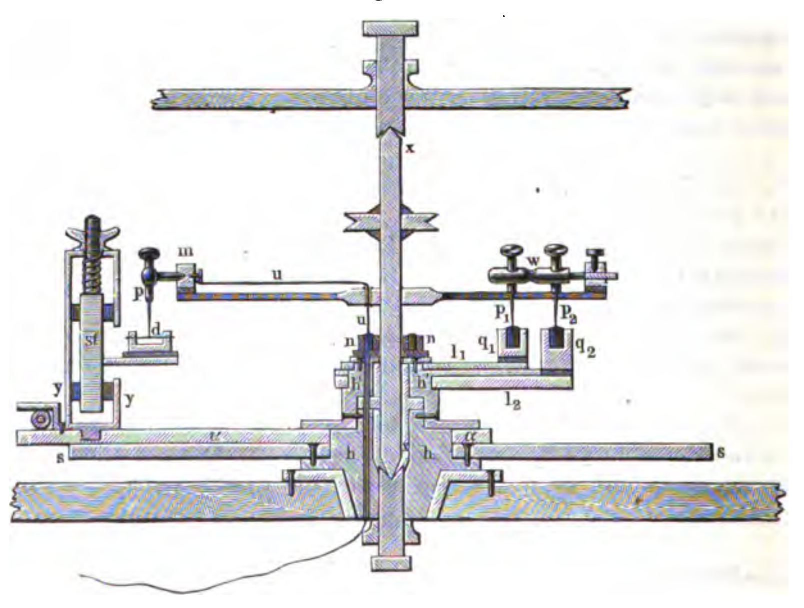
Derartige Versuche sind von Bernstein[1]) vermittelst des Thl. II, §. 811 beschriebenen Apparates angestellt worden. 504

Zwischen die Quecksilbernäpfe q_1 und q_2 dieses Apparates (Fig. 101 a. f. S.) wurde eine Kette und die inducirende Spirale eines du Bois'schen Schlittenapparates eingefügt, in den Schliessungskreis von d und p die Inductionsspirale (von 6894 Windungen) und ein Galvanometer. Bei der Rotation der Axe wurde der Ausschlag desselben bemerkt, während allmählich der Schieber y mit Napf d so gedreht wurde, dass die Schliessung der Inductionsrolle eine bestimmte Zeit nach der Oeffnung der inducirenden Rolle momentan durch Spitze p erfolgte. Dabei ergaben sich abwechselnd positive und negative Ausschläge, die immer mehr abnahmen. Stets dauerte die erste Oscillation länger als die folgenden,

[1]) Bernstein, Pogg. Ann. 142, 54, 1871.

wohl weil die Oeffnung des inducirenden Stromkreises nicht plötzlich erfolgte. Die späteren Oscillationen waren ganz regelmässig. Ihre Dauer betrug bei Anwendung eines Grove'schen Elementes 0,0005, bei der eines Daniell'schen Elementes 0,0001 Secunde. Im Ganzen konnten bei Anwendung zweier Grove'scher Elemente die Oscillationen während einer Zeit von etwa 0,0014, bei einem Daniell'schen Element während etwa 0,0007 Secunden beobachtet werden. Wurde die Inductionsspirale durch einen du Bois'schen Rheochord dauernd geschlossen und wurden die Verbindungsstellen der Spirale mit dem Rheochord mit dem Napf *d* und der Spitze *p* des Rotationsapparates unter Einschaltung des Galvanometers in diese Zweigleitung verbunden, so ergaben die Ausschläge


Fig. 101.



des letzteren nur die aus der geschlossenen Inductionsleitung abgeleiteten Ströme. Sie waren zu allen Zeiten positiv, d. h. dem inducirenden Strom gleichgerichtet, indess schwankte ihre allmählich abnehmende Intensität auf und nieder. Hiernach glich sich also ein grosser Theil des inducirten Stromes regelmässig durch die Leitungen aus, und nur ein kleiner Theil der bewegten Elektricitäten staute sich durch Bindung an den Unterbrechungsstellen des Inductionskreises an, um dann durch Rückentladung abwechselnd immer schwächer werdende, positive und negative Oscillationen zu erzeugen, die sich zu dem mit abnehmender Stärke in einseitiger Richtung das Galvanometer durchfliessenden Theile des Inductionsstromes addirten. Die Ausschläge konnten hier noch bis nach 0,002 Secunden nach dem Oeffnen beobachtet werden.

Wurden die Enden der inducirten Spirale mit zwei in Kupfervitriollösung tauchenden Kupferplatten verbunden, so dass beim Oeffnen ihres Kreises durch den Rotationsapparat noch eine Nebenschliessung übrig blieb, so konnten keine Oscillationen des Oeffnungsstromes beobachtet werden. Die Induction findet hier langsamer statt, der Inductionsstrom steigt schnell an und fällt sehr langsam ab, so dass noch nach 0,0046 Secunden die Ausschläge zu beobachten sind.

Ganz ähnliche Oscillationen, wie in einer Inductionsspirale, treten auch in der primären Spirale selbst nach dem Oeffnen des Stromes auf. Zum Nachweis verband Bernstein die Enden derselben einmal unter Einschaltung einer Kette mit den beiden Quecksilbernäpfen q_1 und q_2, sodann durch eine zweite Leitung, welche ein Galvanometer enthielt, mit dem Napf d und der Spitze p, so dass eine bestimmte Zeit nach der Oeffnung des Stromes beim Abgleiten der Spitzen p_1 und p_2 von dem Quecksilber in q_1 und q_2 die Enden der Spirale mit dem Galvanometer verbunden wurden.

Der Oeffnungsstrom erscheint hierbei im Moment der Oeffnung der Spirale selbst und zeigt bei kurzer Spirale (der inducirenden Spirale des du Bois'schen Apparates) nur einige unbedeutende positive und negative Schwankungen. Bei Anwendung einer längeren Spirale, z. B. der Inductionsspirale des Apparates, treten die Oscillationen ebenso deutlich, wie bei den zuerst beschriebenen Versuchen und mit denselben Eigenthümlichkeiten hervor. Da sich der Strom durch d und p ausgleicht, entsteht bei q kein Oeffnungsfunken, welcher aber sogleich erscheint, sowie die Verbindung mit d und p unterbrochen wird.

Wird, wie bei den ersten Versuchen, eine Nebenschliessung zu der Spirale in dem d und p enthaltenden Zweige vor dem Galvanometer eingefügt, so zeigen sich weder abwechselnd gerichtete, noch in ihrer Intensität auf und nieder schwankende Ströme.

Der Extrastrom erreicht dann nach $^1/_{10000}$ Secunde sein Maximum, fällt erst schnell, dann langsam ab und ist bis 0,002 Secunden nach der Oeffnung zu verfolgen.

505 Wurde bei den Versuchen von Bernstein[1]) statt der Spirale (ohne Nebenschliessung) ein gerader, 12 m langer, 0,5 mm dicker Kupferdraht eingeschaltet und ein Strom von vier Grove'schen Elementen angewendet, so erschien in ihm im Moment der Oeffnung ein sehr kurz andauernder Strom, welcher ihn in der gleichen Richtung durchfloss, wie der primäre Strom. Die Dauer des so inducirten Extrastromes betrug nur 0,00008 Secunden.

Bei Anwendung eines 18 cm langen, 5 cm breiten und 3 cm hohen, 2 cm hoch mit concentrirter Lösung von Zinksulfat gefüllten Glastroges, in welchen zwei amalgamirte Zinkplatten von 15 cm Länge und

1) Bernstein, Monatsber. d. Berl. Akad. 1871, 13. Juli, S. 380.

2,5 cm Breite in einem Abstande von 14,5 cm eintauchten, an Stelle des Kupferdrahtes, also bei Einfügung eines schlechten Leiters, konnten vermittelst einer Säule von 12 kleinen Grove'schen Elementen sehr deutlich sechs bis acht abwechselnd gerichtete Oscillationen beobachtet werden, deren Dauer etwa 0,000095 Secunden betrug. Die Oscillationen treten also auch in Elektrolyten auf.

Um den Schwierigkeiten zu entgehen, welche durch eine etwaige Ladung des Drahtes der Bussole entstehen könnten, dessen eines Ende dauernd mit der Kette verbunden war, wurde an der Stelle, wo es sich, ebenso wie der gerade Draht, an die Leitung zum einen Pol der Säule anfügte, eine Leitung zur Erde hergestellt.

Aehnliche Oscillationen lassen sich auch bei Füllung des Glastroges mit verdünnter Schwefelsäure zwischen Platinelektroden beobachten.

506 Auch Mouton[1]) hat die oscillatorische Entladung in Inductionsspiralen studirt, und zwar direct, indem er die an ihren Enden auftretenden freien Elektricitäten den Quadranten eines Quadrantelektrometers nach Branly-Mascart durch einen Commutator zuführte.

Der hierzu dienende Apparat besteht aus drei auf eine Axe aufgesetzten Rädern. Das erste, welches zur Schliessung und Unterbrechung des inducirenden Stromes dient, ist auf seiner Peripherie so ausgefeilt, dass sie sich von einer Stelle an allmählich, etwa über einen Viertelkreis, erweitert und dann plötzlich verjüngt, so dass daselbst eine zahnförmige Einbuchtung entsteht. Die Peripherie dieses Rades schleift gegen eine mit dem einen Ende der vertical gestellten inducirenden Spirale verbundene Schneide von Bronze, welche durch eine Feder nach vorn gedrückt und durch eine Schraube zurückgezogen wird. Diese Schneide kann durch eine auf $^1/_{50}$ Millimeter graduirte Mikrometerschraube gehoben und gesenkt werden.

Die beiden anderen kreisförmigen Räder tragen auf ihrer Peripherie eine ihnen concentrische, etwa $^1/_6$ bis $^1/_4$ Kreis umfassende, durch einzelne hindurchgehende Schrauben an weiteren Schwingungen gehinderte Feder, auf deren Ende wiederum Schneiden befestigt sind, die je bei einer Umdrehung der Räder genau zu gleicher Zeit an zwei isolirte Spitzen anschlagen. Diese letzteren sind mit den Quadranten des Elektrometers verbunden. Die beiden Räder sind durch eine schleifende Metallfeder beständig mit den Enden der inducirten Spirale verbunden. Je nach der Stellung der die Schliessung und Oeffnung des inducirenden Stromes bewirkenden Spitze wird somit der inducirte Kreis eine bestimmte Zeit nach Beginn der Induction mit dem Elektrometer in Verbindung gesetzt.

Zur Bewegung der die Räder tragenden Axe diente eine kleine Gramme'sche Maschine. Die Regelmässigkeit der Drehungen wurde

[1]) Mouton, Compt. rend. 82, 84, 1387; 83, 142, 1876; Journ. de Physique 6, 5, 46, 1876.

vermittelst eines nach dem Watt'schen System construirten Centrifugalregulators hergestellt, durch welchen spiralig auf Hartkautschukcylinder aufgewundene Eisendrähte mehr oder weniger tief in Quecksilber eingesenkt wurden. Die Drähte und das Quecksilber waren in den Kreis des die Maschine treibenden Stromes eingefügt. Um die Geschwindigkeit der Drehung der Räder zu messen, war auf ihre Axe ein Zahn aufgesetzt, der bei jeder Umdrehung eine Feder gegen einen Anschlag drückte und dadurch den Stromkreis eines gewöhnlichen Schreibelektromagneten schloss. Derselbe verzeichnete gleichzeitig mit einer Stimmgabel seine Zeichen auf geschwärztem Papier.

Bei schnell auf einander folgender Wiederholung der Verbindungen ladet sich das Elektrometer bald auf das Potential an den Enden der Inductionsrolle.

Die vier angewandten inducirenden Rollen hatten keine Eisenkerne; sie bestanden aus einer bis vier Lagen von übersponnenem Kupferdraht von 1 mm Dicke. Der sie durchfliessende Strom wurde durch ein Daniell'sches Element (mit Kupfersulfat- und Zinksulfatlösung) erzeugt. Die zwei Inductionsrollen, welche genau über diese Spiralen passten, hatten 1. 7,5 cm äusseren Durchmesser, 15 cm Länge, 13 860 Windungen von Draht von 0,25 mm Dicke, 2500 m Länge, 942 Ohm Widerstand; 2. gleiche Dimensionen, aber 7260 Windungen von 0,4 m dickem Draht, 1200 m Drahtlänge und 164 Ohm Widerstand. Die Resultate dieser Versuche stimmten im Wesentlichen mit den früher auf anderen Wegen erhaltenen. Schon vor 4 Milliontel Secunden nach dem Oeffnen des inducirten Stromes zeigt sich eine Spannung. Eine grosse Anzahl alternirender Ströme wurde beobachtet, wobei die alternirenden Maximalladungen allmählich an Stärke abnahmen. Die Zeit zwischen den Momenten, zwischen denen keine Ladung auftritt, ist die gleiche, mit Ausnahme der ersten Oscillation, welche länger ist. Diese Zeitdauer ist unabhängig von der Zahl der Windungen der inducirenden Spirale und der Intensität des inducirenden Stromes.

In tausendstel Secunden ausgedrückt ist bei der Spirale von

	13 860	7260 Windungen
die Dauer der ersten Periode	0,108 bis 0,112	0,035
„ „ „ folgenden Perioden	0,076 „ 0,077	0,023 bis 0,025

Eisendrähte in der Spirale verlängern nur die erste Periode, nicht die folgenden. Beim Einlegen von 10, 20, 40 je 1 mm dicken Eisendrähten wird bei der grösseren Inductionsspirale die Zeit der ersten Periode bezw. 0,144, 0,153, 0,171, wobei das erste Maximum bedeutend (z. B. von 18 bis 50) steigt.

Die Dauer der isochronen Perioden verhält sich in beiden Spiralen wie die Quotienten ihrer Drahtlängen durch ihren Querschnitt:

$$\left(\frac{2500}{0,25}:\frac{1200}{0,4}=3,0;\ \frac{0,077}{0,024}=3,2\right).$$

Bei Vermehrung der Intensität i des inducirenden Stromes wächst der Werth des ersten Maximums m unter sonst gleichen Bedingungen schneller, als diese Intensität; dagegen ist der Gesammtwerth s der während der ersten Periode inducirten elektromotorischen Kräfte derselben direct proportional ($i = 1, 2, 3$; $m = 18, 40, 63$; $s = 140, 281, 428$).

Ebenso wächst bei gleicher Stromintensität das erste Maximum (m) schneller, als die Zahl n der Windungsreihen der inducirenden Spiralen, während wiederum die gesammte inducirte elektromotorische Kraft s während der ersten Periode derselben proportional ist:

$$(n = 1, 2, 3, 4; \quad m = 28, 61, 104, 150; \quad s = 90, 182, 300, 393).$$

Die Maxima der auf einander folgenden Oscillationen nehmen bei den verwendeten Inductionsspiralen ziemlich langsam ab. Sie waren z. B. + 61,7, — 46, + 41,4, — 36,8, + 34,4, — 31,6 u. s. f. — Die Einführung von Eisenkernen vergrössert die Maxima und die Summen s.

507 Cazin[1]) hat mittelst eines Fallapparates analoge Versuche angestellt. Er lässt zwischen zwei Leisten ein Gewicht fallen, an welchem zwei Metallplatten befestigt sind. Die eine ist unten mit einer Metallspitze versehen, welche beim Hinabfallen in Quecksilber taucht, und trägt oberhalb einen Draht, der ebenso, wie das Quecksilber, mit den Elektroden eines die primäre Spirale und die Säule enthaltenden Schliessungskreises verbunden ist. Die zweite Metallplatte trägt eine Stahlfeder, welche durch einen biegsamen Draht unter Zwischenschaltung eines Galvanometers mit sehr langem Drahtgewinde mit einem Punkte des Schliessungskreises verbunden ist. Ein anderer Punkt desselben ist mit einer Metallplatte in Verbindung, die beim Fallen des Gewichtes von der Feder während einer Zeit von 0,0004 bis 0,0005 Secunde berührt wird. Zwischen beide Ableitungspunkte kann die Inductionsspirale eingeschaltet werden. Je nach der Höhe der Quecksilbersäule ist die Zeit zwischen der Schliessung dieser Zweigleitung und der Hauptleitung verschieden lang, und so kann der Gang der Induction beobachtet werden.

Hierbei fand Cazin im Wesentlichen die schon bekannten Resultate. Befand sich zwischen den Ableitungspunkten ein gerader Draht, so stieg mit der Zeit der Einschaltung der Ausschlag des Galvanometers bis zu einem Maximum M. Der Gang der Ausschläge ist dabei unabhängig von den Orten der Ableitung. Befand sich eine Spirale zwischen den Ableitungsstellen, so stieg die Intensität erst schnell auf und sank dann wieder bis auf M. Auch hier war der Ort des Schliessungspunktes des Kreises und der Ort der Ableitung ohne Einfluss; auch war die Dauer der variablen Periode unabhängig von der Art der Ableitung. Bei ver-

[1]) Cazin, Ann. de Chim. et de Phys. Sér. 5, 1, 449, 1874; Compt. rend. 77, 117, 1873. Siehe auch Versuche von Bazzi u. Corbianchi, l. c., §. 216.

schiedenem Abstande der Ableitungspunkte ist die Stromintensität in der Zweigleitung in jedem entsprechenden Moment dem Widerstande des zwischen den Ableitungspunkten liegenden Theiles der Hauptleitung proportional. Ein Eisenkern in der Inductionsspirale verlängert bedeutend die Zeit des variablen Zustandes. Es ist also zunächst eine Oscillation nachgewiesen, die folgenden wurden nicht beobachtet.

508 Ist die Inductionsspirale in einzelnen, der Axe parallelen Lagen über die inducirende Spirale gewunden, so liegt das innere Ende der ersteren der letzteren, event. dem in derselben befindlichen Eisenkern näher, als das äussere. Je nachdem also das eine oder andere Ende zur Erde abgeleitet wird, ist die Bindung der am freien Ende der inducirten Spirale bei der Induction angehäuften Elektricität kleiner oder grösser (vergl. §. 490). Es ergaben sich daher bei Messung der oscillatorischen Rückentladung der Inductionsspirale verschiedene Resultate. Diese Unterschiede fallen fort, wenn, wie bei den später construirten Inductorien (vergl. das Cap. elektromagnetische Inductionsapparate), die Windungen in einzelnen zu der Axe der Inductionsspirale normalen, parallelen Schichten je bis zur vollen Dicke der Spirale neben einander gewunden werden.

Besteht die Inductionsspirale aus zwei Spiralen, deren innere Enden mit einander verbunden sind, so sind bei der Induction ihre freien äusseren Enden gleich stark entgegengesetzt geladen[1]).

509 Die **Berechnung der Bildung von Oscillationen** in geöffneten Inductionsspiralen, deren Enden event. mit Conductoren oder Condensatoren verbunden sind, geschieht ganz ähnlich wie bei der Entladung eines Condensators.

Ist das Potential der inducirenden Spirale auf die inducirte M, die Stromintensität in ersterer I und nehmen wir an, dass bei der Inductionswirkung die Ladung der Enden der Inductionsspirale ganz plötzlich entstände, so ist die Potentialdifferenz daselbst gleich MI (wobei die Inductionsconstante gleich Eins gesetzt ist). Ist die Capacität der geladenen Enden der Spirale c und des damit verbundenen Condensators c_1, also beider zusammen $c + c_1 = C$, so ist die bei der Ladung angehäufte Elektricitätsmenge gleich $Q = IMC$.

Für den Fall der oscillirenden Entladungen in der inducirten Spirale, wo nach §. 388 $r^2/4L^2 < 1/CL$ ist, wird also, wenn die Zwischenzeit zwischen zwei Maxima der Stromintensitäten $\pi/a' = T$ ist, nach Gleichung 5), §. 388

$$i = I\,\frac{M}{L}\,\frac{T}{\pi}\,e^{-\frac{r}{2L}t}\sin\frac{\pi}{T}t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

1) Mouton, l. c., §. 506.

Dieselbe Zwischenzeit T ist auch gleich der Zwischenzeit zwischen den Zeiten der positiven oder negativen Maxima der Ladung der Enden der Inductionsrolle, für welche Zeiten $i = 0$ ist.

Bedient man sich also zweier Inductionsspiralen, deren Potential auf sich selbst $L^{\prime}$ und $L^{\prime\prime}$, deren Capacitäten $c^{\prime}$ und $c^{\prime\prime}$ sind, und beobachtet die Schwingungsdauern $T^{\prime}$ und $T^{\prime\prime}$, einmal ohne ihre Verbindung mit einem Condensator von der Capacität $c^{\prime}$, sodann die Schwingungsdauern $T_1^{\prime}$ und $T_1^{\prime\prime}$ mit dem Condensator, so folgt, wenn der Widerstand r klein ist, wie in §. 388

$$T^{\prime} = \pi \sqrt{c^{\prime} L^{\prime}}; \qquad T^{\prime\prime} = \pi \sqrt{c^{\prime\prime} L^{\prime\prime}};$$
$$T_1^{\prime} = \pi \sqrt{(c^{\prime} + c_{\imath}) L^{\prime}}; \quad T_1^{\prime\prime} = \pi \sqrt{(c^{\prime\prime} + c_{\imath}) L^{\prime\prime}},$$

woraus sich ergiebt

$$\frac{L^{\prime}}{L^{\prime\prime}} = \frac{T_1^{\prime 2} - T^{\prime 2}}{T_1^{\prime\prime 2} - T^{\prime\prime 2}} \quad \frac{c^{\prime\prime}}{c^{\prime}} = \frac{T^{\prime\prime 2}}{T^{\prime 2}} \cdot \frac{T_1^{\prime 2} - T^{\prime 2}}{T_1^{\prime\prime 2} - T^{\prime\prime 2}} \quad . \quad . \quad . \quad , \quad 2)$$

Man kann so das Verhältniss der Potentiale der Spiralen auf sich selbst und ihre Capacitäten bestimmen. Ebenso ergiebt sich bei Anwendung verschiedener Condensatoren bei derselben Spirale das Verhältniss ihrer Capacitäten $c_{\imath}, c_{\imath\imath} \ldots$, wenn die Schwingungsdauer ohne und mit denselben $T, T_{\imath}, T_{\imath\imath}$ u. s. f. sind:

$$\frac{c_{\imath\imath}}{c_{\imath}} = \frac{T_{\imath\imath}^2 - T^2}{T_{\imath}^2 - T^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

so dass auch die Verhältnisse der Capacitäten der Condensatoren auf diese Weise zu messen sind. Besitzen die isolirenden Schichten der Inductionsrolle und des Condensators gewisse Leitfähigkeiten α und $\alpha^{\prime}$, so ist die Gleichung für i (§. 388, Gleichung 1) $i = - dq/dt = CdV/dt$ umzuwandeln in

$$i = (\alpha + \alpha^{\prime})\, V + C \frac{dV}{dt}.$$

Dann ist in obiger Gleichung statt des Werthes $r/2L$ der Werth $\frac{1}{2}(r/L + [\alpha + \alpha^{\prime}]/C)$ zu setzen.

Da α jedenfalls sehr klein ist, so kann $r\,(\alpha + \alpha^{\prime})$ gegen 1 und auch in dem Werthe für T das $(\alpha + \alpha^{\prime})$ enthaltende Glied vernachlässigt werden, so dass sich

$$i = I \frac{M}{L} \frac{T}{\pi} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{L} + \frac{\alpha + \alpha}{C}\right) t} \sin \frac{\pi}{T} t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

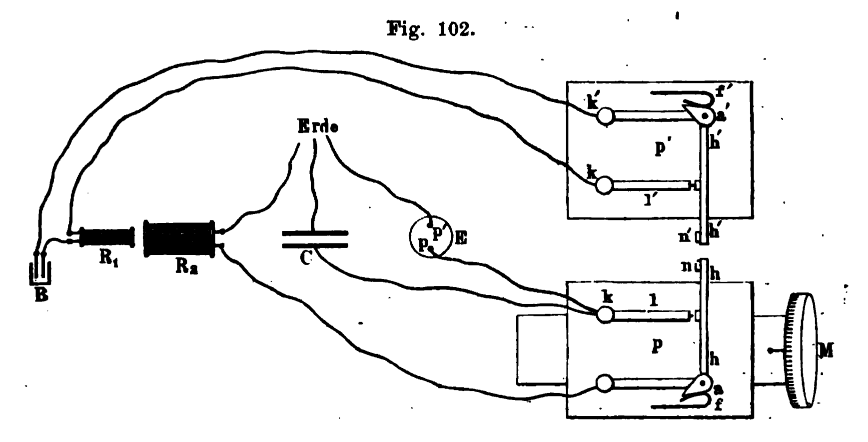
ergiebt. Die Abnahme der Ladungen bei den einzelnen Maximis folgt dann auch nicht der Reihe $Q, \; - Q e^{-r\pi/2La^{\prime}}$ u. s. f., sondern es ist wiederum für $r/2L$ der oben erwähnte Werth zu setzen. Als (halbe) Schwingungsdauer kann man entsprechend ohne grossen Fehler, wenn r klein ist, wie in §. 388, den Werth $T = \pi \sqrt{CL}$ annehmen[1]).

[1]) Vergl. Schiller, Pogg. Ann. **152**, 555, 1874.

Die im vorigen Paragraphen entwickelte Formel ist mittelst eines 510
von Helmholtz construirten Pendelunterbrechers von Schiller (l. c.) experimentell geprüft worden.

Auf zwei Platten p und p', Fig. 102, deren eine durch eine Mikrometerschraube M verschiebbar war, waren zwei Hebel h und h' angebracht, welche sich um die Punkte a und a' drehten und durch leichte Federn f und f' gegen die Metallspitzen l und l' gedrückt wurden, durch welche einerseits die Schliessung eines Stromkreises vermittelt wurde, der die Batterie B und die inducirende Spirale R_1 eines Schlittenapparates enthielt, andererseits ein Kreis geschlossen wurde, welcher die Inductionsspirale R_2 enthielt. Dieselbe ist einerseits mit dem Drehpunkte a des Hebels h verbunden, andererseits mit der Erde. Ausserdem ist die Spitze l einmal mit der einen Platte eines Condensators C in Verbindung, dessen zweite Platte zur Erde abgeleitet ist, sodann auch mit der einen Elek-

Fig. 102.



trode eines Thomson'schen Elektrometers E, dessen andere Elektrode gleichfalls mit der Erde in Verbindung steht.

Ein pendelartig aufgehängter Rahmen, welcher durch einen Elektromagnet in horizontaler Lage erhalten wird, schlägt beim Oeffnen des den Magnet erregenden Stromes beim Durchgange durch die verticale Lage mittelst zweier mit Metallplatten belegter Hebel gegen die Platten n und n' der Hebel h und h' und öffnet so nach einander einerseits den inducirenden, andererseits den inducirten Kreis, so dass die Ladung des Condensators C je nach der Stellung des Schiebers M zu verschiedenen Zeiten nach dem Oeffnen des inducirenden am Elektrometer abgelesen werden kann. Diese Zeiten wurden nach der Pouillet'schen Methode der Zeitmessung an einem empfindlichen Differentialspiegelgalvanometer gemessen, durch dessen beide Rollen zwei Ströme von zwei Daniell'schen Elementen von gleicher Intensität I in entgegengesetzter Richtung hindurchgingen. Die beiden Stromkreise waren durch die Hebel h und h' geschlossen. Durch das Zurückwerfen des Hebels h' beim Fallen des

Pendels wurde der eine dieser Stromkreise geöffnet und sodann durch das Zurückwerfen des Hebels h auch der andere, so dass der eine der beiden Ströme nur in der Zwischenzeit T zwischen beiden Actionen auf die Nadel des Galvanometers wirkte. Die Ablenkung wurde hierbei bestimmt. Dann wurde die Ablenkung auch bei dauerndem Durchleiten des Stromes I durch die eine Rolle gemessen. Die Zeitdauer τ ergiebt sich dann nach Thl. III, §. 383.

Zuerst wurde durch Bestimmung der Schwingungsdauern an einer Inductionsrolle bei Verbindung derselben mit einem oder mehreren Condensatoren (je zwei in einander gesteckten Reagenzgläsern, die mit Quecksilber gefüllt waren) das Verhältniss der Capacitäten der Rolle und der Condensatoren 1, 1 + 2, 1 + 2 + 3 u. s. f. bestimmt, daraus die Capacität jedes Condensators einzeln berechnet und wiederum dieselbe durch Verbindung desselben mit der Rolle und Messung der Schwingungsdauer beobachtet. So ergab sich z. B.:

Condensator	2	3	4	5	7	3 + 4	5 + 6
Capacität ber. . . .	73,9	80,5	106,1	77,4	75,9	129,9	103,5
Capacität beob. . .	74,1	80,3	106,2	77,3	75,7	130,1	103,2

Die beobachteten Werthe stimmen, namentlich in Anbetracht der Schwierigkeiten elektrostatischer Messungen, ausnehmend gut mit den berechneten überein.

511 Eine ebenso gute Uebereinstimmung ergab sich, als zuerst bei Verbindung eines Condensators (1) mit einer anderen Inductionsrolle die Capacität dieser letzteren bestimmt, daraus ihre Schwingungsdauer T bei Verbindung mit den anderen Condensatoren berechnet und darauf direct beobachtet wurde. So wurde z. B. gefunden:

Condensator . . .	1 + 2	1 + 2 + 3	1 + ⋯ 4	1 + ⋯ 5	1 + ⋯ 6
T berechnet . . .	80,5	93,6	114,1	122,7	130,3
T beobachtet. . .	80,2	93,5	113,7	122,5	130,5

Die Beobachtung der Abnahme der Maximalladungen, also der Dämpfung, zeigte, dass die Leitfähigkeit α' der Rollen nicht ohne Einfluss war. Bei Anwendung von R. Kohlrausch'schen Condensatoren mit isolirender Luftschicht von verschiedener Capacität, deren Leitungsfähigkeit $\alpha = 0$ ist, liessen sich hiernach die Werthe α'/C und r/L bestimmen.

Wurden die Gläser der Quecksilbercondensatoren mit Schellack überzogen und in den Kreis verschiedener inducirter Rollen eingefügt, so konnten unter Berücksichtigung ihrer Leitfähigkeiten und der der Rollen α' und α aus den Dämpfungsbeobachtungen bei einzelnen Beobachtungen die Werthe der Dämpfungen bei anderen Combinationen der Condensatoren mit den Rollen berechnet werden. Die Beobachtungen stimmen auch hier ausserordentlich genau mit der Berechnung.

Bei Verbindung mehrerer Inductionsrollen muss man annehmen, dass nicht zugleich die ganze Ladung der einen Rolle sich auch der anderen mittheilt, indem die elektrischen Oscillationen durch Anhäufung von freier Elektricität an den Enden jeder Rolle theils in jeder einzelnen Rolle, theils in allen zusammen stattfinden.

512 Endlich wurde die Capacität einer Anzahl von Condensatoren mit verschiedenen isolirenden Zwischenschichten gemessen und somit die Dielektricitätsconstante der letzteren bestimmt. Hierzu diente ein Condensator von R. Kohlrausch, zwischen dessen Platten eine möglichst planparallele Platte eines Dielektricums gestellt wurde. Entsprechend der Gleichung 3), §. 509 wurden die Schwingungsdauern T ohne Condensator und mit demselben, mit und ohne Einschaltung des Dielektricums T_{II} und T_I bestimmt. Dann ist das beobachtete Verhältniss der Capacitäten C''/C' in letzteren beiden Fällen die Dielektricitätsconstante D. Die Ladungsdauer betrug etwa 0,000056 bis 0,00012 Secunden.

Zugleich wurden die Constanten D nach der Bd. I, §. 154 und Bd. II, §. 42 erwähnten Methode von Siemens gemessen. Die Resultate beider Beobachtungsreihen waren:

	Hartgummi	Kautschuk		Paraffin			Halbweisses Glas		Weisses Spiegelglas
		reines	vulc.	schnell abgek.	langs. abgek. 1	langs. abgek. 2	1	2	
I D	2,21	2,12	2,69	1,68	1,81	1,89	2,96	3,66	5,78—5,88
II D	2,76	2,34	2,94	1,92	2,47	—	4,12	—	6,34

Bei der zweiten Methode dauert die Ladung länger, etwa $^1/_{40}$ bis $^1/_{50}$ Secunde, so dass die Dielektricitätsconstante bei längerer Ladungsdauer grösser wird.

Durch Beobachtung der totalen Reflexion des Lichtes wurden zugleich die Brechungsindices ν dieser Substanzen bestimmt. Es war:

	Paraffin 1	Paraffin 2	Kautschuk
ν	1,53	1,48	1,50
ν^2	2,34	2,19	2,25
D	1,89—2,47	1,81—1,92	2,12—2,34

513 Endlich ergab sich durch Bestimmung der Dämpfung der elektrischen Schwingungen die relative Leitfähigkeit α' der isolirenden

Schichten des Condensators. Der Condensator wurde einmal mit isolirender Zwischenschicht, sodann ohne dieselbe verwendet; dabei wurden aber die Platten des Condensators so weit an einander geschoben, bis die Schwingungsdauer, also die Capacität c', dieselbe war. Die Dämpfung der Schwingungen führte, wenn die Capacität der Rolle c, ihre Leitungsfähigkeit α ist, im einen Fall zu dem Werth

$$\frac{r}{A} + \frac{\alpha + \alpha'}{c + c'},$$

im anderen zu dem Werth

$$\frac{r}{A} + \frac{\alpha}{c + c'},$$

woraus sich α' berechnet.

So ist bei Bestimmung von c in absolutem Maasse der Widerstand eines Cubikmeters Glas: 9,82 bis 7,52 . 10^7 Ohm. Bei Paraffin, Kautschuk und Luft ergaben sich Dämpfungen, die gleich 0,0445 bis 0,0447, 0,0404 bis 0,0407 und 0,0445 bis 0,0403 waren. Hier ist also keine Leitung zu erkennen. Isolirende Substanzen neben den Rollen übten keinen merklichen Einfluss auf die Schwingungsdauer aus.

Eine Verzögerung des Beginnes der Induction (s. w. u.) nach dem Oeffnen der inducirenden Rolle konnte nicht wahrgenommen werden.

III. Wellenförmige Entladungen.

a) In Drähten.

514 Die §. 388 besprochene Theorie und die Versuche über Entladungen eines Condensators bedürfen, abgesehen von den §. 416 erwähnten Fehlerquellen, noch einer Correction, da in Folge des Herandrängens des Stromes gegen die Oberfläche der Widerstand und die Selbstinduction der Drähte sich ändert. Wir haben diese Aenderungen §. 352 u. flgde. behandelt.

Dabei ist vorausgesetzt, dass die oscillatorische Entladung zwischen den Condensatorplatten, bezw. Belegungen der Leydener Batterie in einem einfachen Hin- und Hergange der Elektricität besteht. Dies tritt ein, wenn die Capacität der Oberfläche des Drahtes selbst zu vernachlässigen ist. Uebt der Draht keine Inductionswirkung nach aussen aus, so wird die Elektricitätsbewegung durch Wärmeerzeugung gedämpft. Nach §. 388 findet diese Entladung ohne oder mit Oscillationen unter den dort angegebenen Bedingungen statt. Je nach der Grösse von C und L erfolgen die Schwingungen schnell und langsam.

515 Hierbei findet die Entladung relativ langsam statt. Hat die Oberfläche des Drahtes eine gewisse Capacität, so wird die Zahl der Entladungen in der Zeiteinheit gesteigert, etwa, indem man den Condensatoren relativ kleine Capacität giebt und ihnen von einer kräftigen Elektricitätsquelle, z. B. durch Zwischenschalten einer Funkenstrecke, plötzlich und wieder-

holt Elektricität zuführt; ist die Drahtleitung lang, der Selbstinductionscoëfficient gross, so kann man nicht mehr annehmen, dass die Stromstärke in der ganzen Leitung zugleich überall die gleiche sei; vielmehr sammelt sich zuerst nahe dem Elektricitätsbehälter, von dem die Entladung ausgeht, auf der Oberfläche des Leiters seine Elektricität an, die event. auch in das denselben umgebende Dielektricum übergeht. Hierdurch wird der Zufluss der Elektricität von der Elektricitätsquelle verzögert, während von derselben abgewendet die Elektricität vorwärts fliesst. Auf diese Weise können sich Störungen in der Strömung der Elektricität bilden und an regelmässig auf einander folgenden Stellen der Drahtleitung wiederholen. Die Fortpflanzung der Elektricität geschieht wellenförmig.

516 Ein Bild dieser Erscheinungen kann eine U-förmige Glasröhre liefern, in welche ein Glashahn *h* eingesetzt ist.

Wird die Röhre in beiden Schenkeln bis zur Höhe des Glashahnes gefüllt, über denselben eine Schicht Wasser *ha* gegossen und der Hahn *h* langsam geöffnet, so stellt sich das Wasser ohne Schwingungen aperiodisch in beiden Schenkeln gleich hoch. Dasselbe geschieht, wenn der untere Theil der Röhre sehr lang oder sehr eng ist.

Fig. 103.

1. Dies entspräche dem langsamen Abflusse der Elektricität aus einem geladenen Conductor in einen ungeladenen durch einen Draht von sehr grossem Widerstande.

2. Ist aber der untere Theil der Röhre weiter, so erhebt sich das Wasser in dem zweiten Schenkel über das mittlere Niveau und pendelt hin und her.

Dies entspricht der oscillatorischen Entladung nach Feddersen, Sir W. Thomson u. s. f., bei der vorläufig keine Elektricität an einzelnen Stellen der Oberfläche des Drahtes sich anhäuft, die Stromstärke auf seiner ganzen Länge die gleiche ist.

3. Lässt man endlich das Wasser durch Hahn *h* plötzlich, event. auch in vielen schnell auf einander folgenden Stössen in die Röhre ein, sind ihre Wände elastisch, z. B. von weichem Kautschuk, so werden sie sich durch den Stoss des Wassers nach einander von *h* an ausweiten und wieder zusammenfallen und die Oberfläche eine wellenförmige Gestalt annehmen. — Dem analog wird eine Wellenbewegung der Elektricität eintreten, wenn dem einen event. mit einem Conductor verbundenen Ende eines Drahtes einmal plötzlich oder auch wiederholt, etwa durch einen Funken Elektricität zugeführt wird, welche sich, ähnlich wie §. 515 beschrieben, an der Oberfläche von dem Anfangsende des Drahtes an aufhäufen und dann unter Anhäufung an einer folgenden Stelle weiter fliessen kann.

517 Nach der Vorstellung der Kraftlinien würden im zweiten Falle nur aus dem Reservoir am Ende des Drahtes solche Kraftlinien in den Draht ein- und am anderen Ende austreten.

Im dritten Falle würden solche Kraftlinien auch nach einander an den seitlichen Stellen austreten und somit wird das den Draht umgebende Dielektricum bei der Entladung in Mitleidenschaft gezogen werden.

Dabei hat aber, wie schon bei der einfachen oscillatorischen Entladung, die Selbstinduction den wesentlichsten Einfluss, indem die beim Entstehen des Stromes durch dieselbe bedingte Gegenströmung die Stauung der Elektricität verstärken kann und zugleich der Elektricitätsstrom an die Oberfläche gedrängt wird.

518 Um die Verhältnisse möglichst einfach zu gestalten, seien die Elektricitätsbehälter am Ende eines geraden Drahtes durch zwei Verlängerungen von gleicher Capacität ersetzt. Der Draht sei unendlich lang und habe die Richtung der X-Axe, ein Element dx desselben sei um die Länge x vom Anfangspunkt entfernt. Die Stromstärke im Element dx sei i, die Potentialfunction der freien Elektricitäten auf dx sei F, das Selbstpotential der Längeneinheit sei L, der Widerstand sei r, dann ist:

$$L\,dx\,\frac{\partial i}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial x}\,dx - i r\,dx,$$

also

$$L\frac{di}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial x} - ir \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Ist die elektrische Ladung von dx gleich $e\,dx$, C die Capacität der Längeneinheit, so ist:

$$F = \frac{e\,dx}{C\,dx}$$

und

$$L\frac{\partial i}{\partial t} = -\frac{1}{C}\frac{\partial e}{\partial x} - ir \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Ist die Stromstärke an den beiden Enden von dx bezw. i und $\left(i + \frac{\partial i}{\partial x}\right)dx$, so vermehrt sich im Element dx die Elektricitätsmenge in der Zeiteinheit um

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\partial e}{\partial t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Setzen wir zunächst den Widerstand $r = 0$, so folgt beim Differenziren der Gleichung 2) nach t und 3) nach x oder umgekehrt:

$$LC\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}.$$

Setzen wir ferner $LC = 1/\alpha^2$, so wird

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} \quad \text{4a)}$$

und analog

$$\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} \quad \text{4b)}$$

Eine im Drahte erzeugte Strömung, bezw. Ladung, pflanzt sich also im Drahte mit einer endlichen Geschwindigkeit $\alpha = 1/\sqrt{LC}$ fort.

519 Nach Bd. I, §. 130 ist die Capacität eines Condensators proportional der Dielektricitätsconstante D des Zwischenmediums, welche wir für den luftleeren Raume gleich 1 setzen. Ebenso ist die magnetische Wirkung bei der Selbstinduction, z. B. bei einem aus zwei parallelen Stücken bestehenden Draht, in welchen der Strom in entgegengesetzter Richtung fliesst, nach Bd. III, §. 444 u. 445 abhängig von der magnetischen Permeabilität μ des Zwischenmediums, welche der Dielektricitätsconstante D ganz ähnlich definirt ist. Dieselbe ist für den luftleeren Raum gleich 1. Bei der Berechnung der Capacitäten und Selbstpotentiale haben wir zunächst $D = 1$ und $\mu = 1$ gesetzt. Ist aber das Zwischenmedium ein anderes, mit der Dielektricitätsconstante D und der Permeabilität μ, so ist C und L bezw. durch DC und μL zu ersetzen, also α^2 durch $\beta^2 = \alpha^2/D\mu$.

Die Differentialgleichung lautet nun:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \frac{\alpha^2}{\mu D} \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}.$$

Das Integral dieser Gleichung ist:

$$i = f(x - \beta t) + \varphi(x + \beta t)$$

bezw.

$$i = f\left(x - \frac{\alpha}{\sqrt{\mu D}} t\right) + \varphi\left(x + \frac{\alpha}{\sqrt{\mu D}} t\right).$$

520 Die beiden Functionen charakterisiren zwei in der positiven und in der negativen Richtung fortlaufende Wellen. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist β.

521 Folgen auf einander in einem begrenzten Drahte in regelmässigen Intervallen periodische Erregungen der Wellen, bezw. werden sie an den Enden reflectirt, so bilden sich stehende Wellen. Das ist ganz analog der Bildung von stehenden Wellen der Saiten und die Gleichungen lassen sich dem entsprechend behandeln.

Die obige Gleichung lässt sich dann in der Form schreiben:

$$i = \Sigma_n A_n \sin\frac{n\pi l}{\Lambda}\cos\frac{n\pi\alpha t}{\Lambda}$$
$$+ \Sigma_n B_n \cos\frac{n\pi l}{\Lambda}\cos\frac{n\pi\alpha t}{\Lambda}$$
$$+ \Sigma_n C_n \cos\frac{n\pi l}{\Lambda}\sin\frac{n\pi\alpha t}{\Lambda}$$
$$+ \Sigma_n D_n \sin\frac{n\pi l}{\Lambda}\sin\frac{n\pi\alpha t}{\Lambda},$$

wo Λ die Gesammtlänge ist.

522 Diese Resultate sind zuerst von Kirchhoff[1]) für einen in sich zurücklaufenden Draht mittelst des Weber'schen Gesetzes durch eine ziemlich weitläufige Rechnung nachgewiesen (s. das Schlusscapitel). Wir haben zunächst die obige der neueren Betrachtungsweise entsprechende einfachere Ableitung gewählt.

523 Bisher haben wir die Capacität und die Selbstinduction nach dem gleichen (elektromagnetischen) System gemessen. Gewöhnlich wird aber erstere im elektrostatischen, letztere im elektromagnetischen Systeme bestimmt. Nach später mitzutheilenden Vergleichungen ist das Verhältniss der Capacität C_e eines Condensators im elektrostatischen zu der C_m im elektromagnetischen Maasse

$$C_e / C_m = v^2 = (3 \,.\, 10^{10} \,\mathrm{cm\ sec.}^{-1})^2,$$

wo v die Lichtgeschwindigkeit ist.

Wird diese Art der Messung eingeführt, so ist statt α^2 zu setzen

$$\beta^2 = \frac{v^2}{\mu D}\frac{1}{L_m C_e}.$$

Der Coëfficient der Selbstinduction eines Drahtes von der Länge 1 und dem Radius ϱ, der von einem conaxialen Rohre von dem Radius ϱ' umgeben ist, ist in elektromagnetischem Maasse (Bd. IV, §. 109) für die Längeneinheit

$$L_m = 2 \log\frac{\varrho'}{\varrho}$$

und die Capacität im elektrostatischen Maasse:

$$C_e = {}^1/_2 \frac{1}{\log\frac{\varrho'}{\varrho}}.$$

Das Product ist also gleich 1 und

$$\beta^2 = \frac{v^2}{\mu D}.$$

In solchen Fällen wird also, wenn $\mu = 1$ und $D = 1$ ist, $\beta = v$, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit muss der des Lichtes gleich sein[2]).

[1]) Kirchhoff, Pogg. Ann. 121, 551, 1864. — [2]) Weitere Ausführungen hierüber siehe im theoretischen Schlusscapitel dieses Bandes.

524 In der Formel von Sir W. Thomson für die Schwingungsdauer $T = 2\pi\sqrt{CL}$ sind C und L in gleichem Maasse gemessen. Soll, wie üblich, C in elektrostatischem, L in elektromagnetischem Maass gemessen werden, so ist nach §. 523 für eine einfache (halbe) Schwingung die Dauer

$$T = \pi\sqrt{CL}/v.$$

Diese bei langsamen Schwingungen geltende Formel lässt sich auch auf schnellere Schwingungen übertragen, wenn der Widerstand der Leitung zu vernachlässigen ist.

Kann man die Wellenlänge λ der Schwingungen experimentell bestimmen, so lässt sich, wenn n die Zahl der Schwingungen in der Zeiteinheit, also $n = 1/T$ ist, nach der Formel

$$V = \lambda n = \frac{\lambda}{T}$$

die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen berechnen.

525 Ist also z. B. ein Leiter von der Länge $l = 150$ cm und Drahtdicke $d = 0{,}5$ cm an beiden Enden mit zwei Kugeln von 15 cm Radius verbunden, so ist $L = 2\,l\left(log\,\frac{4\,l}{d} - 0{,}75\right) = 1902$. Besitzen die Kugeln die Potentialdifferenz 1, so haben sie gegen die Umgebung die Potialdifferenz $\pm\frac{1}{2}$ und enthalten die dem in Centimetern gemessenen Radius gleiche Capacität dividirt durch 2, also in elektromagnetischem Maasse $C = \frac{15}{2}\,\frac{1}{(3.10^{10})^2}$. Hieraus folgt die Schwingungsdauer $T = 1{,}26$ [1]).

526 Schnelle elektrische Schwingungen bei der Entladung eines Condensators haben wir schon bei den Versuchen von Feddersen (§. 394 u. flgde.) erwähnt; freilich nur bei einfachem Hin- und Hergang der Elektricität. Er erhielt unter anderem die Schwingungsdauer bei zehn Leydener Flaschen bei Leitungen von 5,26 und 13,43 m Länge, $10^8\,T = 132$ und 3980 Sec., woraus sich die Wellenlänge unter der Voraussetzung, dass $V = v$ ist, ohne Weiteres berechnet.

527 Abwechselnd gerichtete schnelle Entladungen liefert das Inductorium direct. Die primären Entladungen eines solchen bestehen aus Oeffnungs- und Schliessungsströmen, von denen nur die ersteren die Funkenstelle durchbrechen. Die Funken bestehen aus mehreren Partialfunken in Folge der Anhäufung der Elektricität im Inneren der Spirale und Nachströmen derselben gegen die Enden [2]).

---

[1]) Diese Zahl mit Berücksichtigung der Potentialdifferenz gegen die Umgebung ist von Poincaré (Compt. rend. **111**, 322, 1891) berechnet, im Gegensatz der um $\sqrt{2}$ zu grossen Zahl 1,77 von Hertz (Abhandl. S. 55). — [2]) Hagenbach und Zehnder, Wied. Ann. **43**, 610, 1891.

Ebenso bestehen die Entladungen des secundären Leiters für jede Primärentladung aus je zweien, von denen bei einer Funkenunterbrechung je nur die eine die Luftstrecken durchbricht. Man kann dies auch durch ein Elektrometer nachweisen. Auch könnten hierbei noch secundäre und tertiäre Ströme auftreten.

---

528 Um zunächst allgemeiner die Bildung der elektrischen Schwingungen in Drähten in ihrer Abhängigkeit von einem Primärleiter zu untersuchen, bringt Trowbridge[1]) einen solchen zwischen zwei vollständig von einander getrennte secundäre Leiter.

Die drei Leiter sind kreisförmig mit einer bis vier Drahtwindungen von 9,5 cm Radius. Ihre Schliessungen enthalten theils Luftcondensatoren, theils solche aus Hartgummi mit Stanniolbelägen. Der primäre Leiter wird durch eine Wechselstrommaschine (120 Volt und 15 bis 20 Amp.) mit Transformator erregt. Die drei Funkenstreckeu liegen schief so über einander, dass ihre durch einen rotirenden Spiegel erzeugten Bilder, ohne sich zu decken, auf derselben photographischen Platte erscheinen.

Aus der Untersuchung der photographischen Bilder ergeben sich folgende Resultate: ein nicht oscillatorischer primärer Funken erregt im secundären Leiter stets eine oscillatorische Bewegung, wenn Selbstinduction, Widerstand und Capacität eine solche überhaupt gestatten. In jedem secundären Leiter ist die erste Wirkung des erregenden, nicht oscillatorischen Funkens die, dass die secundären Leiter sich zunächst so verhalten, wie wenn keine Capacität in ihrer Leitung vorhanden wäre. In diesen Leitern wird ein fadenartiger Funken erzeugt, welcher genau so beschaffen ist, als ob alle Capacität entfernt wäre. Nach kurzer Zeit schiesst die Elektricität in die Condensatoren und beginnt zu oscilliren, wobei die Intensität der Oscillation nach einer oder zwei Schwingungen zum Maximum anwächst und dann abnimmt. Die Schwingung wird schliesslich stationär und genügt der Formel: $T = 2\pi \sqrt{LC}$. Diese Formel gilt aber nicht für den ersten Augenblick. Das Verhalten ist, als ob die Elektricität eine Art Trägheit in Folge der Selbstinduction besässe.

Wenn ein nicht oscillirender Funken Oscillationen in zwei benachbarten Leitern hervorruft, welche nicht ganz in Resonanz zu einander sind, so kann eine elektrische Interferenz in diesen Leitern hervorgebracht und durch die Photographie zur Darstellung gebracht werden.

Ist der primäre Funken oscillatorisch, so suchen seine Schwingungen die secundären Leiter zu zwingen, ihnen zu folgen; sind sie nicht stark genug, dies zu erreichen, so interferiren sie mit denen der secundären Leiter. Wenn aber alle Capacität aus den secundären Leitern entfernt wird, so schwingen diese in der gleichen Weise, wie der primäre Strom.

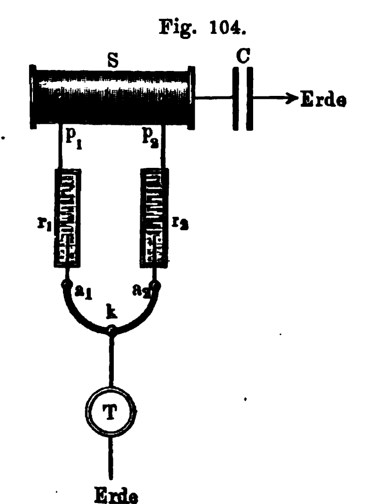
---

[1]) Trowbridge, Phil. Mag. [5] 38, 182, 1894; Beibl. 19, 94.

Die Vertheilung der Ströme im Inductionskreise ist von Leonhard Weber und Karsten nachgewiesen worden. 529

Verbindet man die Pole eines Inductoriums S (Fig. 104) mit zwei Drähten p_1 und p_2, welche in die beiden Ecken eines mit Wasser gefüllten Glastroges eingetaucht sind, und senkt zwischen ihnen den einen Leitungsdraht eines Telephons ein, welches andererseits zur Erde abgeleitet ist, so schweigt dasselbe nach Leonhard Weber[1]), wenn die Leitung zum Telephon in einem neutralen Punkte, etwa in der Mitte zwischen p_1 und p_2, erfolgt. Auch kann man die Drähte in die einen Enden zweier mit Wasser gefüllter Röhren r_1 und r_2 einsenken, deren andere Enden durch einen dritten Draht $a_1 a_2$ verbunden werden, von dem die Telephonleitung zur Erde führt. Die Abstände der Enden von $a_1 a_2$, von p_1 und p_2 waren nicht gleich, wenn das Telephon schwieg. Um die Ursache dieser Verschiebung zu ergründen, verband Karsten[2]) den einen Pol des Inductoriums mit einem andererseits zur Erde abgeleiteten Luftcondensator und bestimmte die Widerstände r_1 und r_2 der Flüssigkeitssäulen vom neutralen Punkte bis zu den Inductorpolen. Ist dann d der Abstand der Condensatorplatte, so folgt, je nachdem dieselbe an den einen oder anderen Pol des Inductoriums angelegt ist, und a_1 und a_2 bezw. α_1 und α_2 Constante sind:

Fig. 104.



$$\frac{r_1}{r_2} = a_1 + \frac{a_2}{d},$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{d},$$

welche Formeln einer Ableitung von Oberbeck[3]) entsprechen.

Indess ist zu bedenken, dass in Folge der Art der Windungen der Inductorien mit in der Richtung der Axe fortlaufenden und je den ganzen Querschnitt erfüllenden Windungen die Capacitäten der Enden der Inductionsrolle verschieden oder gleich sein können.

An den geschlossenen Inductionskreisen eines Inductoriums hat Colson[4]) Knoten und ähnliche Intermittenzstellen nachgewiesen. 530

Die Inductionsspirale eines mit 130 Unterbrechungen arbeitenden Inductoriums ist an ihrem einen Ende mit einem Kupferdrahte verbunden, an dessen Ende ein horizontaler mit einer Salzlösung (z. B. von Chlor-

[1]) L. Weber, Wied. Ann. 8, 515, 1879. — [2]) Karsten, Dissertation, Kiel 1889. — [3]) Oberbeck, Wied. Ann. 17, 816, 1882. Hagenbach, ibid. 29, 377, 1886. — [4]) Colson, Compt. rend. 114, 349; 115, 800, 1892; Beibl. 16, 691; 18, 133.

calciumlösung) getränkter, 0,3 mm dicker Leinenfaden geknüpft ist. Am anderen Ende ist das Inductorium mit einer geeigneten Capacität verbunden. Wird die eine Elektrode eines Telephons auf dem Faden entlang geführt, die andere frei gelassen, so ändert der Ton des Telephons seine Stärke an einzelnen Stellen, welche sich einander nähern, je mehr der Faden trocknet. Sie wird durch den Abstand bestimmt, bei der das Telephon zu tönen beginnt. Wenn x die auf dem Faden gemessene Länge ist, so ist die Intensität in einem langen Draht $y = y_0 e^{-ax}$, ähnlich wie die Aenderung der Temperatur in einem unendlichen Stabe. Der Ton verschwindet in einer gewissen Entfernung vom Kupferdrahte. Diese Entfernung wächst, wenn das zweite Ende der inducirten Spirale und das zweite Ende des Telephons mit wachsenden Capacitäten verbunden werden.

Werden beide Enden des inducirten Drahtes mit den Enden des 3 m langen Leinenfadens verbunden, so tönt das Telephon von einer bestimmten Entfernung von beiden Enden an nicht mehr. Diese Indifferenzzone wird bei Verminderung der Länge des Fadens kürzer und umfasst, wenn beide Kupferdrähte sich berühren, den ganzen Umkreis.

Man kann auch zwei gleiche am einen Ende isolirte Drähte nach Art der Lecher'schen Anordnung (s. w. u.) mit den Enden der Inductionsrolle verbinden und darauf eine Kupferdrahtbrücke verschieben. Man findet dann eine neutrale Zone auf einem der Drähte, welche bei Verstellung der Contactstelle der Brücke auf dem einen Drahte in die Brücke selbst fällt.

In der neutralen Zone ändert sich das Potential am wenigsten. Da sie nur bei geschlossenem Kreise auftritt, muss sie durch die Interferenz zweier in entgegengesetzter Richtung verlaufender Wellen von gleicher Periode bedingt sein. Die daselbst auftretenden Potentiale sind gleich und entgegengesetzt. Diese Gleichheit der entgegengesetzten Potentiale wird auf einer um so grösseren Strecke stattfinden, je weiter sie von den Anfangsstellen des Fadens entfernt ist, da sich die Ladungscurve dann immer mehr verflacht.

531 Auch in anderer Weise wurden die Versuche angestellt[1]).

Ein mit Wasser befeuchtetes Löschpapier wird auf eine Glasplatte gelegt, zwei Stellen desselben werden mit den Polen eines Inductoriums verbunden und das eine Ende eines andererseits isolirten oder mit einer constanten Capacität verbundenen Telephons auf verschiedene Punkte des Papiers gebracht, um die neutralen Stellen zu finden. An diesen wird das Papier mittelst einer an dem Telephon angebrachten Spitze durchbohrt. Die Gleichung der so erhaltenen neutralen Linie entspricht der Formel

$$tang\ R - log\ r + A\ (R - r) = C,$$

wo R und r die Abstände des betreffenden Punktes von den Polen des

[1]) Colson, Compt. rend. 116, 1052, 1893; Beibl. 18, 603

Inductoriums, A und C Constanten sind. Diese Formel wird auch theoretisch abgeleitet[1]).

---

532 Sehr viel schnellere Oscillationen als die von Feddersen beobachteten hat Hertz[2]) vermittelst des Inductoriums auf anderem Wege erhalten.

Bei seinen Versuchen hat er die einzelnen Bedingungen genauer festgestellt und dadurch für das ganze Gebiet feste Grundlagen geschaffen.

Ein Inductorium A, Fig. 105 (a. f. S.), von Ruhmkorff von 52 cm Länge und 20 cm Durchmesser mit Quecksilberunterbrecher wird durch sechs grosse Bunsen'sche Elemente erregt. Die Inductionsströme werden durch einen Entlader B geleitet, welcher aus zwei Messingkugeln von 3 cm Durchmesser in einem Abstande von $^3/_4$ cm besteht. Der eine Draht des Entladers ist durch einen Draht D mit der einen Kugel eines Funkenmikro-

---

[1]) Nach Elsas (Wied. Ann. **41**, 833, 1890) können auch schwache, in langsamem Tempo unterbrochene Ströme im Schliessungskreise eines galvanischen Elementes merkliche Bewegungen auf angehängte Leiter übertragen.

Wir führen nur ein Beispiel an. Der Schliessungskreis eines galvanischen Elementes wird durch einen Wagner'schen Hammer f unterbrochen und die eine Elektrode n der Unterbrechungsstelle wird zur Erde abgeleitet. Die andere Elektrode s wird mit der Mitte e der einen Seite cd eines quadratischen Leiters $abcd$ verbunden und ein Telephon T an der Unterbrechungsstelle N der Seite gegenüberliegenden ab eingeschaltet. Dann sind die Bedingungen freilich von denen bei dem analogen Versuche von Hertz (§. 532) verschieden, da die Aenderung des Potentials in s auch von der in N abhängt. Das Telephon schweigt nicht, auch nicht bei Verschiebung der Klemmschraube e. Durch Verbindung eines Punktes des Nebenkreises mit einem grösseren Conductor brachte man aber stets das Telephon zum Schweigen. Die Einschaltung eines längeren Drahtes in den Nebenkreis ändert die Stärke des Tones des Telephons kaum, wohl aber die von Flüssigkeitswiderständen. Wurde aber eine Spirale mit grosser Selbstinduction in den Zweig ac eingeschaltet, so blieb der Ton schwach, bis in die Spirale ein Eisendrahtbündel eingeschoben wurde, wo er relativ laut wurde. Wurden in ac und bd gleiche Kohlrausch'sche Condensatoren eingeschaltet, so tönte das Telephon nicht, wohl aber, wenn ihre Capacität ungleich war. Wurde hierbei ein hinlänglich grosser Conductor zwischen dem einen Condensator und dem Telephon eingefügt, so konnte der Ton ausgelöscht werden; nicht aber, wenn er zwischen dem Condensator und dem Telephon eingeschaltet wurde. Aenderung der Selbstinduction in den einzelnen Zweigen hat keinen Einfluss.

Bei anderen Versuchen über Inductionswirkungen ungeschlossener Strombahnen wurde der Punkt s mit dem einen Ende einer inducirenden Rolle und die eine Windungsreihe einer darüber gewickelten bifilar gewundenen Inductionsrolle mit dem Telephon verbunden, das Telephon tönte schwach, auch noch, wenn nur das eine Ende der inducirten Rolle mit dem Telephon verbunden ward; stärker, wenn das freie Ende zur Erde abgeleitet wurde. Ebenso steigert sich der Ton bei Ableitung von n zur Erde oder bei Verbindung mit einem grossen Conductor. — Verbindet man das Telephon mit den benachbarten Enden der beiden Windungen der Inductionsrolle, also mit zwei Punkten gleichen Potentials, so schwingt es. Bei Verbindung mit entgegengesetzten Enden, deren Potentiale entgegengesetzt gleich sind, tönt es kräftig.

Verbindet man die benachbarten Enden a_1 und a_2 der beiden Windungen der inducirten Rolle mit den Punkten s und n, also den beiden Polen der Kette, die Enden der früher primären Rolle mit dem Telephon, so schweigt es, tönt aber, wenn man die Verbindung bei a_1 oder a_2 öffnet; wie leicht zu übersehen.

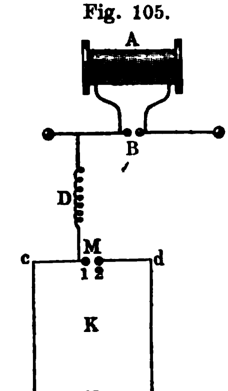
[2]) Hertz, Wied. Ann. **31**, 421, 1887. Ausbreitung der elektrischen Kraft, S. 32. Leipzig, Barth.

meters M verbunden, welches wiederum durch einen viereckig gebogenen, 2 mm dicken, $^1/_2$ m langen Kupferdraht K geschlossen ist.

Kleinere Inductorien und andere Dimensionen geben ungünstigere Resultate.

Bei jeder Entladung des Inductoriums treten auch im Mikrometer M Funken auf. Sie können nur durch die Selbstinduction im Viereck bedingt sein, welche lebhafte Elektricitätsbewegungen darin hervorruft. Dieselben finden also in einem geöffneten Drahtkreise statt und können zur Bildung des „Nebenfunkens" im Mikrometer Veranlassung geben, also zu einer sehr bedeutenden Potentialdifferenz.

Fig. 105.

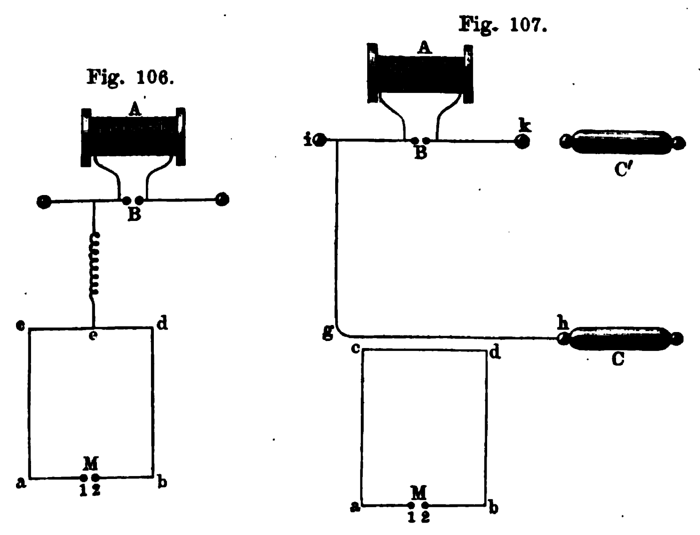


Wird der Nebenschluss kürzer, so werden die Nebenfunken auch kürzer. Die Dicke und der Stoff des Nebenschlusses, also sein Widerstand, haben wenig Einfluss; letzterer bedingt demnach die Potentialdifferenz in M nicht.

Die Länge des Verbindungsdrahtes D ist ebenfalls ohne wesentlichen Einfluss, wofern sie nicht viele Meter beträgt.

533 Wird das Funkenmikrometer in die Mitte der Seite ab des auf Siegellackstützen stehenden, 80 cm breiten, 125 cm langen, aus 2 mm dickem

Fig. 106. Fig. 107.



Draht gebildeten Viereckes $abcd$, Fig. 106, gebracht, dagegen die Seite cd in sich geschlossen und ihre Mitte e mit dem einen Drahte des Entladers B verbunden, so zeigen sich keine Funken. Wird das Mikrometer einige Centimeter nach rechts oder links verschoben, so zeigen sich sofort

Wird, während in *M* keine Funken erscheinen, die eine Kugel von *M* mit einer weiterführenden Leitung, einer isolirten Kugel von 2 bis 4 cm Durchmesser, axial verbunden, so zeigen sich wieder lebhafte Funken. Der Grund ist, dass die an den Kugeln 1 und 2 des Mikrometers reflectirten Wellen den Nebenkreis *abcd* wiederholt durchlaufen, interferiren und die Bildung stehender Wellen veranlassen. Die Schwingungsdauer derselben ist abhängig von der Selbstinduction der Leitertheile *eca* 1 und *edb* 2 und der Capacität ihrer Enden bei 1 und 2. Durch die hinzugefügte Capacität werden die nahe gleichzeitig in 1 und 2 anlangenden Wellen nach der Reflexion und dem Rücklaufe daselbst nicht mehr gleichzeitig ankommen und Funkenentladungen eintreten.

534 Aehnliche Schwingungen bilden sich auch in secundären Kreisen, welche von dem primären vollständig getrennt sind[1]).

Das Inductorium *A*, Fig. 107, wird durch die Funkenstrecke *B* entladen und ist mit dem einen Zuleiter *i* derselben ein ihm paralleler Draht *gh* verbunden. In 3 cm Entfernung von *gh* war das §. 532 erwähnte Drahtviereck *abcd* mit dem Funkenmikrometer *M* angebracht.

Endete der Draht *gh* bei *h* frei in der Luft, so erschienen in *M* nur schwache Funken. Wurde aber das Ende *h* mit einer Capacität, z. B. dem isolirten Conductor *C* einer Elektrisirmaschine verbunden, so wuchsen dieselben bis zu 2 mm Länge. In *g* angebracht, wirkte der Conductor *C* nicht, also hatte er nicht durch elektrostatische Einwirkung einen Einfluss. Ebenso wenig verursachte der Ladungsstrom des Condensators die Erscheinung, da bei grösserer Entfernung der Kugeln bei *B*, so dass keine Funken übergingen, im Mikrometer *M* keine Funken überschlugen. Auch mussten sie so regulirt werden, dass bei den Versuchen wie in §. 532 starke Funken im Mikrometer *M* übergingen.

Näherte man dem Mikrometer Leiter, so schlugen auch zu ihnen Funken über.

Wurden die Kugeln von *M* mit Conductoren verbunden, oder die eine abgeleitet, so wurden die Funken kürzer; wurden sie durch einen kurzen nassen Faden verbunden, so hatte er wenig Einfluss. Physiologische Wirkungen bei Berührung des Leiters *abcd* oder Verbindung der Kugeln von *M* zeigten sich nicht.

535 Wurden die Oscillationen im Drahte *gh* verstärkt, so war ihre Inductionswirkung in der Nebenleitung *abcd* stärker. Dies geschah durch Verbinden des Conductors *C* mit *gh* und Vergrösserung des Abstandes der Kugeln von *M*, dass nur einzelne Funken daselbst überschlugen, indem auch noch der eine Draht des Ausladers bei *k* mit einem *C* etwa gleichen Conductor *C'* verbunden wurde. Die Funken in *M* waren stärker und bei Entfernung der Kugeln 1 und 2 von *M* von einander länger.

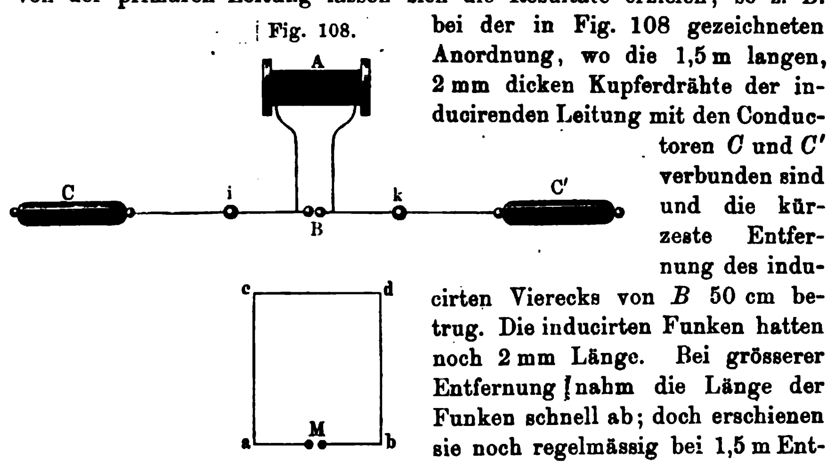
---

[1]) Hertz, l. c.

Bei Ersatz des Inductoriums durch eine Elektrisirmaschine, durch welche C und C' entgegengesetzt geladen werden, erhält man sehr schwache Funken, da die Stromdichte anfangs nicht zu schnell sinken darf.

Auch bei grösserem Abstande des inducirten Vierecks (§. 532) von der primären Leitung lassen sich die Resultate erzielen; so z. B. bei der in Fig. 108 gezeichneten Anordnung, wo die 1,5 m langen, 2 mm dicken Kupferdrähte der inducirenden Leitung mit den Conductoren C und C' verbunden sind und die kürzeste Entfernung des inducirten Vierecks von B 50 cm betrug. Die inducirten Funken hatten noch 2 mm Länge. Bei grösserer Entfernung nahm die Länge der Funken schnell ab; doch erschienen sie noch regelmässig bei 1,5 m Entfernung. Zwischentreten zwischen die inducirende und inducirte Leitung hob sie nicht auf. Die Entladungen in M hörten aber auf, als die eine der beiden Hälften der geradlinigen Leitung entfernt wurde, und ebenso, wenn der Abstand der Kugeln in B so vergrössert wurde, dass keine Funken übersprangen. Hierbei wachsen die elektrostatischen Ladungen von C und C'; sie verursachen also nicht die Erscheinungen.

Fig. 108.



536 Auch in ungeschlossenen Inductionsbahnen können dieselben Erscheinungen auftreten. Parallel der Leitung CBC' wurde in 60 cm (ja sogar in 1,2 m) Entfernung ein zweiter ihr paralleler, etwas kürzerer, an den Enden in zwei isolirten Kugeln von 10 cm Durchmesser endender Kupferdraht ausgespannt, in dessen Mitte das Mikrometer M eingefügt war. Auch hier sprangen bei Erregung des Inductoriums in M Funken über.

Verbindung der Kugeln von M durch einen nassen Faden verhinderte den Uebergang von Funken daselbst in Folge der relativ langsamen Aenderungen der Entladungen des Inductoriums die Ladungen von C und C' auf den secundären Leiter, hinderte aber nicht die Funkenentladung in Folge der schnellen Oscillationen.

Hier wirken also zwei ungeschlossene Leiter auf einander inducirend.

537 Resonanz. Bei einer dem Apparate §. 533, Fig. 107 ähnlichen Anordnung diente als primärer Leiter ein 2,6 m langer, 5 mm dicker, ganz gerader Kupferdraht, welcher in der Mitte durchschnitten und daselbst mit kleinen Kugeln versehen war, die direct mit dem Inductorium in

Verbindung standen. Der Draht trug an den Enden zwei auf ihm verschiebbare Kugeln von 30 cm Durchmesser von starkem Zinkblech. Der secundäre Leiter, ein Kupferdraht von 2 mm Durchmesser, vermuthlich von einer etwas kleineren Schwingungsdauer als der primäre, bildete ein Quadrat von 75 cm Seite. Der kürzeste Abstand der beiden Leitungen betrug 30 cm. Die Länge der grössten Funken im inducirten Kreise war 0,9 mm. Wurden die beiden Enden des inducirenden Kreises mit zwei 8 cm grossen isolirten Metallkugeln berührt, so wuchs die Funkenlänge bis auf 2,5 mm. Wurden die Enden mit zwei grossen isolirten Conductoren berührt, so sank die Funkenlänge auf eine sehr kleine Grösse.

Wurden die Pole des inducirten Kreises mit den Platten eines Kohlrausch'schen Condensators berührt, so wuchs analog bei weiterem Abstande derselben, also bei geringer Vermehrung der Capacität, die Funkenlänge, bei Annäherung aber sank sie bis zu kleinen Werthen ab.

Die Capacität des inducirten Leiters kann mit gleichem Erfolg durch Ueberhängen zweier paralleler Drähte von verschiedenem Abstande und verschiedener Länge über seine beiden Enden geändert werden.

Auch wenn man die verticalen Seiten des inducirten Drahtes, also das Selbstpotential desselben ändert, ändert sich die Funkenlänge.

Wurde der dem inducirenden Drahte gegenüberstehende Zweig *cd* durch einen Draht von Kupfer und Neusilber, also von verschiedenem Widerstande, ersetzt, so hatte dies keinen Einfluss, ebenso wenig Ersatz durch einen Eisendraht oder Umgeben mit einer Eisenröhre.

538 Alle diese Versuche zeigen, dass zwischen den Schwingungen in der primären und secundären Leitung ein Einklang, d. h. eine Gleichheit der Schwingungsdauer, bestehen muss, damit die Funkenlänge oder die Resonanz im Maximum ist.

Aus diesem Grunde hat man die verschiedenen Theile des Apparates mit verschiedenen Namen belegt. Der Theil des primären Kreises, welcher durch Induction im secundären Kreise Oscillationen erzeugt, wird Erreger, Excitator, auch Oscillator oder Vibrator genannt, der secundäre Kreis Empfänger, bezw. wenn er mit dem primären im Einklange ist, Resonator.

539 Knoten und Bäuche. In der Mitte der inducirten Strombahn behält das Potential einen gleichen mittleren Werth, sie bildet einen Knotenpunkt für das Potential der elektrischen Schwingungen, während an den Enden das Potential zwischen zwei Grenzen schwankt. Hier befinden sich die Bäuche für das Potential.

Der Knotenpunkt lässt sich einmal durch Annähern einer kleinen isolirten Kugel an die Drahtleitung nachweisen, welche nahe dasselbe Potential annimmt, wie die ihr zunächst liegende Stelle der Leitung, zu der also nur Funken überspringen, wenn das Potential der benachbarten Theile grössere Oscillationen macht, also an den Enden, nicht aber in

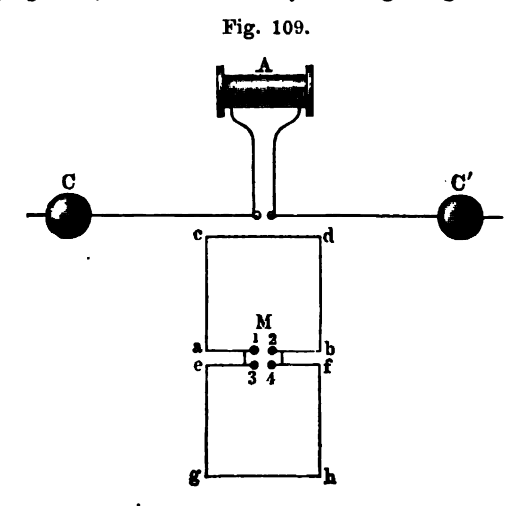
der Mitte der Leitung, wo es constant ist. Sodann kann man den inducirten Kreis auf Resonanz mit dem inducirenden einstellen und das Funkenmikrometer auf eine grössere Funkenstrecke, als ohne Resonanz zu erreichen ist. Wird ferner ein Knotenpunkt der Leitung mit einer isolirten oder abgeleiteten Kugel oder der Hand in der Mitte von cd berührt, so bleiben die Funken ungeändert, an anderen Stellen erlöschen sie.

540 Töpler[1]), Lecher und v. Bezold bezeichnen im Gegentheil als Bäuche für die elektrische Strömung die Stelle maximaler Elektricitätsbewegung, wo z. B. in einem neben die Drähte gebrachten Kreise eine Geissler'sche Röhre aufleuchtet, ein daselbst angebrachtes Funkenmikrometer Funken giebt. Knoten für die elektrische Strömung sind dagegen die Orte, wo dieselbe Null ist, z. B. am Ende der Lecher'schen Drähte (s. w. u.).

Beide Anschauungen entsprechen also völlig den analogen Verhältnissen bei den Pfeifen, wo die Knoten und Bäuche für die Verdichtungen und Verdünnungen an den Stellen der Bäuche und Knoten für die Geschwindigkeit der Bewegung der longitudinal schwingenden Luftsäule liegen.

541 Auch zwei Knoten hat Hertz (l. c.) in geeigneten inducirten Leitungen nachgewiesen. Wie in §. 538 wird der inducirende und der inducirte Strom auf Resonanz gebracht. Der Seite ab des Rechtecks $abcd$ (Fig. 109) wird die Seite ef eines ganz gleichen Rechtecks $efgh$ gegenübergestellt und die Punkte 1 und 3, sowie 2 und 4 des Funkenmikrometers werden mit einander verbunden. Dann hat das System in der Mitte von cd und gh zwei Knoten und in 1, 3, sowie 2, 4 zwei Bäuche.

Fig. 109.



Durch die Zufügung des Rechtecks $efgh$ wird die Schlagweite zwischen 1 und 2 bedeutend verkleinert, von 3 mm bis 1 mm. Zuerst bleibt die Resonanz mit dem primären Kreise noch bestehen. Durch Aenderung von $efgh$, Verlängerung oder Verkürzung, wird die Funkenlänge weiter vermindert.

Die Existenz der Knotenpunkte wird auch dadurch bewiesen, dass man bei Annäherung einer Kugel aus cd und gh viel schwächere Funken

[1]) Töpler, Wied. Ann. 46, 642, 1892.

erhält, als aus *ae* und *bf*. Wurde *cd* oder *gh* berührt, so blieb die Funkenlänge 1 und 2 ungeändert, dagegen änderte sie sich bei Berührung von anderen Stellen, so dass hiernach die Knotenpunkte derselben Schwingung angehören, welche, verstärkt durch Resonanz, den Funken 1 und 2 lieferte. Dem entsprechend änderte es nichts, wenn man eine der Verbindungen 1 und 3 oder 2 und 4 aufhob, da daselbst die Stromstärke der erregten Schwingung Null ist.

Bei zwei Knotenpunkten ist die auftretende Schwingung nicht mehr die langsamste. Bei einem Knotenpunkte zwischen *a* und *c* muss sie die langsamste sein. Dabei treten in 2 und 4 die grössten Spannungen auf. Werden die Kugeln von 2 und 4 einander genähert, so zeigen sich auch zwischen ihnen schwache Funken, welche der Grundschwingung mit einem Knoten entsprechen. Werden nämlich die Funken zwischen 1 und 2 unterbrochen, so werden die Funken zwischen 3 und 4 durch Verlängerung des primären Leiters erst verlängert, dann nehmen sie wieder ab. Bei dem Maximum ihrer Länge muss die Schwingung des primären Stromes mit der Grundschwingung übereinstimmen, die nur einen Knotenpunkt hat. Das lässt sich dadurch nachweisen, dass Berührung zwischen *a* und *e* keinen Einfluss auf den Funken hat, wohl aber Berührung an den früheren beiden Knotenpunkten den Funkenstrom unterbricht.

Ganz nach Art der Methode von Hertz angestellte Versuche von Zickermann[1]) ergeben: 542

1. Die bei Anwendung dicker Drähte hergestellte Resonanz bleibt nicht erhalten, wenn in beiden Systemen gleichmässig Conductoren angehängt werden, und zwar wird die inducirende Leitung um so kürzer, je dicker die Drähte der inducirten Leitung und je grösser die beiderseits angebrachten Conductoren sind.

2. Ist der Draht in der inducirten Leitung bedeutend dünner als in der inducirenden, so sind die zur Herstellung der Resonanz erforderlichen Längen in den beiden Systemen beträchtlich von einander verschieden; die Drähte der inducirenden Leitung sind um so länger zu nehmen, je dünner die Drähte der inducirten Leitung sind.

3. Je dünner die Drähte der inducirenden Leitung sind, desto grösser ist die für einen daselbst angehängten Conductor auszuschaltende Drahtlänge.

4. Das Material der angewandten Drähte, auch Eisen, ist anscheinend ohne Einfluss (s. indess §. w. u.).

Eine andere sehr zweckmässige Anordnung, namentlich um die Lage der Knoten zu zeigen, rührt von Lecher[2]) her. 543

---

[1]) Zickermann, Dissertation, Greifswald 1889; Beibl. **14**, 312. — [2]) Lecher, Wien. Ber. **99** [2], 310, 1890; **41**, 850, 1890. Eine andere Anordnung, bei der die Platten AA', BB' vertical und in der Ebene der Drähte stehen (siehe l. c., S. 859).

Zwei quadratische Blechplatten A und A' (Fig. 110) von 40 cm Kantenlänge sind durch einen 100 cm langen, in der Mitte ein Kugelpaar F von 3 cm Durchmesser und etwa 0,75 cm Abstand tragenden Draht verbunden. Sie sind durch dünne Drähte mit den Polen eines Inductoriums von 35 cm Länge, 18 cm Durchmesser mit Quecksilberunterbrecher verbunden, welches durch vier starke Accumulatoren erregt wird. Etwa 4 cm entfernt stehen den Platten A und A' ihnen parallele und gleich grosse isolirte Platten B und B' gegenüber. Von ihnen gehen zwei Drähte BSt und $B'S't'$ aus, deren Abstand zwischen St und $S't'$ 10 bis 50 cm, deren Länge daselbst mindestens 400 cm beträgt.

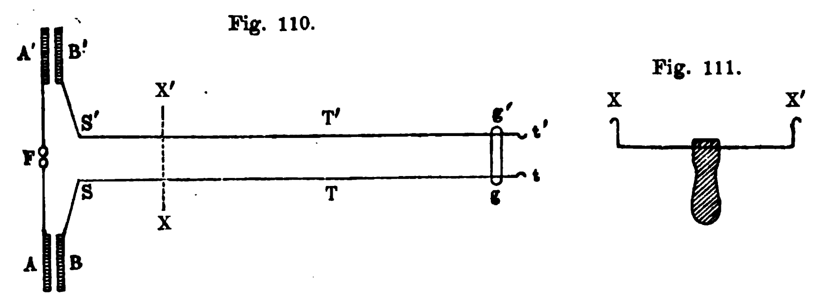


Fig. 110. Fig. 111.

Durch zwei Schnüre werden die Drähte gespannt erhalten. Ueber t und t' wird eine, z. B. Stickstoff enthaltende Entladungsröhre gg' ohne Elektroden gelegt [1]).

Zweckmässig erhöht man die Capacität des Hauptcondensators AB und $A'B'$ bis zu einer gewissen Maximalgrösse, bei der die Oscillationen aufhören, um kräftige Schwingungen zu erzeugen.

Bei Erregung des Inductoriums leuchtet die Röhre gg' durch die elektrischen Schwingungen in den Drähten. Wird ein Drahtbügel XX', „die Brücke“, Fig. 111, an einem Glas- oder Holzgriffe transversal über die Drähte gehängt, so hört bei einer bestimmten Lage desselben das Leuchten auf, tritt aber bei bestimmten anderen Stellungen wieder hervor. Bei Paralleldrähten von 600 cm Länge und etwa 30 cm Abstand ist die Lage des Bügels XX', wo die Röhre aufleuchtet, etwa 100 cm von S und S' entfernt.

544 Hierbei bildet sich zuerst eine Grundschwingung auf der Bahn $BSXX'S'B'$, welche auch an der Aenderung des Tones der Funken von F zu erkennen ist. Diese inducirt eine zweite Schwingung in XX', die sich auf TT' fortpflanzt.

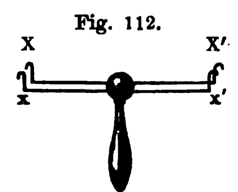
Dabei muss der Brückendraht eine bestimmte Länge haben; ist er

[1]) Die Anwendung derartiger Röhren rührt von Dragoumis her. Nature 39, 548, 1889; Beibl. 13, 726. Statt der elektrodenlosen Röhren kann man auch gewöhnliche Geissler'sche Röhren verwenden, deren Elektroden indess isolirt gelassen werden.

länger oder kürzer, so muss er verschoben werden, bis das frühere Verhältniss zwischen den Drahtkreisen hergestellt ist.

545 Ersetzt man den Bügel durch zwei isolirte parallele Drähte XX' und x, x', Fig. 112, so dass die Kreise $BSXX'S'B'$ und $tXX't'$ völlig von einander getrennt sind, so leuchtet die Röhre gg' wie vorher, wenn der gespaltene Bügel sich an derselben Stelle befindet. Es ist dies ein Beweis, dass die Erregung eine Resonanzbewegung ist. Die Brücke XX' sei so gestellt, dass gg' leuchtet. Wird der secundäre Kreis bei S und S' verkürzt, so ist die Resonanz gestört; Bügel XX' muss gegen SS' hingeschoben werden, um sie wieder herzustellen und damit die Röhre gg' wieder aufleuchtet.

Fig. 112.



Legt man bei richtiger Stellung der Brücke XX' über die Drahtenden t und t' je ein Stanniolblatt und ändert dadurch ihre Capacität, so verlängert sich in Folge dessen die Schwingungsdauer; Bügel XX' muss wiederum gegen t und t' geschoben werden, um die Resonanz herzustellen.

Ebenso kann man die Platten eines Condensators mit t, t' verbinden, durch Aenderung ihres Abstandes die Capacität ändern und je die Brücke verschieben. So kann man Capacitäten, bezw. bei Anwendung von Condensatoren mit verschiedenen Dielektricis die Dielektricitätsconstanten vergleichen (s. w. u.).

546 Verschiebt man die Brücke über die ganzen Paralleldrähte, so findet man mehrere Stellen, Schwingungsbäuche, wo die Röhre gg' aufleuchtet.

Bleibt der erste Bügel an der Stelle, wo die Röhre leuchtet, und verschiebt man einen zweiten Bügel auf den Drähten, so findet man Stellen, wo dies ebenfalls geschieht. Sie entsprechen den mit dem ersten Bügel allein gefundenen Schwingungsbäuchen. Auch drei Bügel kann man in gleicher Weise auflegen. Diese Versuche entsprechen völlig den Versuchen mit einer Pfeife, welche an einem Ende angeregt wird und ebenfalls Schwingungsbäuche zeigt.

547 Wird bei Verbindung der Enden tt' der Drähte mit den Belegungen eines Condensators OO' von der Capacität C durch Auflegen zweier Brücken in solchen Lagen XX' und YY' bewirkt, dass die Röhre g hell leuchtet, so läuft zwischen OO' und YY' eine Halbschwingung hin und her und die ganze Schwingung zwischen XX' und YY'. Die halbe Wellenlänge der ganzen Schwingung ist also gleich XY und $X'Y'$ plus der Länge der Brücke. Diese Länge kann genau gemessen werden.

Nach Bestimmung der Wellenlänge auf diese Weise (in einem Falle 982 cm) und Berechnung der Werthe C und L (s. Formel §. 523)

findet Lecher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den Drähten nahe gleich der in der Luft[1]).

Viel besser gelingen die Versuche mittelst einer Influenzmaschine.

548 Silow[2]) und Biernacki verbinden die parallelen Drähte mit Zweigleitungen, in denen, wie bei dem analogen Versuche in der Akustik, die Wellen zur Interferenz gelangen. Auch schirmen sie die leuchtende Röhre durch ein darüber geschobenes Drahtnetz, dessen Drähte der Röhre entweder parallel sind oder sie in äquatorialer Richtung umfassen.

549 Bei dem Verfahren von Lecher bedarf es stets zweier Drähte; auch werden die Knotenpunkte durch das Maximum des Aufleuchtens der Entladungsröhre bedingt, was nicht sehr genau ist. Für die Untersuchung in geschlossenen Metallkreisen ist letzteres nicht geeignet. Voller[3]) hat deshalb nur das eine Ende der andererseits abgeleiteten Röhren an den die elektrischen Wellen führenden Draht gelegt. Die Röhren sind aus gewöhnlichem Glase und mit verdünnter Luft gefüllt, oder aus fluorescirendem Glase und mit verdünntem Kohlenwasserstoff gefüllt[4]).

550 Die Richtigkeit der Anwendung der §. 523 entwickelten Theorie auf Schwingungen haben Cohn und Heerwagen[5]) durch sorgfältige Versuche geprüft, indem sie die mittelst ersterer abgeleitete Capacität mit der durch Rechnung und auf elektrostatischem Wege bestimmten vergleichen.

Die Anordnung ist die von Lecher mit einer Brücke B von Kupferdraht und einer zweiten aus einer Geissler'schen Röhre mit Elektroden (da elektrodenlose Röhren nur für etwas stärkere Entladungen zu brauchen sind). Die Röhre ändert den Austausch der Elektricitäten an den berührten Punkten nicht. Sie leuchtet nur bei bestimmten Lagen der beiden Brücken auf, wobei sie für die Brücke B als Knoten dient.

Die Lage der Brücken wird mittelst Senkeln an einem auf dem Boden unter den an Drähten liegenden Maassstabe abgelesen.

Die Enden der Drähte führen zu den Platten eines Kohlrausch'schen Condensators.

Es werden die Lagen der Brücke und Röhre aufgesucht, bei der letztere aufleuchtet. Dann ist die Brücke ein Knoten für die entstehenden Schwingungen. Man erhält so verschiedene Gruppen von Knoten, bis zur fünften, ja sechsten Ordnungszahl. Diese Knoten sind je

---

[1]) Siehe auch Borgmann (Journ. der russ. phys.-chem. Ges. 22, II, 458; Beibl. 16, 559), welcher die Elektrisirung der Drähte zeigt, auch wenn die Knotenpunkte abgeleitet werden. Die Röhre leuchtet in zur Erde abgeleitetem Wasser fort, nicht in Lösungen von Elektrolyten bei Annähern eines dünnen Drahtes. — [2]) Silow, Séances de la soc. de physique, 15. Jan. 1882. Arch. de Genève [3] 27, 526; Beibl. 16, 773. — [3]) Voller, Ber. d. Verh. d. internat. Elektrotechniker-Congresses, Frankfurt a. M. 7. bis 12. Sept. 1891, II, 21, 1892; Beibl. 18, 382. — [4]) Für Darstellungen von kleineren Wellenlängen mittelst der Lecher'schen Anordnung hat Donle besondere Vorschriften gegeben (Wied. Ann. 53, 178, 1890). — [5]) Cohn u. Heerwagen, Wied. Ann. 43, 342, 1891.

äquidistant. Die Röhre fährt fort zu leuchten, wenn man mehrere Knoten überbrückt. Die Stelle, wo die Röhre am besten aufleuchtet, ist der Schwingungsbauch. Die äussersten Intervalle sind kleiner als die halbe Wellenlänge und stehen im Allgemeinen in keinem einfachen Verhältnisse zu derselben.

Ist λ die Wellenlänge und sind die Längen die äussersten Intervalle am Ende neben dem primären Leiter und am Condensatorende, welche Functionen der Wellenlänge sind, $z' = \varphi(\lambda)$, $z = f(\lambda)$, ist die gesammte „reducirte“ Drahtlänge, bestehend aus der Länge der Drähte mit der der Brücke und der der Ansatzstücke, welche die Verbindung mit den Platten herstellen, gleich v, ist n die Zahl der Abtheilungen zwischen den Knoten, so ist $l = z + z' + n\lambda$, wo $n = 0, 1, 2, 3 \ldots$ ist, und der Abstand der Knoten gegeben ist durch:

$$s + k_n^v = z' + v\lambda_n = l - [z + (n-1)\lambda_n],$$

wo $v = 1, 2 \ldots n$ ist; s ist der Abstand des Nullpunktes der Theilung vom primären Ende, der event. gleich 0 sein kann, vermehrt um eine Länge, welche der halben Brücke entspricht. Für $s = 0$ ist also $k_n^v = z' + v\lambda_n$. Nach der Theorie muss $k_n^v + z_n$ für verschiedene Knotensysteme nahe denselben Werth haben. Aus den verschiedenen Werthen von k_n^v kann der ausgeglichene Werth z_n berechnet werden. Die Wellenlänge ist dann $\lambda_n = k_n^{v+1} - k_n^v$. Zu untersuchen ist die Function $z = f(\lambda)$.

Mit Hülfe der theoretischen Entwickelungen von Hertz (siehe das letzte Capitel dieses Bandes) ergiebt sich:

$$z_n = \frac{\lambda_n}{\pi} \, arc\, tg \, \frac{\lambda_n}{\pi q c_e},$$

wo c_e die Capacität des Endcondensators und $q = 4 \, log \, (b/a)$ der Selbstinductionscoëfficient für die Längeneinheit ist. b ist der Abstand der parallelen Drähte von einander, a ihre Länge. Der Werth z_n bezw. c_e lässt sich hiernach berechnen.

Als qualitatives Resultat ergiebt sich:

Berühren die Platten des Endcondensators einander, so ist der letzte Theil der Drähte metallisch geschlossen, so dass er eine volle Welle bildet, deren Länge der der übrigen gleich ist. Alle Wellen haben am Condensatorende einen Knoten, dessen Lage aus jedem Wellenzuge durch Extrapolation gefunden wird. Bei Entfernung der Condensatorplatten von einander treten die Knoten aus dem Condensatorende hervor und wandern gegen das primäre Ende. Die Phase des Endpunktes wächst von 0 an immer mehr, je weiter der Abstand der Platten des Condensators von einander vergrössert, also seine Capacität vermindert wird. Sie erreicht ihr Maximum, das nahe beim Schwingungsbauch (0,5) liegt, wenn die Paralleldrähte frei in der Luft endigen.

Zur quantitativen Prüfung bedarf es der elektrostatischen Bestimmung der Capacität C_e des Kreisplattencondensators; die auf elektrostatischem

Wege ausgeführt wurde. Eine Stimmgabel, deren einer Zinken einen Contactstift trug, verband während 123,3 Vollschwingungen je eine Kette von 30 Chromsäureelementen mit dem Condensator und entlud ihn ebenso oft durch ein Galvanometer. Bei einer Beobachtungsreihe war einmal die eine Condensatorplatte dauernd mit der Erde verbunden und die andere wurde abwechselnd geladen und abgeleitet; bei einer zweiten waren die sonst isolirten Condensatorplatten mit einander verbunden. Die besonders ermittelte Capacität des Zuleitungsdrahtes war noch abzuziehen.

So ergab sich die Capacität im elektrostatischen Maasse C_e, sowie dieselbe nach der Berechnung von Kirchhoff C_k und aus den Schwingungen C_s, wenn E der Abstand der Platten, r ihr Radius ist:

	E	C_e	C_k	C_s
$r = 10$	0,5	56,9	55,5	49,48
	2,0	18,6	16,5	16,3 : 16,2
	4,0	11,8	9,5	10,1
$r = 5$	0,5	16,4	14,9	15,5
	1,0	10,0	8,3	9,3
	2,0	6,6	4,8	6,1

Die direct theoretisch und auf elektrostatischem Wege gefundenen Werthe der Capacitäten stimmen also mit den durch Schwingungsversuche gefundenen, wodurch die Theorie der Schwingungen bestätigt wird [1]).

551 Sehr ausführliche Versuche sind von Ebert und E. Wiedemann [2]) in Betreff des Einflusses der verschiedenen Versuchsbedingungen angestellt worden. Sie fanden, dass bei quadratischen Platten, auch bei sehr langen schmalen Streifen (150 cm langen und 6 cm hohen Zinkstreifen) von derselben Oberfläche wie die Platten, sich nahe derselbe Werth von A (§. 535) ergiebt. Bei abnehmender Selbstinduction des primären Kreises schiebt sich das ganze Knotensystem mehr gegen den Endcondensator hin, wobei die Knotenabstände etwas abnehmen, mehr bei den einfachen Systemen als bei den zusammengesetzten. Mit wachsender Länge der Drähte zwischen dem primären Condensator und der Funkenstrecke wandern die Knoten nach dem primären Condensator hin, die nächsten am schnellsten. Dabei werden die Knoten undeutlicher. Bei kleiner Zusatzlänge tritt auch nahe der Mitte der Drähte ein neuer deutlicher Knoten auf, der mit dem sonst daselbst befindlichen Knoten nicht identisch ist und ebenso wie dieser nur eine einfache Ueberbrückung gestattet, also keinem anderen Knoten zugeordnet ist.

Bei dickeren Drähten oder Metallröhren, auch Röhren mit leuchtenden verdünnten Gasen, zeigen sich Abweichungen, die aber von der Aenderung der Capacität derselben pro Längeneinheit herrühren können.

Im Allgemeinen sind aber selbst bei grossen Abänderungen die Abstände der Knoten in jedem einzelnen Systeme nicht sehr verschieden,

---

[1]) Die sich hieran schliessende Theorie s. im Schlusscapitel, siehe auch die Arbeiten von Salvioni ebendaselbst. — [2]) Ebert u. E. Wiedemann, Wied. Ann. **48**, 549, 1893; s. auch **49**, 1, 1893 (im Capitel Gasentladungen).

höchstens 10 Proc., in dem Sinne, dass sie gegen den primären Condensator hin grösser sind.

Auch die reducirte Gesammtlänge l der Drähte weicht bei Ableitung derselben bei verschiedenen Knotensystemen nach der Formel von Cohn-Heerwagen meist nicht sehr von der direct gemessenen ab.

Bei Versuchen mit verschiedenen Abständen der Paralleldrähte, 10 und 30 cm, ergeben sich nahe dieselben Mittelwerthe, namentlich bei geringeren Abständen.

552

Eine andere Anordnung rührt von Blondlot[1]) her.

Der primäre Leiter (Fig. 113) besteht aus zwei kreisförmigen Condensatorplatten α, β von etwa 12 cm Durchmesser, im Abstande von höchstens 1 cm, welche mit zwei halbkreisförmigen 3 mm dicken Kupferdrähten, $\alpha\gamma$ und $\beta\delta$, verbunden sind, die in den Kugeln γ und δ enden und zusammen einen Kreis von 2 m Durchmesser bilden. Die Kugeln $\gamma\delta$ sind durch Drähte mit den Polen des Inductoriums verbunden.

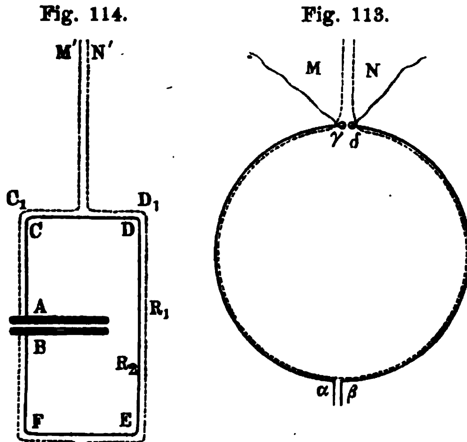


Fig. 114. Fig. 113.

Der secundäre Leiter besteht aus einem mit dem primären Leiter concentrischen, mit einem Kautschukrohre überzogenen Drahtkreise, dessen Durchmesser 1 cm kleiner ist, als der des primären und der an letzterem auf der Innenseite festgebunden ist. Die Drähte des secundären Kreises sind bei $\gamma\delta$ senkrecht umgebogen, so dass ihre im Abstande von 2 cm befindlichen Verlängerungen M und N dem Durchmesser $\alpha\beta - \gamma\delta$ parallel verlaufen.

Die Ströme des Inductoriums im primären Leiter erzeugen in dem secundären Oscillationen, so dass beim Annähern der Enden von M und N an einander Funken zwischen ihnen überspringen. Um die Oscillationen fortzuleiten, werden an N und M (Fig. 114) zwei parallel, etwa im Abstande von 2 cm ausgespannte Drähte gelöthet, zwischen die der Resonator in folgender Weise gebracht wird. Die Drähte M und N sind rechtwinklig umgebogen und bilden so ein Rechteck $C_1 D_1 E_1 F_1$, in welches sich der um 0,5 cm kleinere rechteckige, von Stützen in seiner Lage erhaltene Resonator einlegt.

[1]) Blondlot, Compt. rend. 114, 283, 1892; Beibl. 16, 451.

Derselbe enthält in der Mitte der Längsseite CF einen Plattencondensator AB von zwei parallelen Messingscheiben von z. B. 6 cm Durchmesser, die Bruchtheile eines Millimeters von einander entfernt sind [1]).

Die Vortheile des Apparates bestehen in der starken Wirkung des primären Leiters auf den secundären, sowie von $C_1 D_1 E_1 F_1$ auf $CDEF$, ferner in der Leichtigkeit, mit welcher die Schwingungsdauer des erregenden Kreises durch Verstellen der Platten AB geändert werden kann. Besonders vortheilhaft ist, dass die secundären Drähte, wenn ihre Enden nicht verbunden sind, keine elektrostatische Ladung durch Influenz vom Inductorium erhalten, wie dies bei der Hertz'schen Anordnung der Fall ist.

Die Blondlot'sche Anordnung eignet sich übrigens für kurze Wellen besser, als die Lecher'sche [2]).

553 Mittelst dieses Apparates bestimmt Blondlot die Fortpflanzungsgeschwindigkeit V der elektrischen Welle. Hierzu ist einmal die Bestimmung der Schwingungsdauer T, dann die der Wellenlänge λ erforderlich.

Zur Bestimmung der ersteren bedient sich Blondlot der als richtig angenommenen Formel $T = 2\pi\sqrt{CL}$, wo C die Capacität, L den Selbstinductionscoëfficienten bedeutet.

Zur Messung der letzteren dient die Beobachtung der Lage der Schwingungsknoten. Blondlot wendet hierzu Drahtrechtecke an von den Seitenlängen 6,3 und 10,2, 10 und 20, 10 und 20, 10 und 40 cm und von der Drahtdicke bezw. 0,184, 0,184, 0,3, 0,22 mm. Die Capacität C des Condensators, dessen Dicke variirte, wurde experimentell nach Maxwell's [3]) Methode bestimmt. Die Selbstinduction L des geometrisch bestimmten Drahtstückes ergiebt sich aus der Formel von Mascart [4]) (s. §. 117) und betrug in obigen vier Fällen 246,66, 518,2, 460 und 973,2. Die Gesammtdrahtlänge des Resonators ist immer klein gegen die beobachtete Welle, und daher haben in derselben Zeit alle Theile des Resonators gleiche Stromstärke. So ist die Anwendung der Formel $T = 2\pi\sqrt{CL}$ gerechtfertigt.

Hinter dem Resonator ist eine verschiebbare, die beiden langen Drähte verbindende Drahtbrücke. An dem Resonatorcondensator ist ein kleines Funkenmikrometer befestigt. Liegt die Brücke knapp hinter dem Resonator, so beobachtet man kräftige Fünkchen. Schiebt man die Brücke hinaus, so erlöschen dieselben, zuerst wenn die doppelte Ent-

---

[1]) Blondlot, Compt. rend. 113, 628, 1891; Journ. de Phys. 10, 549, 1891; Beibl. 16, 450. — [2]) Drude, Wied. Ann. 54, 335, 1895. — [3]) s. Maxwell, Electr. and Magnetism 2, 775. — [4]) Mascart, Compt. rend. 118, 277, 1894, s. auch §. 117. An Stelle einer nicht ganz richtigen Formel von Blondlot, wodurch auch seine Endresultate abgeändert werden und genau mit einander übereinstimmen.

fernung vom Resonator $\lambda/2$, dann $3\lambda/2$ u. s. w. ist, wo λ die Wellenlänge bedeutet. Da die Wellenlänge, bei verschiedenen Abständen der langen Drähte gemessen, unverändert bleibt, so ist der Einfluss der gegenseitigen Induction derselben unmerklich. Bei obigen vier Drahtrechtecken und indem er auch die Entfernung der Resonatorcondensatoren variirt, erhält Blondlot bei der Wellenlänge λ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v in Kilometern pro Secunde:

λ	I 8,94	I 11,04	I 11,58	III 14,32	I 16,20	III 18,30	II 18,32
v	302 100	306 800	304 100	308 200	306 000	305 200	300 600
λ	II 22,68	III 25,72	II 27,28	IV 35,36	33,70		
v	295 500	300 100	299 900	312 800	297 600		

Das Mittel der Werthe v ist, abgesehen von den weniger zuverlässigen Werthen bei dem Resonator IV, gleich 302 200, wovon die extremen Werthe nicht um 2,5 Proc. abweichen.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen in Drähten ist also unabhängig von der Wellenlänge und stimmt mit der des Lichtes sehr nahe überein (vergl. §. 548).

Fig. 115.

554 Unabhängig von jeder Theorie hat Blondlot[1]) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elektrischen Schwingung in einem Kupferdrahte bestimmt.

Zwei ganz gleiche verticale Glascylinder A und A' sind innen und aussen mit Stanniolbelägen versehen. Die äusseren sind in zwei ringförmige Hälften a und a_1, sowie a' und a'_1 getheilt. Die inneren mit zwei 6 bis 7 cm von einander entfernten Kugeln b und b' versehenen Beläge sind mit den Polen des Inductoriums verbunden. Von den einen Hälften der äusseren Beläge a und a' gehen zwei $^1/_2$ mm von einander entfernte kurze Messingspitzen p und p' aus, von denen zwei 1029 cm lange Kupferdrähte $p c a_1$ und $p' c' a'_1$ zu den anderen Hälften der äusseren Beläge führen. a und a', sowie a_1 und a'_1 sind ausserdem durch feuchte Schnüre verbunden, durch welche die Condensatoren sich laden. Wird

[1]) Blondlot, Compt. rend. 117, 543, 893; Beibl. 18, 603.

das Inductorium in Thätigkeit versetzt, und tritt eine plötzliche Entladung zwischen b und b' ein, so werden die Ladungen der äusseren Belegungen frei, zwischen a und a', sowie zwischen a_1 und a' tritt eine Potendialdifferenz auf und a und a' entladen sich zwischen p und p' in einem Funken. Zugleich entladen sich a_1 und a'_1 ebendaselbst durch einen zweiten etwas später erfolgenden Funken, da die Entladung diesmal durch die langen Kupferdrähte $p c a_1$ und $p' c' a'_1$ stattfindet. Die Zeit hierzu wird durch Beobachtung der beiden Funken in einem rotirenden Concavspiegel bestimmt. Auch kann das Bild der zwei Funken photographirt werden. Wegen der Schnelligkeit des Phänomens spielen hier die feuchten Schnüre keine Rolle. Die Versuche wurden an 3 mm dicken, an Telegraphenstangen aufgespannten Kupferdrähten angestellt.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergab sich bei 15 Versuchen zu 292,1 bis 302,9, im Mittel 296,4 m, bei einem anderen Drahte von 1821,4 m Länge bei drei Versuchen zu 297,5 bis 299, im Mittel 298,0 m in der Secunde.

555 An den bisher beschriebenen Apparaten ist eine Anzahl Veränderungen vorgenommen worden, welche theils zur Verstärkung des primären Funkens, theils zur schärferen Beobachtung bezw. Messung der Oscillationen im secundären Kreise dienen.

Um die Wirkung der Primärfunken zu verstärken, lässt sie Bauernberger[1]) in Paraffinöl oder Terpentinöl, am besten Petroleum (Kaiseröl) überspringen. Weniger gut eignet sich Baumöl, welches Gase entwickelt und viel Kohle absetzt. Ebenso verwendeten Sarasin und de la Rive[2]) Olivenöl, Terpentin und Petroleum, auch Righi (s. w. u.) Vaselinöl. Classen[3]) blies das häufig den Funken bildende Lichtband mittelst einer Wasserstrahlpumpe zur Seite und erhielt dadurch die für die Hertz'schen Versuche erforderlichen scharfen, knatternden Funken. Ebenso verfuhr Töpler (s. w. u.), während Boltzmann (s. w. u.) keinen Nutzen von dem Luftstrome wahrnahm. Diese Abweichung beruht wohl auf der Verschiedenheit des Primärfunken in beiden Fällen.

Als Interruptor des Inductoriums benutzt man am besten den von Marcel Deprez.

556 Zur Beobachtung der Wellen in der Secundärleitung verwendet Rubens[4]) das Bolometer.

In der Vorrichtung von Lecher befestigt Rubens über den parallelen Drähten zwei 5 cm lange, dickwandige, auf einem Schlitten befestigte Capillarröhren als Brücke, um welche die Enden einer Bolometerleitung[5]) durch Siegellack befestigt wurden. Die statische Ladung des Inneren

---

[1]) Bauernberger, Wien. Ber. 102, [2], 782, 1893; Beibl. 18, 136. — [2]) Sarasin u. de la Rive, Compt. rend. 115, 439, 1892; Arch. de Genève [3] 28, 306; Beibl. 17, 597. — [3]) Classen, Wied. Ann. 39, 647, 1890. — [4]) Rubens, Wied. Ann. 42, 154, 1891, s. auch Rubens u. Ritter, Wied. Ann. 40, 57, 1890. — [5]) Die Einrichtung dieses Bolometers ist von Paalzow und Rubens

influenzirt die entgegengesetzte Ladung des Bolometers, so dass der Schlitten zwei Flaschen von sehr kleiner Capacität darstellt. Die Enden der Drähte sind mit zwei kleinen Metallplatten verbunden. Da die Energie am Ende der Drähte von der Stellung des Schlittens unabhängig ist, so ist die Capacität desselben so klein, dass sie ohne Einfluss ist. Wird die Capacität dieser Flaschen vergrössert, so wäre beides nicht mehr der Fall.

Wird mittelst des Bolometers an äquidistanten Stellen der Paralleldrähte die Energie gemessen, so erhält man wellenförmige Curven. Wird die Länge des primären Leiters von 0 an vergrössert, so werden dieselben immer regelmässiger, bis sie etwa 60 cm beträgt. Dann werden sie wieder unregelmässiger. Die Curven haben bei 50 und 465 cm zwei deutliche Maxima. Die halbe Wellenlänge beträgt also 465 — 50 = 415 cm. Die Curven der Erwärmungen sind aber nicht so regelmässig, dass man aus den Producten der Wellenlänge und Schwingungszahl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit genau berechnen könnte. Dies geschieht beim Aufsetzen eines 14 cm langen, an einem Griffe befestigten Kupferdrahtes als Brücke, wobei mit dem Bolometer die Zahl der Minima bis zu 4 bis 11 gesteigert werden konnte. Die Längen der elektrischen Wellen lassen sich so sehr gut bestimmen. Die Dimensionen sind: Primäre Leiter zwei quadratische Metallplatten von 40 cm Kante verbunden durch einen Draht von variabler Länge mit Funkenstrecke; secundäre Leiter zwei gleiche Platten von 16 cm Kante, von denen erst etwa 83 cm aufwärts, dann in einem Abstande von 8 cm parallel 570 cm lange Drähte zu zwei kleinen Metallplatten führten.

(Wied. Ann. 37, 529, 1889) angegeben. L und M sind zwei Drahtvierecke, von denen das eine L mit den Zuleitungen verbunden ist. Von den freien Ecken desselben führen Drähte zu dem gleichen Drahtviereck M. Beide Vierecke bilden zwei Zweige einer Wheatstone'schen Brückencombination. G ist ein in die Brücke eingeschaltetes, sehr empfindliches Galvanometer, dessen Constante für einen Scalentheil Ausschlag $2{,}11 \,.\, 10^{-9}$ Amp. war. E ist ein Daniell'sches Element, S ist ein Ausgleichswiderstand, der aus dem das Instrument bedeckenden Kasten hervorragt. Der ganze Apparat wird dann noch mit einem zweiten, mit Watte bedeckten Kasten überdeckt. Bei 70 Scalentheilen Ablenkung der Scala des Galvanometers entsprach die Temperaturerhöhung für einen Scalentheil $0{,}0_4 28^0$. Eine Stromstärke von $0{,}0_3 244$ Amp., welche durch den Bolometerwiderstand geleitet wird, vermag einen Ausschlag von 1 Scalentheil zu erzeugen.

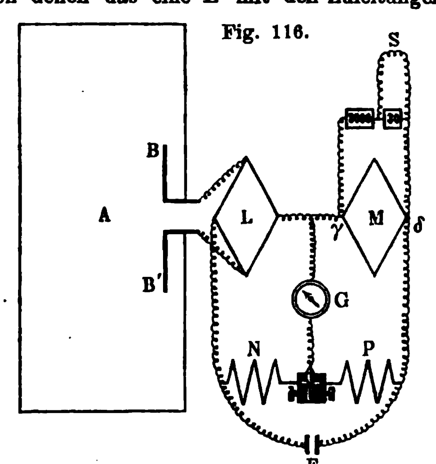


Fig. 116.

557 **Franke**[1]) benutzt dieselbe Methode wie **Rubens**[2]), nur ersetzt er die Glasröhren durch 6 cm lange und 1,5 cm dicke Kautschukröhren und bedient sich statt der bolometrischen einer elektrometrischen Messmethode. Um die Röhrchen ist ein dünner Messingdraht dreimal herumgewunden und bildet die äussere Belegung der Leydener Flasche, die ebenso wie die festen einander ganz gleichen Flaschen am Ende der Drähte durch einen **Beetz**'schen Schlüssel mit einem Quadrantelektrometer in verschiedenen Schaltungen verbunden werden kann. Die erhaltenen Curven entsprechen denen von **Rubens**.

Auch kann das Elektrometer an Stelle der **Geissler**'schen Röhre gesetzt werden, wobei dieselben Resultate, wie von **Cohn** und **Heerwagen**, mittelst letzterer erhalten wurden.

558 Um die Vertheilung der Schwingungen, der Knoten u. s. f. zu bestimmen, ist auch eine Reihe anderer Methoden verwendet worden.

Statt der Beobachtung des Auftretens von Funken bedient sich **Gregory**[3]) der Verlängerung eines gespannten Drahtes in Folge seiner Temperaturerhöhung durch die inducirten Ströme, welche in Folge der schnellen Aenderungen des Magnetfeldes erzeugt werden.

Ein Platindraht von 0,0086 cm Durchmesser und 192 cm Länge ist am einen Ende an dem Rande eines Glasrohres befestigt und durch dasselbe bis zu einem concaven Spiegel von 5 mm Durchmesser hindurchgezogen, der durch eine an der anderen Seite befestigte, dem Drahte coaxiale, etwa 25 cm lange Spiralfeder in einer bestimmten Lage festgehalten wird und sich bei Verlängerung des Drahtes dreht. Der Spiegel und die Spiralfeder befinden sich in einer an die Glasröhre coaxial angekitteten Messingröhre, mit einem Fenster vor dem Spiegel und einer ihr coaxialen Schraube am Ende, um dadurch die mittelst eines sehr feinen Seidenfadens an ihr befestigte Spiralfeder beliebig spannen zu können. Dieselbe ist aus einem sehr schmalen Silberband gewunden. Ein Scalentheil der vor dem Spiegel im Abstande von 1 m aufgestellten Scala entspricht einer Verlängerung des Drahtes um $0{,}0_6 5$ mm und einer Temperaturerhöhung von $0{,}0_2 3^0$ C.

Der Vibrator besteht aus zwei horizontalen Messingstäben von 0,53 cm Durchmesser, welche quadratische Zinkplatten von 1600 qcm Oberfläche tragen, die man auf den Stäben verschieben kann, um ihren Abstand zu ändern. Die Kugeln an den Enden haben 2 cm Durchmesser, der Abstand beträgt 2 bis 3 mm. Die Inductionsrolle hatte 20 cm Länge, 12 cm Durchmesser und konnte Funken von 4 cm Länge geben. Der Strom in ihr wird durch eine Stimmgabel 86 mal in der

---

1) A. Franke, Wied. Ann. **44**, 713, 1891. — 2) Rubens, Wied. Ann. **40**, 55, 1890. — 3) Gregory, Phil. Mag. [5] **29**, 54, 1890; Proc. Phys. Soc. **10**, 290; Beibl. **14**, 139.

Secunde unterbrochen. Die Beobachtungen waren bis zu 4 bis 5 m Abstand möglich [1]).

559 D. E. Jones [2]) fügt in die secundären Drähte der Lecher'schen Anordnung ein sehr kleines, mit einem Galvanometer verbundenes Thermoelement ein, wodurch die Schwingungen nicht wesentlich gestört werden.

Enden die beiden secundären parallelen, 8 cm von einander entfernten und 130 m langen Drähte einerseits in Metallplatten von 40 cm Durchmesser, andererseits frei in der Luft, so ergeben sich für die Entfernungen vom Ende 0, 2,2, 4,6, 6,7, 9, 11 m Minima und Maxima mit einem Galvanometerausschlag von 0, 51, 11, 46, 13, 23; dann wird die Schwingung rasch gedämpft und die Strömung constant. Sind die beiden Drahtenden verbunden, so treten an Stelle der Maxima Minima, sonst aber geht die Dämpfung ganz ähnlich vor sich. Bringt man aber die primären Condensatorplatten näher an die secundären, so wird die Dämpfung eine immer ausgiebigere, als ob dann die vom primären Kreise ausgestrahlte Energie rascher vom secundären absorbirt würde. Waren die Platten nur 5 cm von einander entfernt, so konnte nur noch eine einzige Welle beobachtet werden.

560 Die sehr zweckmässige Methode von Drude [3]) unter Anwendung der Röhren von Zehnder werden wir erst bei den Hohlspiegelversuchen von Hertz ausführlicher beschreiben.

561 In anderer Art beobachtet L. Arons [4]) die Lage der Knoten und Bäuche.

Durch eine 250 cm lange und 6 cm weite Glasröhre mit je zwei Tubulis an den Enden werden mittelst Korkpfropfen im Abstande von 3 cm einander parallel zwei 2 mm dicke Aluminiumdrähte gezogen und fest eingekittet (Fig. 117). Durch einen in einen Glashahn g am Ende

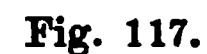
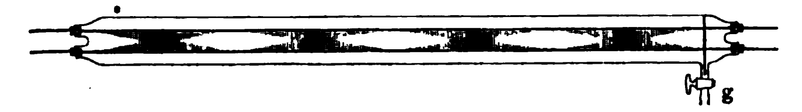


Fig. 117.



der Röhre geschobenen Draht konnten dieselben überbrückt werden. Ihre anderen Enden sind einander parallel zu den secundären, 10 cm Kante enthaltenden Zinkplatten eines Erregers geführt, welchen grössere qua-

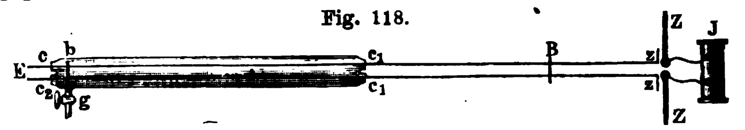
---

1) Vergl. auch Versuche von Boys, Briscoe und Watson (Phil. Mag. [5] 31, 44, 1891; Beibl. 15, 444) darüber, ob hierbei die Ausdehnung der Platindrähte wirklich der Erwärmung zuzuschreiben sei (z. B. durch Messung der Anziehung zweier paralleler von den Schwingungen durchlaufener Drähte), welche indess noch zu keinem definitiven Endresultate geführt haben. — 2) D. E. Jones, Rep. Brit. Assoc. Cardiff 1891, p. 561; Beibl. 17, 851. — 3) Drude, Wied. Ann. 52, 505, 1894. — 4) L. Arons, Wied. Ann. 45, 553, 1892.

dratische Zinkplatten von 40 cm Seite parallel gegenüberstanden; die Funken eines durch vier Accumulatoren gespeisten relativ kleinen Inductoriums J sprangen zwischen ihnen zwischen zwei unmittelbar an sie angelötheten Kugeln über. Die ganze Drahtlänge von Z bis E betrug etwa 6 m (Fig. 118).

Die Luft in der Röhre wurde auf 10 bis 20 mm Quecksilberdruck ausgepumpt. Waren die Paralleldrähte ausser bei b am Glashahn, nicht

Fig. 118.



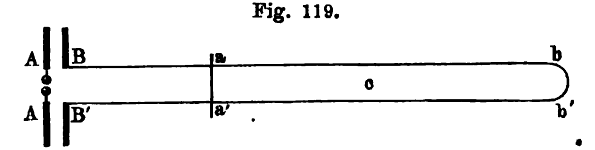
überbrückt, so leuchtete das Rohr auf der ganzen Länge zwischen den Drähten, wurde auf den freien Theilen des Rohres bei B eine Drahtbrücke verschoben, so leuchteten bei den einzelnen Stellungen nur einzelne Stellen des Rohres. Die Schwingungsbäuche, die bis zu vier und bis zu fünf zu beobachten waren (s. Fig. 117), waren hierbei hell, die Knoten dunkel. Die Bäuche sind in der Mitte lebhafter durch spitzlaufende Zungen, vom einen Draht zum anderen, in der Ebene der Drähte ausgezeichnet; nach den Enden werden sie spärlicher und kürzer. Die so gemessenen Längen der Bäuche entsprechen annähernd der Berechnung.

Stärkere Verdünnungen eignen sich für die Versuche weniger.

562 Die elektrischen Drahtwellen können auch mechanische Wirkungen ausüben. Dies hat Hertz[1]) gezeigt.

Bei der Anordnung von Lecher, Fig. 119, bestand die secundäre Drahtleitung aus zwei parallelen, 6,8 cm langen, bei bb' mit einander

Fig. 119.



verbundenen Drähten im Abstand von 30 cm. Sie wurden bei aa' durch eine Brücke verbunden, durch deren Verschiebung die Schwingungsdauer der Wellen $aBB'a'$ und $abb'a'$ sehr scharf ausgeglichen werden konnte. Zum Schutz gegen elektrostatische Wirkungen wurden die wirksamen Drahttheile mit einem mit aa' und bb' verbundenen Drahtnetz überdeckt.

Zum Nachweis der elektrostatischen Wirkung diente ein cylindrisches, 5,5 cm langes und 0,7 cm dickes Röhrchen von Goldpapier, Fig. 120, über welchem ein sehr kleiner Stahlmagnet mit Spiegel angebracht war. Es hing an einem Coconfaden in einem Glasgehäuse. Die Drähte wurden dem Apparate bis auf einige Centimeter genähert und durch kleine Platten verstärkt. Dabei zeigte der Probekörper recht

[1]) Hertz, Wied. Ann. 42, 407, 1891; Abhandl. Nr. 12, S. 199.

regelmässige Ausschläge bis über 100 Scalentheile. Bei verschiedenen Abständen e der Brücke aa' von dem Ursprung der Leitung änderten sich die Ausschläge i wie folgt:

$e =$	80	90	100	110	120	130	140	150	160 cm
$i =$	5,3	10,0	21,8	51,2	44,1	19,3	10,3	5,7	4,2

Sie nehmen also erst zu, dann ab.

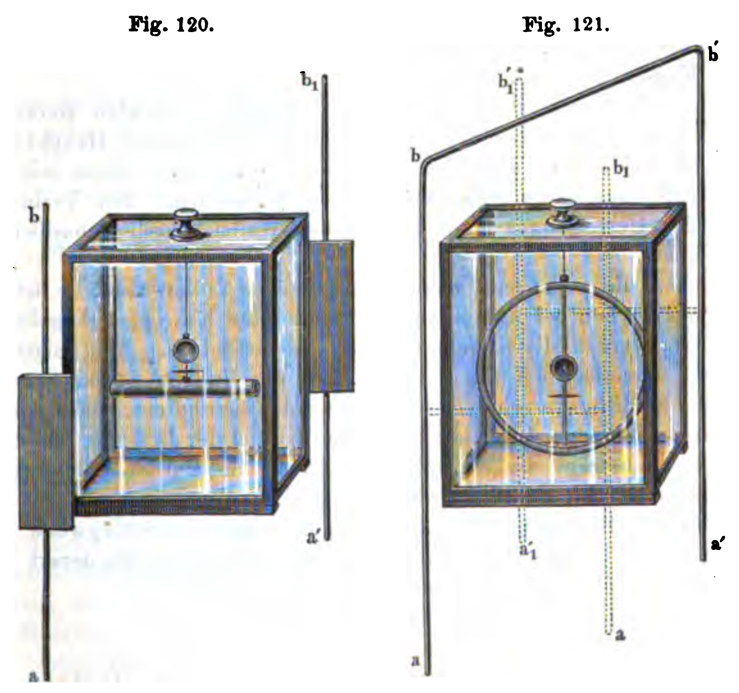
Sodann wurde die Strecke vom Bauche c bis zum Knoten b in zwölf gleiche Abschnitte getheilt und der Apparat auf die Theilpunkte gestellt. So waren die folgenden ersten Ausschläge i:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$i =$	80,5	80,5	79,0	77,0	65,6	57,8	50,0	38,5	27,5	17,5	7,0	1,0	0

Die Form der Schwingung weicht hiernach wesentlich von einer Sinuscurve ab.

Zum Nachweis der **magnetischen** Kraft war ein Aluminiumreifen von 65 mm Durchmesser und 2 mm Drahtdicke mit seiner Ebene ver-

Fig. 120. Fig. 121.



tical und mit Spiegel und Magnet versehen, wie oben, aufgehängt. Wird der Reifen in den Knoten bb' gebracht (Fig. 121), so zeigt sich eine Abstossung zwischen den benachbarten Punkten des Reifens und der Drähte, im Gegensatze zu den vorigen Versuchen, aber etwa von derselben Stärke. Bleibt der Reifen im Innern der Drahtschleife, wird letztere aber verschoben, so strebt der horizontale Durchmesser einer Lage zu,

die auf der Drahtschleife senkrecht steht. Vielleicht kann dies von einer „magnetischen" Schwingung herrühren, deren grösster Werth in den Knoten der elektrischen Schwingung fällt und deren Richtung senkrecht auf der Ebene der Drahtschleife ist.

563 Birkeland[1]) hat Messungen mittelst des Telephons angestellt. Die Anordnung ist im Wesentlichen die von Lecher, der primäre Leiter mit 40 × 40 cm grossen Collectorplatten, denen ebenso grosse Condensatorplatten in etwa 20 cm Abstand gegenüberstehen, ähnlich der von Sarasin und de la Rive s. w. u. Die von den Condensatorplatten etwa 20 cm entfernten Collectorplatten sind mit über 30 m langen, 2 mm dicken horizontalen Kupferdrähten im Abstande von 80 cm von einander verbunden. Ein Schlitten war längs der Drähte verschiebbar und trug einen kleinen, mit der Hauptleitung stets verbundenen Gleitcontact, sowie ein Funkenmikrometer mit Mikrometerschraube, dessen eine Polkugel mit dem Gleitcontact, dessen andere Polkugel mit dem einen Pole eines Telephons verbunden war, dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet war. Die Capacität dieser Theile bei zusammengeschobenen Kugeln war etwa 1 bis 2 cm.

Um die durch statisch-elektrische Einflüsse erregten Geräusche des Telephons zu vermeiden, werden die beiden langen Hauptdrähte, wenn sie frei enden, dicht bei ihrem Ursprunge durch einen mit verdünnter Schwefelsäure getränkten Faden verbunden. Der Verlust in Folge des Ueberganges eines Theiles der Wellen durch denselben ist unmerkbar.

Gehen die primären Funken im primären Leiter über, so ist der Ton im Telephon bei aus einander geschraubten Mikrometerkugeln fast unhörbar, werden die Kugeln genähert, so ertönt es. Man misst den Abstand derselben bei der Stellung, wo die Funken hörbar werden. Wird der Schlitten verschoben, so verschwinden sie und erscheinen wieder. Wird angenommen, dass kein Phasenverlust bei der Reflexion am Ende auftritt, so beträgt die Wellenlänge 3,93 m. So wurden Schlagweiten am Mikrometer bis zu 48 Stellen an dem Drahte gemessen.

Für die Rechnung wird angenommen, dass die Schlagweite dem Maximum des Potentials an jeder Stelle entspreche und die derart fortschreitenden Schwingungen pendelartig nach der Formel:

$$V = A e^{-at - a_1 x} (\sin at + a_1 x)$$

erfolgen[2]).

Eine analoge Formel gilt dann für den am Ende der Drähte reflectirten Wellenzug. In Betreff der Rechnung, sowie der der Theorie im Allgemeinen entsprechenden experimentellen Daten müssen wir auf die Originalabhandlung verweisen.

---

[1]) Birkeland, Wied. Ann. 47, 583, 1892. — [2]) Birkeland, Compt. rend. 116, 93, 1893; Beibl. 17, 1099.

Bei anderen Metalldrähten, als Kupfer, entspricht die Abnahme A zweier auf einander folgender Wellenmaxima folgenden Werthen:

Drähte von:	Cu	Neusilber I	Neusilber II	Fe weich	Fe gezogen	Claviersaite
Durchmesser in Millimetern:	0,215	0,095	0,24	0,205	0,205	0,44
A in Procenten:	1,8	15,8	5,8	27,5	23,7	16,9

564

Töpler[1]) hat die Hertz'schen Versuche mittelst der Influenzmaschine mit einer besonderen Anordnung ausgeführt (Fig. 122).

Der mit den Polen P, P' der 20 plattigen Influenzmaschine durch Drähte l, l' verbundene Primärleiter besteht aus zwei 4 cm dicken, je 27,5 cm langen coaxialen Messinghohlstäben LL', welche an den einander zugekehrten Enden halbkugelförmig mit 2 cm Krümmungsradius und an den abgekehrten Enden flach sind. Seine Hauptschwingung entsprach einer Wellenlänge von 160 cm.

Fig. 122.

Gegenüber LL' befindet sich der aus zwei 6 mm dicken Hohlstäben gebildete, durch eine Funkenstrecke f unterbrochene Secundärleiter mm', von je 56 bis 60 cm Länge und 6 bis 7 cm Dicke, an welchen bei sm und $s'm'$ Stanniolfahnen von 40 qcm Oberfläche gehängt sind.

Die Drähte l und l' werden durch Capillarröhren voll concentrirter Kupfervitriollösung ersetzt, was die Corrosion der Kugeln der Primärfunken verhindert. Dieselben leuchten nur schwach.

Werden die Elektroden der Primärstäbe mit benetztem Filtrirpapier oder nasser Blase überzogen, so sind die Funken nicht mehr hellglänzend, sondern scheibenförmig, besenartig verbreitert, oscillationslos; auch wenn auf das nasse Papier Bronzestaub gepulvert wird. Im rotirenden Spiegel erscheint eine Reihe äquidistanter Funkenbilder mit schwach mattviolett abgetönten Nebenbildern. Diese Funken lassen in $1^1/_2$ bis 2 m Abstand keine Secundärwirkungen erkennen. Aehnlich wirkt Anblasen der Primärfunken, namentlich bei kleinen Primärleitern. Bei langsamer Drehung der Maschine sind ebenfalls Secundärwirkungen in mässiger Entfernung nicht mehr wahrzunehmen.

Auch die Einführung einer Flamme in den Primärfunken bringt die Secundärfunken zum Verschwinden, wohl durch die bedeutende Herabsetzung des Entladungspotentials.

[1]) Töpler, Wied. Ann. **46**, 306, 464, 642, 1892.

565 Ein elektrisch schwingender Draht kann nach Hertz[1]) an einem Knoten zerschnitten werden, wenn die Enden nahe an einander bleiben[2]). Das abgeschnittene Stück schwingt auch noch mit. Ebenso kann man einen der Lecher'schen Drähte zerschneiden und die Stellen daselbst auseinander biegen oder durch ein isolirendes Zwischenmedium von einander trennen.

Seitliches Anlegen eines isolirten Drahtes von der Länge $\frac{1}{4}\lambda$ an einen Knoten macht die Schwingungen des berührten Drahtes verschwinden, und stört auch an anderen Punkten ausser an den Bäuchen. Ein isolirter Draht von der Länge $\frac{1}{2}\lambda$ stört selbst die schwächsten Schwingungen nicht. Entgegengesetzte Knoten kann man ohne Störung mit einander verbinden, indess nur durch Drähte von der Länge $\frac{1}{2}\lambda(2n+1)$.

Steht ein geradliniger Secundärleiter, dessen Länge $\lambda/2$ ist, dem Primärleiter in grosser Ferne entgegen, und treffen ihn an allen Stellen die periodischen Kräfte gleichzeitig, so werden die längsten Funken inducirt, wenn die Eigenschwingungen der Hälften der Secundärleiter unter einander und mit der Eigenschwingung der Primärleiter in Resonanz stehen.

Frei endende, gerade, zweitheilige Secundärleiter sind auf stabförmige Primärleiter annähernd abgestimmt, wenn die Gesammtlängen sich wie 2 : 1 verhalten.

Die den Eigenschwingungen geradliniger Resonatoren entsprechenden, genügend scharf bestimmbaren Wellenlängen bestätigen die Gleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Raume und auf den Drähten.

Funken, die von Wasserflächen ausgehen, sind oscillationslos.

Starke Schall- und Lichtentwickelung im Funken sind im Allgemeinen nicht Merkmale von Oscillationen.

566 Multiple Resonanz. Die von Hertz studirten Resonanzerscheinungen haben E. Sarasin und L. de la Rive[3]) mit ganz ähnlichen Apparaten weiter verfolgt und namentlich untersucht, wie weit die Oscillationen in den Resonatoren von den Schwingungen in der primären Leitung und von den Resonatoren selbst abhängen.

Als Inductor dient ein durch eine magnetelektrische Maschine erregtes grosses Ruhmkorff'sches Inductoriums mit Quecksilberunterbrecher.

Als Oscillatoren dienen zwei Apparate. Der grössere besitzt zwei gleiche Theile, bestehend je aus einem Messingstab von 6 mm Durchmesser und 60 cm Länge, der am einen Ende eine Messingvollkugel von 4 cm Durchmesser trägt und sich am anderen Ende mit Reibung in eine hohle Zinkkugel von 30 cm Durchmesser einschiebt. Dieselbe steht auf

---

[1]) Hertz, Wied. Ann. 34, 537, 1885. — [2]) Töpler, Wied. Ann. 46, 642, 1892. — [3]) E. Sarasin und L. de la Rive, Arch. de Genève [3] 23, 113, 1890; Beibl. 14, 419; auch schon Arch. de Genève [3] 22, 282, 1889; Beibl. 13, 971.

einem cylindrischen Glasstabe. Die Leitungsdrähte sind entweder nur um die Messingstäbe nahe den Messingkugeln gewickelt oder auch in Tubulaturen der Zinkkugeln eingesetzt. Die letzteren können auch durch zwei Messingplatten von 40 cm im Quadrat und 3 mm Dicke ersetzt werden.

Der kleinere primäre Apparat ist ähnlich, nur dass beide coaxiale Hälften auf demselben Stativ stehen; die Messingkugeln sind 3 cm gross und leer, die Stäbe sind durch Messingröhren von 12 cm Länge und 6 mm Durchmesser ersetzt und tragen an ihrem äusseren Ende dünne Messingblechplatten von 20 cm bezw. 30 cm Seite. Die beiden Hälften des Apparates können auf den sie tragenden Glasstäben gegen einander verschoben werden.

Als Resonatoren werden Kreise verwendet. Der grösste I hat 36 cm Durchmesser und besteht aus einem Kupferdraht von 1 cm Dicke, welcher an einer Stelle durchbrochen ist und dort zwei Hervorragungen trägt, durch welche als Funkenmikrometer eine abgerundete Spitze und eine ihr gegenüberstehende Mikrometerschraube gehen. Ein Kreuzstück von Holz erhält den Kreis in seiner Lage.

Ausserdem werden Kreise II von 50, III 75, IV 100 cm Durchmesser verwendet, deren Drahtdicken bezw. 6 mm, 1 cm, 1 cm (eine Röhre) und 2 mm betragen.

Der dem Oscillator gegenüberstehende secundäre Draht besteht aus zwei coaxialen Messingstäben von 40 cm Länge, deren gegenüberstehende Enden mit den beiden Platten eines Funkenmikrometers verbunden sind, und auf welchen zwei Metallplatten von 10 cm Kante, die an der einen Kante röhrenförmig umgebogen sind, gleiten können und zur Veränderung der Capacität dienen. Für die secundären Leiter genügt eine Isolirung von Holz.

Die Apparate sind folgendermaassen aufgestellt: Zwei 1,8 mm dicke und 10,60 m lange, horizontale, parallele Kupferdrähte sind in Abständen von 45 bis 100 cm neben einander durch Holzklemmen befestigt und enden in zwei Messingplatten von je 24 cm Durchmesser, deren verticale Ebenen auf ihnen senkrecht stehen. Sie stehen den Platten des primären Oscillators im Abstande von 3 bis 7 cm gegenüber.

Am anderen Ende können ähnliche Metallplatten an den Drähten befestigt werden. Zwischen den Enden und in variabler Lage liegt ein den Drähten paralleles, mit einer Theilung versehenes Brett, auf welchem sich ein die Resonatoren tragender Holzklotz auf einem Schlitten verschiebt, so dass die Ebene der Resonatoren auf den Drähten senkrecht steht.

Es werden die Abstände der Resonatoren vom Ende der Drähte auf dem Schlitten bestimmt, wo die Funken in ihnen ein Minimum der Intensität zeigen, wenn das Inductorium in Thätigkeit ist. Sie sind intermittirend, indess so schnell, dass man nur einen Funken beobachtet. Erscheinen bei einer Stellung des Resonators die Funken weniger conti-

nuirlich, so wird die Mikrometerschraube an ihm so lange gedreht, bis die Funken völlig verschwinden, wozu oft Aenderungen von zwei bis drei Hundertel Millimeter genügen. Dann verschiebt man den Resonator stets in demselben Sinne und misst die Entfernungen zwischen den Knotenpunkten, wo dies von Neuem eintritt. Schwierigkeiten verursachen Aenderungen der Intensität der Inductionsströme des Inductoriums in Folge von Unregelmässigkeiten des Unterbrechers. Bei grosser Annäherung des Resonators an den Oscillator muss ein Schirm zwischen den primären und secundären Funken geschoben werden, um den Einfluss der Belichtung zu beseitigen. Meist werden in jedem Falle drei Beobachtungsreihen angestellt, aus denen das Mittel genommen wird. Die Fehler bei Bestimmung des Abstandes der Knoten können bis auf 9 cm steigen.

567 Aus den Versuchen folgt, dass, wenn die dem Inductor abgelegenen Enden der Drähte frei sind, am Ende ein Bauch entsteht und ein erster Knoten im Abstande von $^1/_4$ Wellenlänge; wenn die Enden aber mit leitenden Platten versehen sind, ein Knoten am Ende, der zweite $^1/_2$ Wellenlänge davon entfernt liegt. So ist z. B. für den Resonatorkreis von 0,75 cm der erste Knoten bei freien Enden 1,22, 1,26, 1,24 m, bei Platten an den Enden 3,37, 3,08, 3,39 m von den Enden entfernt. Mit Rücksicht auf die Störungen an den Enden ist diese Verschiebung einem halben Knotenabstande gleich. Aehnlich verhält es sich mit den anderen Resonatoren. Sonst sind die Abstände der Knoten sehr nahe gleich und bei jedem einzelnen Resonator gleich dem Abstande des ersten und letzten Knotens, dividirt durch die Zahl der Knotenabstände. Bei den Resonatoren von 75, 50, 36 cm sind so die Knotenabstände etwa 2,95 bis 3, 1,93 bis 2,02, 1,42 bis 1,47 cm.

Der Abstand der Drähte, denen entlang die Bewegung der Elektricität stattfindet, ist ohne Einfluss. Ebenso wenig hat eine Neigung des Mikrometers um 45° gegen den Verticaldurchmesser, wenn die Drähte um weniger als den Durchmesser des Resonators von einander abstehen, einen Einfluss; ebenso wenig auch die Art, wie die Drähte zur Seite des primären Stromes enden, so die Veränderung der Platte und Scheibe oder Entfernung derselben, so dass das freie Ende des Drahtes der Kugel oder Platte des primären Drahtes gegenüber liegt. Auch die Länge und Dicke der Drähte (4 bis 5 m Länge statt 10 m, 0,8 mm Dicke statt 1,8 mm, eine Röhre statt eines Drahtes) hat keinen Einfluss.

568 Dagegen ändert sich der Knotenabstand mit den Dimensionen des Resonators und ist für denselben Resonator constant. So ergiebt sich z. B. bei einem rechteckigen Resonator, dessen das Funkenmikrometer enthaltende und gegenüberliegende Seiten constant bleiben, und dessen dagegen senkrechte Seiten aus Röhren gebildet werden, deren Länge sich verändern lässt, bei dem Umfange 1,74 m, 2,22 m, 2,74 m

und der entsprechenden Länge der verticalen Seiten 0,22 m, 0,46 m, 0,72 m der Knotenabstand zu 0,7 m, 1 m, 1,25 m.

Bringt man ferner an beiden Seiten des Funkenmikrometers an dem 36 cm weiten Kreise zwei Fortsätze in Form von Drähten an, die einander parallel gegen das Innere des Kreises gerichtet sind, so steigt bei Verlängerung derselben von 10 cm auf 30 cm der Knotenabstand von 1,64 bis 2,14 m.

Ferner ist der Abstand Δ des ersten Knotens von den Enden der Drähte, wenn dieselben frei sind, gleich der Hälfte des Umfanges u des Resonators. Sind die Durchmesser der Resonatoren d, so ist: 569

d	0,26	0,36	0,50	0,75	1,00
$^1/_2\, u$	0,41	0,56	0,78	1,17	1,57
Δ	0,45	0,59	0,76	1,24	1,58

Der Abstand Δ des ersten Knotens ist also kleiner als ein Viertel Wellenlänge, wie das bei offenen akustischen Röhren der Fall ist. So ist für die Resonatoren von $d = 0,36$, 0,50 und 0,75 $\Delta = 0,59$, 0,76, 1,24 und $^1/_4\, \lambda = 0,73$, 0,98, 1,48. Die Differenz $^1/_4\, \lambda - \Delta$ wächst mit dem Durchmesser nahe proportional.

Wenn die Drähte am Ende mit Platten versehen sind, so ist der Abstand Δ des ersten Knotens vom Ende der Drähte grösser als der Abstand α zwischen zwei Knoten. So ist für die Resonatoren, bei denen $d = 0,36$, 0,50, 0,75 m ist, $\alpha = 1,46$, 1,96, 2,97 und $\Delta = 1,62$, 2,17, 3,28. Die Differenz $\Delta - \alpha$ wächst mit dem Durchmesser auch hier nahe proportional.

Wird die kreisförmige Platte am Ende durch eine quadratische, in der durch die Ebene des Drahtes gehenden Horizontalebene liegende ersetzt, so bleibt das Knotensystem unverändert; die Orientirung der Platte hat also keinen Einfluss. Das Knotensystem bleibt auch ungeändert, wenn statt der Kreisplatten die beiden Enden der Drähte verbunden werden (wie nach Hertz).

Ferner wurden die Längen der Funken bestimmt, welche im Mikrometer bei verschiedenen Resonatoren erzeugt werden können, d. h. die in ihnen erzeugten elektromotorischen Kräfte. Bei dem Resonator von 36 cm Durchmesser betrug die Funkenlänge im Bauch etwa 0,07 bis 0,08 mm, im Knoten 0,03 mm. Das Verhältniss ist also etwa 2 : 1. Bei dem Resonator von 75 cm sind die Funkenlängen 0,75 und 0,25 mm, also etwa zehnmal so lang und ihr Verhältniss ungefähr 3 : 1. 570

An dem geradlinigen Resonator sind Minima der Länge der Drähte nach nicht mit Sicherheit zu beobachten.

Die Resultate sind die folgenden: 571

Das System stationärer Wellen, wie es in einem dielektrischen Felde durch einen Resonator von Hertz der Länge der Drähte nach nach-

gewiesen wird, und die Länge der Abstände der Knoten, welche es charakterisirt, hängt nicht von den Dimensionen des primären Erregers ab, von welchem die undulatorische Bewegung ausgeht, sondern von der Schwingungsdauer des Resonators selbst. Jeder Resonator giebt unveränderlich dieselbe Wellenlänge, welches auch der primäre Erreger ist. — Mit anderen Worten: Die Lage der durch denselben Resonator beobachteten Knoten, von dem äussersten Ende der Drähte aus gerechnet, ist unveränderlich dieselbe.

Der Knotenabstand am Ende der Drähte ist wesentlich proportional den Dimensionen des angewandten kreisförmigen Resonators.

Ist das Ende der Drähte frei, so entsteht daselbst ein Schwingungsbauch. Dann ist der Abstand des ersten Punktes der Hälfte des Kreisumfanges gleich. Dieser Abstand des ersten Knotens ist kleiner, als die Hälfte des Abstandes der folgenden Knoten, also kleiner als eine viertel Wellenlänge. — Dies bietet eine bemerkenswerthe Analogie mit den Erscheinungen an dem Ende einer tönenden Röhre und den Störungen daselbst.

Ist das Ende der Drähte mit einem Leiter von einer gewissen Capacität verbunden, so entsteht daselbst ein Knoten, welcher vom Ende mehr absteht, als die weiteren Knotenabstände, also weiter als eine halbe Wellenlänge. — Auch hier besteht die erwähnte Analogie. — In beiden Fällen sind die Störungen an den Enden den Dimensionen des Resonators, bezw. der Wellenlänge proportional, auf welche sie sich beziehen. In beiden Fällen bleibt auch die Grösse der Knotenabstände die gleiche für denselben Kreis.

Diese Grösse der Knotenabstände ändert sich auch nicht mit dem Durchmesser der leitenden Drähte oder Röhren, auf welche sich die schwingende elektrische Bewegung fortpflanzt.

572 Aus allen Versuchen folgt endlich, dass man in der von einem Hertz'schen Erreger ausgehenden elektrischen Schwingungsbewegung eine Welle von einer beliebigen Länge innerhalb gewisser Grenzen nachweisen kann, deren Knoten und Bäuche durch obige Versuche bestimmt sind, und welche nur von den Dimensionen des hierzu verwendeten Resonators abhängt. Man ist also berechtigt, anzunehmen, dass das durch den Erreger erzeugte Wellensystem alle verschiedenen Wellenlängen zwischen diesen Grenzen enthält und dass jeder Resonator in diesem Complex die Schwingung auswählt, deren Periode seiner eigenen entspricht.

Deshalb nennen de la Rive und Sarasin diesen Vorgang multiple Resonanz der elektrischen Schwingungen.

In Betreff dieser Theorie siehe indess weiter unten die Betrachtung von Bjerknes.

573 In Bezug auf die Versuche von Sarasin und de la Rive findet Birkeland[1]): Ist die Schwingungsdauer des primären Leiters grösser

[1]) Birkeland, Wied. Ann. 47, 61, 1893.

als die des secundären, so nimmt der Abstand der auf einander folgenden, von dem freien Ende gerechneten Knoten immer mehr ab und nähert sich einer hinter dem dritten Knoten erreichten Grenze.

Ist umgekehrt die Schwingungsdauer des primären Leiters kleiner als die des secundären, so wächst der Abstand zwischen den Knoten stets bis zu einer mit der oben erwähnten Minimalgrenze zusammenfallenden Grenze.

Der Nachweis der multiplen Resonanz mittelst der Zehnder'schen Röhre durch Drude s. bei den Hohlspiegelversuchen von Hertz w. u.

Aehnliche Resultate hat Waitz[1]) gefunden. 574

Wird der kreisförmige Resonator von Hertz durch ein Funkenmikrometer mit 2 cm grossen Kugeln geschlossen, so verschwinden die Funken mehr und mehr bei ihrer gleichzeitigen Verbindung durch einen grossen Rheostatenwiderstand und werden bei vermindertem Widerstande immer deutlicher, bis sie bei Abzeigung durch einen kurzen Kupferdraht fast so hell waren, wie ohne die Nebenleitung.

Dies beruht auf den sehr schnellen Schwingungen im secundären Kreise.

Bestand die Zweigleitung aus zwei langen, parallelen, isolirten Kupferdrähten, auf denen eine kurze Brücke von Kupferdraht verschoben wurde, so nahm die Funkenstärke abweselnd ab und zu. Für zwei Stellen, wo die Intensität des Funkens ein Maximum ist, müssen beide Drähte zusammen das Vielfache einer stehenden Welle haben, und zwar das Doppelte. Hängt man in diesen Stellungen grosse Capacitäten an den Brückendraht, so ändert sich nichts. Die Brücke berührt dann also einen Knotenpunkt.

Hierdurch kann man die Länge der stehenden Wellen im Secundärdraht bestimmen und auch dieselbe im Primärleiter. Letzterer bestehe z. B. aus zwei 12 mm dicken, 15 cm langen coaxialen Messingstangen, deren zugekehrte Enden Entladungskugeln von Messing von 2,7 qcm Grösse, deren abgekehrte Enden Zinkplatten von 20 cm² Fläche tragen. Demselben wurde ein secundärer Kreis gegenübergestellt mit verticaler Fläche, parallel der Verticalebene durch den primären Leiter, das Funkenmikrometer am tiefsten Punkte. Die zwei Abzweigungsdrähte waren horizontal und senkrecht zur Kreisebene. Wurde der Durchmesser des secundären Kreises zwischen 7 und 100 cm verändert, also die Resonanz mit dem primären Leiter nicht eingehalten, so erhielt man doch dieselbe Wellenlänge; die primäre „Hauptschwingung“ erhält man auch so ganz sicher. Auch wenn man den secundären Kreis ganz beseitigt und nur die Abzweigungsdrähte mit dem Mikrometer und dem Brückendrahte dem primären Kreise gegenüberstellt, sind die periodischen Aenderungen der Funkenstrecke zu beobachten und die Wellenlänge der

1) Waitz, Wied. Ann. 41, 435, 1890.

primären Schwingung zu bestimmen. Sie ergab sich z. B. für alle benutzten secundären Kreise 1,4 m.

Daraus ist zu folgern, dass eine Funkenentladung des Inductoriums eine grosse Anzahl, sich über viele Octaven erstreckender Schwingungen von verschiedenen Wellenlängen erzeugt. Unter ihnen ist eine durch die Dimensionen der Leitersysteme bestimmte von der grössten Intensität, deren Wellenlänge durch die Abzweigung für grössere Leitersysteme sich leicht feststellen lässt.

575 Auch Mazzotto[1]) findet bei den Versuchen von Lecher eine Anzahl von Knotensystemen, welche durch Verschiebung der letzten Brücke erhalten werden. Statt der Entladungsröhre verwendet er aber eine andere Einrichtung. Ueber jeden der secundären Drähte wird ein kurzer Gummischlauch geschoben und derselbe je drei- bis viermal mit dem einen Ende eines Kupferdrahtes umwunden, dessen anderes Ende in einer Platinspitze endet. Beide Platinspitzen sind auf einem Brettchen in etwa 2 cm Entfernung von einander befestigt. An den Knotenstellen lassen sich im Dunkeln, namentlich beim Annähern der Hand, Lichtbüschel erkennen. Zuerst wurde bei einer bestimmten Stellung der letzten Brücke der kleinste Abstand der ersten Brücke von der Platte aufgesucht, wobei ohne weiteren Knoten zwischen den Brücken Resonanz eintritt, und sodann bei geringerem Abstande der zweiten Brücke von den Platten, bis die erste Brücke bei den Platten angelangt ist. Dann wird sie durch eine dritte Brücke jenseits der zweiten und im gleichen Abstande von ihr, wie vorher die erste, ersetzt und in gleicher Weise verfahren.

Trägt man die Abstände sämmtlicher Brücken von den Platten als Abscissen und die successiven Stellungen jeder Brücke als Ordinaten auf, so erhält man die Knotenlinien.

Bei Versuchen mit Primärdrähten von bezw. 9,43 und 22,86 m Länge, mit Secundärdrähten von 25 bezw. 27 m Länge und Condensatorplatten in 5 cm Abstand werden im Allgemeinen für jede Lage des ersten Knotens verschiedene Wellensysteme erzeugt, deren Zahl mit wachsendem Abstande des ersten Knotens von den Secundärplatten abnimmt und deren Wellenlängen mit der Länge der Primärdrähte wachsen.

576 Wird zwischen einen Hertz'schen Erreger mit Hohlspiegel und einen quadratischen oder linearen Resonator von derselben Periode ein Gitter von gleichen Resonatoren gebracht, so bringt dieses zwar die Funken in dem erstgenannten Resonator, nicht aber die (übrigens schwächeren) Funken in einem anders abgestimmten Resonator zum

---

[1]) Mazzotto, Atti di Torino 28, 417, 1892; 29, 22, 1893; 29, 369, 1894; Beibl. 18, 475, 871, 958.

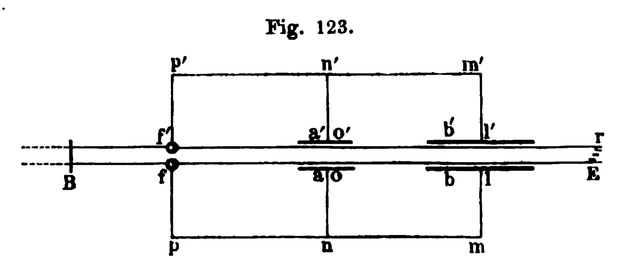
Verlöschen [1]). Man konnte hieraus schliessen, dass die von Sarasin und de la Rive gegebene Erklärung der multiplen Resonanz die richtige sei, dass also jeder Erreger Wellen von verschiedener Länge aussende, von welchen jeder Resonator nur die seiner eigenen Periode entsprechenden absorbire. Die Gitter wirken gleichfalls nur wie Reihen von Resonatoren und absorbiren deshalb gewisse Wellenlängen, andere aber nicht.

Dass die multiple Resonanz indess durch Dämpfungserscheinungen bedingt sein kann, siehe in diesem Capitel.

577 An diese Beobachtungen schliesst sich die folgende von Blondlot und H. Dufour [2]) an. Zwei parallele Drähte, vom Excitator ausgehend, schliessen einen Resonator ein, hinter welchem eine verschiebbare Brücke liegt. Der eine dieser Drähte ist nicht direct, sondern durch eine Schleife mit dem Excitator verbunden. Die Brücke wird verschoben, bis der Resonatorfunke verschwindet; dann ist die hinter dem Resonator liegende durch die Brücke begrenzte Drahtstrecke gleich der halben Wellenlänge der Resonatorschwingung. Wenn man nun die Länge der Schleife von 0 bis 30 m vergrössert, somit die Wellenlänge der Primärschwingung in den parallelen Drähten eine ganz andere wird, so ist doch die zum Auslöschen des Funkens nöthige Lage der Brücke immer die gleiche. Damit ist bewiesen, dass die gemessene Wellenlänge hinter der Brücke nur durch den Resonator, nicht aber durch die Schwingung in den parallelen Drähten bestimmt wird. Auf die Stärke der Resonanz liess sich ein Einfluss nachweisen, je nachdem die Schleife gleich 0, λ, 2λ... (Maximum) oder $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$... (Minimum) war.

578 Um Hertz'sche Erreger von nur einer Schwingungsperiode, also unabhängig von benachbarten störenden Gegenständen herzustellen, bildet v. Geitler dieselben aus zwei kreisrunden Zinkplattencondensatoren aa' und bb', Fig. 123, welche durch die 2 mm dicken Kupfer-

Fig. 123.

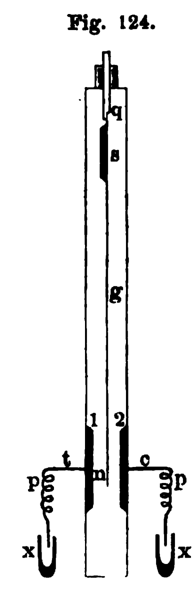


drähte $lmpf$ und $anpf$, bezw. $l'm'p'f'$ und $a'n'p'f'$, mit der gemeinsamen Funkenstrecke ff', zwei 2 cm grossen Messingkugeln, verbunden

[1]) Garbasso, Atti di Torino 26, 246, 1892/93; Journ. de Phys. [3] 2, 259, 1893; Beibl. 18, 387. — [2]) Blondlot u. H. Dufour, Compt. rend. 114, 347, 1892; Beibl. 16, 691.

sind. Von den Kugeln gehen dünne Leitungsdrähte zu den Polen eines grossen Inductoriums mit Quecksilberunterbrecher. Die Platten $a a'$ und $b b'$ können einander genähert, bezw. mit anderen vertauscht werden. 7 cm über dem Erreger befand sich der Resonator, Fig. 124, bestehend aus zwei 1 mm starken, in 3 cm Entfernung von einander ausgespannten Kupferdrähten, welche am einen Ende mit einem kleinen Elektrometer verbunden waren. Dasselbe bestand aus einem ein Spiegelchen und ein mit ihm durch einen verticalen Glasstab fest verbundenes Aluminiumblättchen tragenden kurzen Quarzfaden. Das letztere schwebt zwischen zwei Messingplatten, welche mittelst Quecksilbernäpfchen mit den Enden der Resonatordrähte verbunden sind. Eine Brücke lässt sich auf letzteren verschieben. Bei jeder Lage derselben wird das Inductorium erregt und der erste Ausschlag des Elektrometers abgelesen. Hierdurch wird bestimmt, bei welchen Lagen Resonanz eintritt. Der Abstand zwischen Brücke und Elektrometer ist einer Viertelwellenlänge gleich zu setzen.

Fig. 124.



Bei Anwendung verschiedener Condensatorplatten in verschiedenen Abständen, sowohl mit einfachen wie auch mit complicirten Erregern folgt, dass im letzteren Falle zwei simultane Schwingungen erregt werden, deren Amplitudenverhältniss für jeden Erreger ein bestimmtes ist, aber auch von der Erregungsart abhängen könnte. Die numerischen Werthe der Perioden der den combinirten Kreis bildenden einfachen Erreger liegen zwischen denjenigen der Simultanschwingungen des entsprechenden combinirten Kreises. Ein System von n Capacitäten kann höchstens mit $n - 1$ Schwingungsdauern schwingen. Die experimentellen Resultate stimmen im Allgemeinen mit der Theorie.

Bei weiteren Versuchen[2]) ergab sich, dass ein System von n einfachen Erregern, welche sich gegenseitig beeinflussen, gleichzeitig höchstens n von einander und von den n Eigenschwingungen der unbeeinflussten n Erreger verschiedene Schwingungen erregt.

579 Weiter bestimmt Klemenčič[3]) die Erwärmungen verschiedener, auch magnetischer Drähte durch schnelle Schwingungen.

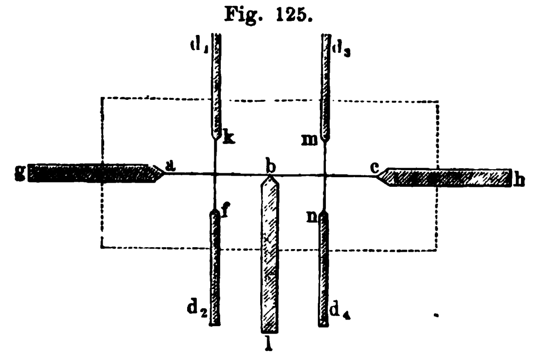
Gegenüber den Platten des Primärinductors nach Hertz oder Lecher befinden sich die Platten des secundären Inductors, die durch einen geradlinigen Draht verbunden sind, in dessen Mitte gh die Versuchs-

---

[1]) v. Geitler, Wied. Ann. 55, 513, 1895. — [2]) Ibid. 57, 412, 1896. — [3]) Klemenčič, Wied. Ann. 50, 456, 1893.

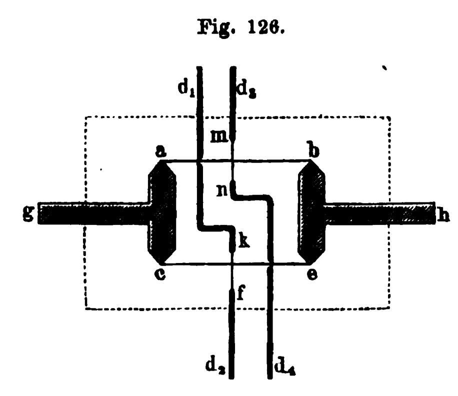
drähte eingeschaltet werden. Fig. 125 stellt diesen mittleren Theil dar. Die 3 bis 6 cm langen Versuchsdrähte *ab* und *bc* sind bei *a, b, c* hinter ein-

Fig. 125.



ander an 5 mm dicke Kupferdrähte gelöthet, von denen *bc* die Bestimmung des Widerstandes jedes einzelnen Drahtes besonders gestattet. *mn* und *kf* sind Thermoelemente von 0,09 dickem Constantan- und Eisendraht, von denen die Drähte *d* zum Galvanometer führen. Die entwickelte Wärmemenge wird mittelst der Thermoströme gemessen. So wurden Drähte von Eisen, Neusilber, Kupfer, Messing mit einander verglichen, sowohl für constante Ströme, als auch für Schwingungen, deren Zahl hier 9.10^7 beträgt. Ausserdem werden die Verhältnisse der specifischen Widerstände gemessen.

Fig. 126.



Es sei V das Verhältniss der Wärmeentwickelung durch den constanten Strom, V_0 durch die Schwingungen, m das Verhältniss der spcifischen Widerstände, l die Länge der Drähte, dann ist:

	l	m	V	V_0
Eisen — Neusilber . . .	3 cm	0,49	0,46	7,0
Eisen — Neusilber . . .	6 „	0,49	0,41	5,0
Neusilber — Messing . .	6 „	3,4	3,5	1,8
Neusilber — Kupfer. . .	3 „	12,0	50,3	4,1
Neusilber — Kupfer. . .	6 „	12,0	19,5	2,8

Ebenso wurden die Ströme zwischen den Drähten mittelst der Anordnung Fig. 126 neben einander hindurchgeleitet. Die Versuchsdrähte wurden an die dicken Querstücke *ac* und *be* angelöthet. Die zwischen dicke Kupferdrähte gelötheten Thermoelemente *kf* und *mn* berührten sie. Der ganze mittlere Theil des Apparates befand sich in einem Glasgehäuse. So war die relative Erwärmung:

	l	m	V	V_0
Eisen | Neusilber . . .	3 cm	0,49	7,0	0,46
Eisen | Neusilber . . .	6 „	0,49	5,0	0,41
Neusilber | Messing . .	6 „	3,4	1,02	3,5
Neusilber | Kupfer . . .	3 „	12,0	4,1	5,3
Neusilber | Kupfer . . .	6 „	12,0	2,8	1,5
Kupfer 4 cm | Kupfer .	3 „	1,0	1,6	2,82

Die Wärmeentwickelung für Schwingungen und constante Ströme ist also sehr verschieden. Sie ist für 6 cm lange Drähte von Eisen, Neusilber, Messing, Kupfer etwa im Verhältniss wie 10,5 : 1,75 : 1 : 1.

580 Annähernd ist nach Lord Rayleigh[1]) und Stefan[2]) der Widerstand w_1 eines Drahtes für sehr schnelle elektrische Oscillationen, welche nur wenig in die Oberfläche eindringen (von der Schwingungszahl $9 . 10^7$):

$$w_1 = w \pi a \sqrt{\frac{n \mu}{\sigma}},$$

wo w der Widerstand für constante Ströme, a der Radius des Drahtes, n die Schwingungszahl, μ die magnetische Permeabilität, σ der Widerstand in absoluten Einheiten ist.

Die in der Zeit dt entwickelte Joule'sche Wärme ist für constante Ströme $w i^2 dt$ und für Schwingungen $w_1 i^2 dt$. Bei zwei gleich dicken Drähten, deren Permeabilitätsconstanten μ und μ_1, deren specifische Widerstände σ und σ_1 sind, ist also das Verhältniss der entwickelten Wärmemengen:

$$V_0 = \frac{w}{w_1} \sqrt{\frac{\mu \sigma_1}{\mu_1 \sigma}}.$$

Die Combination Neusilber — Messing gab gute Uebereinstimmung mit den Berechnungen nach Berücksichtigung der Wirksamkeit der Thermoelemente. Weniger gut stimmen die Resultate bei Neusilber — Kupfer.

Bei den verzweigten Drähten kommt nur die Selbstinduction L, nicht der Widerstand in Betracht. Dieselbe ist für Drähte von gleichen Dimensionen gleich (§. 362):

$$L = 2 l \left(log \frac{2 l}{a c} + \frac{1}{4 \pi a} \sqrt{\frac{\mu \sigma}{n}} \right),$$

wo l die Länge des Drahtes, $c = e^{3/4}$ (nach der elektromagnetischen Theorie) ist. Die Schwingungen müssen sich also, wie bei hinter einander geschalteten Drähten, in zwei gleiche Theile theilen. Das erste Glied ist für 6 cm lange Drähte 4,97, das zweite ist für Eisen, wenn $a = 73$, $n = 9 \times 10^7$, $b = 11200$ ist, gleich 0,41, für andere Körper

[1]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 21, 381, 1886. — [2]) Stefan, Wied. Ann. 41, 400, 1890.

ist es zu vernachlässigen. Sind die Drähte gleich lang und gleich dick, so ist für dieselbe L gleich, nur beim Eisen um 10 Proc. grösser. Es muss sich also das Verhältniss der Wärmeentwickelung durch die Schwingungen derselben wie bei hintergeschalteten Drähten ergeben. So war in der That bei hinter einander geschalteten Drähten das Verhältniss der Wärmeentwickelung bei der Combination Eisen — Neusilber 5,2, bei Verzweigung 5,0; bei Neusilber — Kupfer bezw. in beiden Fällen 2,8 und 2,5.

Aehnliche Versuche[1]) wurden an magnetischen Drähten ausgeführt; deren Länge 6 cm, deren Dicke 0,45 bis 0,48 cm betrug. Die verglichenen Drähte waren stets gleich dick. Die Thermoelemente wurden mittelst constanter Ströme controlirt. 581

Aus der Formel des Widerstandes für elektrische Schwingungen lässt sich μ berechnen. So war für:

	weiches Eisen	weichen Stahl	harten Stahl	weichen Bessemerstahl	harten Bessemerstahl	Nickel
μ	118	106	115	77	74	27

Eigenthümliche Reflexionserscheinungen treten ein, wenn die elektrischen Wellen aus Drähten von grösserer Dicke zu dünneren Drähten oder umgekehrt übergehen, oder auch wenn sie in parallelen Drähten fliessen, deren Abstand von einander an einer Stelle vergrössert oder verkleinert wird. 582

Derartige Versuche sind von v. Geitler[2]) angestellt worden.

Gegen die primären Funken wurde, um sie möglichst constant zu erhalten, ein Luftstrom geblasen.

Der Erreger war der von Blondlot. Die Wellenlänge betrug λ = 18,4 m. Der secundäre Leiter war 280 m lang. Seine Drähte waren durch Holzstücke im Abstande von 8 cm erhalten. 220 m bestanden aus 1 mm dickem Kupferdraht. Das Ende bildeten 60 m 0,1 mm dicker Eisendraht, in welchem sich die Welle todtläuft. Ein Differentialelektrometer war 140 m vom Anfange der Leitung angebracht. Dasselbe besteht aus einer an einem Quarzfaden aufgehängten Doppelnadel, bestehend aus zwei o—o förmigen, in derselben Verticalebene über einander befindlichen dünnen Aluminiumnadeln, welche durch ein verticales Glasstäbchen in der Axe verbunden sind. Am unteren Ende trägt es einen kleinen Ablesespiegel und unterhalb einen kleinen horizontalen Richtmagnet. Die kreisförmigen Enden der Nadeln schweben vor zwei ihnen von entgegengesetzten Seiten genäherten kreisförmigen mit der Leitung verbundenen Messingplättchen. Zwischen den oberen und unteren Plattenpaaren befindet sich ein Stück der Leitung von $^1/_4$ Wellenlänge.

---

[1]) Klemenčič, Wien. Ber. 103 [2 a], 1894; Wied. Ann. 53, 705, 1894. — [2]) v. Geitler, Wied. Ann. 49, 184, 1893.

Ist die Lage der Reflexionsplatte eine solche, dass sich das untere Plattenpaar des Elektrometers im ersten Minimum befindet, so muss das obere im Maximum sein. Man erhält den grössten Ausschlag im Sinne der Drehung der oberen Platte. Er wird Null, wenn beide Paare sich an Orten gleicher Intensität befinden, und kehrt sich bei weiterer Entfernung der Reflexionsstelle vom Elektrometer um, bis er ein Maximum erreicht, wenn die obere Platte an der Stelle eines Minimums, die untere an der des Maximums ist. Quantitative Messungen wurden nicht angestellt. Wurden die Drähte durch Holzklemmen an einzelnen Stellen auf 8 cm aus einander oder auf 2 cm gegen einander geschoben, so traten daselbst Reflexionen ein. Die Maxima der Curven im einen Falle entsprechen etwa dem Minimum im anderen.

Endlich wurden Plattencondensatoren aus Zinkblech hinter dem Elektrometer an verschiedenen Stellen der Leitung angebracht. Die Grösse des reflectirten Theiles wächst dabei mit der Grösse der Veränderung. Mit vergrösserter Capacität des Condensators nähert sich die Phasenverschiebung mehr und mehr $1/2\ \lambda$.

Beim Uebergang zwischen verschieden dicken Drähten hängt die Grösse des reflectirten Theiles von dem Unterschiede des Querschnittes ab; die Phasenverschiebung entspricht beim Uebergange von einem dünnen Drahte zu einem dickeren einer Verengung, umgekehrt einer Erweiterung des Abstandes der Drähte.

583 Werden dickere Drähte weiter, oder dünnere weniger weit von einander gebracht, als die übrige Leitung, so kann dadurch die Aenderung der Capacität compensirt werden und es tritt nach Barton[1]) keine Reflexion ein.

Weitere Versuche sind ebenfalls von Barton[1]) ausgeführt worden.

In den 160 m langen secundären Leiter elektrischer Wellen wird an einer Stelle ein von denselben verschiedenes Stück eingeschaltet. Die Wellen werden theils an der Eintrittsstelle in dasselbe reflectirt, theils gehen sie hindurch, treffen das zweite Ende des Stückes, wo sie wieder theils reflectirt werden, theils hindurchgehen. Der erste Theil trifft wiederum die Eintrittsstelle, wo eine neue Reflexion und ein partieller Durchgang eintritt, ähnlich wie beim Licht bei Bildung der Farben dünner Blättchen. Ausserdem werden die Schwingungen noch durch die Dämpfung der Schwingungen der primären Leiter abgeändert. Die Theorie stimmt im Ganzen mit der Erfahrung.

584 Sarasin und Birkeland[2]) haben die Vorgänge in der Nähe des Endes eines von elektrischen Wellen durchflossenen geraden Leiters untersucht.

---

[1]) Barton, Proc. Roy. Soc. London 54, 85, 1893; 55, 349, 1896; Beibl. 18, 794, 959. — [2]) Sarasin und Birkeland, Compt. rend. 117, 618, 1893; Beibl. 18, 384.

Die 3 mm langen Funken eines kleineren Hertz'schen Plattenerregers schlugen in Oel über. Gegenüber der einen Platte befand sich eine ebenso grosse secundäre Platte, die mit dem einen Ende eines 1,5 m über dem Boden mittelst Holzstützen erhaltenen horizontalen, zu ihr senkrechten, in der Luft endenden, 9 m langen, 1 cm dicken Kupferrohres verbunden war. Zur Untersuchung des elektrischen Feldes dienten zwei kreisförmige, vertical gestellte Resonatoren von 10 und 25 cm Durchmesser, welche parallel der Röhre verschoben und um ihre verticale Axe gedreht werden konnten. Die Funkenstrecke derselben war nach oben gerichtet. Bei verschiedenen Abständen der Resonatoren von dem Rohre werden die Entfernungen der Knoten von dem Ende der Röhre bestimmt; bei dem kleinen Resonator bei sieben Abständen von 2 bis 60 cm, bei dem grossen in vier Abständen. Der Eindruck der graphischen Darstellung ist der, dass der Resonator von einem ersten Anstoss nahe parallel zu dem Drahte, einem zweiten von einer nahe dem Ende des Drahtes ausgehenden Strahlung getroffen wird. Die sämmtlichen Knoten liegen, wie wenn die elektrische Erregung ganz nahe von dem Drahte bis zu seinem Ende und von da direct zum Resonator gelangt. Diese Erscheinung kann nicht durch die Reflexion erklärt werden, da sie nicht den grossen Rückgang des ersten Knotens erklärt, wenn der Resonator sich ganz nahe am Drahte befindet, und der um so grösser ist, je grösser der Resonator. Dieses rührt von der Gestalt des Resonators her.

Weitere Versuche dienten zur Auffindung der Stellungen der um die Verticale gedrehten Resonatoren, bei denen die Wirkungen der beiden Anstösse auf den Kreis ein Maximum ist. Die meisten Maxima fallen auf die Stellen, wo sie nach dem Verlaufe der Knotenlinien zu erwarten waren, nämlich mitten zwischen diese hinein; das günstigste Azimuth ist das, bei dem die Resonatornormale ungefähr den Winkel zwischen der Verbindungslinie des Mittelpunktes mit dem Leiterende und die durch ihn gezogene Parallele zum Kupferrohre halbirt, wodurch vollkommen der Eindruck einer vom Ende ausgehenden Strahlung erwirkt wird. Stellt man dagegen einen Resonator auf eine Knotenlinie selbst, so muss man seine Ebene quer auf diese stellen, etwa nach dem Ende hin gerichtet. Es macht dies den Eindruck einer directen Strahlung vom Ende des Drahtes her.

Im Anschluss an diese Versuche haben Sarasin und Birkeland[1]) 585 an das Ende des Drahtes Metallscheiben von 5, 10, 15, 24, 32, 40, 60 cm Durchmesser und eine Zinkplatte von 2 × 1,3 qm befestigt; dann ziehen sich die Knoten zurück und zwar, wenn die Platten im Verhältniss zu der Wellenlänge sehr klein sind, wesentlich um die Länge des Durchmessers derselben, wenn sie immer grösser werden, bis um die Hälfte.

[1]) Sarasin und Birkeland, Compt. rend. 118, 793, 1894; Beibl. 18, 793.

Für die kleinen Platten scheint also die Reflexion von gleicher Natur zu sein wie am freien Ende des Drahtes, die Kraftröhren biegen sich um die Platten um. Bei immer grösseren Platten tritt an denselben mehr und mehr eine merkliche Reflexion ein, welche diese Umbiegung verdeckt. In der That zeigte der 10,5 cm grosse Resonator unmittelbar hinter den Mittelpunkten Platten von 80 und 10 cm Durchmesser einen Funken, der aber gegen den Rand derselben verschwand.

586 Dämpfung der Schwingungen. Die schnellen elektrischen Schwingungen im primären und auch im secundären Kreise verschwinden sehr schnell, noch ehe eine neue Reihe von Schwingungen durch eine folgende Entladung des Inductoriums eingeleitet wird. Die Schwingungen werden also gedämpft. Dies geschieht einmal in Folge des Widerstandes der Leitung, sodann in Folge der Ausstrahlung von elektrischer Energie.

Zuerst ist die Dämpfung im primären Leiter zu bestimmen. Dies hat Bjerknes[1]) aus der Resonanz abgeleitet.

Als primäre Leiter dienen zwei coaxiale kreisförmige Zinkblechscheiben c und c' (Fig. 127) von 40 cm Durchmesser. Sie sind an ihren Mittelpunkten durch 2 mm dicke, je nach der Schwingungsdauer ver-

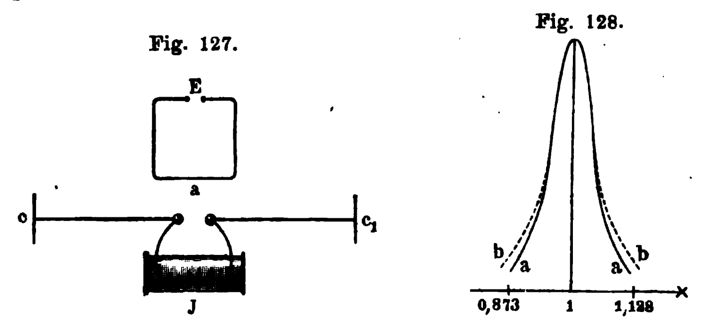


Fig. 127. Fig. 128.

schieden lange, ihnen coaxiale Kupferdrähte verbunden, die durch eine Funkenstrecke von 2 cm zwischen zwei Messingkugeln oder kleinen Kupferschalen von 1 cm Radius unterbrochen sind. Ein kleines Inductorium J mit möglichst kurzen Zuleitungsdrähten, seltener ein grosses, führte den Kugeln Elektricität zu. Der secundäre Kreis bestand aus einem Quadrat von 40 cm Seitenlänge von 2 mm dickem Kupferdraht, welches 50 cm von dem primären Leiter in einer Meridianebene desselben aufgestellt ist. Die Seite a kann durch andere spiralige Leiter von gleicher Dicke und verschiedener Länge ersetzt werden, so dass die Gesammtlänge des secundären Leiters bezw. 240, 320 und 400 cm betrug. Die gegenüberliegende Seite ist durch eine Art Quadrantelektrometer E unterbrochen, welches aus nur zwei diametral einander überliegenden

[1]) Bjerknes, Wied. Ann. 44, 74, 1891.

Quadranten von 3 cm Radius und 1,6 cm Höhe und der an einem Quarzfaden hängenden Aluminiumnadel mit Spiegel besteht. Das Quadrantelektrometer steht in der gemeinsamen neutralen Ebene beider Stromkreise; durch elektrostatische Influenz wird es nicht gestört. Durch Aenderung der Länge der geraden Drähte des primären Leiters kann derselbe zur Resonanz mit dem secundären Leiter gebracht werden.

Bjerknes setzt voraus, dass die Resonanz zwischen primärem und secundärem Leiter um so deutlicher ist, je geringer die Dämpfung der Schwingungen ist. Wird aber die Länge der secundären Leitung verändert, so werden die Schwingungen in ihr ein um so deutlicher ausgeprägtes Maximum haben, je kleiner die Dämpfung ist.

Zur Bestimmung der Schwingungsdauer wurde die Länge von Drahtwellen gemessen. Da aber das Elektrometer nicht leicht an einem Draht zu verschieben war, wurde zunächst die eine Spirale des secundären Kreises in einen beweglichen Kreis eingeschaltet und dieser durch Aenderung der Capacitäten an den Drahtenden im primären Kreise mit letzterem zur Resonanz gebracht, was durch Beobachtung der secundären Funken geschah. In diesen beweglichen secundären Kreis wurden die oben erwähnten Drahtlängen eingeschaltet und die von dem primären Leiter von verschiedener Länge (164, 204, 246 cm) hervorgebrachten Wellen, also bei Resonanz, gemessen. So ist der Einfluss der multiplen Resonanz vermieden.

Die Grösse der Elektrometerausschläge giebt die relative Intensität der secundären Schwingungen, welche so am secundären Leiter unter Einschaltung der verschiedenen Leiter bestimmt werden. Curven *a* und *b* (Fig. 128) zeigen das Auf- und Absteigen der Intensität bei verschiedenen Schwingungsdauern nach den Beobachtungen und der Theorie.

Die primäre Funkenlänge von 1 bis 2 mm und mehr hat auf die Curven einen Einfluss. Mit wachsender Länge derselben fallen sie weniger steil ab.

Diese Verhältnisse werden durch Rechnung weiter verfolgt. Es wird angenommen, dass nach einmaliger Erregung sowohl der Oscillator als auch der Resonator Eigenschwingungen ausführen kann [1]). 587

Als Parameter sind zu wählen: 1. und 2. Schwingungsdauer des Oscillators und des Resonators; 3. und 4. logarithmische Decremente derselben; 5. eine die Intensität der Schwingungen messende Constante $\mathfrak{A}$.

Das logarithmische Decrement ist in zwei Theile zu zerlegen, in das Hertz'sche Ausstrahlungsdecrement und das Joule'sche Erwärmungsdecrement. Letzteres ist bei gut leitenden unmagnetischen Drähten klein, bei Vergrösserung des Widerstandes oder der Magnetisirung überwiegt es aber; es steigt nach den Versuchen von Bjerknes von Kupfer bis zu den magnetischen Metallen von 0,007 bis 0,024, während das Hertz'sche Decrement etwa 0,027 ist.

[1]) Bjerknes, Wied. Ann. 44, 81, 1891.

Nach Versuchen von **Bjerknes**[1]) (s. §. 586) verhalten sich die Metalle gegen das Eindringen der elektrischen Schwingungen sehr verschieden. Daraus ist zu folgern, dass die Dämpfung viel eher der Wärmeerzeugung als der Strahlung zuzuschreiben ist.

φ sei der Potentialunterschied seiner beiden Pole. Derselbe soll als Function der Zeit bestimmt werden. Er entspricht der Gleichung für das gedämpfte Pendel:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta.\frac{d\varphi}{dt} + (b^2 + \beta^2)\,\varphi = F(t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo

$$F(t) = A e^{-\alpha t} \sin(at + a') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

und die Anfangsbedingungen sind für

$$t = 0 : \varphi = 0, \qquad \frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1b)$$

Gleichung 1a) enthält die Voraussetzung, dass im Oscillator merkliche Schwingungen stattfinden (**Hertz**, **Thomson**). Sie schliesst aber die Annahme von sehr wahrscheinlichen Obertönen aus, wie z. B. bei Anwendung sehr dünnen Leitungsdrahtes und grosser Capacitäten am Resonator. Ferner wird der Abstand des Oscillators und Resonators relativ gross angenommen, so dass die mehrere Male reflectirten Wellen unbemerkbar werden. Auch werden die Einflüsse des Inductoriums und der Funkenstrecke nicht beachtet.

a und b sind die mit 2π multiplicirten „cyklischen" Schwingungszahlen des Oscillators und Resonators, α und β die Dämpfungscoëfficienten. Das logarithmische Decrement λ ist das Product der letzteren mit der betreffenden Schwingungsdauer x. Werden die auf den primären oder secundären Leiter bezüglichen Werthe mit den Indices 1 und 2 bezeichnet, so ist:

$$a = 2\pi/x_1; \quad b = 2\pi/x_2; \quad \alpha = \gamma_1/x_1; \quad \beta = \gamma_2/x_2.$$

Ist T die Schwingungsdauer, γ das logarithmische Decrement, so ist:

$$a = 2\pi/T; \qquad \alpha = \gamma/T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Das allgemeine Integral der Gleichung 1) ist:

$$\varphi = A e^{-\alpha t} \sin(at + a') + B e^{-\beta t} \sin(bt + b') \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

wo

$$A = \mathfrak{A}/\sqrt{[b^2 + (\alpha - \beta)^2 - a^2]^2 + 4a^2(\alpha - \beta)^2};$$

$$a' = arc\,tg\,\frac{a^2 - (\alpha - \beta)^2 - b^2}{2\alpha(\alpha - \beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

und A dasselbe Vorzeichen wie $\beta - \alpha$ hat, a' zwischen $\pm\,{}^1\!/_2\,\pi$ liegt.

Die Bewegung im secundären Kreise lässt sich also als eine Uebereinanderlagerung zweier Schwingungen darstellen. Die ersten sind

[1]) **Bjerknes**, Wied. Ann. **47**, 69, 1892. Compt. rend. **115**, 725, 1892; Beibl. **17**, 597.

gezwungene Schwingungen von gleicher Schwingungsdauer und Dämpfung, wie die des primären Leiters, von denen die Amplitude A und die Phase a' durch die Constanten der Differentialgleichung gegeben sind.

Die zweiten Schwingungen sind im secundären Kreise mit ihrer eigenthümlichen Schwingungsdauer und Dämpfung ablaufende freie Eigenschwingungen, für die

$$B = \mathfrak{A} . \sqrt{b^2 + (\alpha - \beta)^2} / \{ b \sqrt{[b^2 + (\alpha - \beta)^2 - \alpha^2]^2 + 4\alpha^2 (\alpha - \beta)^2} \quad . \quad 5)$$

$$b' = arctg \frac{b}{\alpha - \beta} \frac{a^2 - (\alpha - \beta)^2 - b^2}{a^2 + (\alpha - \beta)^2 + b^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

ist. B hat das entgegengesetzte Vorzeichen wie A; b' liegt zwischen $\pm \, {}^1/_2 \pi$.

Die Schwingungen im primären Kreise sind viel stärker gedämpft als die im secundären. Dies ist erklärlich, da der primäre Funken einen bedeutenden Widerstand darbietet; auch ist die Energiestrahlung in dem offenen Primärleiter grösser, als in dem fast geschlossenen secundären. Danach muss α gross gegen β sein.

Beim Aufhören der Primärschwingungen hören auch die erzwungenen Schwingungen im Secundärleiter auf. Die Eigenschwingungen derselben bleiben dann:

$$\varphi = B e^{-\beta t} \sin (bt + b') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

wo, da β gegen α klein und zu vernachlässigen ist:

$$B = \frac{\mathfrak{A} \sqrt{b^2 + a^2}}{b \sqrt{(b^2 + \alpha^2 - a^2)^2 + 4 a^2 \alpha^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

Die Resonanz ist am deutlichsten, wenn B am grössten ist, die Wurzel im Nenner von B ein Mimimum wird, also wenn:

$$b = \sqrt{a^2 - \alpha^2} \quad \text{oder} \quad a = \sqrt{b^2 - \alpha^2}.$$

Ist $\alpha > a$ oder $\alpha > b$, so verschwindet dieses Minimum und die Resonanz. Setzt man voraus, dass die grösste Resonanz bei gleicher Schwingungsdauer, $b = \alpha$, stattfindet, so kann α^2 neben a^2 oder b^2 oder γ^2 gegen $4\pi^2$ (Gleichung 2) vernachlässigt werden und dann wird:

$$B = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{(b^2 - a^2)^2 + 2a^2 (b^2 + a^2)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

Für $\gamma = 1$ steigt der betreffende Fehler bis auf 2 Proc., was Schwingungen entspricht, deren Elongationen nach derselben Seite im Verhältniss von 0,37 stehen.

Der Ausschlag der Elektrometernadel in der Zeit dt entspricht deren Anstoss $\varphi^2 dt$. Der gesammte Antrieb ist gleich dem Integral $I = \int_0^\infty \varphi^2 dt$ zu setzen und das Integral bis ∞ auszudehnen, da zwischen je zwei Erregungen vom Inductorium die Hunderttausende von secun- 588

dären Eigenschwingungen völlig ablaufen. Danach wird sehr annähernd (vergl. Gleichung 9):

$$I = \frac{B^2}{4\beta} = \frac{\mathfrak{A}^2}{4\beta}\,\frac{1}{(b^2 - a^2)^2 + 2\alpha^2\,(b^2 + a^2)}.$$

I ist im Maximum, wenn $a = b$ ist; dann ist:

$$I_m = \frac{\mathfrak{A}^2}{4\beta}\,\frac{1}{4a^2\alpha^2}$$

und das Verhältniss der Impulse

$$y = \frac{I}{I_m} = \frac{4a^2\alpha^2}{b^2 - a^2 + 2\alpha^2\,(b^2 + a^2)}.$$

Dem Impulse I entsprechen die Elektrometerausschläge. Führt man aus Gleichung 2) den Werth der Abscisse der experimentellen Resonanzcurve $x = T_n / T_{n1} = a/b$ und das logarithmische Decrement $\gamma = \alpha / T = 2\pi\alpha/a$ ein, so ist die Gleichung der Resonanzcurve:

$$y = \frac{2\gamma^2 x^2}{2\pi^2\,(1 - x^2)^2 + \gamma^2\,(1 + x^2)\,x^2},$$

die für $x = 1$ ein Maximum $y = 1$ hat. Je kleiner γ wird, desto deutlicher tritt dasselbe hervor.

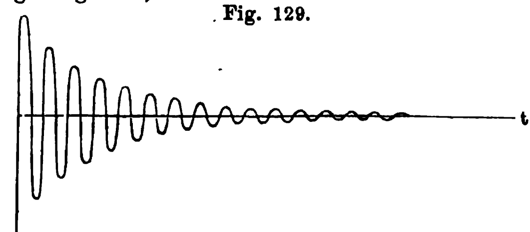
Endlich ist:

$$\gamma^2 = \frac{2\pi^2\,(1 - x^2)\,y}{2\pi - (1 + x^2)\,x^2 y}.$$

589 Aus den Versuchen ergiebt sich als Mittelwerth: $\gamma = 0{,}26$. Dies ist überhaupt der kleinste Werth von γ.

Die Elongationen der 1., 2., 10. und 30. primären Schwingung verhalten sich hiernach wie 1, 0,77, 0,07, $0{,}0_3 4$, letztere nach $^1/_{1000000}$ Secunde (vergl. Fig. 129).

Fig. 129.



Ferner ergiebt sich für verschiedene Längen l des primären Funkens das allmählich zunehmende logarithmische Decrement für die Primärschwingungen:

$l =$	1	2	3	4	5
γ	0,27	0,30	0,31	0,33	0,39

Für den secundären Kreis ergiebt sich nach Paschen[1]) aus der Funkenlänge $B = 2080$ Volts, $\beta = 70\,000$ und das logarithmische Decrement $\delta = \beta\, T$.

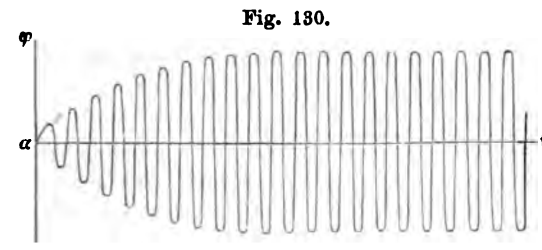
[1]) Paschen, Wied. Ann. 37, 79, 1889.

Da die halbe Wellenlänge $\lambda_5 = 443$ cm ist, wenn die Lichtgeschwindigkeit $= 3 . 10^{-8}$ ist, so wird:

$$\delta = 0{,}002.$$

Also wäre die Dämpfung im secundären Kreise mehr als 100 mal kleiner als im primären. Erst nach mehr als 1000 Schwingungen sind die Ausschläge auf $^1/_{1000}$ gesunken Fig. 130 stellt die Schwingungen aus den Uebereinanderlagerungen der erzwungenen und freien Schwingungen im Secundärleiter für die logarithmischen Decremente $\gamma = 0{,}26$ und $\delta = 0{,}002$ dar. Erst steigen die Ausschläge, so lange die Primärschwingungen noch merkbar sind, dann, wenn die Dämpfung der secundären Schwingungen die Wirkung der noch vorhandenen primären Schwingungen überwiegt, nehmen sie ab.

Fig. 130.



Der grösste Ausschlag erfolgt um so eher, je weiter man sich von der Resonanz entfernt. Bei weiterer Entfernung von derselben werden die Wellen unregelmässig.

Nach Sarasin und de la Rive wechselt bei ihren Versuchen über multiple Resonanz die auf gewöhnliche Weise gemessene Wellenlänge bei unverändertem Primärleiter und ist bei unverändertem Secundärleiter constant, wenn der Primärleiter wechselt. 590

Hiernach sollten die durch verschiedene secundäre Leiter beobachteten Wellen wirklich alle vom Primärleiter ausgesendet werden.

Es ergiebt sich dies indess auch ohne diese Annahme aus der Betrachtung stehender Wellen, wenn man berücksichtigt, dass die logarithmischen Decremente der primären und secundären Leiter $\gamma = 0{,}026$ und $\delta = 0{,}002$, also sehr verschieden sind[1]).

Das Wellensystem im secundären Leiter werde durch directe Einwirkung der primären Schwingungen und der von einer leitenden Wand reflectirten, etwas später eintreffenden Schwingungen erregt (siehe diese Reflexion der Schwingungen w. u.).

Die primären Schwingungen erzeugen im secundären Kreise ein dem wirklich vorhandenen Wellensystem entsprechendes, aber in Folge der starken Dämpfung sehr unvollkommenes System von stehenden Wellen mit abwechselnden Maximis und Minimis. Ueber dieses System lagert sich ein anderes, da jede Welle dem secundären Leiter zwei Anstösse vor und nach der Reflexion ertheilt.

---

[1]) Bjerknes, Wied. Ann. **44**, 92, 1891.

Je nachdem der secundäre Kreis eine gerade oder ungerade Anzahl Wellenlängen von den seinen Eigenschwingungen entsprechenden von der spiegelnden Wand entfernt ist, müssen die Systeme sich verstärken oder schwächen. Das resultirende System ist am stärksten ausgebildet, wenn die primären Schwingungen stark, die secundären schwach gedämpft sind. Abgesehen von dem ersten Systeme entspricht dieses Resultat dem von Sarasin und de la Rive in Betreff der multiplen Resonanz, auch wenn im primären Leiter nur eine einzige Schwingung vorhanden ist.

591 Eine Berechnung nach diesen Principien führt zu demselben Ziel.

Es falle ein Wellensystem aus grosser Entfernung, wo sich der primäre Leiter befinde, zur Zeit t auf eine ebene, in der XY-Ebene befindliche reflectirende Metallwand, und sei die elektrische Kraft parallel der Y-Axe. Die auf einander folgenden Wellen sollen nach einem Exponentialgesetz abnehmen, eine jede einzelne aber sich mit unveränderlicher Höhe fortpflanzen.

Die elektrische Kraft Y_1 des einfallenden Wellenzuges sei:

$$Y_1 = \mathfrak{A} e^{-\alpha t - \alpha_1 x} \sin (a t + a_1 x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Damit jede Welle bei der Fortpflanzung ihre Höhe bewahre, muss

$$\frac{a}{a_1} = \frac{\alpha}{\alpha_1} = v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

sein, wo v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist. Bis zur Zeit $t = 0$ sei die yz-Ebene in Ruhe; also ist für

$$t < -\frac{x}{v}; \qquad Y_1 = 0.$$

Ist T die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge, so ist:

$$a = 2\pi / T; \qquad a_1 = 2\pi / \lambda,$$

also das logarithmische Decrement der Wellen:

$$\alpha T = \alpha_1 \lambda = 2\pi \frac{\alpha}{a} = 2\pi \frac{\alpha_1}{a_1}.$$

An der Oberfläche des Spiegels ist nach Maxwell (s. die Theorie) die elektrische Kraft gleich Null.

Die Gleichung für die reflectirte Welle ist:

$$Y_2 = -\mathfrak{A} e^{-\alpha t + \alpha_1 x} \sin (a t - a_1 x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

immer unter Gültigkeit der Gleichung 2) und zugleich unter der Bedingung, für

$$t = < \frac{x}{v}, \qquad Y_2 = 0.$$

In einem Punkte x ist also die elektrische Kraft Y bis $t = -x/v$ gleich 0; von $t = -x/v$ bis $t = x/v$ ist $Y = Y_1$; nachher:

$$Y = Y_1 + Y_2 = \mathfrak{A}\,(e^{\alpha_1 x} + e^{-\alpha_1 x})\,\sin a_1 x . e^{-\alpha t}\cos at \\ - \mathfrak{A}\,(e^{\alpha_1 x} - e^{-\alpha_1 x})\,\cos a_1 x . e^{-\alpha t}\sin at \quad 4)$$

Für kleine Werthe von $\alpha_1 x$ wird $e^{\alpha_1 x} + e^{-\alpha_1 x} = 2$; $e^{\alpha_1 x} - e^{-\alpha_1 x} = 0$; so dass die Gleichung 4) wird:

$$Y_1 + Y_2 = 2\,\mathfrak{A}\,\sin a_1 x\, e^{-\alpha t}\cos at \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Diese Gleichung stellt stehende Schwingungen dar mit festen Knoten an Stellen, wo $\sin a_1 x = 0$ ist.

Wird als Zeit- und Längeneinheit die Schwingungsdauer und Wellenlänge eingesetzt, so lässt sich Gleichung 1) schreiben:

$$Y_1 = \mathfrak{A}\, e^{-\gamma(t+x)} \sin 2\pi\,(t + x),$$

wo γ das logarithmische Decrement ist.

Ist z. B. $\gamma = 0{,}26$ der kleinste Werth, so ist für $x = 1/2$, d. h. im ersten Knoten ist $e^{0{,}13} - e^{-0{,}13} = 0{,}26$. Also ist schon im ersten Knoten eine Bewegung $0{,}26\,\mathfrak{A}\, e^{-\alpha t}\cos at$, mehr als $1/10$ der Bewegung im ersten Bauche. Im vierten Knoten ist sie gleich $1/2$, im zehnten gleich $9/10$ der Bewegung im benachbarten Bauche, etwa in fünf Wellenlängen Abstand vom Spiegel. Näher dem letzteren selbst verschwindet also der Unterschied immer mehr. Am Spiegel selbst ist keine Bewegung.

Daher kann der secundäre Kreis auch in einem Knoten ansprechen, wie bei der multiplen Resonanz.

Ob die Elektricitätsbewegung in einem Hertz'schen Primärleiter wirklich nach der Formel einer gedämpften Sinuscurve: 592

$$F(t) = A e^{-\alpha t} \sin (at + a') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

vor sich geht, lässt sich nach der Anordnung von Lecher[1]) mit sehr langen, parallelen, sei es am Ende offenen oder verbundenen Drähten von je 130 m Länge, welche man an einem Elektrometer vorbeiführt, entscheiden. Die Maxima und Minima vertauschen in beiden Fällen ihre Plätze.

Nur müssen die Schwingungen im primären Leiter der Form des Wellenzuges in einem unendlichen Drahtleiter entsprechen, als welche wir annähernd obige Drahtcombination ansehen können. Die Elektrometerausschläge messen ein gewisses Zeitintegral der elektrischen Kraft der Wellen.

In der That entsprechen nun die Curven der Elektrometerausschläge, bezogen auf die Drahtlänge vom Ende an als Abscisse, sowohl bei geschlossenen als auch bei offenen Drähten der Formel 1), so dass die Voraussetzung bestätigt ist. Eine Summe von Gliedern anzunehmen, wie bei der multiplen Resonanz, erscheint nicht nöthig.

Aehnliche Versuche hat Pérot[2]) mit dem Apparat von Blondlot angestellt. 593

---

[1]) Bjerknes, Wied. Ann. 44, 514, 1891. — [2]) Pérot, Compt. rend. 114, 165, 1891; Beibl. 17, 596.

10 cm von einem horizontalen 8 m langen Kupferdraht entfernt, in welchem die Oscillationen entstehen, ist ein parallel zu ersterem mit ihm durch eine verschiebbare Brücke verbundener Kupferdraht ausgespannt, der durch einen 80 m langen Eisendraht mit ersterem in Verbindung steht. So interferiren die vom Excitator ausgehenden entgegengesetzten Wellen der elektromotorischen Kraft im Eisendrahte und werden schnell darin gedämpft. Dann werden zwei gegenüberliegende Stellen A und B der Leitung mit einem Funkenmikrometer verbunden und seine Spitze der gegenüberliegenden Fläche so weit genähert, bis ein Funkenstrom übergeht. Die Schlagweite d entspricht dem Quadrat des Maximums der Potentialdifferenz zwischen A und B. Durch Verschieben der Brücke wird nachgewiesen, dass d mit dem Abstand a nach der Formel $d = f(a)$ sich ändert. Die entsprechenden Curven sind die von einfachen sinusartigen, gedämpften Pendelschwingungen, nicht aber complexe.

Auch Strindberg[1]) kommt nach einer ähnlichen Methode wie Blondlot zu demselben Resultat. Dabei konnte die Stellung der primären Platten verändert werden, ebenso durch verschiebbare Aluminiumplatten die Schwingungsdauer und Dämpfung der Resonatoren. Es ergab sich, dass bei dünnen Drähten der Resonatoren die mit denselben gemessenen Wellenlängen wesentlich abhängen von der Stellung der primären Platten. Bei starker Dämpfung der secundären Leiter treten complicirtere Erscheinungen auf, als bei den Versuchen von Sarasin und de la Rive.

594 Der Einfluss der Magnetisirbarkeit auf die Wellenlänge der elektrischen Schwingungen ist schon von verschiedenen Seiten betrachtet worden.

So fand zunächst Hertz[2]) keine Einwirkung, als er in seinem rechteckigen Kupferdrahtresonator die eine Seite durch einen gleichen Eisendraht ersetzte. Dennoch wäre ein solcher Einfluss zu erwarten, da die Magnetisirung der concentrischen Schichten eine bestimmte Zeit erfordert[3]). Möglich wäre, da bei schnellen Oscillationen der Strom an die Oberfläche gedrängt wird, dass nur eine zu kleine Schicht des Drahtes an der Entladung theilnimmt.

Um hierüber zu entscheiden sind Versuche von Trowbridge und St. John, Emden und Birkeland angestellt worden.

Trowbridge[4]) schob zwei ganz gleiche Inductionsrollen symmetrisch auf einen langen Elektromagnet, und brachte in die Zweige von beiden solche Capacitäten, dass bei der Erregung des Elektromagnets in

---

[1]) Strindberg, Oefvers. k. Vetenskap Acad. Förhandl. **51**, 235, 1894; Beibl. **18**, 957. Siehe auch Poincaré, Arch. des sc. phys. et nat. [3] **25**, 609, 1891; Beibl. **16**, 452. — [2]) Hertz, Wied. Ann. **31**, 429, 1887; ibid. **34**, 351, 1888; Elektrische Wellen, S. 113; auch Zickermann, S. 389. — [3]) Siehe Lodge, Lightning Conductor and Lightning Guards 1892. — [4]) Trowbridge, Sill. Amer. Journ [3] **48**, 307, 1894; Beibl. **19**, 199.

dem einen, „dem Zeitkreise“ bei photographischen Aufnahmen durch einen rotirenden Spiegel zu gleicher Zeit gleich lange Funken erschien, wie in dem anderen.

Die zu untersuchenden, mit dem Zeitkreise verglichenen Eisendraht- und Kupferdrahtspiralen wurden nach einander in eine ausgekerbte Spiralrinne auf einen sehr porösen und mit Paraffin getränkten Holzcylinder von 11,5 cm Durchmesser und 15 cm Länge in je 1 cm von einander abstehenden Windungen gewunden und mit dem Zeitkreise verglichen. Mit Eisendrähten, dicker als 0,7 cm Durchmesser, ergab sich kein Unterschied gegen das Kupfer. Bei vielen Versuchen mit Drähten von 0,7 mm Durchmesser erschien indess die Länge der elektrischen Schwingungen im Eisenkreise cet. par. grösser als im Kupferkreise und die Selbstinduction für Eisendrähte 5 bis 10 Proc. grösser als für Kupferdrähte; die Resultate sind indess ziemlich schwankend.

St. John[1]) misst die Länge der Wellen vermittelst einer Anordnung, die der Lecher'schen analog ist. Nur trägt dabei der secundäre Draht keine Platten, welche denen des primären Leiters gegenüberstehen; vielmehr besteht der secundäre Leiter aus einem einfachen Drahtrechteck, dessen kurze Seite der Axe des primären Leiters parallel gespannt ist. Der Grund ist, weil die secundären Platten die Schwingungen des primären Leiters wesentlich beeinflussen. Die Bestimmungen geschehen mittelst des Bolometers. Um das Viereck verkürzen und verlängern zu können, ohne dass die Capacität der Enden sich verändert, werden die Enden des Drahtes in Metallkapseln aufgerollt. Demnach ist die Wellenlänge kürzer im Eisen-, als im Kupferdraht und danach die Selbstinduction 3,4 bis 4,3 Proc. grösser in Kreisen von Eisen als in solchen von Kupfer. In Folge dessen ist die Dämpfung beim Eisen grösser. Die Permeabilität des angelassenen Eisens ist so nach der Formel von Lord Rayleigh $\mu = 385$. Bei Schwingungen von gleicher Dauer ändert sich die Wellenlänge paralleler Kupferdrähte direct mit ihrem Durchmesser (0,039 bis 0,120 cm); im Maximum um 5 Proc.

Nach Lodge vollziehen sich Batterieentladungen durch Eisendrähte nicht anders als durch Kupferdrähte, weil wohl bei raschen Oscillationen die Stromfäden nicht mehr ins Innere der Drähte eindringen.

595 Emden[2]) vergleicht die elektrischen Schwingungen, welche von zwei gleichen Batterien durch zwei geometrisch gleiche Stromkreise gehen, von denen der eine aus weichem Eisendraht, der andere aus gleich dickem Kupferdraht besteht. Beide Batterien wurden, zum gleichen Potentiale geladen, in demselben Momente entladen, die Funken gleichzeitig in einem rotirenden Spiegel zerlegt und die Funkenbilder auf einer photographischen Platte fixirt.

---

[1]) Ch. E. St. John, Sillim. Journ. [3] 48, 311, 1894; Beibl. 19, 199. —
[2]) Emden, Sitzungsber. d. königl. bayer. Akad. 22, 71, 1892; Beibl. 18, 869.

Die Dimensionen der Batterien und Leitungsbahnen wurden so gewählt, dass die Dauer T der halben Schwingung zwischen $^1/_{26000}$ bis $^1/_{466000}$ Secunden variirte.

Die Selbstinductionscoëfficienten verhalten sich wie die Quadrate der Schwingungsdauern, diese selbst wie die Abstände der Oscillationen auf der Platte. Der Selbstinductionscoëfficient L_F der Eisenleitung ergab sich stets grösser als der der Kupferleitung L_C.

Emden erhielt folgende Werthe:

$T =$	0,00000215″	0,00000791″	0,0000190″	0,0000380″
$L_F/L_C =$	1,21	1,36	1,18	1,38

Der zweite Werth war offenbar etwas zu gross. Eine Zunahme des Verhältnisses L_F/L_C mit abnehmender Schwingungsdauer zeigt sich erst bei $T = 0,000038''$.

Wurden die Widerstände der Leitungsbahnen abgeglichen, so ergaben sich ähnliche Verhältnisse.

Für die Dämpfung der Schwingungen folgte aus den Zahlen der photographischen Bilder der Funken, dass dieselbe im Eisendrahte viel grösser war als im Kupferdrahte. Gleicht man die Widerstände der beiden Strombahnen aus, so zeigen beide Funken bei der kleinsten beobachteten Schwingungsdauer ungefähr gleich viel Schwingungen, bei den übrigen Schwingungsdauern aber ist die Anzahl derselben im Kupferdrahte zwei-, drei- bezw. viermal grösser als im Eisendrahte.

596 Da wegen der Leitfähigkeit der Metalle die Wechselströme nur Tausendstel von Millimetern in die Tiefe eindringen, so hat Birkeland[1]) versucht, eine nichtleitende magnetisirbare Substanz herzustellen, in welche die magnetische Induction hinreichend tief eindringen kann. Eisenfeilspäne, oder noch besser feines Eisenpulver wurden mit geschmolzenem Paraffin und feinem Quarzpulver vermischt.

Die Versuchsanordnung war die folgende: Der primäre und der secundäre Leiter bestanden aus zwei halbkreisförmigen Drähten, welche in ebenen Platten endigten. Dem secundären Drahte gegenüber stand das Rechteck des Resonators, dessen diesem Drahte zugewandte Seite eine Drahtspirale A von zwölf Windungen enthielt, in welche Eisencylinder eingeführt werden konnten. Die gegenüberliegende Seite trug die Funkenstrecke. Ueberdies stand der Resonator mit einem regulirbaren Condensator in Verbindung, so dass die Resonanz wieder hergestellt werden konnte, wenn sie durch Einführung eines eisenhaltigen Cylinders in die Spirale A gestört war.

Es wurden benutzt 12 Cylinder von ungefähr 20 cm Länge und 4 cm Durchmesser: 1. Cylinder aus weichem Eisen; 2. Cylinder aus feinen Eisendrähten in Paraffin; 3. bis 9. Cylinder aus Eisenpulver in

[1]) Birkeland, Compt. rend. 118, 1320, 1894; Beibl. 18, 1062.

Paraffin mit 5, 10, 15, 20, 25 und 50 Volumprocenten Eisen. Dazu kamen noch: 10. ein Cylinder mit 40 Proc. Zinkpulver und Paraffin; 11. Cylinder mit Messingfeilspänen und Paraffin; 12. Glascylinder von 4,5 cm Durchmesser, der mit verschiedenen Elektrolyten gefüllt werden konnte. Zuerst wurde der Resonator mit leerer Spirale A zur Resonanz mit dem Erreger gebracht und die grösste Funkenstrecke gemessen. Dann wurden die Cylinder eingeführt und die veränderte Funkenstrecke bestimmt.

Die Einführung des Cylinders Nr. 1 in die Spirale A brachte keine merkbare Wirkung hervor, dagegen reducirten die Cylinder 2 bis 4 die secundären Funken bis $^1/_{10}$ des ursprünglichen Werthes, Nr. 7 und 8 bis auf $^1/_{100}$, Nr. 9 bis auf $^1/_{200}$. Nr. 10 und 11 übten nur schwache Wirkung aus. Nr. 12 mit destillirtem Wasser hatte keine Wirkung. Füllte man den Cylinder dagegen mit Schwefelsäure (10 Proc., 20 Proc., 30 Proc.), so war die Reduction des Funkens stets dieselbe (von 9 mm Länge auf 1,3 mm).

Die Periode des Resonators wurde durch die Cylinder 2 bis 4 bedeutend vergrössert, die maximale Funkenstrecke dagegen reducirt. Bei Cylinder 5 bis 9 liess sich keine Resonanz mehr herstellen. Es wird hier fast die gesammte Energie durch die eisenhaltigen Cylinder absorbirt. Möglicherweise rührt diese Absorption von der Hysteresis des Eisens her.

Um zu sehen, wie weit die Wirkung der elektrischen Wellen sich ins Innere erstreckt, wurden hohle Cylinder verwerthet und in diese massive eingeführt. Danach dringen die Wellen 7 mm tief in einen Eisenparaffincylinder von 10 Proc., 5 mm in einen solchen von 25 Proc. ein.

b) In Dielectricis.

Elektrische Störungen können sich auch durch die Luft mit einer gewissen Geschwindigkeit fortpflanzen. 597

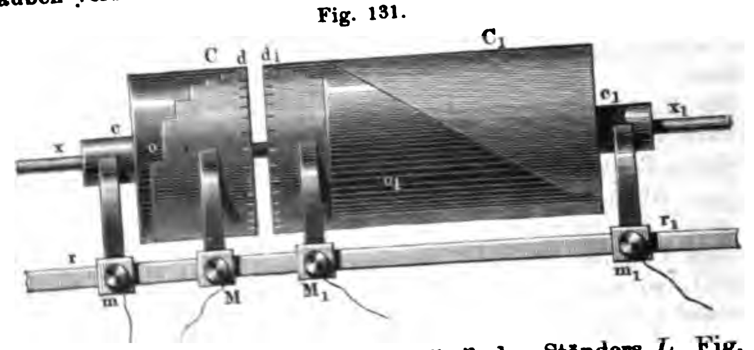
Schon früher hatte Blaserna[1]) über die oscillirende Entladung in Inductionsspiralen sehr sorgfältige und ausgedehnte Versuche angestellt und dabei das Resultat erhalten, dass zur Fortpflanzung der Inductionswirkung von einem inducirenden zu einem inducirten Kreise durch die Luft oder einen anderen Nichtleiter eine bestimmte Zeit erforderlich sei.

Zwei Holzcylinder C und C_1, Fig. 131 (a. f. S.), sind auf eine gemeinsame Axe xx_1 aufgeschoben. C ist fest, C_1 lässt sich gegen C um einen an den Theilungen dd_1 messbaren Winkel drehen. Beide Cylinder sind mit Blechstreifen o und o_1 von der Gestalt der Zeichnung belegt, und letztere sind mit kleineren metallenen Cylindern c und c_1, welche auf der Axe

[1]) Blaserna, Sul sviluppo e la durata delle correnti d'induzione. Giornale di Science Naturali ed Economiche 6. Palermo 1870; Archives de Sc. phys. et nat. Nouv. Sér. 38, 338, 1870. Pogg. Ann. Jubelbd., 1874, S. 368.

xx_1 befestigt sind, leitend verbunden. Gegen die Cylinder CC_1, cc_1 schleifen vier Stahlfedern m, M, M_1, m_1, die isolirt von einander sich auf dem Elfenbeinstabe rr_1 verschieben lassen und dort mit Klemmschrauben verbunden sind. Um den Contact der Stahlfedern völlig sicher

Fig. 131.



zu machen, sind sie an den unteren Theil des Ständers L, Fig. 132, angeschraubt, zu dem die Drahtleitungen führen. Oben tragen sie vorn je eine kleine, abgeflachte Halbkugel P von Platin, mit der sie gegen den Cylinder drücken, hinten einen Knopf s, der sich gegen das Gummiband g anlegt. Durch Anziehen der Schraube v kann die Feder gegen den Cylinder gepresst werden. Der Doppelcylinder wird durch ein Schwungrad mit Treibriemen und eine Zahnradverbindung schnell umgedreht. Die Drehungsgeschwindigkeit (4 bis 60 Umdrehungen in der Secunde) wird durch eine auf seine Axe aufgesetzte Lochsirene gemessen, deren Ton mit dem der verschiedenen Abtheilungen der Saite eines Sonometers verglichen war. Die Schwingungsdauer der letzteren war der einer Stimmgabel von bestimmter Oscillationsdauer gleich gemacht. Wurden sowohl die Federn m, M, wie M_1, m_1 mit zwei constanten Säulen verbunden, in beide Schliessungskreise Galvanometer eingeschaltet, und wurden dann die Cylinder CC_1 langsam gedreht, so konnte man beobachten, bei welcher Stellung gerade der durch m und M circulirende Strom durch Abgleiten der Feder M von der Kupferbelegung o aufhörte und bei welcher Stellung die Leitung des durch $M_1 m_1$ geleiteten Stromes durch die Belegung o_1 begann. Wurde nun die Axe schnell gedreht, so konnte man hiernach bestimmen, welche Zeit zwischen dem Schliessen bezw. Oeffnen der Leitung $m o M$ und der Leitung $m_1 o_1 M_1$ verging. —

Fig. 132.



$\frac{1}{4}$

Dass das Holz der Cylinder nicht leitete, konnte durch Verbindung der Federn M und M_1 mit der Säule und dem Galvanometer nachgewiesen werden.

Durch die Federn mM wurde der Strom einer constanten Säule geleitet, in deren Schliessungskreis eine graduirte Tangentenbussole eingeschaltet war. Derselbe Kreis enthielt eine inducirende Spirale S (von 60 Windungen von mit Seide übersponnenem Kupferdraht, gewunden in vier Reihen von je 15 Windungen; Dicke des Drahtes 1,12 mm, Länge der Spirale 18 mm, innerer und äusserer Radius 30,5 und 35 mm). Bei den ersten Versuchen stand dieser Spirale eine gleiche Inductionsspirale gegenüber, welche mit den Federn M_1 und m_1 verbunden war, und deren Schliessungskreis ein graduirtes Galvanometer mit astatischer Nadel enthielt. Wurden die Cylinder C und C_1 so gegen einander gestellt, dass der inducirte Stromkreis in den ersten Momenten nach Schliessung des inducirenden eine längere oder kürzere Zeit durch die auf verschiedenen breiteren oder schmaleren Stellen des Metalles o_1 schleifenden Federn geschlossen wurde, so konnte der Verlauf des Schliessungsinductionsstromes bestimmt werden. Dabei schleifte die Feder M auf einem so breiten Theile von o, dass die Oeffnungsinduction ausgeschlossen war. Bei verschieden schneller Drehung, also bei Verlauf verschieden langer Zeiten zwischen dem Schliessen des inducirenden und inducirten Stromes fanden sich die Resultate der Rechnung von E. du Bois-Reymond (§. 204 u. f.) im Allgemeinen bestätigt. Stets trat indess der Schliessungsinductionsstrom erst einige Zeit nach der Schliessung des inducirenden Stromes auf, so dass z. B., wenn der inducirte Kreis durch einen sehr schmalen, nur 2^0 breiten Streifen von o_1 geschlossen wurde, bei sehr schneller Drehung der Cylinder kein Inductionsstrom erschien, sondern derselbe sich erst bei langsamerer Drehung plötzlich zeigte, um bei noch langsamerer Drehung wieder zu verschwinden, indem dann die Schliessung durch o_1 erst eintrat, nachdem die inducirende Wirkung mehr oder weniger abgelaufen war.

Wurden zwischen die Spiralen Platten von schlecht leitenden Körpern gebracht, so ergab sich eine noch grössere Verzögerung des Schliessungsinductionsstromes. Derselbe trat nach Schliessung des inducirenden Stromes auf, wenn sich zwischen den Spiralen befand:

Luft, 13 mm dicke Schicht	nach	0,000167	Secunden
Schellack, 12 mm dicke Platte	„	0,000450	„
Schwefel, 12 mm dicke Platte	„	0,000402	„
Vier Glasplatten	„	0,000373	„

Hieraus berechnet Blaserna, dass die Induction sich in einer Secunde in Luft 270, in Glas 61, in Schellack 57 bis 44, in Schwefel 52, in Pech 30 mm fortpflanzt, so dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft nahezu der des Schalles gleich wäre.

Für die Induction bei der Oeffnung findet Blaserna ähnliche Resultate. Der Oeffnungsinductionsstrom entwickelt sich und läuft in einer

kürzeren Zeit ab, als der Schliessungsinductionsstrom (z. B. in 0,000275 Secunden, während der letztere 0,000485 Secunden braucht). Auch hier soll eine Verzögerung der Induction eintreten; bei Zwischenbringen einer Schellackplatte würde die Verzögerung während des ganzen Verlaufes grösser, also bei gleicher Gesammtintensität des Inductionsstromes seine mittlere Intensität kleiner sein als in der Luft.

Je weiter die Spiralen von einander stehen, desto mehr verzögert sich die Zeit t_m des Eintrittes des Maximums, da mit abnehmendem Potential die Zeit t_m wächst (vergl. §. 206 u. f.).

Zum Studium des Verlaufes der Extraströme wurden die Drahtverbindungen geändert. Um die Schliessungsextraströme zu erhalten, wurden nur die Federn M und m verwendet, und in ihren Schliessungskreis die Säule, die Spirale und das Galvanometer eingeschaltet. Bei der Drehung des Interruptors konnte das Ansteigen des Stromes beobachtet werden. Hätte der Strom eine constante Intensität, so hätte die Ablenkung des Galvanometers unabhängig von der Drehungsgeschwindigkeit constant sein müssen; sie nahm aber bei kurzer Schliessung und schneller Drehung ab. Nie ging indess die Nadel auf Null, so dass hiernach der Strom unmittelbar mit Beginn der Schliessung zu circuliren beginnt. Er steigt erst langsam, dann sehr stark an, fällt wieder schnell und gelangt direct oder nach mehreren Steigerungen und Verminderungen der Intensität allmählich zu seiner constanten Intensität. Diese Oscillationen erfolgen um so schneller, je stärkere Extraströme in den in die Schliessung eingeschalteten Spiralen erzeugt werden.

Ebenso fand Blaserna, als die Schliessung, auch der den Galvanometerspiegel ablenkende Theil derselben, aus geraden, nur in rechten Winkeln gebogenen, im Ganzen 27 m langen Drähten bestand, analoge Oscillationen.

Die Oscillationen hatten anfangs grosse Höhe und kurze Dauer, die späteren waren schwächer und dauerten länger, so dass die Zeiten derselben etwa in einer arithmetischen Progression zweiten Grades lagen, bis die letzten Schwankungen kaum merkbar waren und in den constanten Strom übergingen.

Zur Beobachtung des Oeffnungsextrastromes wird der Strom der Säule durch einen Commutator und die Inductionsspirale geleitet und mittelst m und M zum Cylinder C geführt, wo er bei Drehung des Apparates erst geschlossen, dann geöffnet wird. Die Breite des Kupferstreifens o war so gewählt, dass der Strom sich völlig entwickeln konnte. Zugleich wurden von den Enden der Inductionsspirale Drähte zu M_1 und m_1 geführt, so dass beim Oeffnen des Stromkreises auf Cylinder C der in der Spirale erzeugte Extrastrom zugleich mit einem Theil des aus der Kette abgeleiteten Stromes durch M_1, m_1 und Cylinder C_1 sich ausglich. Der letztere Theil konnte eliminirt und bestimmt werden, indem der Interruptor auf C_1 so gestellt wurde, dass er sich schloss, während noch der Contact in C andauerte, und sich öffnete, ehe der letztere geöffnet

war. Dabei ergab sich, dass der Oeffnungsextrastrom sich aus einer Anzahl immer schwächer werdender Oscillationen zusammensetzt, welche aber viel schneller erfolgen, als die des Schliessungsextrastromes, und dass der ganze Oeffnungsextrastrom in kürzerer Zeit verläuft, als ersterer (in einem Fall nur 0,00026 Secunden). Die erste Oscillation hat dabei ein viel (25 mal) grösseres Maximum, als die erste Oscillation des Schliessungsstromes.

Wird in die Nähe der primären Spirale während der Schliessung eine in sich geschlossene Spirale gebracht, so ändern sich die in ersterer stattfindenden Oscillationen. Während ohne letztere Spirale deutlich zwei Oscillationen entstehen, zeigt sich mit derselben das erste Maximum nicht, dagegen zeigt sich ein solches in dem inducirten Strome zur gleichen Zeit, wie vorher in dem inducirenden.

598 Die von Blaserna beobachtete Verzögerung der Induction bei Fortpflanzung derselben durch grössere Strecken von Nichtleitern ist von anderen Physikern nicht bestätigt, nnd die Vermuthung ausgesprochen worden, dass möglicherweise trotz aller Vorsicht durch Schwingungen der Federn seines Apparates unregelmässige Contacte mit dem rotirenden Cylinder hervorgerufen wurden, und etwa bei Zwischenbringung von schlecht leitenden Platten zwischen die Spiralen Ströme auch in diesen Platten inducirt worden waren, welche trotz ihrer Schwäche doch secundär die Inductionserscheinung verzögern könnten. Bernstein[1]) beobachtete u. A. bei den §. 504 angeführten Versuchen, dass, mochte die Inductionsspirale des du Bois'schen Schlittenapparates über die inducirende geschoben oder 12 cm von ihr entfernt sein, der Oeffnungsstrom zu völlig gleicher Zeit begann und die ersten Oscillationen in beiden Fällen vollständig zusammenfielen. Auch die Zwischenstellung von mehreren Glasplatten zwischen die Spiralen änderte dieses Verhalten nicht. Jedenfalls hätte sich eine Verzögerung der Induction, die einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 1200 m in der Secunde entspräche, durch eine Veränderung des zeitlichen Verlaufes der Erscheinung offenbaren müssen.

Auch Helmholtz[2]) hat keine derartige Verzögerung der Inductionswirkung beobachtet. Zwei ringförmige Spiralen von 80 cm Durchmesser, die eine inducirende von $12^1/_4$ Windungen von 1 mm dickem, mit Guttapercha überzogenem Kupferdraht, die andere inducirte von 560 Windungen von $^1/_2$ mm dickem, mit Seide übersponnenem Kupferdraht waren in einem Abstande von 34 bis 170 cm einander gegenübergestellt. In den Kreis der inducirenden Spirale war das eine Unterbrechungshebelchen des §. 501 beschriebenen Apparates eingeschaltet.

[1]) Bernstein, Pogg. Ann. 142, 72, 1871. — [2]) Helmholtz, Monatsber. d. Berl. Akad. 1871, 25. Mai, S. 292. Siehe auch die Polemik von Cazin, Compt. rend. 78, 65, 1874 und Blaserna, ibid. p. 346.

Das eine Ende der inducirten Spirale war mit der festen, zur Erde abgeleiteten Metallplatte eines Kohlrausch'schen Condensators (Thl. I, §. 181, Fig. 50) verbunden, dessen Platten $^3/_8$ mm von einander entfernt waren; das andere Ende war mit der beweglichen Platte des Condensators unter Einschaltung des zweiten Unterbrechungshebelchens verbunden. Beim Niederfallen des Pendels wurde der inducirende Kreis geöffnet. Der in der inducirten Spirale erzeugte Elektricitätsstrom lud die bewegliche Platte des Condensators, bis das zweite Hebelchen vom Pendel getroffen wurde. Die Grösse der Ladung der Platte wurde nach Entfernung von der festen Platte an einem Thomson'schen Elektrometer gemessen. Die Oscillationen der Entladung bei 34 cm Abstand der Spiralen wurden hierbei bis zur 35sten positiven und negativen beobachtet, wobei die Dauer jeder Entladung $^1/_{2311}$ Secunde betrug. Die Veränderung der Entfernung der Condensatorplatten, d. h. die Capacität des Condensators beeinflusste nur sehr wenig die Oscillationsdauer.

Da der Oeffnungsfunken der inducirenden Spirale eine Zeit andauert, also die Oeffnung allmählich geschieht, ist in Folge dessen der Abstand des ersten Anfanges der Induction, d. h. der erste Nullpunkt der die Oscillation darstellenden Curve (für welche die Abscissen die Zeiten, die Ordinaten die Intensitäten des Stromes in jedem Moment angeben) von dem zweiten Nullpunkt grösser, als der Abstand der folgenden Nullpunkte von einander. Diese Verlängerung der Zeit der ersten ganzen Oscillation oder die Funkendauer beträgt etwa die Zeit von $^1/_{80}$ Oscillation. Aus diesen Beobachtungen lässt sich indess noch kein Schluss darauf ziehen, dass die Inductionswirkung eine bestimmte Zeit braucht, um sich von der inducirenden zur inducirten Spirale fortzupflanzen; denn bei Aenderung des Abstandes der Spiralen bis 136 cm veränderte sich die Lage der Nullpunkte des inducirten Stromes nicht um $^1/_{231170}$ Secunde. Die Inductionswirkung müsste sich also jedenfalls mit einer grösseren Geschwindigkeit, als 314400 m in der Secunde, fortgepflanzt haben.

Auch Mouton (§. 506) und Schiller (§. 510) konnten keine Verzögerung des Beginnes der Induction wahrnehmen.

599 Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen ist von Hertz[1]) in seinen Untersuchungen über „Strahlen elektrischer Kraft“ von ganz neuen Gesichtspunkten aus studirt worden, und zwar indem durch die schnellen Schwingungen in einem primären Leiter regelmässig fortschreitende Wellen in einem geraden Drahte erzeugt wurden. In der Nähe desselben befand sich ein secundärer Leiter, in welchem gleichzeitig durch die durch den Draht fortgepflanzten Schwin-

---

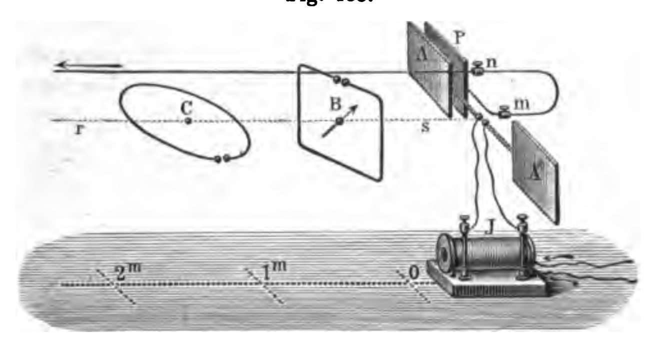
[1]) Hertz, Sitzungsber. d. Berl. Akad., 2. Febr. 1888. Wied. Ann. **34**, 557; Abhandlungen **7**, 115.

gungen und die durch die Luft fortgepflanzte directe Wirkung der primären Schwingungen elektrische Wirkungen ausgeübt und so beide zur Interferenz kommen sollten.

Der primäre Leiter AA' (Fig. 133) besteht aus zwei durch einen 60 cm langen horizontalen Kupferdraht verbundenen, mit ihrer Ebene vertical gestellten quadratischen Messingplatten von 40 cm Kante. Der Draht enthält in der Mitte die mit einem sehr kräftigen Inductorium verbundene Funkenstrecke. Der Draht lag 1,5 m über dem Fussboden. Das auf demselben in der Funkenstrecke errichtete Loth in der Horizontalebene sei die Grundlinie, auf der, 45 cm von der Funkenstrecke entfernt, ein Punkt als Nullpunkt verzeichnet ist. In der Nachbarschaft der Grundlinie befindet sich bis auf 12 m Entfernung von ihr kein fester Gegenstand.

Als secundäre Strombahn wird ein kreisförmiger Draht C von 35 cm Radius oder ein quadratischer B von 60 cm Seitenlänge verwendet. Die Funkenstrecke zwischen einer mittelst einer Mikrometerschraube verstell-

Fig. 133.



baren, durch eine Lupe zu beobachtenden Spitze und einer kleinen Kugel lag im Quadrat in der Mitte der einen Kante. Die beiden Leiter waren mit dem primären Leiter in Resonanz. Die aus Capacität und Selbstpotential berechnete (halbe) Schwingungsdauer beider und des primären Leiters betrug $1,4 . 10^{-8}$ Secunden.

600 Fällt der Mittelpunkt des secundären Leiters in die Grundlinie, seine Ebene in die durch letztere gelegte Verticalebene, so steht die elektrische Kraft überall senkrecht auf der Richtung des secundären Drahtes; es entstehen in ihm keine Funken (erste Hauptlage).

Wird dagegen die Ebene des secundären Leiters senkrecht zur Grundlinie gestellt (zweite Hauptlage), so entstehen nur Funken, wenn die Funkenstrecke über oder unter der durch die Grundlinie gelegten Horizontalebene liegt. Die Funkenstrecke sinkt erst sehr schnell, dann langsam mit der Entfernung vom primären Leiter; sie ist aber noch in 12 m Abstand zu bemerken.

Liegt die Ebene des kreisförmigen secundären Leiters in der Horizontalebene, sein Mittelpunkt in der Grundlinie (dritte Hauptlage), während seine Funkenstrecke um letztere herumgeführt wird, so zeigen sich überall Funken; die längsten (6 mm), wenn die Funkenstrecke dem primären Leiter zugekehrt ist, und abnehmend bis zu 3 mm, wenn sie dem primären Leiter abgekehrt ist.

Durch elektrostatische Kräfte allein können die Funken erregt sein, wenn die Funkenstrecke auf die eine oder andere Seite der Grundlinie fällt, nicht aber in den mittleren Lagen. Die Schwingungsrichtung wäre hierbei durch die Richtung der elektrostatischen Wirkung in dem der Funkenstrecke gegenüberliegenden Theile des secundären Leiters bedingt.

Dazu kommt eine durch die Induction erregte, bei allen Lagen der Funkenstrecke gleich starke Schwingung im ganzen secundären Leiter, die der elektrostatischen Kraft in dem AA' zugekehrten Theile entgegenwirkt, in dem von AA' abgekehrten Theile des secundären Leiters dem zugekehrten Theile des secundären Leiters gleichgerichtet ist. Daher erlöschen die so bedingten „Funken“ nicht bei Drehung des secundären Leiters.

601 Liegt die Funkenstrecke um 90° nach rechts oder links von der Grundlinie, so fällt sie in einen Knotenpunkt der elektrostatischen Kraft, die Funken sind nur der Inductionskraft zuzuschreiben und letztere kann von ersterer unabhängig beobachtet werden.

602 Eine hinter die Platte A gesetzte gleiche und parallele Platte P wird mit einem 1 mm dicken Kupferdraht verbunden, welcher bis zu einem Punkt m der Grundlinie und von da mittelst eines Bogens bis 30 cm über der Grundlinie und ihr parallel etwa 60 cm lang frei durch die Luft und zuletzt zur Erde geführt wird. Störungen durch reflectirte Wellen finden dann nicht statt. Wird diesem Draht ein auf den primären Leiter abgestimmter Resonator genähert, so entstehen Funken, deren Intensität mit dem Abstande der Platten P und A abnimmt. Ist der Resonator nicht abgestimmt, so sind die Funken schwächer. Die Schwingungsdauern der Wellen im Drahte sind also mit den primären Schwingungen gleich.

Lässt man den Draht in der Luft frei endigen, und wird ihm der secundäre Leiter so genähert, dass seine Ebene den Draht aufnimmt und die Funkenstrecke ihm zugekehrt ist, so sind die secundären Funken am Ende sehr klein, ihre Länge nimmt mit der Annäherung an seinen Anfangspunkt zu, dann wieder fast bis zu Null ab und darauf wieder zu. So ergiebt sich ein Knotenpunkt; der Abstand desselben vom Ende entspricht einer Wellenlänge. Macht man den Draht vom Punkte n an um ein ganzzahliges Vielfaches länger, als diese Wellenlänge, so zeigt der Resonator die Theilung des Drahtes in einzelne Wellen durch äquidistante Knotenpunkte.

Diese Theilung des Drahtes in Schwingungsbäuche und Knoten ergiebt sich auch, wenn die Ebene des secundären Leiters auf dem

Draht senkrecht steht, seine Funkenstrecke ihm aber nicht völlig zu- oder abgewandt ist, sondern sich in einer mittleren Lage befindet. Dann giebt der secundäre Kreis Kräfte an, welche auf der Richtung des Drahtes senkrecht stehen. Bei dieser Lage treten Funken bei den Knotenpunkten auf und verschwinden bei den Bäuchen. — Zu einem angenäherten isolirten Leiter springen an den Knoten etwas stärkere Funken über, als an den Bäuchen.

Wird der Draht in einem Knoten zerschnitten, so bleibt Alles auf der dem primären Leiter zugewandten Seite ungeändert, und ebenso pflanzen sich in dem abgeschnittenen Theile, falls er in seiner Lage verbleibt, die Wellen, wenn auch mit verminderter Stärke, fort.

Wird der Draht durch einen dünneren oder dickeren Draht ersetzt, so ändert sich die Lage der Knotenpunkte nicht, ebenso nicht in magnetisirbaren Eisendrähten (siehe indess §. 594). Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist also insoweit von dem Stoffe unabhängig. In einem 10 mm dicken Kautschukschlauch voll Kupfervitriollösung pflanzen sich die Wellen nicht fort.

603 Durch Messung der Wellenlängen im secundären Leiter kann auch die Wellenlänge im primären Leiter bestimmt werden.

So ergiebt sich in obigem Draht die Wellenlänge gleich 8 m. Da die Schwingungsdauer $1,4 \,.\, 10^{-8}$ Secunden ist, folgt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit 200000 km/Sec. Fizeau und Gounelle (1850, vergl. Thl. I, §. 406) hatten in Eisendrähten 100000, in Kupferdrähten 180000 km/Sec., Siemens (1875, Thl. I, §. 408) 200000 bis 260000 km/Sec. gefunden.

604 Interferenz. Wird die secundäre quadratische Strombahn B im Nullpunkte mit der Funkenstrecke im höchsten Punkte in die zweite Hauptlage gebracht, so erzeugen die Wellen von Draht keine, wohl aber die directe Wirkung 2 mm lange Funken. — Wird B durch Drehung um eine verticale Axe in die erste Hauptlage gebracht, so erzeugen umgekehrt die Wellen im Draht Funken, die durch Annähern von P an A ebenfalls auf 2 mm Länge gebracht werden können. In mittleren Lagen können je nach der Phasendifferenz beide Wirkungen sich verstärken oder aufheben. Wird also z. B. B so eingestellt, dass ihre nach AA' gerichtete Normale von der Seite des primären Leiters fortweist, auf der sich Platte P befindet, so werden die Funken stärker, als sogar in den Hauptlagen. Weist dagegen die Normale gegen die Platte P hin, so schwächen sich die Funken bis zu Null.

Wird das Drahtstück mn durch längere Drähte bis zu 250 cm ersetzt, so wird die Interferenz undeutlicher, und die Funken bleiben gleich lang, möge die Normale gegen die eine oder andere Seite gekehrt sein. Bei weiterer Verlängerung der Drähte, etwa um 2,8 m, tritt sie wieder hervor; aber die Richtungen der Normale wirken entgegengesetzt als vorher. Bei noch weiterer Verlängerung verschwindet die Interferenz wieder u. s. f.

605 An anderen Stellen als im Nullpunkte können auch in grösseren Entfernungen Interferenzen erzeugt werden, wobei durch Vergrösserung des Abstandes von *P* und *A* bewirkt wird, dass die Wirkung der Drahtwellen von ähnlicher Grösse ist, wie die directe Wirkung. Die weiteren Versuche ergeben Folgendes.

Da die Interferenz hierbei nicht mehr nach 2,8 m Entfernung ihr Vorzeichen wechselt, so breiten sich die elektrodynamischen Wellen nicht mit unendlicher Geschwindigkeit aus, und, da die Interferenz nicht an allen Punkten in gleicher Phase ist, auch nicht mit derselben Geschwindigkeit, wie die elektrischen Wellen.

Die Ausbreitung durch den Luftraum ist die schnellere, da bei Verzögerung der Wellen im Draht eine bestimmte Phase der Interferenz gegen den Ausgangspunkt der Wellen hin wandert.

Die Interferenz ändert bei je etwa 7,5 m ihr Vorzeichen. Es wird also eine Drahtwelle je nach 7,5 m von der elektrodynamischen Welle im Luftraume überholt. Erstere hat hierbei $7{,}5 - 2{,}8 = 4{,}7$ m zurückgelegt. Die halbe Wellenlänge im Luftraum ist also $2{,}8 \cdot 75/47 = 4{,}5$ m. Dieser Weg wird in $1{,}4 \cdot 10^{-8}$ Secunden zurückgelegt. Die Geschwindigkeit in der Luft ist also der Ordnung nach 320000 km.

Die Versuche beweisen, dass die elektrischen Kräfte nach Faraday's Annahme im Raume selbständig bestehende Polarisationen sind, die auch nach dem Verschwinden der sie erzeugenden Ursachen noch fortbestehen.

Hiernach dürften auch die Transversalwellen des Lichtes elektrodynamische Wellen sein.

606 Treffen die sich durch die Luft fortpflanzenden Schwingungen auf eine feste Wand, und werden daselbst reflectirt, so können sie nach Hertz[1]) mit den ankommenden Wellen interferiren.

Die eine Querwand eines 15 m langen, 8,5 m breiten, 6 m hohen Raumes wurde mit einer 4 m hohen, 2 m breiten Zinkplatte bedeckt, die an allen Kanten mit der Gas- und Wasserleitung und mit der Erde leitend verbunden war. 13 m entfernt von der Mitte derselben, 2 m von dem anderen Ende des Raumes, befand sich der frühere primäre Leiter mit dem Draht in verticaler Lage. Sein Mittelpunkt lag 2,5 m über dem Fussboden. Der schon früher benutzte kreisförmige, secundäre Leiter von 35 cm Radius wurde längs dem von dem primären Leiter auf die Zinkplatte gefällten „Einfallsloth" verschoben. Er war dabei in sich selbst drehbar um eine durch seinen Mittelpunkt gehende, auf seiner Ebene senkrechte, bei den Versuchen horizontale Axe.

Fällt der Mittelpunkt des secundären Kreises in das Einfallsloth, seine Ebene in die Schwingungsebene und wird die Funkenstrecke einmal der reflectirenden Zinkwand zu- und dann von ihr abgewendet, so

---

[1]) Hertz, Wied. Ann. **34**, 610, 1888; Abhandl. **8**, 133.

sind z. B. bei 0,8 m Entfernung von ihr die Funken viel kräftiger, wenn die Funkenstrecke der Wand zugekehrt ist. In 3 m Entfernung ist der Funken am stärksten, wenn die Funkenstrecke der Wand abgekehrt, in 5,5 m Entfernung, wenn sie ihr zugekehrt, in 8 m, wenn sie ihr abgekehrt ist. Doch tritt im letzteren Falle der Einfluss der Stellung weniger hervor. Weitere Wechsel sind nicht zu beobachten.

In den Zwischenlagen werden die Funken in beiden Stellungen gleich gross, auch wird ihr Unterschied dicht an der Wand kleiner. Die letztgenannten Lagen können als Knotenpunkte bezeichnet werden. Indess ist das Verhältniss nicht so einfach, dass die Abstände derselben halbe Wellenlängen wären. Vielmehr entsprechen sie viertel Wellenlängen. Dies ist dadurch begründet, dass die Wand für die Wellen verticaler elektrischer Kraft nicht absolut leitend und daher auch nicht ein Ort verschwindender elektrischer Kraft, ein Knotenpunkt für diese ist. Der wirkliche Knotenpunkt A liegt hinter der Wand. Die Funkenstrecke wird also bei den sich bildenden Wellen, je nachdem sie dem Knotenpunkte zu- oder abgekehrt ist, der Resultirenden zweier entgegengesetzten stärkeren oder schwächeren Kräfte unter verschieden günstigen Bedingungen ausgesetzt. Auch müssen danach die Wechsel des Vorzeichens in den vor der Wand sich bildenden, A entsprechenden Knotenpunkten B und D in anderer Weise erfolgen als in dem zwischen ihnen liegenden zu A symmetrischen C. In letzterem wechselt bei Drehung des Kreises die Schwingungsrichtung nicht, A und C sind demnach Knotenpunkte, B und D Bäuche der elektrischen Welle.

Die Erscheinungen bei anderen Lagen des secundären Kreises ergeben sich in ähnlicher Weise.

Wird der primäre Leiter zwischen die Wand und den secundären Leiter gestellt, wo also die primäre und secundäre Welle in entgegengesetzter Richtung einander begegnen, so interferiren sie und bilden eine fortschreitende Welle. Sie müssen hierbei nicht zu verschieden sein. 607

Die Versuche entsprechen der akustischen Erscheinung, dass bei Annäherung einer Stimmgabel an eine feste Wand der Ton in gewissen Entfernungen verstärkt, in anderen geschwächt wird. Auch der Fresnel'sche Spiegelversuch in der Form von Lloyd, das Antönen einer in einem Glasrohre eben noch nicht tönenden Flamme, wenn man sie einer festen Wand nähert, nach Hertz sogar bei mehreren verschiedenen Entfernungen, bilden Analoga.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen in Luft und in Drähten ist durch wiederholte sehr sorgfältige und ausführliche Messungen von E. Sarasin und L. de la Rive[1]) ver- 608

[1]) E. Sarasin und L. de la Rive, Arch. de Genève [3] **23**, 557, 1890; Beibl. **14**, 1200. Compt. rend. **112**, 658, 1891; Beibl. **15**, 441 und namentlich Arch. de Genève [3] **29**, 358, 441, 1893 (auszüglich Compt. rend. **115**, 1277, 1893; Beibl. **17**, 967).

glichen worden. Bei früheren Versuchen wurde ein 2,95 m breites, 2,8 m hohes, sehr dünnes Bleiblatt vertical aufgehängt. Der primäre, schon früher benutzte Leiter war horizontal, etwa 5, 7 oder 9 m von dem Bleiblatt parallel zu demselben aufgestellt, der Funken desselben befand sich in dem auf der Mitte des Blattes errichteten Loth, der Raum vor dem Bleiblatt wurde mittelst eines kreisförmigen Resonators studirt, der sich auf der Normalen zu dem Bleiblatt auf einer getheilten Scala verschob. Der Funken an der Unterbrechungsstelle desselben ist, wie Hertz beobachtete, stärker, wenn der continuirliche Theil des Kreises, auf dem die Induction überwiegt, sich in einem Bauch und die Unterbrechungsstelle in einem Knoten befindet, wobei also der Kreis für jeden Knoten seine Unterbrechungsstelle dem reflectirenden Bleiblatt zu- oder abkehren kann. Dicht am Spiegel findet sich ein Knoten. Mit verschiedenen primären Leitern und Resonatoren von 1, 0,75, 0,5, 0,36, 0,25, 0,20 m Durchmesser ergaben sich nahezu dieselben Internodien wie den Drähten entlang. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch die Luft ist also wesentlich die gleiche, wie in den Drähten.

609 Dieselben Versuche wurden nachher in einem viel grösseren Maassstabe ausgeführt. Es wurden die Dimensionen der reflectirenden Wand, die Dimension und Form des primären Oscillators verändert. Der Primärfunken sprang in Oel oder Luft über, die Entfernung des erregenden Oscillators, die Grösse und Form der Resonatoren, sowie die Anordnung des Funkenmikrometers wurden geändert. Die kreisförmigen Resonatoren wurden (*a*) in die Wellenfläche, dem Spiegel parallel, dann (*b*) in die Ebene der Primärschwingung senkrecht auf den Spiegel, somit in die Schwingungsebene gebracht. Dabei kamen verschiedene Beobachtungsmethoden zur Verwendung: 1. Bestimmung der Intensitätscurven aus der Schlagweite des secundären Fünkchens; 2. directe Messung der Stellen, wo eine bestimmte Schlagweite versagte, von beiden Seiten her; 3. eine Methode der Umkehrung, wo in Lage *b* des Resonators die Funkenstrecke abwechselnd gegen den Spiegel hin und von ihm weg gewendet wurde; sind in diesen zwei Lagen die Fünkchen gleich, so liegt die Schwingung symmetrisch, man ist an einem Knoten oder Bauch. Eventuell wurde eine Art Vereinigung der Methode 1 und 2 verwendet.

Trotz dieser verschiedenen Versuchsbedingungen blieben die Resultate ungeändert. Wesentlich ist dabei, dass der Spiegel im Vergleich zur Wellenlänge hinlänglich gross sei. Die früheren Widersprüche finden in dieser Fehlerquelle ihre Begründung. Es wurde eine Metallwand von 8 m × 16 m im Abstand von 15 m vom primären Leiter und Resonatoren von 1 m Durchmesser abwärts verwendet. Bei 8 m × 12 m Fläche der Wand lieferten noch Resonatoren von 0,75 m Durchmesser richtige Resultate, bei 8 m × 8 m Fläche Resonatoren von 0,50 m Durchmesser. Bei 3 m × 5 m genügten Durchmesser von 0,35 m und ein Spiegel von 3 m × 3 m giebt nur mit ganz kleinen Resonatoren richtige Werthe.

Bei dem grossen Spiegel ergab ein Kreis von 0,50 m deutlich vier Bäuche und drei Knoten, ein Kreis von 0,75 m ebenso genau drei Bäuche und zwei Knoten in Luft. Genau dasselbe gilt auch für die Fortpflanzung längs den Drähten.

Ferner variirt die mit einem bestimmten Resonator gemessene Wellenlänge in Luft mit den Dimensionen der Primärschwingung höchstens in Bezug auf die Klarheit der Erscheinung.

Sodann ist das Intervall zwischen dem ersten Knoten und Spiegel ebenso gross, wie zwischen den anderen Knoten, es liegt daher der erste Knoten im Spiegel selbst, ohne dass hier wie bei Drähten am Ende der Schwingung eine Störung einträte.

Folgende Tabelle ergiebt eine Zusammenstellung der Geschwindigkeiten in Luft und längs den Drähten:

	Meter				
Durchmesser des Resonatorkreises D	1	0,75	0,50	0,35	0,25
$^1/_4\,\lambda$ in Luft	2	1,50	1	0,75	0,55
$^1/_4\,\lambda$ in Drähten	1,92	1,48	0,98	0,73	0,56
$2\,D$	2	1,50	1	0,70	0,50

Als wichtigstes Ergebniss dieser Untersuchungen folgt hiernach:

Der kreisförmige Resonator hat eine bestimmte Wellenlänge, wie immer auch die Dimensionen des Excitators seien; nur die Intensität des secundären Fünkchens ändert sich; dieselbe erreicht für eine bestimmte Grösse des Excitators ihr Maximum.

Die viertel Wellenlänge eines kreisförmigen Resonators ist angenähert gleich dem Doppelten seines Durchmessers.

Im Falle einer normalen Reflexion an einer Metallwand liegt der erste Knoten genau im Spiegel.

Und schliesslich als Hauptresultat:

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elektrischen Schwingung ist in Luft und längs leitender Drähte die gleiche.

610 Auch Dufour[1]) hat die Gleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft und in Drähten nachgewiesen.

Als Erreger dient ihm derjenige von Righi (s. w. u. §. 638) mit vier Kugeln, als Resonator ein Quadrat von dickem Kupferdraht, welches an der Mitte einer Kante durchschnitten ist. Die Enden der so gebildeten Funkenbahn sind flach und zugespitzt. Das Viereck ist auf einem gabelförmigen Holzrahmen befestigt, dessen beide Seiten, somit auch die Spitze und Fläche, vermittelst einer Schraube einander genähert und von einander entfernt werden können. In der Luft wird der Resonator mit der Funkenstrecke nach oben in verticaler Lage zwischen dem

1) Dufour, Compt. rend. 118, 1039, 1894; Beibl. 18, 958.

Erreger und einer als Reflector dienenden Kupferplatte von 35 : 38 cm Fläche aufgestellt und verschoben, wobei die Funken abwechselnd erlöschen und erscheinen. Im ersten Falle ist der Resonator in dem Knoten. Man nimmt das Mittel ihrer Abstände.

Zu Versuchen in einem Draht werden gegenüber den beiden Kugeln des Erregers in das umgebende Vaselin zwei kleine Kupferplatten eingestellt, von denen die Leitungsdrähte ausgehen. Bei sechs Resonatoren findet Dufour die Wellenlänge in der Luft λ_l und im Draht λ_a:

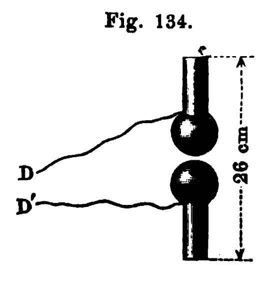
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
λ_l	58	40	21	16	13	8,5 m
λ_a	57	40,5	20,5	16	13	8,5 „

611 Die Abweichungen zwischen den in Drähten und im Luftraume bezw. Dielektricum geltenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten können auch von dem Einfluss benachbarter Leiter, den Wänden des Zimmers, herrühren, auch wenn die Maxwell'sche Theorie (s. d. Schlusscapitel) richtig ist. Es zeigt sich dies bei Versuchen von J. J. Thomson[1]), wo je nach der Stellung des Apparates sich verschiedene Werthe ergeben.

612 Reflexion, Beugung u. s. f. elektrischer Wellen. Die elektrischen Schwingungen folgen überhaupt bei der Reflexion den bekannten optischen Reflexionsgesetzen. Dies hat Hertz[2]) durch Versuche mit Hohlspiegeln dargelegt, welche mit denen über die Reflexion der strahlenden Wärme zwischen zwei Hohlspiegeln eine grosse Aehnlichkeit haben.

Als Erreger kurzer Wellen dient ein System von zwei coaxialen Messingcylindern (Fig. 134) von 3 cm Durchmesser und 13 cm Länge, welches an den einander gegenüber liegenden Stellen aus wohl und wiederholt polirten Kugelflächen von 2 cm Radius gebildet ist. Die halbe Wellenlänge ist etwa der Länge des Leiters gleich, wie bei einem geraden Draht. Von einem Inductorium, welches zwischen den Kugelflächen 1 bis 2 cm lange Funken liefert, wird den nahe auf 3 mm zusammengeschobenen Kugeln durch mit Guttapercha überzogene Drähte die Elektricität zugeführt.

Fig. 134.



Die elektrischen Kräfte im Raume werden durch einen in sich selbst drehbaren Kreis von 1 mm dickem Kupferdraht, einen Resonator von 7,5 cm Durchmesser, von nahe gleicher Schwingungsdauer mit dem primären Leiter nachgewiesen. An einer Stelle war der Resonator von

---

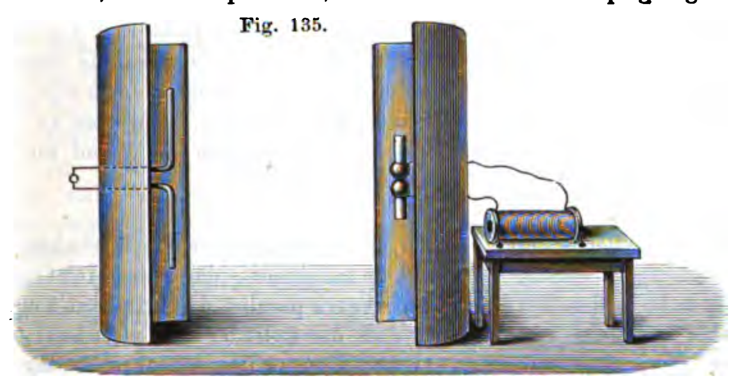
[1]) J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc. **46**, 1, 1889; Beibl. **14**, 67; s. ebendaselbst die Berechnungen über einen Draht mit einer conaxialen dielektrischen Hülle, die von einem Hohlcylinder umgeben ist. — [2]) Hertz, Sitzungsber. d. Akad. 13. Dec. 1888. Wied. Ann. **36**, 769; Abh. 11, S. 184.

einer Funkenstrecke unterbrochen, die aus einer einige Millimeter dicken polirten Messingkugel bestand, gegen die von der anderen Seite mittelst einer isolirten Mikrometerschraube eine feine Spitze auf einen äusserst kleinen Abstand, hundertstel Millimeter, genähert werden konnte.

Ein cylindrischer Hohlspiegel von 2 m Höhe, 1,2 m Oeffnungsbreite, 0,7 m Tiefe wurde aus Zinkblech gebildet, welches an beiden Enden in parabolisch geformten horizontalen Holzlatten befestigt war, die durch Längsstäbe hinter dem Spiegel mit einander verbunden waren. Die Brennweite, $12^1/_2$ cm, entsprach nicht viel weniger als $^1/_4$ Wellenlänge, damit die Wirkung der reflectirten Strahlen nicht durch die der ankommenden aufgehoben wurde.

In der Brennlinie eines zweiten solchen Hohlspiegels waren als secundäre Leiter (Fig. 135) zwei gerade, 50 cm lange und 5 mm dicke, conaxiale Drahtstücke in einem Abstande von 5 cm von einander angeordnet. Von den zugekehrten Enden führten zwei 15 cm lange, 1 mm dicke, einander parallele, isolirt durch den Hohlspiegel gehende

Fig. 135.



Drähte zu einer aus Kugel und Spitze bestehenden Funkenstrecke (siehe oben), wobei die Resonanz wenig hervortrat. Bei richtiger Stellung der Hohlspiegel konnte man die secundären Funken bis zu 16 m Entfernung beobachten. Gewöhnlich wurden 6 bis 10 m benutzt. Man kann dafür ein Mikroskop verwenden [1]). Ein zwischen die Hohlspiegel

[1]) Blyth (Electrician 211, 442, 1890; Beibl. 14, 826) schraubt in eine dickwandige, 25 cm lange, 1,9 cm weite, am einen Ende geschlossene Gummiröhre nahe dem letzteren zwei conaxiale, feste, etwa 30 cm lange, aussen mit leichten, 7,5 cm grossen Kupferkugeln verbundene Kupferdrähte, von denen der eine im Inneren länglich zugespitzt ist. Man bringt das Auge vor das offene Ende der Röhre und beobachtet die Funken.

Bartoniek (Math. u. naturw. Ber. aus Ungarn 7, 217, 189; Beibl. 14, 654) verwendet kleine Glühlämpchen, welche durch eine Unterbrechung des Kohlenbügels unbrauchbar geworden und in die Unterbrechungsstelle des Hertz'schen Resonators eingeschaltet sind. Man braucht auch nur den einen Leitungsdraht mit der einen Kugel des Resonators zu verbinden. Sie zeigen dann an der Unterbrechungsstelle kleine grüne Fünkchen mit einer Aureole. Bei Berührung der Glaswand strömt das Licht zu der berührten Stelle, welche grün phosphorescirt.

senkrecht gegen ihre Verbindungslinie gestellter Schirm von Zinkblech, Stanniol oder Goldpapier, Zwischentreten eines Menschen macht die secundären Funken verlöschen; zwei parallel der Verbindungslinie gestellte Blechschirme von 2 m Höhe und 2 m Breite, deren Abstand nicht kleiner ist als die Oeffnung des Spiegels, beeinträchtigen sie nicht. Bei seitlicher Verschiebung der Bleche erlöschen die Funken. Schirme aus isolirendem Stoff, Holz u. s. f., hindern sie nicht.

613 Wird der primäre Spiegel um seine verticale Axe gedreht, so werden die secundären Funken schwächer und verschwinden bei einer Drehung um 15°. Die Strahlen pflanzen sich also geradlinig fort.

614 Die schon bei den Hohlspiegeln nachgewiesene Reflexion der elektrischen Strahlen lässt sich auch an ebenen Spiegeln nachweisen. Stellt man die Hohlspiegel dicht neben einander, so dass sich ihre Axen in etwa 3 m Entfernung kreuzen, und gerade vor den Spiegeln im Kreuzungspunkte der Axen eine verticale Zinkwand von 2 m Höhe und 2 m Breite, so dass sie senkrecht auf der Mittellinie steht, so werden die vom primären Spiegel ausgehenden Strahlen zu dem secundären hin reflectirt, am secundären Funkenapparat erscheinen Funken, selbst bis zu 10 m Abstand der Wand von den Spiegeln. Dreht man die Wand um eine verticale Axe um 15°, so hört die Reflexion auf.

615 Entsprechend den üblichen Bezeichnungen der elektrischen und magnetischen Wirkungen kann man annehmen, dass die elektrische Componente des Hertz'schen Erregers parallel der primären Funkenstrecke, bezw. der gemeinsamen Axe der Cylinder ist, zwischen denen sie überspringen, die magnetische Componente senkrecht dagegen. (Das Weitere siehe im Schlusscapitel dieses Bandes „Theorie".)

616 Die Grösse des Reflectors hat bei diesen Versuchen einen wesentlichen Einfluss, wie Trouton[1]) beobachtet hat. So wurde vor einem Hertz'schen Excitator in der Brennlinie eines parabolischen Cylinderspiegels in 2 m Abstand ein auf die Wellenlänge $\lambda = 68$ cm abgestimmter kreisförmiger Resonator und hinter demselben ein reflectirender Metallschirm aufgestellt. Der Resonator war in der Mitte des Strahles in der Ebene der Axe des Excitators, mit dem durch seine Funkenstrecke gehenden Durchmesser parallel dieser Axe aufgestellt. Dann können nur die magnetischen Kräfte wirken. Ist der Schirm in der Richtung der magnetischen Componente constant 90 cm lang, wo eine Vergrösserung der Länge keinen Einfluss mehr hatte, in der Richtung der elektrischen 16 bis 75 cm und mehr, so nimmt der Knoten-

[1]) Trouton, Phil. Mag. [5] 32, 80, 1891; Beibl. 16, 383.

abstand von der Wand von 24,2 bis 17 cm ab. Bei einem schmalen Reflector scheint bei der Reflexion eine Phasenänderung oder Beschleunigung bei der Reflexion einzutreten, und seine Intensität nimmt dadurch von der Wand an ab. Dadurch ist der Knoten, bezw. das Minimum der Funkenlänge etwas näher am Reflector, als die Phase des zurückgeworfenen Strahles bedingt.

Ist der Reflector ein Zinkstreifen von 20 : 90 cm, so liegt der Knoten fast genau $^1/_4\ \lambda$ von der reflectirenden Wand, wenn er parallel den primären Schwingungen liegt, bei Drehung um 90° rückt er bedeutend zurück.

Wird die Dimension des Schirmes parallel der Richtung der magnetischen Wirkung geändert, so ist die Wirkung viel kleiner. Ist er parallel der elektrischen Wirkung 90 cm lang, und senkrecht dagegen 4 bis 48 cm und mehr, so liegt der Knoten von 14,6 bis 16,9 cm von der reflectirenden Wand entfernt. Bei Veränderung beider Dimensionen ist keine einfache Beziehung wahrzunehmen.

Von dünnen Glasplatten werden die elektrischen Wellen anscheinend nicht reflectirt, wohl aber von Mauerwerk. Dies dürfte davon herrühren, dass die Wellen durch die Körper bis zu ihrer Hinterseite gehen und, dort reflectirt, mit den von der Vorderseite reflectirten interferiren. 617

An einer 1 m dicken Gebäudemauer findet nach Trouton[1]) nur dann eine Reflexion der Strahlen statt, wenn die elektrischen Verschiebungen im Strahl senkrecht zur Einfallsebene stehen, sonst nicht. Hieraus ist zu schliessen, dass die Polarisationsebene mit der Ebene der senkrecht gegen den Primärfunken liegenden magnetischen Verschiebungen zusammenfällt.

Dem entsprechende Versuche wurden mit Holztrögen angestellt, welche mit Wasser und anderen Flüssigkeiten gefüllt wurden[2]). Leider reflectirte der Boden ebenso wie ein Holzfussboden. Deshalb wurden vor eine Glasplatte die beiden cylindrischen Spiegel so gestellt, dass die durch ihre verticalen Axen gelegten, sie der Länge nach halbirenden Ebenen die Glasplatte in derselben Linie schnitten und mit dem Einfallsloth gleiche Winkel bildeten, und Wasser hinübergeleitet. Die Reflexion trat ein, mochten die Spiegel mit ihren Axen parallel zu der reflectirenden Oberfläche liegen, oder senkrecht zu dieser Lage stehen. Wasser wirkt also wie Metall. Eine 2 cm dicke Paraffinplatte reflectirte nicht, eine 13 cm dicke, 180 cm lange, 120 cm hohe Paraffinplatte reflectirte. Dabei war der Einfallswinkel 58°. 618

Aus dem Brechungsindex des Paraffins kann man die Geschwindigkeit der elektrischen Wellen darin und in Luft bestimmen (aus der Lage

---

[1]) F. Trouton, Nature 39, 391. Lum. électr. 33, 629, 1889; Beibl. 13, 561. — [2]) F. Trouton, 40, 398, 1889; Beibl. 14, 830.

der Knoten und Bäuche), wenn man die Paraffinplatte zwischen den Resonator und einen metallischen Reflector bringt. Dennoch stimmen die Erscheinungen mit der Berechnung der Interferenzen nicht, wenn z. B. eine doppelt so dicke Platte verwendet wird, die dennoch reflectirt. Es bedarf also jedenfalls weiterer Untersuchungen.

619 Dielektrische Platten zwischen dem Hertz'schen Resonator und Reflector bedingen, dass sich das System der Maximal- und Minimalfunken gegen den Reflector verschiebt. Die Grösse der Verschiebung hängt von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung im Dielektricum ab. Trouton[1]) brachte die Platte unmittelbar vor den Reflector. Mittelst eines kreisförmigen Resonators wurde die Lage der Knoten und Bäuche bestimmt und derselbe so gehalten, dass er nur durch die nach den Primärfunken senkrechte, magnetische Componente beeinflusst wird. Ist l die Dicke der Schicht, x ihr Abstand von dem ersten Knoten oder der magnetischen Minimalstellung, x_0 der des Knotens von dem Reflector ohne Schicht (d. h. $1/4$ Wellenlänge in der Luft), so wäre bei Vernachlässigung der Reflexion an der Vorderfläche der Schicht der Brechungsindex $(\mu) = (x_0 - x)/l$. Wird die Reflexion berücksichtigt, so wird:

$$tg\, 2\, m r = 2\, \mu \sin 2\, m \mu l / [(\mu^2 - 1) + (\mu^2 + 1) \cos 2\, m \mu l],$$

wo

$$m = 2\pi/\lambda, \quad r = x_0 - x.$$

Versuche mit Pech gaben $\mu = 1{,}7$ (nach Hertz 1,69), mit Paraffin und Schwefel $\mu = 3$ und 4, was jedenfalls viel zu hoch ist. Die Oberfläche der Pechplatte war 60×45 qcm, ihre Dicke 6,3 cm; die Paraffin- und Schwefelplatten hatten die Oberfläche 60×29 qcm, die Dicke 3,5 und 3 cm. Der hinter ihnen befindliche Zinkreflector hatte die gleiche Grösse. Vielleicht sind die ungenügenden Resultate durch die nicht genügende Grösse der Apparate bezw. die Wirkung der Kanten des Reflectors bedingt.

Ist die dielektrische Schicht nicht unmittelbar an dem Reflector, sondern von demselben durch einen Raum getrennt, so wird die Rechnung complicirter.

Die Versuche gestatten bei einer Reihe von Substanzen nach dieser Methode keine Bestimmung von μ, da sie selbst zu stark reflectiren, so Glas, Kalkstein, Schiefer, Sandstein, Kohle. Keine Reflexion konnte beobachtet werden bei Ebonit, Schellack, Talg, Pech, Paraffin, Schwefel, wenigstens wenn ihre Dicke klein im Verhältniss zu $1/4\, \lambda$ war. Wahrscheinlich ist dies der Absorption des reflectirten Strahles auf der Hinterseite zuzuschreiben, welcher dadurch so geschwächt wird, dass er mit dem von der Vorderfläche reflectirten nicht interferirt. Pappkästchen, gefüllt mit einer 2 cm dicken Schicht Sand, geben keine Reflexion, mit Kalk eine gute Reflexion und mit Kienruss noch mehr.

---

[1]) Trouton, Electrician **25**, 536, 1890; Beibl. **14**, 1165.

Nicht nur bei nahezu senkrechter Incidenz zeigen sich Reflexionen. 620
Wurden die beiden Hohlspiegel so aufgestellt, dass sich ihre optischen Axen im Winkel von 90° kreuzten, so erschien ebenfalls im secundären Leiter ein Funkenstrom, welcher, als im Kreuzungspunkt eine ebene Wand aufgestellt wurde, mit dem von dem primären Spiegel kommenden Strahl, wie mit der Axe des secundären Spiegels einen Winkel von 45° machte. Wurde die Wand um 10° aus ihrer Lage gedreht, so erloschen die Funken. Die Reflexion gehorcht also den gewöhnlichen Gesetzen.

Werden die Brennlinien der Spiegel horizontal gelegt, so zeigen sich dieselben Erscheinungen. Ist aber die eine vertical, die andere horizontal, so verschwinden sie. Die Neigung der Schwingungsebene gegen die Einfallsebene ändert sich also in den beiden Hauptlagen nicht.

Bei Versuchen von Klemenčič[1]) geschah die Reflexion an einer 621
120 cm langen, 80 cm breiten und 7 cm dicken, aus zwölf Platten zusammengestellten Schwefelplatte und einer ebenso grossen, aber viel dünneren Zinkplatte.

Die Hohlspiegel waren 75 cm weit, 37 cm tief, 70 cm hoch, die etwa halb so stark wirken, als die Hohlspiegel von Hertz. Dieselben wurden in gleichem Abstande mit ihrer Oeffnung gegen den Mittelpunkt eines Theilkreises gerichtet. Um einen Zapfen daselbst drehbar war die reflectirende Platte aufgestellt.

Der Primärinductor lieferte Wellen von 66 cm Länge. Er war entweder der Einfallsebene parallel oder senkrecht zu ihr gerichtet. Bei Drehung des Secundärspiegels nimmt die Einwirkung bis zur Stellung bei 180° ab, dann bleibt sie ziemlich constant. Es findet also eine Seitenwirkung statt. Sonst reflectirt die Metallplatte bei beiden Schwingungsrichtungen sehr kräftig, bei ⊥ Schwingungen etwas mehr als bei parallelen. Dies kann auch von der Form der Platte herrühren.

Die Schwefelplatte reflectirt den Strahl bei ⊥ Schwingungen kräftig, bei || schwach und nur bis zu Einfallswinkeln unterhalb 60°; bei 60 bis 68° ist eine Reflexion nicht mehr zu bemerken. Je kleiner der Einfallswinkel ist, um so grösser ist die Intensität des reflectirten Strahles.

Die elektrischen Verschiebungen stehen hiernach senkrecht auf der Polarisationsebene (Trouton). Der optische Polarisationswinkel am Schwefel (63°) gilt auch für die Reflexion der Strahlen elektrischer Kraft.

Die Intensität des vom Schwefel durchgelassenen Strahles (s. w. u.) geht verkehrt gegen die Intensität des reflectirten Strahles. Die Summe beider erschien grösser als die Intensität des auffallenden Strahls.

Wie die Reflexion können auch die übrigen in der Optik beobachteten Erscheinungen bei den elektrischen Schwingungen nachgewiesen 622

[1]) Klemenčič, Wied. Ann. 45, 62, 1892.

werden, so z. B. die Interferenz, die Absorption, die Brechung, die Polarisation, die Doppelbrechung.

Hertz[1]) selbst hat die Brechung nachgewiesen. Hierzu diente ein aus drei über einander gestellten Theilen bestehendes Prisma von Hartpech von 1,5 m Höhe, einer gleichschenkligen Basis von 1,2 m Schenkellänge und einem brechenden Winkel von etwa 30°. Die Theile des Prismas waren in Holzkästen gegossen, welche in der Masse verblieben, da sie nicht störten.

Der die elektrischen Strahlen aussendende Hohlspiegel stand in 2,6 m Abstand vor der brechenden Fläche des Prismas, möglichst gegen den Schwerpunkt des Prismas gerichtet, so dass die Strahlen denselben im Winkel von 65° trafen. Zwei leitende Schirme neben der brechenden Kante und ihr gegenüber neben dem Prisma hinderten die Strahlen, anders als durch das Prisma zu gehen. Um die Mitte des Prismas war ein Kreis von 2,5 m Radius gezeichnet, auf dessen Peripherie sich der secundäre Spiegel, immer mit seiner Axe gegen den Mittelpunkt gerichtet, verschob. War er in die Verlängerung des einfallenden Strahles gestellt, so erschienen keine secundären Funken. Wurde er seitlich verschoben, so zeigten sie sich zuerst bei einer Winkelverschiebung um 11°, wurden bei 22° am stärksten und nahmen bis 34° etwa auf Null ab. Ein vor oder hinter dem Prisma stehender Gehülfe macht sie erlöschen, so dass die Strahlen wirklich durch das Prisma gegangen sind. Aus dem brechenden Winkel 30° und der Ablenkung 22° (nahe am Minimum) ergiebt sich der Brechungsindex 1,69. Der optische Brechungsindex ist 1,5 bis 1,6, so dass sich die elektrischen Strahlen wie Lichtstrahlen von grosser Wellenlänge verhalten.

623 Ellinger[2]) stellte ein Hohlprisma von 1,25 m Höhe und Länge von Holz voll Wasser zwischen die Hohlspiegel von Hertz, so dass ihre Axen mit den beiden Prismaflächen gleiche Winkel bilden, und füllte es mit Flüssigkeiten. Entstand der Funken im secundären Leiter, so hatte das Prisma seine Hauptstellung. Bei einem Prisma von 3° 45′ Winkel erschien eine Funkenreihe, als die Axen des Spiegels einen Winkel von nahe 30° mit einander bildeten. Danach ist der elektrische Brechungsindex des Wassers sehr nahe 9. Der Brechungsindex des Alkohols, bestimmt in einem Holzprisma von 1 m Höhe, 1,15 m Länge, einem brechenden Winkel von 8° 16′, ergab sich sehr nahe 4,9, die Dielektricitätsconstante also nahe $4{,}9^2$.

624 Bei den Versuchen von Garbasso und Aschkinass[3]) bestand der primäre Leiter nach Righi (s. §. 635, Fig. 14) aus vier Kugeln von 1,36 cm Durchmesser, seine Hauptschwingung entsprach 7,5 cm. Er wurde in den

[1]) Hertz, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 13. Dec. 1888; Wied. Ann. 36, 769; Abhandl., S. 194. — [2]) Ellinger, Wied. Ann. 46, 513, 1892; 48, 108, 1893. — [3]) Garbasso und Aschkinass, Wied. Ann. 53, 534, 1894.

Brennpunkt eines sphärischen Messinghohlspiegels von 14 cm Brennweite und 50 cm Durchmesser der Spiegelöffnung gebracht. Der secundäre cylindrisch-parabolische Spiegel bestand aus Cartonpapier, auf welches Stanniolstreifen in horizontalen Reihen parallel der Brennlinie des Spiegels geklebt waren. Jeder der Streifen stimmte der Länge und Breite nach mit den Resonatoren überein. Die Resonatoren waren nach Righi construirt. Das Prisma war aus sieben je 35 cm dicken, 35 bis 5 cm breiten Glasscheiben hergestellt. Auf jede Platte waren Resonatoren (Stanniolstreifen von 1,5 cm Länge und 0,2 cm Breite in zwölf Parallelreihen im Abstande von 1 cm in zwei auf einander folgenden, von 1,3 cm in derselben Reihe) geklebt. Die Zahl der Resonatoren betrug demnach auf der einzelnen Platte 21, 18, 15, 12, 9,. 63. Das Prisma wurde so aufgestellt, dass die längere Seite der Resonatoren vertical bezw. parallel der Schwingungsrichtung des primären und secundären Leiters war. Das so gebildete Prisma hatte die Form eines gleichseitigen Prismas mit einem Einfallswinkel von 40°. Es stand 18 cm von dem Erreger entfernt und war beiderseits durch Zinkbleche vor directen Strahlen geschützt.

Rechts und links vom Prisma wurden die Stellungen des Resonators bestimmt, in denen die secundären Funken gerade erloschen. Indess wird neben der Brechung auch der durchgehende Strahl vom Prisma absorbirt, wodurch die Grenzen der wirksamen Strahlung scheinbar nach der Mittellinie abgelenkt werden. Die Wirkungen der Brechung und Absorption haben nach einer Seite gegen die brechende Kante hin entgegengesetzte und nach der anderen gleiche Vorzeichen.

In Folge davon nimmt die Brechung sowohl wie die Absorption mit wachsender Wellenlänge ab [1]).

Auch in anderer als Prismenform kann ein aus Resonatoren bestehendes Medium Brechung verursachen. So wurden die Resonatoren in vier gleich grossen quadratischen parallelen Glasplatten geordnet, die ein rechtwinkeliges Parallelepiped von 12 cm Dicke bildeten.

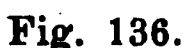
Der Einfallswinkel der elektrischen Strahlen betrug wie oben 40°. Aus dem früher durch Prismenbeobachtungen abgeleiteten Brechungsexponenten, der Dicke und dem Einfallswinkel lässt sich die Parallelverschiebung des Strahles berechnen. Die Messungen, welche wie die mit dem Prisma durch Aufsuchung der Grenzen der wirksamen Strahlung angestellt waren, zeigten hiermit gute Uebereinstimmung. Die Strahlen des Primärleiters sind also durch ein aus Resonatoren gebildetes Prisma in ein Spectrum zu zerlegen und nicht als monochromatisch zu betrachten [2]).

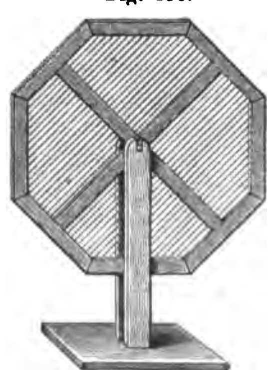
Auch an Cylinderlinsen haben Lodge und Howard [3]) die Brechung der elektrischen Strahlen nachgewiesen. Dieselben bestanden aus Erdpech und waren einerseits von einer 85 cm hohen, 90 cm breiten ebenen 625

[1]) Siehe Garbasso, Atti di Torino 28, 1893. — [2]) Siehe indess hierüber Bjerknes, Wied. Ann. 54, 58, 1895. — [3]) O. Lodge und J. Howard, Physical Soc. 10, 143; Lum. électr. 33, 387, 1889; Beibl. 14, 140.

Fläche, andererseits von einer hyperbolischen Cylinderfläche begrenzt, auf deren Axe die ebene Fläche senkrecht stand. Die Excentricität der Hauptschnitte betrug 1,7, die Dicke der Linsen 21 cm. Zwei solche Linsen wurden in 180 cm Entfernung mit ihren ebenen Flächen gegenübergestellt und in ihre auf den convexen Seiten befindlichen Brennlinien der primäre und secundäre Leiter von Hertz gebracht. Die elektrischen Strahlen concentrirten sich deutlich in den Brennlinien.

626 Eine Polarisation der elektrischen Strahlen hat Hertz (l. c.) in folgender Weise zu demonstriren versucht. Ein achteckiger Holzrahmen von 2 m Höhe und Breite ist mit 1 mm dicken parallelen Kupferdrähten je im Abstande von 3 cm bespannt. Werden die Hohlspiegel in verticaler Lage einander gegenübergestellt und der Rahmen mit seiner Ebene senkrecht gegen die gemeinsame Axe beider Spiegel zwischen sie gebracht, so erschienen die Funken vor dem secundären Spiegel unverändert, wenn die Drähte die Brennlinien senkrecht kreuzten; sie verschwanden, wenn sie den Brennlinien parallel waren. Das Drahtgitter verhielt sich also wie ein Turmalin gegenüber einem geradlinig polarisirten Strahle.


Fig. 136.



Wurde der empfangende Spiegel horizontal gestellt, so erschienen keine Funken, auch nicht als der Rahmen mit den Drähten in horizontaler oder auch in verticaler Lage zwischen die Spiegel gebracht wurde. Wurden aber seine Drähte um 45° gegen die Horizontale geneigt, so trat der secundäre Funkenstrom auf. Das Gitter verhält sich dann also ganz wie eine in geeigneter Lage zwischen zwei gekreuzte Nicols eingeschobene Turmalinplatte.

Wir können zweifellos annehmen, dass bei verticaler Stellung der primären Schwingungen die Richtung derselben in die durch den Strahl gelegte Verticalebene fällt und sie in der Horizontalebene fehlen. Die die elektrischen Schwingungen begleitenden, auf ihnen senkrechten magnetischen Schwingungen liegen also in der Horizontalebene.

627 Diese Vorstellung von einer Polarisation wird indess von Garbasso [1]) bezweifelt. Er lässt die elektrischen Strahlen auf einen Schirm fallen, der aus einem Holzbrett von 175 cm Länge und 125 cm Breite besteht, auf dem 168 geradlinige, 20 cm lange und 1,4 mm dicke, parallele, an den Enden mit Blechscheiben von 3,8 cm Durchmesser versehene Kupferdrähte als Resonatoren angebracht sind. Befindet sich ein eben solcher,

---

[1]) Garbasso, Atti R. Acc. di Torino 28; Lum. électr. 219, 489, 1893; Beibl. 17, 971.

aber in der Mitte mit einer Unterbrechungsstelle versehener Draht als Resonator parallel zu den Drähten, so dass die vom Erreger auf sie fallenden in gewöhnlicher Weise von ihnen reflectirten Schwingungen auf ihn fallen, so zeigt er einen Funkenstrom. Wird der reflectirende Schirm in seiner Ebene gedreht, so verschwinden die Funken.

Aehnlich könnte das Gitter von Hertz bei seinen Polarisationsversuchen (§. 626) durch Resonanz wirken. Ist die Periode des Resonators von der der reflectirenden Drähte wesentlich verschieden, so zeigt der Resonator doch Funken, indem die grössere Zahl der Drähte vermöge ihrer Resonanz eine starke Dämpfung verursacht, deren Folge eine zusammengesetzte Strahlung ist.

628 Zum weiteren Studium dieser Verhältnisse ist eine Anzahl abgeänderter Anordnungen benutzt worden.

Da die secundären Funken selbst sich nur schwierig beobachten und kaum direct einem grösseren Auditorium zeigen lassen, hat Zehnder[1]) dieselben zur Auslösung der Entladungen durch eine luftverdünnte Entladungsröhre verwendet.

Fig. 137.

a und *b* sind zwei capillare Glasröhren, in welchen sich zwei sehr nahe einander gegenüberstehende Aluminiumstäbe befinden, die durch dünne eingeschmolzene Platindrähte mit an den Enden von *a* und *b* befindlichen Quecksilbernäpfen verbunden sind. *c* und *e* sind ebensolche in der Mitte der Röhre endende Elektroden, *f* eine vierte.

Mit den Elektroden *a* und *b* sind die Pole des secundären Hertz'schen Leiters, mit *c* und *e* die einer Accumulatorenbatterie von etwa 500 Elementen verbunden. Der cylindrische Ansatz *g* wird nach dem Evacuiren bis auf etwa 0,15 cm Quecksilberdruck in bis auf 300° erwärmtes Natriumamalgam gesenkt und ein Strom von demselben bis zur Elektrode *f* geleitet, wodurch sich im Inneren Natrium abscheidet, welches die Reste von Sauerstoff absorbirt und der Druck auf 0,12 cm sinkt.

Sobald ein secundärer Funken zwischen *a* und *b* überspringt, setzt die (geschichtete) Entladung des Accumulators in der Röhre zwischen *c* und *e* ein und erhellt sie. Durch U-förmige, mit concentrirter Lösung von Jodcadmium in Amylalkohol gefüllte Röhren, in deren kurze Schenkel Platindrähte mit angelötheten Cadmiumstäben eingeschmolzen waren, in deren längeren Cadmiumelektroden auf- und abgeschoben werden konnten,

[1]) Zehnder, Wied. Ann. 47, 77, 1892; 49, 549, 1893; 52, 34, 1894.

konnten in den Schliessungskreis des Accumulators solche Widerstände eingeschaltet werden, dass sich die Elektroden nicht zu sehr erhitzten, und ebenso parallel zu *ae*.

629 Mittelst dieses Apparates konnte Zehnder[1]) sehr deutlich die Brechung, Beugung, Interferenz und elliptische Polarisation nachweisen.

Brechung. Drei prismatische Kästen von 120 : 120 : 60 cm Kantenlänge der Grundfläche und 22 cm Höhe ohne jede Metalltheile werden mit reinem Traversaasphalt gefüllt und zu einem Prisma von 66 cm Höhe auf einander gestellt. Dasselbe lenkte im Minimum den Strahl elektrischer Kraft um 30 bis 40° ab. Der gebrochene Strahl lässt sich durch ein Drahtgitter, durch einen in seiner Mittellinie stehenden Menschen weiter reflectiren. Werden die den Strahl vor dem Prima begrenzenden Metallschirme entfernt oder verschoben, so ändert sich der Ablenkungswinkel; werden die Schirme über und unter dem Prisma entfernt, so geht der Strahl am Prisma direct vorbei nach der Richtung der Parabelaxe des Spiegels.

Als Mittelwerth des Brechungsindex ergiebt sich $n = 1{,}926$.

Stand ein Blech *a* neben dem Prisma auf der Seite des einfallenden Strahles, parallel der Halbirungsebene des brechenden Winkels, so lenkte er den Strahl nicht ab; auf der Seite des ausfallenden Strahles wurde derselbe um 54° abgelenkt. Es trat also eine Beugungserscheinung ein.

Wurde zwischen ein das Prisma begrenzendes Blech *a* und ein ihm paralleles, durch die brechende Kante des Prismas begrenztes Blech ein $b = 80$ cm breites Beugungsgitter gehängt, bestehend aus drei je 0,05 cm dicken, 200 cm langen und 33 cm breiten Blechstreifen, so ergab sich aus den mittleren Ablenkungswinkeln δ die Wellenlänge $\lambda = b \sin \delta$ gleich etwa 69 cm, während nach der Methode von Boltzmann $^1/_4 \lambda = 16{,}76 \pm 0{,}19$ folgte.

Andere Versuche mit verschiedener Funkenlänge ergaben ähnliche Resultate.

Mit verschiedenen Secundärleitern erhält man verschiedene Werthe, was darauf schliessen lässt, dass in dem Secundärleiter verschiedene Wellenlängen vorhanden waren.

Das bei der Zurückführung der multiplen Resonanz auf Dämpfung erwähnte Zusammentreten der erzwungenen und Eigenschwingungen, welche die Annahme vieler von Oscillatoren ausgehender Wellensysteme nicht erforderlich macht, bildet indess einen Einwand gegen Zehnder's[2]) Behauptung, dass die vom Oscillator ausgehenden Strahlen elektrischer Kraft durch ein Gitter spectral zerlegt werden.

Auch neben der Focallinie der Secundärspiegel spricht die Zehnder'sche Röhre an, so dass auch hier Interferenzerscheinungen auftreten,

---

[1]) Zehnder, Wied. Ann. **53**, 162, 1894. — [2]) Bjerknes, Wied. Ann **54**, 50, 1895.

wie wenn der Secundärspiegel eine reflectirende ebene Wand wäre, vor der sich Knoten und Bäuche bilden. Man kann dies auch zeigen, indem man einen Blechstreifen von 30 cm Höhe und 5 bis 8 cm Breite in einen Bauch oder einen Knoten bringt. Die Röhre leuchtet im ersten Falle weniger, im letzten lebhaft wieder auf.

Zehnder[1]) hat auch Hohlspiegel aus parallelen Drähten hergestellt. Man kann dann bei den Reflexionen zwei Secundärspiegel gleichzeitig verwenden für den directen, an dem Primärspiegel austretenden, sich geradlinig fortpflanzenden, und für den reflectirten, rechtwinklig abgelenkten Strahl, beide mit Entladungsröhren, die mit dem Hochspannungsaccumulator verbunden, und mit Jodcadmiumregulirvorrichtungen versehen sind.

Ferner ersetzt Zehnder[2]) die beiden parallelen reflectirenden Metallplatten durch Drahtgitter. Primärleiter, Richtungen der Gitterdrähte, Secundärleiter sind parallel. Dreht man die Gitter in ihrer Ebene um je 45° in entgegengesetztem Sinne, so zerfällt der Strahl an jedem Gitter in zwei auf einander senkrecht polarisirte Componenten, die eine hindurchgehend, die andere reflectirt, parallel und senkrecht zur Drahtrichtung. Wird das eine Gitter sich selbst parallel verschoben, so kann man den senkrecht zu einander polarisirten Strahlen jede Phasendifferenz ertheilen und elliptisch bezw. circular polarisirte elektrische Strahlen erhalten. 630

Man kann auch die gekreuzten Gitter, statt neben einander, hinter einander stellen. Die der Drahtrichtung des ersten Gitters parallele Componente wird reflectirt, die auf ihr senkrechte wird am zweiten Gitter reflectirt und am ersten durchgelassen. Die durchgegangenen Strahlen sind elliptisch oder circular polarisirt. Durch Verschieben der Gitter gegen einander kann der Gangunterschied, durch Drehen um ihre gemeinsame Axe die Amplitude der von beiden Gittern reflectirten Strahlen geändert werden. Man kann so einen dem Babinet'schen Compensator ähnlichen Apparat herstellen.

Die elliptische und circulare Polarisation lässt sich durch einen um eine der Richtung der Strahlen parallele Axe drehbaren Secundärleiter analog den Erscheinungen beim Lichte nachweisen. Ist der Secundärleiter kreisförmig, so spricht er auf circular polarisirte Strahlen gleich gut an, wo sich auch die Funkenstrecke im Kreise befindet.

Die am zweiten Gitter reflectirte, durch das erste Gitter nochmals gehende Componente des Strahles ist wesentlich geschwächt gegenüber der am ersten Gitter nur einmal reflectirten. Deshalb giebt ein System von zwei um $^1/_8\,\lambda$ von einander abstehenden, hinter einander befindlichen Gittern, die um 45° gegen die Polarisationsebene des einfallenden Strahles

---

[1]) Zehnder, Wied. Ann. 52, 34, 1894. — [2]) Zehnder, Wied. Ann. 53, 505, 1894.

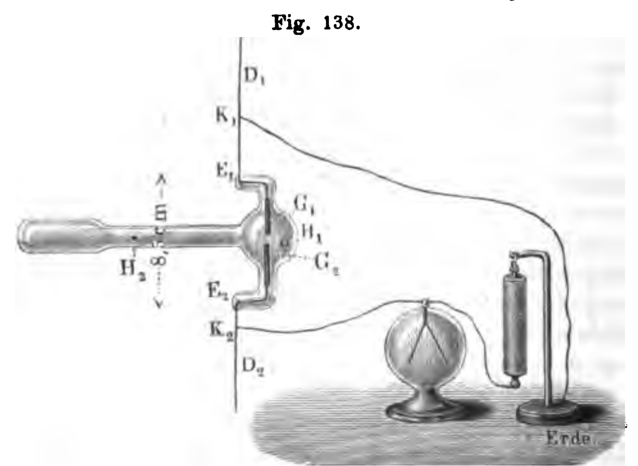
gestellt sind, noch keine circular polarisirten Strahlen. Schwächt man aber die eine Componente gegenüber der anderen durch Drehen des ganzen Doppelgitters um seine Axe, so kann man solche Strahlen hervorbringen.

631 Lucas und Garrett[1]) verwenden zum Nachweis der Maxima eine oben offene Glasröhre von 16 cm Länge und 8 mm Durchmesser, in welche einige Cubikcentimeter verdünnter Schwefelsäure oder besser Salzsäure gegossen sind. In dieselbe ragen durch den Boden zwei Platindrahtelektroden, zwischen denen durch den Strom Wasserstoff und Sauerstoff bezw. Chlor entwickelt wird. Etwas oberhalb der Säure, 5 cm vom oberen Ende der Röhre, gehen in dieselbe zwei spitze Platindrähte als Hertz'sche Elektroden. Der Funken zwischen denselben bringt das aus der Säure entwickelte Gasgemisch zur Explosion.

632 Boltzmann[2]) verband beim Hohlspiegelversuch die Kugel des Secundärleiters mit einem empfindlichen Elektroskop, die Spitze mit einer trockenen Säule von 200 Volt Spannung. Das Elektroskop blieb ungeladen, wenn keine Funken überschlugen, lud sich aber beim Ueberschlagen sofort, selbst bei nur einem Primärfunken. Die Kugeln sind sorgfältig zu putzen.

633 Statt der Ladung eines Elektroskops durch die secundären Fünkchen nach Boltzmann benutzt Drude[3]) die Entladung eines durch eine

Fig. 138.



Trockensäule geladenen Elektroskops. Dabei wird die Spitze hinter dem secundären Hohlspiegel ebenso wie der eine Pol der Trockensäule zur Erde abgeleitet, der andere mit dem Elektroskop und der hinter dem Hohl-

[1]) Lucas u. Garrett, Phil. Mag. [5] 33, 299, 1892; Beibl. 17, 852. — [2]) Boltzmann, Wied. Ann. 40, 399, 1890; ähnlich Wiechert, ibid. 646. — [3]) Drude, Wied. Ann. 52, 499, 1894.

spiegel befindlichen Kugel metallisch verbunden. Schlagen Funken zwischen Spitze und Kugel über, so fallen die Goldblättchen des Elektroskops zusammen, hören die Funken auf, so spreizen sie sich. Man kann die Goldblättchen auf einen Schirm projiciren. So gelingen die Hohlspiegelversuche und die Interferenzversuche von Zehnder in objectiver Darstellung sehr gut.

Dabei muss der Secundärspiegel fest aufgestellt sein.

Zweckmässig kann man diese Anordnung mit der Zehnder'schen Röhre verbinden und dann die Versuche mit dem Hohlspiegel nach Hertz sehr gut anstellen. Die Elektroden G_1 und G_2, Fig. 138, der Röhre werden mit zwei geraden Kupferdrähten K_1 und K_2 verbunden, an denen sich die Zuleitungen D_1 und D_2 zu der trockenen Säule und dem Elektrometer befinden. Die Röhre wird etwa 1,5 m entfernt vom Erreger aufgestellt und die Drähte K und K_1 verkürzt, bis sie mit dem Erreger in Resonanz, die Glimmentladung zwischen G_1 und G_2 am lebhaftesten geworden ist.

634 Stehende Wellen vor einer ebenen Wand, auf welche ein elektrischer Strahl senkrecht auftrifft, lassen sich mittelst der Zehnder'schen Röhre ohne secundären Hohlspiegel demonstriren, wenn man dieselbe vor der 2 m hohen und breiten Metallwand verschiebt. Ist die Wand 2 m vom erregenden Hohlspiegel entfernt, so kann man vier Knoten, im Spiegel, 30, 60, 90 cm davon entfernt, nachweisen, wo die Blätter des Elektroskops gespreizt bleiben. In den zwischenliegenden Bäuchen fallen sie zusammen [1]).

635 Mittelst desselben Apparates kann man nach Drude [2]) die Vertheilung der elektrischen und magnetischen Kraft um eine geradlinige Schwingung folgendermaassen demonstriren [3]).

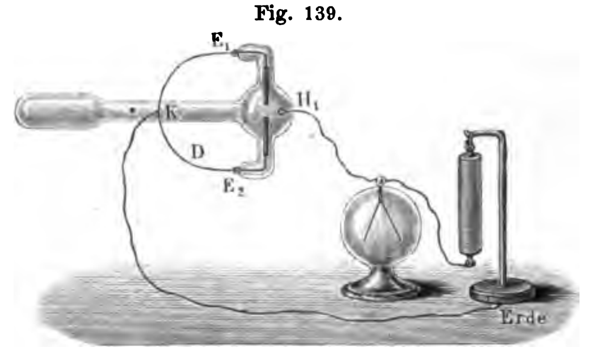
Der kreisförmige Resonator von 75 cm Durchmesser nach Hertz wird auf einem Gestell zugleich mit einer Zehnder'schen Röhre befestigt, so dass ihre Glimmelektroden nahe seiner Unterbrechungsstelle liegen. Der Draht wird mit der Trokensäule und dem Elektroskop, der Resonator von dem seiner Unterbrechungsstelle gegenüberliegenden Punkte K, wo ein Knoten ist, zur Erde abgeleitet. Dann lassen sich die Hertz'schen Versuche zeigen, z. B. dass die Schwingungen im Resonator aufhören, wenn seine Capacität durch angehängte Stanniolblätter geändert wird. Die Goldblätter des Elektroskops bleiben gespreizt und fallen erst nach Entfernung der Stanniolblätter zusammen. Zur Untersuchung schnellerer Schwingungen als derer eines Resonators von 75 cm Durchmesser verbindet man den Kupferdraht direct durch E_1 und E_2 mit G_1 und G_2 (vgl. Fig. 139 a. f. S.).

---

[1]) Drude, Wied. Ann. 52, 502. — [2]) Ibid. 504. — [3]) Ibid. 505, 1894.

636 Die multiple Resonanz lässt sich nach Drude[1]) mittelst des soeben beschriebenen Apparates zeigen, indem man die Zehnder'sche Röhre in

Fig. 139.

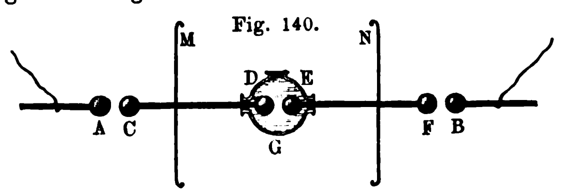


fester Lage zwischen die Paralleldrähte der Lecher'schen oder Blondlot'schen Anordnung bringt, und hinter der Röhre eine Metallbrücke auf den Drähten verschiebt. Dann fallen je nach ihrem Abstande von der Röhre die Goldblättchen zusammen oder divergiren. Diese Abstände sind nur von den Dimensionen des Resonators bezw. der Länge vom Draht D abhängig. Der Resonator reagirt hierbei sowohl auf die elektrische wie auf die magnetische Kraft. Liegt die Brücke in einem Knoten für die erstere, so liegt sie in einem Bauch für letztere. Umgrenzt man den Resonator, dessen Ebene senkrecht zu den Paralleldrähten liegt, so dass er auf die elektrische Kraft reagirt, mit einem geschlossenen, von ihm isolirten Metalldraht, so spreizen sich sofort die Goldblättchen, die vorher durch die Glimmentladung zusammenfielen. Dies zeigt die Schirmwirkung des Drahtes.

637 Righi[2]) hat für Demonstrationszwecke in dem Apparat von Hertz, wie Töpler, die Influenzmaschine verwendet.

Zwei Messingstäbe A und B, Fig. 140, enden in den beiden 4 cm grossen Kugeln A und B und sind mit den Conductoren der Maschine verbunden. Zwischen ihnen befindet sich der Oscillator $CDEF$. Derselbe besteht aus zwei etwa 1 cm weiten coaxialen und horizontalen Messingröhren, welche in den 4 cm grossen Messingkugeln $CDEF$ enden. Die ganze Länge von CF beträgt 62 cm. Auf CD und EF lassen sich zwei Messingscheiben M und N von 34 cm Durchmesser verschieben. Die

Fig. 140.



[1]) Drude, Wied. Ann. 52, 5013. — [2]) Righi, Rendic. Accad. dei Lincei [5] 2, 1. Sem., 333, 1893. Lum. électr. 48, 308, 1893; Beibl. 18, 134, s. insbesondere auch l'Ottica delle oscillazioni elettriche. 8°. 255 p. Bologna, Zanichetti 1897.

Kugeln D und E befinden sich in einer dicken Glaskugel G von 11 cm Durchmesser voll Vaselinöl. Der Oscillator wirkt viel besser und länger, als bei Füllung mit Luft, am stärksten, wenn die Funkenlänge $DE =$ 3 bis 5 cm ist. Der Resonator ist ein Kreis von 57 cm Durchmesser von 2 mm dickem Kupferdrahte, welcher von einer Geissler'schen Röhre unterbrochen ist, die noch 6 m weit vom Erreger leuchtet. Man kann mit ihr die Hauptversuche über die Interferenz der einfallenden und reflectirten Wellen bei Reflexion von einer Zinkplatte von 4 m im Quadrat sichtbar machen, sowohl wenn der Resonator mit seiner Ebene parallel zu der durch die Axe des Oscillators gehenden Verticalebene mit der Entladungsröhre oben oder unten liegt, als auch, wenn er horizontal mit seinem Durchmesser durch die Röhre parallel zur Axe des Oscillators hindurchgeht. Im ersten Falle ist die elektrische, im zweiten Falle die magnetische Kraft wirksam.

Ein 6 m langer Kupferdraht ist horizontal auf isolirenden Stützen ausgespannt. Sein eines Ende ist mit einem 2 m langen Kupferdrahte verbunden, welcher in einer Zinkplatte von 100 qcm Oberfläche nahe einer der Platten des Oscillators endet. Verschiebt man den Resonator den Draht entlang, so kann man die durch die Reflexion am Ende des Drahtes gebildeten feststehenden Knoten und Bäuche erkennen, und zwar in Folge der magnetischen Kraft, wenn man den Resonator in der Ebene des Drahtes und der Entladungsröhre verschiebt, so dass letztere möglichst nahe oder möglichst weit von dem Drahte entfernt ist; in Folge der elektrischen Kraft, wenn man den Resonator in einer Ebene senkrecht zum Draht hält, und zwar so, dass der durch die Entladungsröhre gehende Durchmesser auf dem Durchmesser senkrecht ist, der den Draht schneidet.

Um Oscillationen von kleinerer Wellenlänge zu erhalten, construirt Righi[1]) den Apparat folgendermaassen: 638

Der Oscillator (Fig. 141 a. f. S.) besteht aus zwei an Ebonithaltern befestigten Glastrichtern m und n mit abgeschnittenen Röhren, in die unten die Messingkugeln a und b halb eingekittet sind. Der untere Trichter ist mit einem Gemisch von Vaseline und Vaselinöl gefüllt. Ueber und unter den Kugeln a und b befinden sich zwei mit den Conductoren einer grösseren Influenzmaschine ohne Condensatoren verbundene Kugeln c und d. Beim Erregen der Maschine erhält man drei Funken, ca, ab, bd, von denen ab klein ist. Haben die Kugeln 4 cm Durchmesser, so können sie Wellenlängen von 20 cm, haben sie 1,36 cm, solche von $7\frac{1}{2}$ cm liefern.

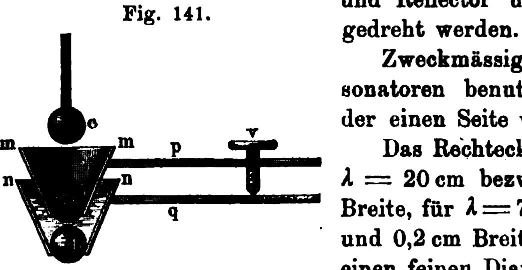
Später ändert Righi[2]) seinen Erreger in der Weise ab, dass er die mittleren beiden Kugeln desselben in runden Glas-, Holz- oder Ebonitplatten befestigt, die, durch einen Ring aus Pergamentpapier oder Blase

---

[1]) Righi, Rend. Accad. dei Lincei [5] 2, 1. Sem., 505, 1833. Lum. électr. 48, 601, 1893; Beibl. 18, 134. — [2]) Righi, Mem. di Bologna [5] 4, 487, 1890; Nuovo Cimento [4] 1, 25, 1895; Beibl. 19, 357.

verbunden, eine Kammer für die Lösung von Vaseline in Vaselinöl bilden. So kann der Abstand der Kugeln verändert und der Erreger und Reflector um eine horizontale Axe gedreht werden.

Fig. 141.



Zweckmässiger als kreisförmige Resonatoren benutzt man rechteckige, auf der einen Seite versilberte Glasstreifen.

Das Rechteck hat für die Wellenlänge $\lambda = 20$ cm bezw. 11,5 cm Länge, 0,6 cm Breite, für $\lambda = 7,5$ cm bezw. 3,9 cm Länge und 0,2 cm Breite. Sein Belag ist durch einen feinen Diamantstrich von 0,001 bis 0,002 cm Breite der Länge nach durchstrichen. Die Resonatoren können für sich oder mit einem parabolischen Reflector verwendet werden. Dann kann man im letzteren Fall bei $\lambda = 7,5$ den Funken des Resonators noch auf 6 m Entfernung sehen. Der parabolische Reflector ist meist in der Mitte durchbohrt und mit einer horizontalen Röhre mit einer Lupe versehen. Durch einen Theilkreis kann man den Winkel seiner Axe mit der Verticalen ablesen.

639 Mit diesen Apparaten können die Interferenzen der Strahlen, welche von zwei in einem stumpfen Winkel gegen einander gestellten Metallplatten reflectirt sind [1]), beobachtet werden.

Auch Interferenzen mit dünnen Platten werden hergestellt, indem die Strahlen auf Paraffinplatten von 2,1 cm oder Schwefelplatten von 1,5 cm Dicke unter einen Einfallswinkel von 45° fallen, wobei die an der Vorder- und Hinterseite reflectirten Strahlen einen Gangunterschied von $^1/_2\,\lambda$ haben. Dann ist die Reflexion stark. Sie ist bei doppelter Dicke sehr schwach, wogegen die Intensität der durchgelassenen Strahlen stark ist. Wird auf die Rückseite der Paraffinplatte eine Schwefelplatte gebracht, so kehren sich die Erscheinungen um, wie in der Optik beim Durchgange eines Strahles aus einem optisch dichteren in ein dünneres Medium. Ein Biprisma von Schwefel verhält sich ganz ähnlich wie in der Optik.

In ähnlicher Weise wird die Diffraction nachgewiesen, indem zwischen den Oscillator und Resonator parallele Metallplatten gestellt werden, welche die Strahlen theilweise abfangen.

Wird ein Parallelepiped oder ein Cylinder aus einem dielektrischen Stoffe, Holz, Paraffin, zwischen den Oscillator und Resonator gebracht, so vergrössert sich der Funken des Resonators in einzelnen Fällen und nimmt in anderen Fällen ab oder verschwindet; bei Cylindern von Glas,

---

[1]) Siehe Boltzmann, Wied. Ann. 40, 399, 1889.

Schwefel, Schellack, auch Messing, die zwischen den mit einem Hohlspiegel versehenen Oscillator und den Resonator axial gestellt werden, tritt eine Abnahme des Funkens ein. Werden sie in äquatorialer Richtung verschoben, so zeigt sich eine Zunahme bei Cylindern von Paraffin, Ebonit; bei einer Glasröhre voll Olivenöl zeigt sich das Gegentheil. Es dürften dies Diffractionserscheinungen sein.

640 Um die Absorption der Wellen in verschiedenen Substanzen zu untersuchen, werden dieselben zwischen Oscillator und Resonator, beide mit parabolischen Reflectoren, gebracht und 7,5 cm lange Wellen verwendet. Zuerst wird der Resonator um die horizontale Axe gedreht, so dass ohne jene Stoffe, dann mit ihnen die Lichterscheinung verschwindet. Sind die Drehungswinkel α und β, so ist $\cos\beta/\cos\alpha$ das Verhältniss der in beiden Fällen zum Resonator gelangenden Schwingungsamplituden. Bei Glimmer, Spiegelglas, Schellack, Porcellan, Tannenholz, Marmor, Gyps, Quarzplatten von der Dicke 1 bis 2 cm ist dasselbe 0,6 bis 0,9. Bei Paraffin vermehrt sich im Gegentheil die Funkenstärke, Steinsalz von 5 cm Dicke wirkt kaum.

641 Auch wurden die Strahlen senkrecht auf beide Spiegel geworfen, von ihnen reflectirt und durch eine unter 45° geneigte Schwefelplatte zum Resonator zurückgeworfen.

Wird vor einen der Spiegel eine isolirende Platte gestellt und ihr Brechungsexponent durch Verschieben des anderen Spiegels bestimmt, so erhält man denselben für Paraffin 1,43, für Schwefel 1,87.

Auch andere optische Erscheinungen wiederholt Righi[1]) mit der elektrischen Strahlung. Unter Zugrundelegung des Brechungsindex für Wellen von 7,5 cm Länge wird ein grosses Paraffinprisma mit gleichschenklig trapezförmiger Basis angefertigt, in welchem die elektrischen Schwingungen total reflectirt werden. Die austretenden Schwingungen verhalten sich dann wie circular polarisirte Lichtstrahlen und die Wirkung des Prismas ist demnach analog derjenigen des bekannten Fresnel'schen Glastrapezoëders. Righi beweist z. B. auf Grund der Hertz'schen Gleichungen (siehe das Schlusscapitel), dass die Circularpolarisation in einer elektrischen und magnetischen Kraft von constanter Stärke besteht, welche, wie immer, zu einander senkrecht sind, während ihre Richtung gleichförmig um die Fortpflanzungsrichtung rotirt. Eine circular polarisirte Strahlung erzeugt demnach ein gleichzeitig elektrisches und magnetisches Drehfeld.

642 Werden die elektrischen Schwingungen von Isolatoren reflectirt, so ist das Verhalten ganz analog der optischen Reflexion an durchsich-

[1]) Righi, l. c. Rend. dei Lincei [5] 3, 1. Sem., 417, 1894; Beibl. 18, 960.

tigen Mitteln. Der Polarisationswinkel steht in derselben Beziehung zum Brechungsindex.

Bei der Reflexion von einer ebenen Kupferplatte und Aufstellung des Resonators in grösserer Entfernung, dass ihn nur die reflectirten Strahlen treffen können, ist die Polarisationsebene senkrecht zur elektrischen Kraft.

Beim Haupteinfallswinkel (81°) ergiebt sich elliptische Polarisation.

Die im Resonator erregten Schwingungen können wieder Wellencentren mit einer Phasendifferenz von $^1/_2\ \lambda$ werden. Die von ihnen ausgehenden Strahlen können andere Resonatoren erregen, mit den ersten Wellen interferiren u. s. f.

643 Die von Righi beobachtete Doppelbrechung elektrischer Strahlen ist auch von Garbasso und Mack studirt worden.

Sind der Erreger und Resonator von Righi gegen einander gekreuzt, so treten keine Funken am Resonator auf. Wird zwischen dieselben eine Gypsplatte gebracht, analog wie in der Optik zwischen zwei gekreuzte Nicol'sche Prismen, so erscheinen Funken, die bei zwei zu einander senkrechten Stellungen der Platte ein Maximum der Helligkeit zeigen, zwischen denselben aber verschwinden. Die Maxima der Funkenstärke entsprechen indess der Dunkelheit zwischen gekreuzten Nicols und umgekehrt. Die Richtungen im Gyps, in denen die Licht- und die elektrischen Schwingungen stattfinden können, sind also um 45° gegen einander geneigt [1]).

644 In Holz hat Righi Doppelbrechung beobachtet. Beim Durchgang durch Tannenholz senkrecht zu den Fasern werden die Strahlen elliptisch event. circular polarisirt. Senkrecht und parallel zu den Fasern ist die Absorption verschieden.

Ganz ähnliche Resultate hat Mack [2]) mit dem Apparate von Hertz mit den zwei Hohlspiegeln erhalten, wobei Erreger und Funkenmikrometer in dem empfangenden Hohlspiegel ebenfalls dieselbe Einrichtung hatten. Nur war, um die Beobachtung zu erleichtern, die Axe der Spitze des Funkenmikrometers in horizontaler Richtung, also senkrecht gegen die Brennlinie, gegen die Kugel gekehrt. Die Hohlspiegel wurden in 2 bis 3 m Abstand mit den Brennlinien gekreuzt einander gegenübergestellt, so dass der Funkenstrom im Mikrometer verschwand. Dann wurden zwischen dieselben Holzplatten von Tannenholz von mindestens 10 bis 20 cm Dicke mit der Faserrichtung um 45° gegen die Brennlinie geneigt gebracht. Der Funkenstrom setzte wieder ein und blieb bestehen,

---

[1]) Garbasso, Atti di Torino 30, 442, 1895; Nuovo Cimento [4] 2, 120; Beibl. 19, 919. — [2]) Mack, Wied. Ann. 54, 342; 56, 717, 1895.

als mehrere Platten in paralleler Lage bis insgesammt 40 cm Dicke über einander geschichtet waren.

Aehnliche Platten von Eichen- und Buchenholz verhielten sich bei genügender Dicke analog.

Senkrecht zu den Fasern geschnittene Platten von Kiefernholz lassen die Secundärfunken nicht erscheinen. Auch mit kleinen Spiegeln von 45 cm Höhe und 32 cm Breite, von der Brennweite 5,6 cm hat Mack diese Versuche angestellt.

Um den elektrischen Brechungsindex des Holzes zu bestimmen, wurden stehende Wellen an demselben durch senkrechte Reflexion an einer Metallwand hergestellt. Der primäre Hohlspiegel wird mit seiner verticalen Brennlinie etwa 2 bis 3 m entfernt gerade vor einer Metallwand aufgestellt und die Knoten und Bäuche mittelst des vertical gestellten silberbelegten Resonators von Righi (von 30 cm Länge, 1,2 cm Breite, 0,2 cm Glasdicke mit einem durch eine sehr feine englische Nähnadel hergestellten Strich) bestimmt. Dicht vor der Wand war der Resonator dunkel, ebenso bei 33 und 67 cm Entfernung, bei 16,5 und 50 cm maximale Helligkeit. Die Wellenlänge betrug 66 cm.

Dicht vor die Metallwand wurde eine 10 cm dicke, sie ganz berührende Tannenholzplatte mit horizontal verlaufenden Fasern gebracht. Dann war dicht vor der Holzplatte und im Abstande von 30 cm maximale Helligkeit, bei 15,8 cm Dunkelheit. Der 15,5 cm von der Holzwand entfernte Knoten ist von der Metallwand 2,5 cm entfernt. Ist also die Wellenlänge in der Luft und im Tannenholze λ und λ_1, so muss $\lambda_1 = 33{,}7$ cm sein.

Der Funken dicht vor der Holzplatte entspricht dem Schwingungsbauche.

Waren die Fasern vertical, so ergab sich die Wellenlänge $\lambda_2 = 30{,}7$. **645**

Ohne Blechwand, nur mit der Holzplatte sind die Funken sehr unscheinbar, so dass die Reflexion an der Holzplatte selbst ohne Einfluss ist.

Wendet man dickere (38 cm) Holzplatten an, so verschieben sich die Knoten und Bäuche ganz nach der den obigen Daten entsprechenden Rechnung.

Drehte man die Tannenplatte so, dass sie den Winkel zwischen den gekreuzten Brennlinien der Hohlspiegel halbirte, so war der Funkenstrom sehr lebhaft, wurde der Hohlspiegel parallel gestellt, so war er sehr schwach. Bei einer Richtung der Fasern, die etwa 28° gegen die Schwingungsrichtung des ankommenden Strahles geneigt ist, erlöschen die Funken am meisten.

Ausser den bisher erwähnten Methoden zur Beobachtung der **646** Strahlen elektrischer Kraft sind noch andere vorgeschlagen und benutzt worden.

R. Ritter[1]) löthet an die von den beiden Haupttheilen des secundären Leiters zur Funkenstrecke hinter dem secundären Spiegel führenden Drähte je einen dünnen Kupferdraht und legt über ihre beiden freien Enden einen Froschnerv. Derselbe blieb in Ruhe, als Messingkugel und Kupferspitze des secundären Leiters einander berührten, oder so weit von einander entfernt wurden, dass keine Funken überschlugen; zuckte aber bei so grosser Annäherung derselben an einander, dass dies der Fall war.

647 Rubens und Ritter[2]) verwenden als secundäre Leiter zwei 35 cm lange und 10 cm breite, an ihren zugekehrten Enden mit stumpfen Spitzen versehene, auf schmale Cartonrahmen aufgeklebte Stanniolstreifen, Fig. 142, welche ihre breiten Seiten der Oeffnung des Spiegels zukehren. Sie wirkten etwa fünfmal so stark als die Anordnung von Hertz. Dickere Zinkstreifen wirkten weniger. Die Streifen sind mit einem Bolometer (§. 556) mit einander zugekehrten Spitzen der Leiter verbunden.

Fig. 142.

648 Bei Einfügung eines Hertz'schen Gitters, bestehend aus einem achteckigen Rahmen von 167 cm Durchmesser, auf welchen im Abstande von 1,5 cm 1 mm dicke Kupferdrähte einander parallel gespannt waren, änderten sich die Bolometerausschläge[3]).

Wurden die Gitter von der horizontalen Lage der Drähte ($\alpha = 90^0$) bis zu $\alpha = 67,5$, 60 und 45^0 hin und her gedreht, so stimmten die Ausschläge mit der Formel $\sqrt{\gamma} / \sin^2 \alpha$. Diese Formel würde der Anschauung entsprechen, dass nur eine zu einer bestimmten Richtung, der Richtung der Gitterdrähte, im Gitter senkrechte elektrische Schwingung durch dasselbe hindurchgelassen war. γ war dabei proportional der Energie, $\sqrt{\gamma}$ der Amplitude der Strahlung, wo γ der jeweilige Werth der mittleren Ausschläge ist.

Wurde den Gitterdrähten eine um 45^0 gegen die primäre Schwingung geneigte Stellung gegeben und ein zweites Gitter eingeschaltet, so war seine Wirkung bei gleicher Lage, wie die der ersten, verschwindend.

Wurden die Spiegel so gestellt, dass ihre Axen mit dem Gitter einen Einfallwinkel von 30^0 machten, so war bei verschiedener Stellung γ der Gitterdrähte der Ausdruck $\sqrt{\gamma} / \cos^2 \alpha$ von α unabhängig. Daraus ist zu schliessen, dass das Gitter die nicht hindurchgehende Strahlung reflectirt und die Schwingungen mit der Richtung der Gitterstäbe zusammenfallen.

Bei schnell auf einander folgender Vergleichung der directen J und reflectirten Strahlung R bei einem Einfallswinkel von 45^0, und bei senk-

---

[1]) R. Ritter, Wied. Ann. 40, 53, 1890. — [2]) Rubens u. Ritter, Wied. Ann. 40, 55, 1890. — [3]) Rubens und Ritter, l. c.

rechter Stellung der Gitterdrähte war das Verhältniss R/J gleich 0,966 bis 0,999. Die Reflexion ist also nahezu vollständig.

Bei Einschaltung einer Glasplatte von etwa 0,7 cm Dicke ergab sich keine Veränderung der Ausschläge.

Die elektrischen Strahlen werden also in der Glasplatte von dieser weder merklich absorbirt, noch reflectirt[1]).

649 Lebedew[2]) macht die Apparate noch kleiner und erzeugt dadurch Wellen von 0,6 cm Länge. Im Allgemeinen wurde die Anordnung von Hertz beibehalten.

Der Erreger besteht aus zwei in Glasröhren eingeschmolzenen Platindrähten P_1 und P_2 (Fig. 143 in natürlicher Grösse) von 1,3 mm

Fig. 143.

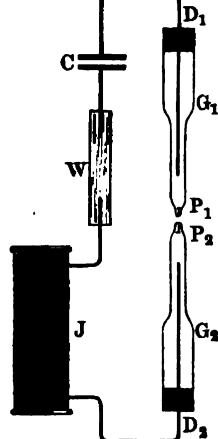


Fig. 144.



Länge und 0,5 mm Dicke, zu denen von den Drähten D_1 und D_2 Funken übergingen. Die Länge l (0,02 mm) derselben wurde durch eine Mikrometerschraube regulirt. Als Stromquelle diente ein mittelgrosses Inductorium mit 30 Unterbrechungen in der Secunde, dessen Inductionskreis durch einen Condensator C und einen Wasserwiderstand unterbrochen war, um Nachentladungen zu vermeiden. Der Erreger befand sich in der Brennlinie eines kreiscylindrischen Hohlspiegels von 20 mm Höhe, 12 mm Oeffnung und 6 mm Brennweite, der mit dem Erreger in ein Petroleumbad eingesenkt wurde, aus dem die Strahlen durch ein dünnes Glimmerfenster in den Luftraum austraten. Durch einen parabolischen Cylinderspiegel von 20 mm Höhe, 12 mm Oeffnung, 1,4 mm Brennweite gelangten die Strahlen auf zwei je 3 mm lange geradlinige Resonatoren R_1 und R_2, an welche zwei ein Thermoelement bildende, 0,01 mm dicke Drähte aus Eisen bezw. Constantan gelöthet waren, die zwei je 0,3 mm grosse Oesen bildeten. An jeden Resonator war in der Mitte, also im Knotenpunkte seiner Eigenschwingungen, ein federnder, in der Ebonitplatte E (Fig. 144) befestigter Zuleitungsdraht angelöthet. Bei Erregung der Resonatoren entluden sie sich bei jeder Schwingung theilweise durch das Thermoelement, dessen Erwärmung durch den ersten Ausschlag eines empfindlichen Galvanometers gemessen wurde (1 Scalentheil $= 6 \cdot 10^{-9}$ Amp. bei 0,62 Ohm Widerstand).

[1]) Vergl. auch Trouton, Nature 41, 398, 1889. — [2]) Lebedew, Wied. Ann. 56, 1, 1895.

Beide Spiegel standen auf einem Spectrometer. Die Brennlinie des Primärspiegels blieb unverändert vertical, der Secundärspiegel konnte um den Strahl als Axe gedreht werden. Der Abstand der Spiegel betrug meist 10 cm, entsprechend 10 m bei den Versuchen von Hertz, wobei der Galvanometerausschlag 20 bis 30 Scalentheile erreichte.

650 So lassen sich die Grundversuche von Hertz leicht wiederholen, ebenso der Nachweis der Polarisation mit einem quadratischen 2 × 2 cm grossen Gitter mit 20 dünnen parallelen Drähten, die Interferenz nach der Methode von Boltzmann, die geradlinige Ausbreitung bei Veränderung der Entfernung der Spiegel, die Reflexion an einem ebenen Metallspiegel von 2 × 2 cm, die Brechung mit einem kleinen, kaum 2 g wiegenden Ebonitprisma von 1,8 cm Höhe, 1,2 cm Breite und dem Brechungswinkel von 45°. Der Brechungsexponent ergab sich zu 1,6.

651 Auch die Doppelbrechung wurde beobachtet. Es war möglich, wegen der Kleinheit der Apparate, Schwefelprismen aus natürlichem rhombischem Schwefel (1,8 cm hoch, 1,3 cm breit, Brechungswinkel 25°) zu benutzen. Zwei solcher Prismen hatten ihre brechende Kante der grossen (G) und der kleinen (K) Dielektricitätsaxe parallel. Die Brechungsexponenten ergaben sich zu $n_g = 2{,}2$ und $n_k = 2{,}0$, was den aus den Dielektricitätsconstanten nach Boltzmann berechneten Werthen entspricht $\left(\sqrt{D_g} = 2{,}18,\ \sqrt{D_k} = 1{,}95\right)$.

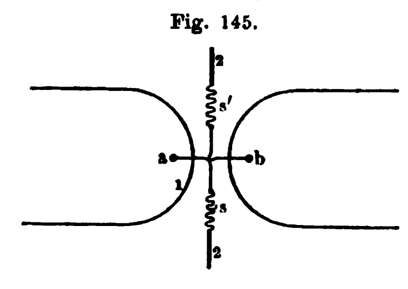
652 Mittelst dieser Daten lässt sich ein Nicol'sches Prisma für die elektrischen Strahlen construiren. Ein Parallelepipedon von krystallinischem Schwefel (2 × 1,8 × 1,2 cm), dessen Kanten den Dielektricitätsaxen parallel sind, wird durch einen durch die Axe G gehenden und einen Winkel von 50° mit der Axe K bildenden Schnitt in zwei Theile getheilt, zwischen welche eine circa 1,8 mm dicke Ebonitplatte gelegt wird. Ein in einer Richtung einfallender Strahl wird in zwei den Axen G und K parallele Componenten zerlegt, von denen die erste an der Ebonitplatte total reflectirt wird und seitlich austritt. Zwischen den mit ihren Axen parallel gestellten Spiegeln vermag bei richtiger Stellung dieses Prisma die Strahlen auszulöschen oder durchzulassen. Sind die Spiegelaxen um 90° gegen einander geneigt, so giebt das Galvanometer einen Ausschlag. Sind sie gekreuzt, so giebt es keinen Ausschlag, wenn das Nicol'sche Prisma eine der Hauptstellungen hat, wohl aber, wenn das Prisma um 45° gegen die Hauptstellungen gedreht ist.

653 Eine quadratische 2 × 2 cm grosse und 0,6 cm dicke Schwefelplatte, in deren Ebene die Axen G und K liegen, bedingt für eine Wellenlänge von $\lambda = 0{,}6$ cm einen Gangunterschied von $^1/_2\,\pi$. Wird die Platte zwischen die gekreuzten Spiegel gebracht, so dass die Dielektricitätsaxen den Brennlinien derselben parallel sind, so zeigt das

Galvanometer keinen Ausschlag, wird die Platte um den Strahl um 45° gedreht und somit der Strahl circular polarisirt, so giebt es einen solchen. Wird nun in den Strahl noch eine zweite $\lambda/4$-Platte eingeführt, so dass die gleichartigen Dielektricitätsaxen senkrecht auf einander stehen, so zeigt sich wieder kein Ausschlag. Die Platte verhält sich also wie ein Viertelwellenplättchen [1]).

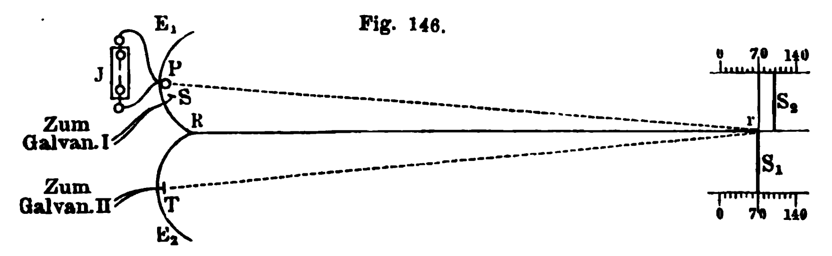
Klemenčič [2]) benutzt die thermoelektrische Wirkung der secundären Entladung. Er befestigt zwei etwa 3 cm lange Drähte von Platin von 0,04 mm und von Patentnickel von 0,05 mm Dicke conaxial an den Secundärinductoren a und b, schlingt sie in der Mitte um einander und verlöthet ihre Enden mit zwei schwachen Kupferspiralen, durch welche sie gespannt erhalten werden. Diese werden durch dicke Kupferdrähte mit dem Galvanometer verbunden. Das so gebildete Thermoelement ist in Glasplatten eingeschlossen. Die Inductorenden a und b bestehen aus 5 cm breiten, 30 cm langen Messingstreifen. Die Ausschläge können bei einem Hertz'schen Spiegel 200 bis 300 Theile an einer 1,7 m entfernten Scala betragen. 654

Fig. 145.



Zum Nachweis der Interferenz und Dämpfung benutzen Klemenčič und Czermak [3]) zwei Hohlspiegel E_1 und E_2 nach Hertz von 2 m Höhe, 1,2 m Oeffnungsbreite und 0,7 m Tiefe, welche dicht neben einander 655

Fig. 146.



stehen, so dass ihre Axen sich in einem Punkte r schneiden. Vor E_1 befindet sich der Erreger nach Hertz, mit dem das durch drei Accumulatoren erregte Inductorium J verbunden ist. Vor Spiegel E_2 befindet sich der thermoelektrische Resonator T. Parallel zu der die einander berührenden Kanten der Spiegel und r verbindenden Horizontale sind

[1]) Eine weitere, Einzelheiten der Herstellung und Construction enthaltende Ausführung siehe l. c., S. 9. — Ein sehr kleiner Apparat zur Anstellung der Hertz'schen Versuche von Jagadis Chander Bose, Compt. rend. **124**, 676, 1897 (während des Druckes erschienen). — [2]) Klemenčič, Wien. Ber. math.-naturw. Classe **99** [2a], 1890; Wied. Ann. **42**, 416, 1891; abgeändert **45**, 78, 1892. — [3]) Klemenčič und Czermak, Wied. Ann. **50**, 174, 1893.

zwei Scalen am Boden befestigt, auf welchen sich zwei Planspiegel verschieben, deren benachbarte Kanten bei Einstellung auf denselben Scalentheil zusammenstossen.

Ein kleineres Spiegelpaar, 1,3 m breit, 0,7 m hoch, bestand aus mit Stanniol beklebten Glasplatten, ein anderes grösseres aus zwei ebenen dünnen Zinkplatten von 2 m Höhe, 1 m Breite. Sie stehen auf Holzgestellen, die sich auf den Scalen verschieben, in gleicher Höhe mit den Spiegeln. Die von dem einen Hohlspiegel mit Erreger ausgehenden Strahlen werden von den Planspiegeln reflectirt und gelangen zum anderen Hohlspiegel, wo sie interferirend auf einen Resonator fallen, dessen Enden mit einem Thermoelement verbunden sind[1]).

Dabei entspricht jeder Resonatorlänge eine eigene Interferenzcurve, welche aber nur bei gewissen Resonatorlängen (90 bis 40 cm) deutlich ist.

Das logarithmische Decrement der Dämpfung war bei einer Funkenstrecke von 3,3 mm gleich 0,39; es ist aber wohl kleiner, was mit Bjerknes'[2]) Versuchen stimmen würde.

Die Länge der primären Funkenstrecke hat keinen Einfluss auf die Wellenlänge, wohl aber auf die mit ihr wachsende Dämpfung, wie schon Bjerknes fand. So ist bei der Funkenstrecke 3,3 bis 8 mm das logarithmische Decrement 0,39 bis 0,52.

Die Theorie für Sinusströme ergiebt, dass die Maxima und Minima der Curven nicht mit den Gangunterschieden $x = 0, \lambda/2, \lambda$ u. f. zusammenfallen.

656 Man kann auch die Eigenschaft einer Röhre voll Eisenfeilicht oder anderem Metallfeilicht, beim Annähern eines genügend elektrisirten Leiters oder beim Vorbeischlagen eines Funkens leitend zu werden, zur Nachweisung der Wellen eines Hertz'schen Erregers verwenden; hierzu schaltet man die Röhre mit einem Galvanometer und einer schwachen Säule in den einen Zweig einer Wheatstone'schen Brücke[3]). Auch bringt man die Eisenfeile zwischen zwei magnetisirte Nadeln im Abstande von 2 mm und beobachtet nun den Widerstand der Röhre.

657 Unter Anwendung der Methode von Branly zeigt Biernacki[4]) schon mit kleinen Spiegeln von 90 cm Höhe, 86 cm Breite der Oeffnung und 12,5 cm Brennweite die Hertz'schen Spiegelversuche. Der Erreger ist der von Hertz. In der Brennlinie des secundären Spiegels befindet sich eine 20 cm lange, $^1/_2$ cm weite Glasröhre voll Kupferspäne,

---

[1]) Vergl. indess hierüber Bjerknes, Wied. Ann. **54**, 58, 1895. — [2]) Bjerknes, Wied. Ann. **44**, 74, 1895. — [3]) Siehe Branly, J. de Phys. [3] **1**, 459, 1892; [3] **4**, 273, 1895; Beibl. **20**, 63. Siehe auch Le Royer und Berchem, Arch. de Gen. **31**, 558, 1894; Beibl. **19**, 93. — [4]) Biernacki, Wied. Ann. **55**, 599, 1895.

von deren Enden Drähte zu einem drei Bunsen'sche Elemente und ein Verticalgalvanometer enthaltenden Zweige führen. Die Röhre muss ebenso wie der secundäre Spiegel mit seiner Brennlinie horizontal liegen, damit sich die Feilspäne nicht am einen Ende anhäufen. Schon bei 12 m Entfernung der Brennlinien spricht die Röhre an, selbst bei stark gedämpften Schwingungen, z. B. bei angegriffener Oberfläche der Erregerkugeln, indem die vorher ruhende Galvanometernadel bei der Bestrahlung heftig ausschlägt. Eine Erschütterung der Röhre macht die Feilspäne wieder nichtleitend.

Lodge[1]) bezeichnet diesen Apparat mit dem neuen Namen Coherer.

Selbst mit kleineren Apparaten, Spiegeln von 45 cm Höhe u. f. gelingen bei 4 m Abstand die Versuche deutlich, welche sonst mit den Spiegeln vorgenommen werden, so die Reflexion, Polarisation, Doppelbrechung.

Wird zwischen die Spiegel ein parallel zur Axe geschnittenes, etwa 40 cm dickes Stück Eis mit einer Neigung derselben von 45° gegen die Brennlinien gestellt, so zeigt der Ausschlag des Galvanometers die den Verhältnissen beim Licht ganz entsprechende Doppelbrechung an.

Nach Aschkinass[2]) wird der Widerstand eines Stanniolgitters bei der elektrischen Bestrahlung dauernd etwa 2 Proc. kleiner, kann aber durch Erwärmung oder Erschütterung auf den früheren Werth gebracht werden. 658

Auch Haga[3]) constatirte dasselbe, indess nur, wenn die Gitter frei, nicht auf Ebonit aufgeklebt und ihre Streifen einander sehr nahe waren. Wurde das Gitter in erstarrendes Paraffin gebracht, so zeigte sich bei Bestrahlung die Widerstandsabnahme. Um den früheren Werth zu erreichen, bedurfte es starker Erschütterungen.

Ebenso zerschneidet Mizuno[4]) ein Stanniolblatt auf Holz durch parallele Schnitte in abwechselnd oben und unten zusammenhängende Streifen und setzt dieselben elektrischen Strahlen von 60 cm Wellenlänge aus. Die Widerstände nehmen bedeutend ab, wohl wegen kleiner, in Folge der Schwingungen entstehender Fünkchen, welche die Lücken zusammenschweissen.

Auch hier kann, wie bei Metallfeilicht, die Wirkung auf Bildung von Brücken in der Leitung beruhen.

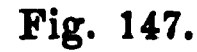
Die Stärke der Oscillationen hat dabei einen wesentlichen Einfluss. Befindet sich eine mit Metallpulver versetzte Wachsschicht[5]) in einem schwachen Felde, so wird sie leitend; bei Verstärkung desselben wird das Leitvermögen vernichtet. Doch treten Abweichungen hiervon ein.

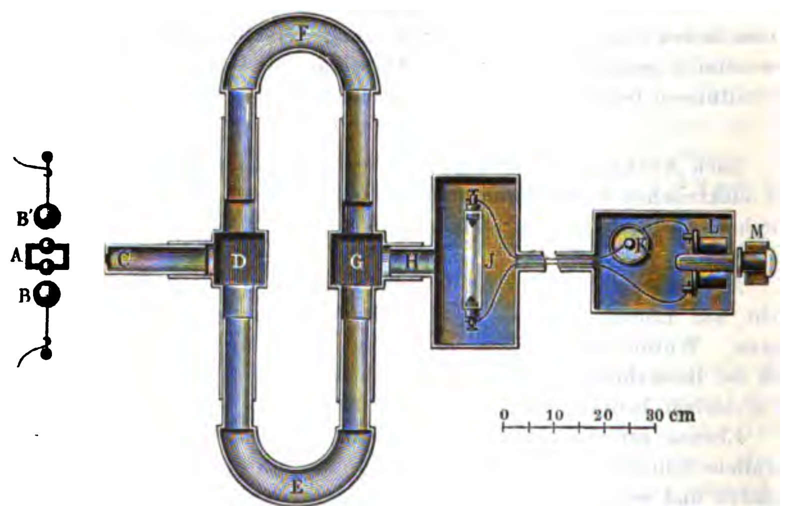
---

[1]) Lodge, The work of Hertz. — [2]) Aschkinass, Verh. d. physikal. Ges. Berlin 13, Nr. 4, S. 103, 1894. — [3]) Haga, Wied. Ann. 56, 571, 1895. — [4]) Mizuno, Journ. of the College of Science Tokio 9, 1; Phil. Mag. 40, 497, 1895; Beibl. 20, 214. — [5]) Minchin, Proc. Phys. Soc. London 13 [2], 170, 1895; Beibl. 19, 519.

659 Zum Nachweis der Interferenz elektrischer Wellen bedient sich V. v. Lang[1]) einer dem akustischen Interferenzapparate von Quincke ähnlichen Vorrichtung.

Der Erreger *A* ist ähnlich dem von Righi, wobei indess die Kugeln in Petroleum horizontal einander gegenüberstehen. Neben ihnen befinden sich die mit einer zwanzigplattigen Töpler'schen Influenzmaschine verbundenen grösseren Entladungskugeln *BB'* in grösserem Abstande. Vor dem Erreger steht der Interferenzapparat, bestehend aus zwei Pappwürfeln *D* und *G* mit je drei Papprôhren von 59 mm innerem Durchmesser. Die U-förmigen Röhren *E* und *F*, welche je bis auf 200 mm Länge ausziehbar sind, gestatten, die Wege der elektrischen Schwingungen abzuändern. Auch die dem Erreger zugekehrte Röhre


Fig. 147.



ist durch das ausziehbare Rohr *C* zu verlängern, welches durch ein Metalldiaphragma von etwa 24 mm Oeffnung an seinem vorderen Ende abgeblendet werden kann. Die vereinten Wellen treten in einen Holzkasten mit Falzdeckel, der eine 170 mm lange, 22 mm weite, mit eisernen Holzschrauben gefüllte Glasröhre in gleicher Höhe mit dem Erreger enthält. Letztere ist mit dem das Trockenelement *K* und Galvanometer *LM* mit Richtmagnet enthaltenden Kreise durch Drähte verbunden, welche in Messingröhren liegen. Alle Theile des Interferenzapparates sind mit Stanniol beklebt: Bei allmählicher Verlängerung der einen U-förmigen Röhre durch Ausziehen hört die Wirkung auf das Galvanometer, wenn auch nicht völlig, auf, und steigt dann wieder an.

Bei Verzeichnen in einer Curve ergeben sich Maxima und Minima

---

[1]) V. v. Lang, Wied. Ann. 57, 430, 1896.

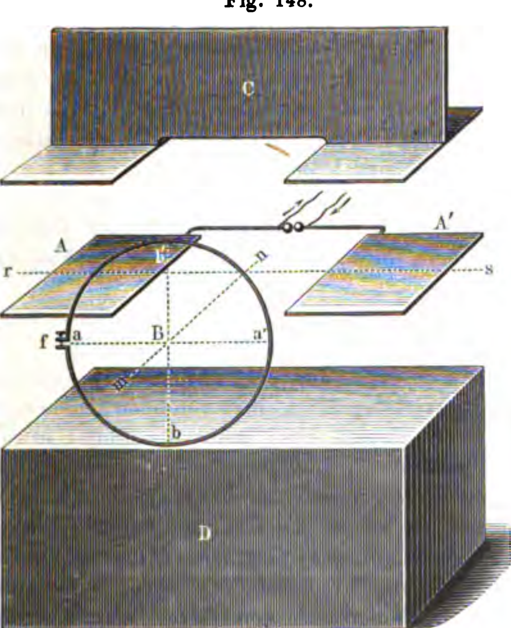
in gleichen Zwischenräumen. Aus denselben folgt die Wellenlänge 88 mm. Aenderungen der Erregerkugeln ändern dieselbe ab.

Wurden Paraffincylinder von 56 mm Durchmesser und von verschiedener Länge (28,3 bis zu 211 mm), die die Querschnitte der geraden Stücke der Röhre *E* und *F* gerade ausfüllten, in dieselben eingeschoben, so änderte sich die Lage der Maxima und Minima. Der Brechungsquotient des Paraffins folgte daraus zu 1,65 bis 1,73. — Zwei Schwefelcylinder von gleichem Durchmesser und 30 und 70,5 mm Länge ergaben den Brechungsquotienten 2,367 bis 2,333. — Righi fand für Paraffin 1,43, für Schwefel 1,87, also viel kleinere Werthe.

Wirkung von Dielektricis. Die Einwirkung von Dielektricis **660** bei den oscillatorischen Entladungen ist zunächst von Hertz[1]) studirt worden.

Zwei quadratische Messingplatten *A* und *A'* von 40 cm Kante sind durch einen 70 cm langen, $^1/_2$ cm dicken Kupferdraht verbunden, welcher in der Mitte eine Funkenstrecke zwischen zwei gut polirten Messingkugeln enthält. Letztere sind mit einem grösseren Inductorium verbunden. Die bei der Funkenentladung auftretenden Oscillationen, über 10^8 in der Secunde, wirken auf einen secundären kreisförmigen Leiter *B* mit Funkenstrecke *f*. Derselbe ist um seine Axe drehbar. Liegt die Funkenstrecke in der Horizontalebene von *A* und *A'*, so erscheinen keine Funken, wohl aber bei Drehung des Kreises in Folge der elektrostatischen und elektromagnetischen Induction, von welchen Kräften die erste die grössere ist. Liegt *f* im höchsten Punkte, so sei die Gesammtkraft positiv, liegt *f* unten, negativ.

Fig. 148.



Werden unter der Vorrichtung bei Einstellung auf Funkenlosigkeit

[1]) Hertz, Sitzungsber. d. Berl. Akad., 10. Nov. 1887; Wied. Ann. **34**, 273, 1887; Abhandl. Nr. 6, S. 103.

Metallstäbe hingelegt, so treten die Funken wieder auf, ebenso bei Annäherung des menschlichen Körpers auf einen kleinen Abstand, wobei indess die Fünkchen ganz im Dunkeln zu beobachten sind.

Wird dem Apparate der Leiter C von oben genähert, so nimmt die Funkenlänge ab, von unten nimmt sie zu. Die Nullpunkte erscheinen nach oben gedreht, während in den früheren Nullpunkten Funken auftreten. Die Wirkung ist hier wesentlich eine elektrostatische.

661 Auch Nichtleiter sind hierbei wirksam.

Wurde unter AA' ein 1,5 m langes, 0,5 m breites, 1 m hohes Parallelepiped aus Büchern aufgebaut, bis zur Berührung von A und A', so traten in dem vorher funkenfreien Kreise Funken auf, die nicht verschwanden, als die Funkenstrecke um etwa 16° gegen den Bücherhaufen gedreht wurde.

Aehnlich wirkte ein 800 kg schwerer Block von Asphalt D von 1,4 m Länge, 0,6 m Höhe und 0,4 m Breite, der in ähnlicher Lage dem Apparate genähert wurde, so dass die Platten A und A' auf ihm auflagen, ebenso auch ein Block von künstlichem Pech, welche Substanzen indess von Mineralbestandtheilen und Kohle nicht frei waren. Dann war der Funken im höchsten Punkte des Kreises stärker als im tiefsten, dem Asphalt zu liegenden. Die Nullpunkte erschienen nach unten, gegen den Isolator um etwa 23° gedreht, ohne dass die Funken ganz verschwanden. In den früheren Nullpunkten erschienen lebhafte Funken.

Lagen die Platten A und A' auf dem Asphaltblock auf, so änderte sich die Schwingungsdauer von AA'; die Schwingungsdauer von B musste ebenfalls etwas vergrössert werden, wenn die Länge der Funken im Maximum sein sollte.

Bei Entfernung des Apparates vom Asphaltblock nahm seine Wirkung stetig ab, ohne eine qualitative Aenderung der Erscheinung.

Der Isolator wirkt also wie ein Leiter von kleiner Schwingungsdauer. — So lässt sich auch seine Wirkung durch einen von oben genäherten Leiter C compensiren und zwar geschah dies, wenn der Leiter etwas weiter entfernt war, als der Isolator.

Lagen die Platten A und A' mit ihrer Vorderkante in der vorderen Begrenzungsebene des Blockes, so betrug die Drehung der Nullpunkte 31°, wurde der Apparat nach vorn gezogen, dass seine Mittellinie rs in die Vorderfläche des Blockes fiel, um 20°. Bei Pech betrugen die Drehungen 21 und 13°, bei einem Papierblock von 70 cm Länge, 35 cm Höhe, 20 cm Breite bezw. 8°, bei einem ebenso grossen getrockneten Holzblock 16°, bei einem Schwefelblock 13 bis 14°, bei einem Paraffinblock 7°, über einem ebenso grossen Kasten voll Petroleum 7°, über dem leeren Kasten 2°, über einem trockenen Sandsteinpfeiler 20°.

662 Eintreten elektrischer Schwingungen in Leiter durch die Luft.

Wenn ein primärer Leiter bei sehr schnellen Schwingungen durch die Luft hindurch auf einen secundären Leiter wirkt, so kann die Wirkung nur von aussen von Punkt zu Punkt zu letzterem gelangen und nur von aussen in ihn eindringen.

Hat der secundäre Leiter eine Lage, dass Funken von 5 bis 6 mm in ihm überschlagen, so hören sie auf, wenn er mit einem geschlossenen Kasten von Blech umgeben wird, und ebenso auch bei Umgebung des primären Leiters.

Je dünner die Hülle gemacht wird, besteht sie also z. B. aus Goldpapier, dessen Ränder einander berühren, und umhüllt die secundären Leiter möglichst eng, oder besteht sie aus einem Drahtnetz, so zeigen sich zwischen ihren Polen Funken, nicht aber im eingeschlossenen secundären Leiter. Auch kann die Hülle denselben ohne Schaden an einzelnen Punkten berühren.

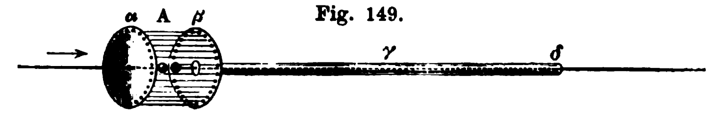
Aehnlich müsste die Oberflächenschicht des Drahtes wirken, da noch die Ströme in ihr zusammengedrängt wären.

Demnach wäre anzunehmen, dass die elektrischen Schwingungen sich nicht sowohl im Leiter als in der äusseren Umgebung fortpflanzen.

663 So wurde[1]) ein 4 m langes Drahtstück der Leitung durch zwei 10 cm breite, flach an einander gelegte, an den Enden fest mit einander verbundene Zinkstreifen ersetzt, zwischen die in der Mittellinie ein mit Guttapercha überzogener Kupferdraht frei oder mit den Enden der Zinkstreifen verlöthet gelegt wurde. Derselbe ist in der Mitte durchschnitten und seine Enden daselbst um einander gewunden aus dem Zwischenraum der Zinkstreifen zu einer feinen Funkenstrecke geführt. Die äusseren Enden des Kupferdrahtes waren isolirt oder auch mit den Enden der Zinkstreifen verlöthet. Beim Durchleiten möglichst kräftiger Wellen durch die ganze Vorrichtung erscheinen keine Funken, wohl aber, als der Kupferdraht auf einige Centimeter über den Rand der Zinkbleche herausgezogen war. Umwickeln des Drahtes an dieser Stelle mit einem mit den Zinkblechen verbundenen Stanniolblatt liess sie sofort wieder verschwinden. Der Kupferdraht wird dadurch in das Innere gebracht.

664 Ferner[2]) wurde ein 1,5 m langer, sehr dicker Kupferdraht in die die elektrischen Wellen führende Leitung eingeschaltet, an dessen einem Ende eine Funkenstrecke eingefügt war (Fig. 149). Dieselbe befand sich zwischen

Fig. 149.



zwei conaxialen Holzscheiben α und β. Wurden die Löcher in den Rändern derselben nach einander durch 1 bis 24 dünne Kupferdrähte verbunden, so sank die Länge der Funken von 6 mm bis zum Verschwin-

[1]) Hertz, Wied. Ann. 37, 395, 1889; Abhandl. Nr. 10, S. 170 — [2]) Ibid. S. 176.

den, obgleich der Widerstand des mittleren Drahtes viel kleiner war, als der der umgebenden Drähte. Wird zu der Trommel mit den Drähten eine Nebenschliessung hergestellt, welche dem Widerstande des inneren Drahtes gleich ist, so entstehen in ersterer Funken, im letzteren nicht.

Dann wurde bei kurzer Funkenbahn Scheibe α mit dem Mitteldraht leitend verbunden und die nunmehr vom Draht isolirte Scheibe mit einem dünnen Metallrohr, welches, vom Mitteldrahte isolirt, ihn auf der ganzen Länge von 1,5 m umgab und am Ende δ mit dem Drahte verbunden war. Es zeigt der Draht keine Funken, gleichviel in welcher Richtung die Wellen durch den Draht gehen, auch nicht bei ganz dünnen Röhren von Schaumgold.

Auch bei Einschaltung der Drahtleitung in den einen Zweig des primären Leiters ergeben sich dieselben Resultate.

Schnelle elektrische Schwingungen können demnach eine geschlossene Metallhülle von einiger Dicke nicht durchdringen. Solche Schwingungen können also im Inneren geschlossener Metallhüllen keine Funken erregen. Treten dieselben in einem inneren Leiter auf, so müssen sie durch Oeffnungen in der äusseren Hülle hindurch.

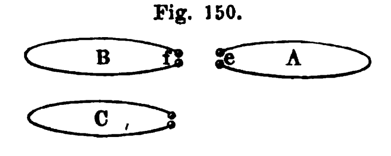
665 Der Mitteldraht wurde auch durch die Axe einer 5 m langen, 30 cm weiten, aus 24 Kupferdrähten gebildeten Röhre geleitet, welche durch sieben äquidistante Drahtringe gehalten wurden. Ein Resonator, welcher mit den 3 m langen Wellen im Einklang war, wurde in die Röhre eingeführt. Er bestand aus einer Spirale von 125 Windungen von 1 cm Durchmesser von 1 mm dickem Kupferdraht, welcher zu einem Kreise von 12 cm Durchmesser zusammengebogen war, so dass der Mitteldraht durch seine Ebene ging und die Funkenstrecke dem einen oder anderen Ende der Röhre zugewandt war (nicht gerade nach innen oder aussen). Es erschienen lebhafte Funken. Wurden die Enden der Röhre durch vier kreuzweise gespannte Drähte mit dem Mitteldraht verbunden, so erschien im Inneren auch nicht die Spur von Funken. Wurde der Verschluss am einen Ende fortgenommen, so waren Funken an dem noch verschlossenen Ende nicht wahrzunehmen, woselbst in Folge der Verbindung zwischen Draht und Hülle keine elektrische Kraft wirkt, also ein Knoten vorhanden ist; sie werden in 1,5 m Entfernung sehr lebhaft, erlöschen in 3 m Entfernung wieder, und nehmen bis zum Ende der Röhre wieder zu.

666 Schon §. 228, 237 u. flgde. haben wir den Einfluss von geschlossenen Metallspiralen oder Blechen auf den Verlauf der beim Aendern der Stromstärke in einem inducirenden Stromkreise in einer secundären Leitung inducirten Ströme erwähnt. Die Induction wird verzögert, die in der Zeiteinheit inducirte elektromotorische Kraft nimmt ab. Aehnliche Erscheinungen zeigen sich, wenn die Induction durch sehr schnelle elektrische Schwingungen geschieht.

Derartige Versuche hat J. J. Thomson[1]) angestellt.

A, *B*, *C* seien drei Spiralen, *B* und *C* von nahe gleichen Dimensionen. *A* und *B* sind durch feste Kugelpaare *e* und *f* unterbrochen, die Kugeln von *C* lassen sich durch eine Ebonitschraube in einem Rahmen sehr nahe an einander schrauben. *B* und *C* ruhen auf lackirten Glasplatten in einem Gestell, so dass ihr Abstand geändert werden kann. *A* ist mit einem Inductorium mit langsamem Quecksilberunterbrecher von 12 bis 15 cm Funkenlänge verbunden. Die Unterbrechung geschieht alle paar Secunden. Dann gehen jedesmal Funken bei *e* und *f* über, in *B* bilden sich elektrische Schwingungen, welche Ströme in *C* erzeugen, die sich durch kleine helle Funken kund geben.

Fig. 150.



Wird eine leitende Platte zwischen *B* und *C* gelegt, so nimmt die Induction und somit die inducirte elektromotorische Kraft zwischen ihnen ab, um so mehr, je schneller der primäre Strom *A* umgekehrt wird. Die elektromotorische Kraft ist, wenn h die Dicke, σ die specifische Leitfähigkeit der Platte ist, im Verhältniss von $1 : \sigma / h$ vermindert.

Es wurden Hertz'sche Schwingungen von etwa 10^8 Wechseln in der Secunde verwendet, wobei der inducirte und der inducirende Leiter in Resonanz waren.

Die dünnste Metallschicht erweist sich hierbei als undurchlässig gegen die elektrodynamischen Wellen. Eine dicke Ebonitplatte bringt dagegen gar keine Veränderung hervor, obschon sie gegen Licht, d. h. gegen Wellen von etwa 10^{-15} Sec. Schwingungsdauer, vollkommen undurchlässig ist.

Bringt man eine Schicht Schwefelsäure in einem Glastroge zwischen die Spiralen, so entsteht bei ganz geringer Dicke der Schicht keine merkliche Wirkung. Giesst man Säure zu, so werden die Funken schwächer, und sie erlöschen, wenn die Säureschicht eine Dicke von 3 bis 4 mm erreicht hat. Setzt man diese Dicke für H_2SO_4 (1,175 spec. Gew.) = 1, so ist sie für Lösung von NH_4Cl (1,072 spec. Gew.) = 1,53, von $NaCl$ (1,185) = 2,55, von KCl (1,155) = 3,0, von NH_4NO_3 (1,175) = 1,8 und von K_2CO_3 (1,280) = 3,2. Diese Zahlen stimmen ungefähr mit dem Verhältniss der Widerstände bei stetigen Strömen. Auch eine Vergleichung der Schwefelsäureschicht mit einer dünnen Graphitschicht gab dasselbe Widerstandsverhältniss wie für stetige Ströme.

Da die Elektrolyte durchsichtig sind, also für 10^{15} Stromwechsel sich als Isolatoren verhalten, während sie bei 10^8 Stromwechseln ebenso gut wie bei stetigen Strömen leiten, schliesst J. J. Thomson, dass der Molecularprocess bei der elektrolytischen Leitung zwischen 10^{-8} und 10^{-15} Secunden in Anspruch nimmt (siehe die Theorie von Maxwell).

---

[1]) J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc. **45**, 269, 1889; Beibl. **13**, 727.

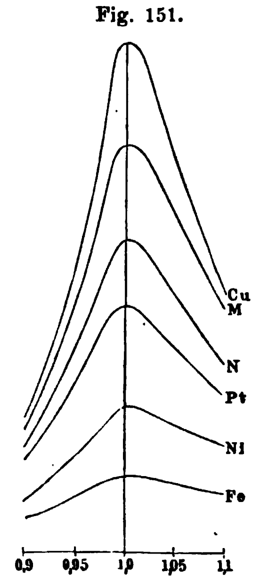
Eine Schicht verdünnten Gases erwies sich als vollständig durchlässig für die elektrodynamischen Wellen; das Vacuum kann also nicht (wie nach Edlund's Theorie, s. w. u.) ein guter Leiter sein.

667 Nach Garbasso[1]) ist die Absorption Hertz'scher Wellen durch chemisch niedergeschlagene Silberschichten von derselben Grössenordnung wie für Lichtstrahlen. In einer Silberschicht, bei deren Bereitung die Flüssigkeit bewegt wurde und die, wenn auch von beträchtlicher Dicke, einen bedeutenden Leitungswiderstand besass, ist dagegen die Absorption nur gering. Dieselbe dürfte aber wesentlich durch die Leitung bedingt sein, nicht, wie die Absorption des Lichtes, durch Mitschwingen bei Resonanz.

Wird zwischen einen bewegten und abwechselnd geladenen und entladenen Körper und ein Elektroskop ein mit einer dünnen Silberschicht bedecktes Glasgefäss gestellt, so schützt dasselbe nach Lodge[2]) in ähnlicher Weise nur so lange, als es undurchsichtig ist, nicht mehr, wenn der Niederschlag durchsichtig ist.

668 Die Einschaltung von grossen Widerständen und Eisendrähten hat nach Hertz[3]) sehr wenig Einfluss auf die Resonanz, also auf die secundären Funken; die Wellen dringen scheinbar nicht in die Metalle. Insbesondere das Eisen und sein Magnetismus scheint den sehr schnellen Schwingungen nicht zu folgen. Indess lässt sich dies doch nach Bjerknes[4]) elektrometrisch nachweisen.

Fig. 151.



Der primäre Leiter besteht wie gewöhnlich aus zwei 30 cm grossen kreisförmigen Messingscheiben, welche durch einen conaxialen, durch Ausziehen von in einander passenden Messingröhren zwischen 74 und 138 cm zu verlängernden geraden Leiter verbunden sind. Seiner durch eine Funkenstrecke unterbrochenen Mitte lassen sich verschiedene kreisförmige Resonatorringe aus je 0,5 mm dicken, 120 cm langen Drähten von Kupfer, Messing, Neusilber, Platin, Nickel und Eisen gegenüberstellen, in welche auf der dem primären Leiter abgewendeten Seite ein Elektrometer eingeschlossen war. Die Elektrometerausschläge wurden bei fünf Längen des Primärleiters, und danach die entsprechenden fünf Schwingungsdauern der Secundärleiter untersucht, wobei die des Kupferleiters

[1]) Garbasso, Rend. R. Accad. dei Lincei [5] 3 [1], 321, 1894; Beibl. 18, 872. — [2]) Lodge, Rep. Brit. Assoc. Newcastle 1889; Beibl. 16, 382, 510. — [3]) Hertz, Untersuchungen, S. 50. Wied. Ann. 31, 421, 1887. — [4]) Bjerknes, Wied. Ann. 47, 69, 1892.

bei der besten Resonanz gleich Eins gesetzt ist. Die beste Resonanz trat ein, wenn dabei der Primärleiter die Länge 101 cm hatte. Diese Länge entsprach der ganzen (doppelten) Wellenlänge von 420 cm.

Die Abscissen der Curven, bei denen *M* Messing, *N* Neusilber bezeichnen, entsprechen den fünf Schwingungsdauern des primären Leiters, die Ordinaten den Elektrometerausschlägen. Hiernach sind die Anzahlen der Schwingungen, deren Wirkungen sich je addiren, in den verschiedenen Metallen der secundären Leiter sehr verschieden, bezw. die Dämpfungen in ihnen ebenfalls.

Dies wird noch dadurch bewiesen, dass, wenn man alle Curven für eine bestimmte Abscisse auf gleiche Höhe reducirt, die Curven vom Kupfer an bis zum Eisen sich immer weniger umbiegen.

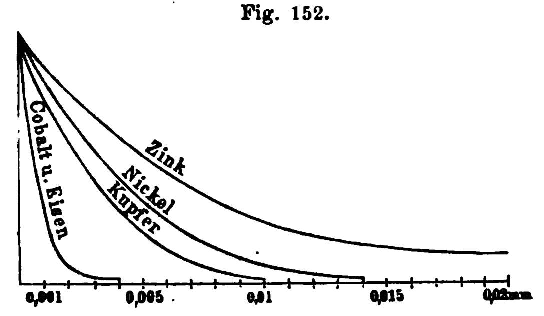
Die Metalle dämpfen also elektrische Schwingungen verschieden stark.

Mit Widerstand und Magnetisirbarkeit nimmt die Dämpfung in den Metallen zu.

Jedenfalls folgt entgegen der früheren Annahme von Hertz der magnetische Zustand des Eisens den Schwingungen und vermag sich mit denselben 100000mal in der Secunde umzukehren.

669 Mit demselben Primärleiter, einem genau auf Resonanz abgestimmten kreisförmigen, 125 cm langen, 0,5 mm dicken Draht als Secundärleiter und einem damit verbundenen Elektrometer (einem an einem Quarzfaden zwischen zwei kreisförmigen, 3 cm grossen Messingplatten hängenden Aluminiumblättchen) hat Bjerknes[1]) einen Versuch mit galvanisch mit Metallen überzogenen Drähten angestellt, wobei die Dicke des Ueberzuges durch Wägung bestimmt war.

Fig. 152.



Sie wurden mit einem Kupferdraht verglichen, der abwechselnd mit ihnen als Leitungsdraht an das Elektrometer geschaltet war. Die die Elektrometerausschläge bezeichnenden Curven werden bei wachsender Dicke der Oberflächenschicht immer niedriger, bis endlich eine grössere Dicke keinen Einfluss mehr hat. Die relativen Grenzwerthe der Elektrometerausschläge sind für

käuflichen Kupferdraht . . .	100	verkupferten Eisendraht . . .	106
„ Nickeldraht . . .	27,5	vernickelten Kupferdraht . .	38
„ Eisendraht . . .	13,4	vereisenten Kupferdraht . .	7,8

[1]) Bjerknes, Wied. Ann. 48, 592, 1893.

Aus den Elektrometerausschlägen als Function der Dicke der Oberflächenschicht kann man die Extinctionscoëfficienten der Metalle für elektrische Wellen berechnen, indem man zunächst die Dicken der Oberflächenschichten als Abscissen und dazu die Elektrometerausschläge als Ordinaten aufträgt und ausserdem die Asymptoten sämmtlicher Curven zieht. Die Differenzen der Ordinaten jeder Curve und ihrer Asymptote werden auf eine gemeinschaftliche Höhe für die Abscisse $x = 0$ reducirt. So ersieht man aus Fig. 152 (a. v. S.), dass Eisen und Kobalt zusammen nur eine Curve haben. Diese Curven zeigen, dass, je schneller sie abfallen, desto grösser das Extinctionsvermögen der Oberflächenschicht ist und dasselbe mit dem Leitvermögen, sowie auch mit dem Magnetismus zunimmt.

Je kleiner die Schwingungsdauer der elektrischen Wellen, desto weniger dringen sie in die Metalle ein.

Auch wurden Eisendrähte galvanisch verkupfert. Die Elektrometerausschläge wachsen asymptotisch mit zunehmender Dicke der Verkupferung bis zu einer Dicke von 0,01 mm. Wenn Kupferdrähte mit Eisen überzogen wurden, zeigte schon eine Dicke von 0,0002 mm einen merklichen Einfluss und bei 0,003 mm verschwand bereits der Unterschied zwischen diesen Drähten und einem compacten Eisendrahte. Daraus folgt, dass die Ströme in magnetische Leiter weniger tief eindringen, als in nicht magnetische[1]).

670 Die Umgebung eines Drahtes mit einem anderen Medium ändert die Wellenlänge, so z. B. mit Petroleum. Alkohol und Ricinusöl leiten zu gut, da die elektrischen Schwingungen sich wesentlich an der Oberfläche desselben fortpflanzen. Um dies zu zeigen, wurden von Waitz[2]) die Abzweigungsdrähte vom Funkenmikrometer in eine der Länge nach durch eine Zinkwand getheilte Rinne von 8 m Länge, 7 cm Breite, 4 cm Höhe eingelegt, die Rinne mit der Flüssigkeit gefüllt und der Brückendraht bis zum Maximum der Funkenhelligkeit im Mikrometer verschoben. Ging auch der Brückendraht zum Theil nicht durch die isolirende Flüssigkeit, so traten die Funkenmaxima doch bei Verschiebung der Brücke in der Flüssigkeit um eine stehende Welle auf. Man maass also so die Wellenlänge. Auch zwei Messingdrahtspiralen von 110 Windungen und 9,9 m Drahtlänge wurden hierbei verwendet; ein starkes Messingblech, welches zwischen ihre Windungen geklemmt war, diente als Brücke. So verhielten sich bei verschiedenen Versuchen die Wellenlängen in Luft und Petroleum wie 1,40 : 1. Dieses Verhältniss entspricht nahezu dem des optischen Brechungsquotienten (für die Linie D 1,437).

671 Die Dimension der Dielektricitätsconstante (D) ist ($L^{-2}T^2$). Da die Zeiteinheit beliebig gewählt werden kann, muss die von den Grössen-

---

[1]) Bjerknes, Compt. rend. 115, 725, 1892; Beibl. 17, 597. — [2]) Waitz, Wied. Ann. 41, 444, 1890.

verhältnissen des Apparates und der Natur des isolirenden Mittels, bezw. der Dielektricitätsconstante D desselben abhängige Wellenlänge von D unabhängig sein, also bei demselben Apparat unverändert bleiben, wenn der Körper vollständig von verschiedenen Dielektricis umgeben ist.

Dies hat Blondlot[1]) bewiesen, indem er zuerst nur die Condensatoren der Primärschwingung seines Apparates mit Terpentinöl oder Ricinusöl umgab. Der zwischen ihnen aufgestellte Resonator zeigte eine Verschiebung der Knoten, bezw. eine Aenderung der Wellenlänge von $\lambda = 14{,}8$ bis $\lambda = 25$ m. Wurden nun auch die Leitungsdrähte mit dem Oel umgeben, so rückten die Knoten auf dieselbe Stelle, wie in der Luft.

Auch als der Condensator in einem Trog mit Wasser bis zum Gefrieren des Wassers abgekühlt wurde, fiel die Wellenlänge von 141 auf 100. Wurden aber die langen Drähte hinter dem Resonator in ähnlicher Weise in einem langen Holztrog durch Gefrieren des darin enthaltenen Wassers mit Eis umgeben, so war wiederum wie oben die Brücke an die frühere Stelle in der Luft zu setzen.

c) Bestimmung der Dielektricitätsconstanten.

672 Die Bestimmung der Dielektricitätsconstanten kann einmal auf elektrostatischem Wege nach den Bd. II, §. 32 u. flgd. erwähnten Methoden[2]) geschehen, sodann aber durch elektrische Schwingungen.

Wir haben schon Bd. II, §. 75 u. 97 angeführt, dass Lecher[3]) die Dielektricitätsconstante bei schnellen Schwingungen grösser fand, während J. J. Thomson und Blondlot (§. 96 bis 99) das Gegentheil beobachteten. Eine Entscheidung hierüber ist noch abzuwarten. Jedenfalls hat die Bestimmung mit schnellen Oscillationen den Vortheil, dass langsam sich bildende Rückstände in der kurzen Zeit des Verlaufes der Schwingungen sich nicht ansammeln und die Ladung des Dielektricums beeinflussen können. Ferner ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwingungen von der Leitfähigkeit bis zu einer gewissen Grösse derselben unabhängig, so dass die Messung auch bei nicht allzu schlecht leitenden Substanzen, wie z. B. Wasser, möglich ist.

Wir führen im Folgenden die Beobachtungen mit Hülfe elektrischer Schwingungen an.

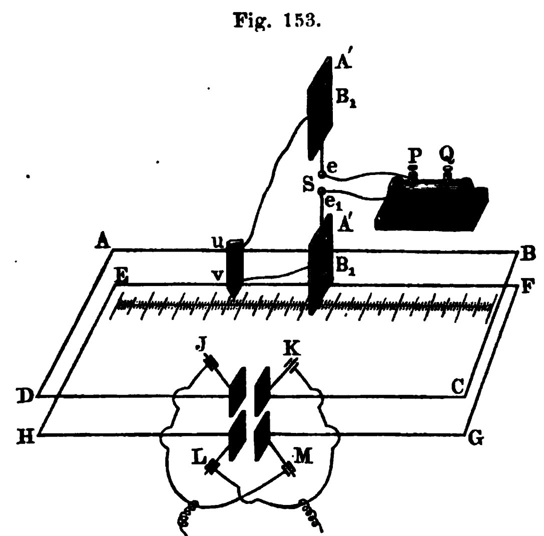
673 Methode von Arons und Rubens[4]). Von den Polen eines Inductoriums führen Drähte zu der Funkenstrecke S des primären Leiters, bestehend aus zwei 15 cm langen, verticalen und coaxialen,

---

[1]) Blondlot, Compt. rend. **115**, 225, 1892; **119**, 595, 1894; Beibl. **17**, 971; **19**, 198. — [2]) Wir fügen diesen Methoden noch eine neuerdings von Nernst empfohlene mit der Wheatstone'schen Drahtcombination bei. — [3]) Lecher, Wied. Ann. **42**, 142, 1891. — [4]) Arons und Rubens, Wied. Ann. **42**, 581, 1891.

an den gegenüberliegenden Stellen in Platinkugeln endenden Messingstäben $e e_1$, die an der anderen Seite quadratische Bleche A' von 40 cm Seite (Fig. 153) tragen. Ihnen gegenüber sind in 3 bis 4 mm Abstand zwei kleine Blechplatten B_1 von 8 cm Seite angebracht, von denen dünne Drähte zu zwei an einem verticalen Holzstabe *uv* fest mit einander verbundenen, auf den einen Längsseiten zweier Drahtvierecke, *ABCD* und *EFGH* schleifenden Metallcontacten führte, deren Lage an einer Millimeterscala abgelesen wurde. Die Drahtvierecke lagen im Abstand von 8 cm vertical über einander. Ihre anderen Längsseiten waren in der Mitte zerschnitten und daselbst, statt mit einem Funkenmikrometer, je mit zwei kleinen parallelen Metallplatten versehen, die mit Leydener Flaschen verbunden waren, deren äussere Belegungen über Kreuz mit einander durch Drähte communicirten. Letztere waren mit den Klemmen eines Bolometers verbunden [1]) (s. §. 556).

Fig. 153.



Auch wurden die kurzen Seiten der Vierecke durch längere Drahtbögen oder Blechstreifen ersetzt, um die Capacitäten zu ändern. Dieselben wurden durch Messung der Widerstände, Kochsalzlösungen in einem grossen Glastrog, bestimmt [2]), denen sie umgekehrt proportional sind.

Statt der einen Schmalseite des Doppelviereckes wurden gerade oder zickzackförmige Drähte eingefügt, welche durch einen 18 cm langen, 13 cm breiten, 14 cm hohen Blechkasten, mittelst Gummistopfen isolirt, hindurchgingen. Aussen gingen die Drähte geradlinig weiter.

Ist d die Länge der ausgeschalteten Seite des Drahtvierecks, k die Länge des Drahtes ausserhalb des Kastens, D_g und D_k die scheinbare Länge des geraden und zickzackförmigen Drahtes, die Länge in demselben, p_0 die Lage des Indifferenzpunktes, so sind von diesem an die Längen l bis zu den Endplatten gleich. Bei Einführung des geraden Drahtes verschiebe sich der Indifferenzpunkt auf p_1, dann ist:

---

[1]) Grimaldi (Rend. Lincei 7, 2, 125, 1891; Beibl. 16, 382) verwendet bei diesen Versuchen nach Bartoniek (Ungar. math. und naturw. Berichte 7, 211, 1890; Beibl. 14, 654) statt des Bolometers eine Glühlampe mit gebrochenem Kohlenfaden. — [2]) Siehe Cohn und Arons, Wied. Elektr. [4] 2, 92.

$$l - d + k + D_g - (p_1 - p_0) = l + (p_1 - p_0)$$

oder

$$D_g = 2(p_1 - p_0) + (d - k)$$

und für den Zickzackdraht, bei dem p_1 in p_2 übergeht:

$$D_k = 2(p_2 - p_0) \pm (d - k).$$

Wird der Kasten ganz mit einer Flüssigkeit vom elektrischen Brechungsexponenten n gefüllt, so sei die Lage des Indifferenzpunktes in beiden Fällen p_3 und p_4 und es wird:

$$n D_g = 2(p_3 - p_0) + (d - k),$$
$$n D_k = 2(p_4 - p_0) + (d - k),$$

also

$$n = \frac{p_4 - p_3}{p_2 - p_1}.$$

So ergiebt sich der Brechungsindex für

	Olivenöl	Xylol	Petroleum
n	1,71	1,50	1,40
$\sqrt{K}$	1,75	1,53	1,44

Den Werthen n sind die Wurzeln $\sqrt{K}$ der von Arons und Rubens und nach der Methode von Schiller gemessenen Dielektricitätsconstanten beigefügt.

674 Der Blechkasten[1]) wurde ferner mit geschmolzenem und dann erstarrtem Paraffin bezw. mit horizontalen Glasplatten von 7,5 oder 2 mm Dicke gefüllt. Um den Luftraum an den Drähten zu beschränken, waren sie dünner genommen.

Nach der oben erwähnten Methode ergab sich für

Luft	K	$\sqrt{K}$	n ($\lambda = 6$ m)	n ($\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ m)
Paraffin flüssig	1,98	1,41	1,47	1,48
„ erstarrend	2,08	1,44	1,48	—
„ fest	1,95	1,40	1,43	1,53
Glas I	5,37	2,32	2,33	1,51
Glas II	5,90	2,43	2,49	1,53

675 Bei den Methoden von Hertz[2]), später J. J. Thomson[3]), in der Modification von Arons und Rubens und auch von Lecher ist übrigens die relative Lage des mit der Flüssigkeit umgebenen Drahtstückes gegen die Knoten und Bäuche nicht gleichgültig. Die Beobachtungsresultate stimmen mit der Beziehung von Maxwell um so mehr, je näher die untersuchte Strecke der Welle an einem Schwingungsknoten liegt.

---

[1]) Arons und Rubens, Wied. Ann. 44, 206, 1891. — [2]) H. Hertz, Wied. Ann. 31, 421, 1887. — [3]) J. J. Thomson, Phil. Mag. [5] 30, 129, 1890.

So kann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft und in verschiedenen Dielektricis also nicht verglichen werden[1]).

676 Thwing[2]) wendet eine von Hertz vorgeschlagene Methode an. Er verbindet ein Inductorium R mittlerer Grösse (Fig. 154) mit dem Schliessungskreise Ap, einem Quadrat von 60 cm Seite, welchem ein secundärer Leiter As von derselben Grösse gegenübersteht. In jedem befindet sich ein Condensator. Der erste Cp besteht aus zwei kreisförmigen Zinkplatten von 40 cm Durchmesser, deren eine fest, deren andere auf zwei dicken Glasstäben senkrecht zu sich selbst um eine an einer Millimeterscala bis auf 0,1 mm messbare Grösse verschoben werden kann. Im secundären Kreise befindet sich ein Condensator Cs von R. Kohlrausch von berechneter Capacität. Ausserdem ist im secundären Kreise ein Elektrodynamometer nach Hertz (Fig. 155) zur Messung der Schwingungen. Dasselbe besteht aus einem verticalen Stahldraht cd von 0,86 mm Durchmesser, an dem ein Spiegel befestigt ist, welcher das Bild einer Flamme auf einer Scala entwirft. Der Draht cd ist durch zwei dünne verticale Stahldrähte cf und de von 0,25 mm Durchmesser und 0,25 mm Länge gespannt erhalten.

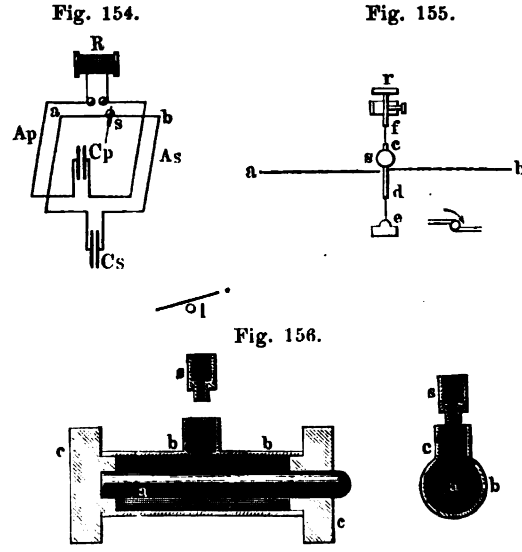


Fig. 154. Fig. 155. Fig. 156.

Für alle Abstände der Platten des primären Condensators wurden die entsprechenden Abstände der Platten des secundären Condensators gemessen, wobei ein maximaler Ausschlag des Flammenbildes auftritt.

Der für die zu untersuchenden Flüssigkeiten angewandte Condensator, Fig. 156, besteht aus einem zwischen zwei conaxialen Metallcylindern a und b befindlichen Raum, in welchem alle Kraftlinien geradlinig sind. Dabei war die Capacität der Enden des Condensators zu subtrahiren. Es wurden für Körper von sehr verschiedenen Dielektricitätsconstanten und drei Condensatoren von 1, 2, 4 cm Länge und den Volumen 1,55, 2,45, 3,37 qcm verwendet, je nach der Grösse der Dielektricitätsconstanten K. Dieselben sind bei 15° für feste Körper:

---

[1]) Waitz, Wied. Ann. **44**, 527, 1891. — [2]) Thwing, Zeitschr. f. phys. Chemie **14**, 286, 1894.

I.

Substanz	K	Substanz	Gemisch von	K
Paraffin	2,16	Eis bei — 5^0		2,85
	2,18	Cetylalkohol		6,42
Ebonit	2,71	Acetophenon		16,24
Eichenholz	2,93	Eisessig		2,79
Tannenholz	2,95	Sand	Aether	7,43
Papier	2,82	Kaliumchlorat	„	6,18
Porcellan	4,20	Kaliumcarbonat	„	5,62
Glas (Spiegel)	5,84	Kaliumsulfat	„	6,45
Sandstein	6,20	Kupfersulfat	„	5,46
Marmor (weiss)	6,13	Kupferoxyd	Alkohol	18,10
Marmor (schwarz)	6,15	Eisenoxyd	Aether	14,20
Kalkspath	7,40	Baryumnitrat	„	9,15
	7,34	Baryumsulfat	„	11,40
Steinsalz	5,81	Bleicarbonat	„	18,58
Gyps	5,61	Bleioxyd	Alkohol	25,90
Eis bei — 2^0	3,36	Bleisulfid	„	17,92
Rohrzucker	4,19	Rohrzucker	Aether	4,13

II.

Substanz	K	Substanz	K
Wasser	75,50	Aldehyd	18,55
Glycerin	56,20	Salicylaldehyd	19,21
Rohrzucker (in Wasser)	52,00	Propylaldehyd	14,41
Rohrzucker (in Alkohol)	55,00	Benzaldehyd	14,48
Methylalkohol	34,05	Valeraldehyd	11,76
Aethylalkohol	25,02	Cuminaldehyd	10,68
Propylalkohol	20,45	Chloral	5,47
Isopropylalkohol	19,82	Aceton	21,85
Amylalkohol	14,62	Methyläthylketon	18,44
Allylalkohol	21,60	Acetylchlorid	25,30
Weinsäure	35,90	Methylpropylketon	16,75
Ameisensäure	62,00	Acetophenon	16,24
Milchsäure	20,90	Dipropylketon	12,44
Essigsäure	10,30	Methylhexylketon	10,42
Propionsäure	5,50	Nitrobenzol	32,19
Buttersäure	3,16	Nitromethan	56,36
Valeriansäure	3,06	Nitrotoluol	26,58
Kreosot	11,75	Aethylnitrat	17,72
Toluol	2,37	Aethyläther	4,27
Terpentin	2,28	Chloroform	3,95
Schwefelkohlenstoff	2,50	Bromoform	7,42

Der Unterschied zwischen Eis und Wasser ist also sehr bedeutend.

Ferner wurden bestimmt die Dielektricitätsconstanten für Gemische von Wasser mit Aethyl-, Methyl- und Propylalkohol, von Aethyl- mit Methylalkohol, von Wasser mit Glycerin und Essigsäure.

Beim Wasser steigt die Dielektricitätsconstante von 0 bis 4^0 von 79,46 bis 85,2 und sinkt bis 88^0 auf 57,90.

Wurden die Werthe K aus den Werthen K_1 und K_2 u. s. f. für die Elemente oder Atomgruppen, aus denen die Substanzen bestehen, der Dichte δ und dem Moleculargewicht M der Substanz nach der Formel:

$$K = \frac{\delta}{M}(a_1 K_1 + a_2 K_2 + \cdots)$$

berechnet, so schienen bei Substanzen, die keine besonderen Atomgruppen enthalten, die Dielektricitätsconstanten der Elemente gleich dem Producte der des Wasserstoffs mit dem Moleculargewichte des Elementes zu sein, so dass $K_H = 2{,}6$; $K_c = 12 \times 2{,}6$; $K_0 = 16 \times 26$; $K_x = M_x \times 2{,}6$ ist, dann aber folgt für bestimmte Atomgruppen $K_{(OH)} = 1356$; $K_{(CO)} = 1520$; $K_{(COH)} = 970$; $K_{(NO_2)} = 3090$; $K_{(CH_2)} = 41{,}6$; $K_{(CH_3)} = 46{,}8$; $K_s = 32/2 \times 2{,}6$.

677 Für Wellenlängen von 5 bis 75 m hat Mazzotto[1]) die Dielektricitätsconstanten einiger Substanzen nach der Lecher'schen Methode bestimmt.

Für jede Stellung der Brücke wurde die Wellenlänge der Hauptschwingung bei freien Enden der Secundärdrähte bestimmt. Dann wurden letztere mit einem Condensator verbunden und seine Capacität erst mit Luft, dann mit den Dielektricis als Zwischenmedium, sowohl mittelst der Formel von Cohn und Heerwagen, als auch durch Vergleichung mit einem Luftcondensator mit beweglicher Platte, dessen Capacität berechnet war, bestimmt. Es ergab sich die Dielektricitätsconstante K für

Petroleum	Schwefel	Olivenöl	Paraffin	Spiegelglas
2,11	2,65	2,87	1,68	3,76

Für Petroleum und Paraffin zeigt sich keine Aenderung mit der Wellenlänge, bei Olivenöl wächst K damit und nähert sich dem nach der statischen Methode erhaltenen Werthe von Hopkinson 3,16.

678 Bei einer anderen Versuchsreihe von Mazzotto[2]) gehen die Lecher'schen Drähte durch einen langen Kasten, der mit dem Dielektricum gefüllt ist, und sind an der Ein- und Austrittsstelle mit Brücken verbunden, während in der Mitte ein Schwingungsbauch ist, dessen Existenz nach der §. 575 erwähnten Methode constatirt wird.

Im Dielektricum ist also eine halbe Welle. Eine dritte Brücke hinter dem Dielektricum misst die Wellenlänge in der Luft. Um die

---

[1]) Mazzotto, Rend. Lincei [5] 4 [1], 240; Nuovo Cimento 1, 308, 1895; Beibl. 19, 645. — [2]) Mazzotto, Nuovo Cimento [4] 2, 296, 1895; Beibl. 20, 392.

Länge der erregenden Welle zu ändern, werden am entsprechenden Punkte der Secundärdrähte zwischen der Platte und der ersten Brücke gleich lange Drähte gehängt und die völlige Resonanz zwischen der erregenden Welle und der im Dielektricum durch Veränderung der Aufhängestelle erreicht.

Im Allgemeinen finden sich die Brechungsexponenten für

Petroleum	1,495	Schwefel, fest	2,087
Olivenöl	1,758	Schwefel, flüssig	2,015
Paraffin, fest	1,529	Schwefelblumen	1,450
Paraffin, flüssig	1,497	Fensterglas	1,829
Kolophonium, fest	1,658	Spiegelglas	1,874
Kolophonium, flüssig . . etwa	1,658	Terpentinöl	1,638

679 Nach der Lecher'schen Methode mit denselben Dimensionen wie bei Bjerknes[1]) machte Udny Yule[2]) Bestimmungen mit einem Quadrantelektrometer. Die Drähte waren vertical durch den Boden von Glasgefässen geführt, welche mit verdünnten Kupfersulfatlösungen gefüllt waren. Die Curven weichen von den logarithmischen ab. Bei Füllung mit Wasser, Zinksulfatlösung und verdünntem Alkohol ergab sich, dass Zusatz an Salz die Dielektricitätsconstante wenig ändert. Sie ist für

Wasser	1 Proc. $ZnSO_4$	2 Proc. $ZnSO_4$	95 Proc. Alkohol
69,5	72,0	74,9	26,7

680 Pérot[3]) verwendet den Apparat von Blondlot (§. 552). Er misst die Wellenlängen, während die Platten des Condensators in die Flüssigkeit tauchen, und erhält folgende Werthe der Dielektricitätsconstanten K bei den Ladungszeiten T

	Terpentin	9 Harz, 1 Wachs flüssig	9 Harz, 1 Wachs weich	9 Harz, 1 Wachs kalt	Glas von St. Gobain
K	2,25	2,137	2,126	2,071	2,71 bis 6,34
T			$4 \cdot 10^{-8}$		$72 \cdot 10^{-10}$ bis $880 \cdot 10^{-10}$ Sec.

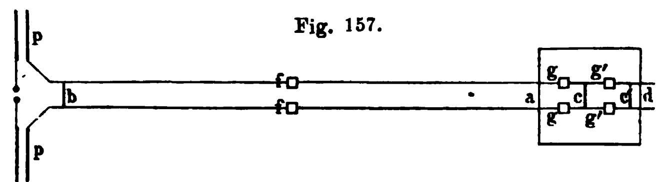
681 Zur Bestimmung der Dielektricitätsconstante des Wassers verwendet Cohn[4]) die Lecher'sche Drahtcombination, die ähnlich wie im §. 556 mit einem Bolometer verbunden ist.

Ein Paar kleine, mit einem Bolometer verbundene Leydener Flaschen f (Fig. 157 a. f. S.) verschieben sich in der Luft auf den secundären Drähten, ein anderes Paar g innerhalb einer 66 cm langen, 39 cm breiten, 20 cm hoch mit Wasser gefüllten Steingutwanne. Zuerst wird hart an der Vorderwand des Troges in dem Wasser ein kurzer

[1]) Bjerknes, Wied. Ann. 44, 73, 1891. — [2]) Udny Jule, Wied. Ann. 50, 742, 1893; die Theorie siehe Phil. Mag. [5] 309, 1895. Frühere Versuche von J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc. 45, 269, 1889. — [3]) Pérot, Compt. rend. 115, 38, 165, 1892; Beibl. 17, 576. — [4]) Cohn, Wied. Ann. 45, 370, 1892.

Draht a als Brücke angebracht und eine Stelle der Drähte nahe dem primären Leiter aufgesucht, bei deren Ueberbrückung b das Bolometer f das Maximum der Energie zeigt. Dann sind die Theile des secundären Leiters zwischen b und dem Oscillator und zwischen b und a in Resonanz. Darauf werden die Flaschen g mit dem Bolometer verbunden und eine dritte Brücke in der Flüssigkeit so bei c angebracht, während a und b an ihrer Stelle bleiben, dass die Flaschen gg die grösste Energie

Fig. 157.



anzeigen. Dann sind auch ba und ac in Resonanz. Darauf wird Brücke c gegen d hin verschoben, während gg an ihrer Stelle bleiben oder nach $g'g'$ geschoben werden und eine neue Stelle c' aufgesucht, für welche gg ein Maximum ergiebt. Nun ist ac' mit ba in Resonanz, und zwar mit der Octave, cc' misst direct die Wellenlänge im Wasser frei von den Endcorrectionen, die gleich $cc' - ac$ sind.

Die Beobachtungen ergeben für Schwingungen von etwa 100 Millionen in der Secunde den Brechungsindex des destillirten Wasser 8,6 bis 17°. Die Dielektricitätsconstante ist danach 73,5. Bei Kochsalzlösungen wächst die Dielektricitätsconstante sehr langsam mit wachsendem Salzgehalt, etwa vom destillirten Wasser bis zur concentrirten Lösung um etwa 7 Proc.

Der Brechungsexponent des destillirten Wassers sinkt von 9° bis 35° C. um etwa 7 Proc.

Das würde mit der Formel von Lorentz $(n^2 - 1)/d(n^2 + 1) = const$ stimmen, nicht aber mit den Formeln $(n^2 - 1)/d = const$ und $(n - 1)/d = const$.

682 Cohn und Zeeman[1]) haben ebenfalls den elektrischen Brechungsindex des Wassers untersucht. Die Leitfähigkeit desselben war 5 bis $10 . 10^{-10}$. Die Methode war im Wesentlichen die §. 681 beschriebene von Lecher, wobei das erste Stück des secundären Leiters bis zu den Paralleldrähten eine dem primären Leiter congruente Form erhält, und unmittelbar vor den Drähten durch eine Brücke b abgeschlossen ist. Die 0,2 cm dicken Paralleldrähte gingen durch die §. 681 erwähnte Wanne 10 cm über dem Boden in 7 cm Abstand von einander. Die Wanne war bis zu 18, 22, 28,5 cm über dem Boden mit Wasser gefüllt. Die Lage der Eintrittsstelle der Drähte in die Wanne wird durch Resonanz bestimmt. Die Wanne war am äussersten Ende mit einem Bolometer verbunden. Eine Brücke c wird im Kasten ver-

[1]) Cohn und Zeeman, Wied. Ann. 57, 15, 1896.

schoben. Die maximale Energieabgabe an das Bolometer erfolgt, wie oben, wenn *ba* mit *ac* in Resonanz ist, wenn zwischen *c* und dem Bolometer keine Reflexionen stattfinden. Dies kann einmal am Bolometer geschehen. Um dies zu vermeiden, wird dasselbe mit einer Metallhülle umgeben. Die Reflexionen bei den Durchgangsstellen *ee* der Drähte durch dieselbe werden nach Bjerknes durch Einschaltung bis zu 100 m langer Drahtstrecken zwischen *c* und das Bolometer vermieden. Dann finden Reflexionen beim Austritt der Wellen bei *d* aus dem Wasser statt. Um die Störungen zu beseitigen, sind halbe Wellenlängen *ab*, welche für *ad* bezw. $\frac{2n-1}{2}$ halbe Wellenlänge ergeben würden, zu vermeiden.

Die Versuche wurden mit und ohne Anwendung von Flaschen gemacht, welche aus 0,1 cm dicken, mit höchstens $1^1/_4$ Windungen aus 0,05 cm dickem Kupferdraht umwickelten, über die Drähte eng anschliessend gezogenen Glasröhren bestanden. Sie geben identische Resultate. Es ergiebt sich $n = 8{,}91$ für 17° C., wobei die Resultate unter verschiedenen Bedingungen sehr wenig verschieden sind. Zwischen den Schwingungszahlen 27 und $93 \,.\, 10^6$ ist keine Dispersion nachzuweisen.

683 Die Dielektricitätsconstante des Eises ist nach Blondlot[1]) $\sqrt{K} = \lambda'/\lambda = 1{,}41$, wo λ' und λ die Wellenlängen in Luft und in Eis sind, also $K = 2$.

Pérot[2]) fand $K = 2{,}04$.

684 Wir fügen hier noch den Bestimmungen der Dielektricitätsconstante, Bd. II, §. 32 u. flgde., und den vorstehend erwähnten andere mit verhältnissmässig langsamen Schwingungen bei.

Heerwagen[3]) prüft die Clausius-Mossotti'sche Formel $d(K+2)/(K-1) = D$, wo *d* die Dichte, *K* die Dielektricitätsconstante, *D* eine von der Temperatur unabhängige Constante ist. Indess trifft bei Wasser letzteres nicht zu. Nach der schon früher (Bd. II, §. 88) angewendeten Methode ergiebt sich:

$$\sqrt{K} = 8{,}9932 - 0{,}0201\,(t - 17^0).$$

Bei der Zimmertemperatur, etwa nahe 16°, stimmt der beobachtete Temperaturcoëfficient mit dem theoretischen überein.

685 Franke[4]) bediente sich im Wesentlichen der Methode von Cohn und Arons (Bd. II, §. 117 u. flgde.). Die Dielektricitätsconstante *K* des Wassers sinkt von etwa 2,5 bis 25°, von 90,68 bis 78,87. Sie ist für Essigsäure

---

[1]) Blondlot, Compt. rend. **119**, 595, 1894; Beibl. **19**, 198. — [2]) Pérot, Compt. rend. **19**, 601, 1894; Beibl. **19**, 198. — [3]) Heerwagen, Wied. Ann. **49**, 272, 1893. — [4]) Franke, Wied. Ann. **50**, 163, 1893.

von 99,3 Proc. Gehalt bei 18° gleich $K = 9,7$; bei 95 Proc. Gehalt ist K etwa dreimal so gross; das Gesetz $K = n^2$ stimmt nicht bei Extrapolation aus dem optischen Brechungsindex. Für normale reine Buttersäure vom spec. Gew. 0,959 ist bei gewöhnlicher Temperatur $K = 3,0$.

686 Landolt und Jahn[1]) arbeiteten nach derselben Methode mit dem von Tereschin (Bd. II, §. 85) benutzten Elektrometer. Als Normalflüssigkeit diente Metaxylol.

Die Werthe der Dielektricitätsconstante K, ebenso wie $\sqrt{K}$ im Vergleich mit der Constante A der Cauchy'schen Formel für den optischen Brechungsindex $n = A + B\frac{1}{\lambda^2}$, sind die folgenden, etwa zwischen 6° und 20°:

	Hexan	Octan	Dekan	Amylen	Octylen	Decylen
K	1,859	1,933	1,965	2,213	2,175	2,236
$\sqrt{K}$	1,3608	1,3899	1,4015	1,4836	1,4758	1,4764
A	1,3683	1,3902	1,4001	1,3750	1,4030	1,4246

	Benzol	Toluol	Aethylbenzol	Orthoxylol	Metaxylol	Paraxylol	Propylbenzol
K	2,2026	2,375	2,416	2,586	—	2,283	2,354
$\sqrt{K}$	1,4816	1,5410	1,5543	1,6101	1,5322	1,4942	1,5333
A	1,4777	1,4743	1,4756	1,4838	1,4755	1,4794	1,4703

	Isopropylbenzol	Mesitylen	Pseudocumol	Isobutylbenzol	Cymol
K	2,375	2,298	2,401	2,345	2,231
$\sqrt{K}$	1,5417	1,5157	1,5462	1,5309	1,4948
A	1,4718	1,4741	1,4835	1,4742	1,4712

Ferner sind:

	Methylalkohol	Aethylalkohol	Propylalkohol	Isobutylalkohol	Amylalkohol	Hexylen
K	35,36	26,493	22,945	18,739	16,673	2,046—1,960
$\sqrt{K}$	5,496	5,248	4,629	4,297	4,941	—
A	1,3216	1,3527	1,3762	1,3865	1,3978	—

	Methylacetat	Aethylacetat	Propylacetat	Isobutylacetat	Amylacetat
K	8,015	6,7381	6,639	5,6808	5,0695

	Aethylformiat	Propylformiat	Isobutylformiat	Aethylenchlorid	Aethylidenchlorid
K	9,102	9,0163	7,2801	11,315	10,861

687 Für die ersten Paraffine stimmt die Beziehung $\sqrt{K} = A$ recht gut, für die ungesättigten, wie die aromatischen Kohlenwasserstoffe, ist $\sqrt{K} > A$. Alle diese Substanzen zeigen also anomale Dispersion.

Die Beziehung zwischen der durch die Formel

$$M = \frac{K-1}{K+2}\frac{1}{d},$$

[1]) Landolt und Jahn, Zeitschr. f. phys. Chemie 10, 289, 1892.

wo M das Moleculargewicht, d die Dichtigkeit ist, ausgedrückten dielektrischen Molecularrefraction, bezw. für den Brechungsindex für unendlich lange Wellen und der Zusammensetzung gehört in das Gebiet der physikalischen Chemie.

Wir führen nur einige Resultate an.

Die dielektrische Molecularrefraction ist bei Hexan, Octan, Decan, deren Zusammensetzungen um je $2\,CH_2$ differiren, je um $2 \times 4{,}72$ verschieden, während die Differenzen für die rothe Wasserstofflinie für Pentan, Hexan, Octan, Dekan für CH_2 je 4,554 sind.

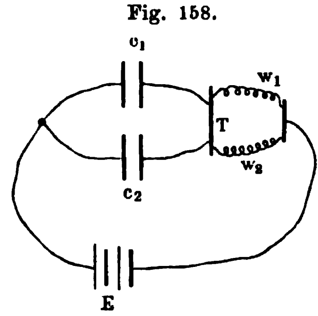
Die elektrischen Refractionsäquivalente sind für Kohlenstoff $\alpha = 4{,}42$, Wasserstoff 0,15. Für die Olefine, Amylen, Octylen, Decylen ist die Differenz für je $1\,CH_2$ ebenso etwa 4,74. Die elektrischen Molecularrefractionen von Benzol, Toluol, Aethylbenzol, Propylbenzol unterscheiden sich um 8,04, 5,66, 4,17. Nur die letzte Differenz stimmt mit der früher erwähnten. Dagegen sind die Differenzen für Ortho-, Meta- und Paraxylol und Toluol verschieden, 8,32, 4,62, 2,65.

Die Differenzen der elektrischen Molecularrefractionen für Methyl-, Aethyl-, Propyl-, Isobutyl- und Isoamylalkohol sind $3 \times 5{,}00$, $3 \times 4{,}42$, $3 \times 4{,}55$, $3 \times 4{,}02$, während die optischen Molecularrefractionen für die rothen Wasserstofflinien um 4,490 bis 4,558 differiren. Letztere Differenzen sind also dreimal kleiner als erstere.

688

Eine bequeme Methode hat Nernst[1]) mit Hülfe der Wheatstone'schen Drahtcombination angegeben, durch die namentlich die Benutzung nur kleiner Mengen der Substanz, und zwar auch von einer kleinen Leitfähigkeit, ferner eine nur wenige Minuten in Anspruch nehmende Beobachtung ermöglicht wurde. Sie schliesst sich an die Methode von Palaz[2]) an. Sind in der Drahtcombination (Fig. 158) c_1 und c_2 die Capacitäten von zwei Condensatoren, w_1 und w_2 zwei Widerstände und T ein Telephon in der Brücke, so schweigt dasselbe, wenn die Condensatoren sehr gut isolirende Substanzen enthalten, falls $w_1 : w_2 = c_1 : c_2$ ist. Die Capacitäten c_1 und c_2 sind aber den Dielektricitätsconstanten der Isolatoren derselben proportional.

Fig. 158.



Isolirt ein Condensator, z. B. c_1, schlecht, so sind die Versuche nicht auszuführen, selbst schon, wenn die Dielektricitätsconstante von Alkohol bestimmt werden soll[3]). Man kann dann dem Condensator c_2 eine geeignete Leitfähigkeit durch einen capacitätsfreien Nebenschluss ertheilen. Ist z. B. $w_1 = w_2$, der Wider-

---

[1]) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. 14, 622, 1894. — [2]) Palaz, Wied. Elektr. [4] 2, 91. — [3]) Vgl. die Untersuchung von Werner, Wied. Ann. 47, 613

stand des schlecht isolirenden Condensators c_1 gleich w_3 und der des an c_2 gelegten Nebenschlusses w_4, so schweigt das Telephon, wenn

$$c_1 = c_2 \quad \text{und} \quad w_3 = w_4$$ [1])

ist. Der Einfluss der etwa störenden Capacität von w_1 und w_2 wird beseitigt, wenn man sie in Material, Form u. s. f. völlig gleich macht.

Als Stromerreger dient ein Inductorium mit hoher Unterbrechungszahl, dessen Unterbrecher aus einer 10 bis 20 cm langen dünnen Stahlsaite besteht. An derselben ist ein Mittelstück aus Platin befestigt, welches in der Ruhe an einer verstellbaren Platinkante, einem umgebogenen dünnen Platinblech, anliegt. Die Enden des Mittelstücks tragen kleine Wülste aus dünnem Eisendraht, die dicht vor dem Eisenkern des Inductoriums liegen. Der Widerstand der primären Rolle beträgt etwa 1 Ohm, der aus vielen Windungen bestehenden secundären 300 bis 1000 Ohm. Das Inductorium wird durch ein kleines Trockenelement oder einen kleinen Accumulator getrieben. Die Saite wird schwach gespannt, so dass sie bei Erregen des Inductoriums nicht summt und tönt, sondern nur rasselt.

Bei Untersuchung schlecht leitender Substanzen werden die Verzweigungswiderstände w_1 und w_2 gross, aus Flüssigkeitswiderständen mit sehr kleinem Temperaturcoëfficienten (1 Mol. = 181 g Mannit und 1 Mol. = 62 g Borsäure in 1 Liter Wasser) hergestellt, welchem etwa $^1/_2$ Vol. Wasser zugesetzt wird. Die Leitfähigkeit beträgt $0{,}9 \times 10^{-7}$. Durch Zusatz von etwas Chlorkalium wird der Temperaturcoëfficient, der sonst für die ursprüngliche Lösung $^2/_{1000}$ pro Grad beträgt, völlig auf Null reducirt.

Als Messcondensator dienen zwei starke, genau parallel durch Ebonitschrauben gehaltene und durch Glasplättchen in constantem Abstand erhaltene Messingplatten von 8 cm Höhe, zwischen welche sich eine planparallele Glasplatte an einer Millimetertheilung mit Nonius schieben lässt. Die Verschiebungen sind den Capacitätsänderungen proportional.

Als Nebenschluss w_4 dient eine getheilte Capillare (Fig. 159) von etwa 1 mm Lumen und 12 cm Länge, in welche unten ein dünner Platindraht eingeschmolzen ist und in die von oben durch eine Oeffnung mittelst einer Kurbel oder einen Kopf mit Schraubengang ein Platindraht eingeschoben werden kann. Für besser leitende Flüssigkeiten ist die Röhre 5 mm weit Die Capillare wird mit der oben erwähnten Flüssigkeit gefüllt.

Die Elektroden der Verzweigungs- wie der Compensationswiderstände sind gut zu platiniren.

689 Zur Aufnahme der dielektrischen Flüssigkeiten dienen nach Cohn und Arons [2]) Tröge von 3,6 cm Weite und 2,7 cm Höhe aus Nickel

---

[1]) Siehe Wietlisbach, Monatsber. d. Berl. Akad. 1879, S. 280. Oberbeck, Wied. Ann. 17, 816, 1882. Auch M. Wien, Wied. Ann. 49, 249, 1893. — [2]) Cohn und Arons, Wied. Ann. 28, 461, 1886.

(Fig. 160) mit passendem Ebonitdeckel, durch welchen ein die Condensatorplatte tragendes, ein Thermometer enthaltendes Rohr hindurchgeht. Durch ein Glasstückchen wird der Abstand zwischen Trog und Platte

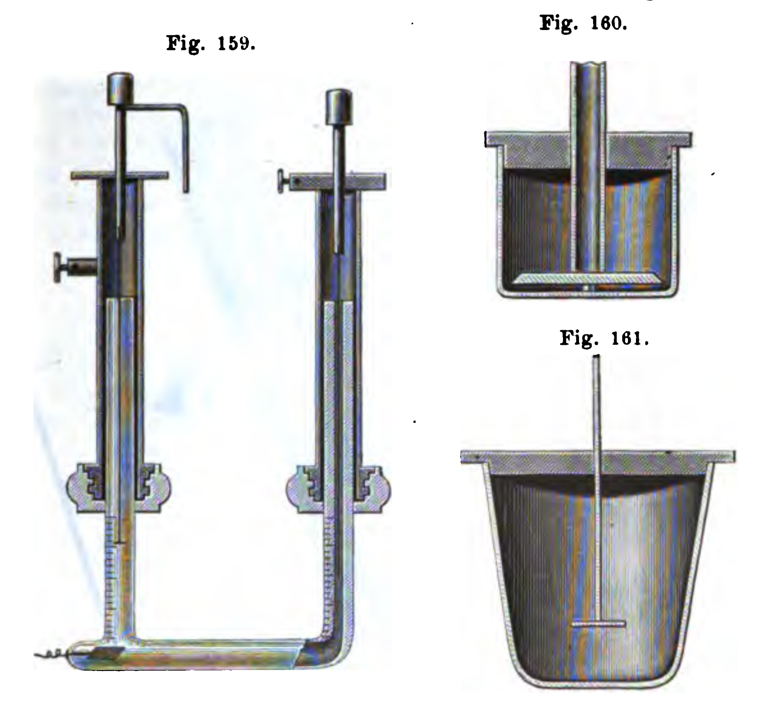


Fig. 159. Fig. 160. Fig. 161.

bestimmt. Zur Füllung genügen 1 bis 2 ccm Flüssigkeit. — Bei Substanzen mit grosser Dielektricitätsconstante (> 10) dienen Tröge von

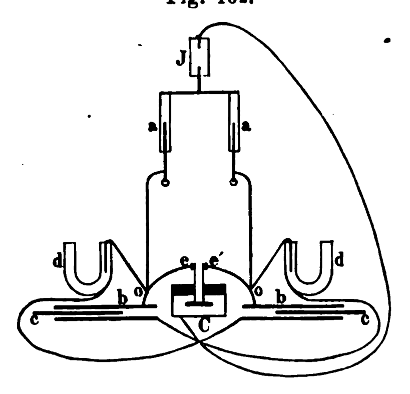


Fig. 162.

der Form Fig. 161, welche 5 bis 20 ccm fassen.

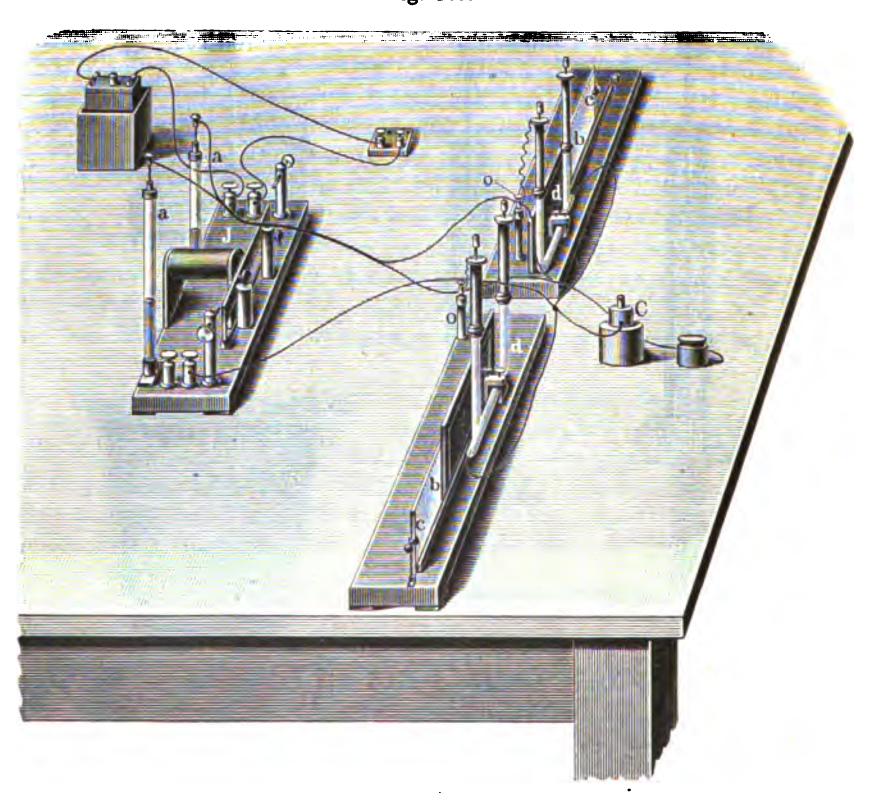
Als Telephon dient ein kleines Dosentelephon von Mix und Genest von etwa 130 Ohm Widerstand mit isolirender Handhabe, wodurch Nebengeräusche vermieden werden.

Zweckmässig ist es, den Messcompensator und Compensationswiderstand auf beiden Seiten der Brücke anzuwenden.

Die Versuchsanordnung ist danach die folgende (Fig. 162, 163). Vom Inductorium *J* mit den beiden aufrecht stehenden Flüssigkeitswiderständen *a* und *a* gehen Leitungen *ao* zu den mit Klemmschrauben

verbundenen Punkten *oo*, welche aus Klemmschrauben auf Glasfüssen bestehen, und von da weitere Drähte zu den hinteren Platten der Messcondensatoren *bb*, zwischen deren Messingplatten die Glasplatten *cc* verschiebbar sind.

Fig. 163.



Die vorderen Platten sind unter einander und mit den unteren Enden der aufrecht stehenden Compensationswiderstände *dd* verbunden, deren obere Enden mit den Punkten *oo* in Verbindung stehen. Das Telephon ist an *oo* angeschlossen.

Man macht die Widerstände *aa* durch Verschieben der Platinelektroden gleich, so dass beim Umlegen eines Commutators zwischen *a* und *o* keine merkliche Verschiebung des Capacitäts- und Widerstandsminimums eintritt. Die beiden Leitungen *ao* werden hierzu zweckmässig durch eine Doppelschnur wie die der Telephonleitungen gebildet, deren in *o* mündende Enden man vertauscht, ohne eines besonderen Commutators zu bedürfen. Leitungen durch Berührung mit den Händen sind zu vermeiden.

Zur Messung wird die Platte des Troges *C* mit der zu untersuchenden Flüssigkeit einmal mit *e*, dann mit *e'* in Berührung gebracht, wo-

durch sich zu seiner Capacität einmal die des links, dann die des rechts befindlichen Condensators addirt, wobei das Telephon ertönt.

Je nachdem die Flüssigkeiten sehr gut oder weniger isoliren, werden die oben erwähnten Nebenschlüsse verwendet.

Die Capacität des Troges wird durch Aichung mit einer Flüssigkeit von bekannter Dielektricitätsconstante bestimmt, für grössere Tröge mit Benzol oder Aethyläther, für solche mit sehr kleiner Capacität mit Alkohol oder Wasser.

Ist K_0 die Dielektricitätsconstante der Aichungsflüssigkeit, beträgt die Verschiebung des Messcondensators für den leeren Trog s, für den Trog mit der Aichungsflüssigkeit s_0, für den Trog mit der zu untersuchenden Flüssigkeit S, so ist

$$K = (K_0 - 1)\frac{S - s}{s_0 - s} + 1.$$

Zur Calibrirung des Messcondensators wird der leere dielektrische Trog durch Einlegen von genügend dicken Glas- oder Glimmerblättchen auf eine solche Capacität gebracht, dass, wenn e' an ihn angelegt wird, die Glasplatte des rechten Condensators um etwa 1 cm hervorgezogen werden muss. Dann wird der linke Condensator bis zur Minimumstellung verstellt, während der rechte auf Null steht, und der Trog an e' geschoben, wobei die Verschiebung des rechten Condensators gemessen wird. Darauf wird der Trog in die Mitte zwischen e und e' geschoben, der linke Condensator eingestellt, während der rechte auf 1 einsteht, der Trog wieder hinzugefügt u. s. f. Wäre der rechte Condensator ohne Caliberfehler, so würde bei Hinzufügung des Troges stets die gleiche Verschiebung (1 cm) sich ergeben. Die Abweichungen ergeben die Correction des Scalenwerthes [1]).

Zusatz kleiner Mengen von Substanzen zum Dielektricum, welche die Leitfähigkeit bedeutend vergrössern, haben auf die Bestimmung der Dielektricitätsconstante keinen Einfluss, ebenso können Condensatoren aus Platin, bei denen der Abstand der Elektroden grösser als 5 mm ist,

---

[1]) Ueber einige Abänderungen s. l. c., S. 640. Auch für Bestimmung der Widerstände ist der Apparat zu verwenden. Sind w_3 und w_4 die Widerstände der den Messcondensatoren parallel geschalteten Nebenschlüsse, ist w der Widerstand des etwa zu w_3 parallel geschalteten Troges, wenn das Telephon schweigt, so ist

$$\frac{1}{w} + \frac{1}{w_3} = \frac{1}{w_4} \quad \text{oder} \quad w = \frac{w_3 w_4}{w_3 - w_4}.$$

w_3 und w_4 können an den Theilungen der Widerstandscompensatoren direct abgelesen werden. Wird der Trog nicht parallel w_3, sondern davor geschaltet, so ist dem Widerstandscompensator eine Verschiebung Δw_3 zu ertheilen, damit das Telephon schweigt, dann ist

$$w = \Delta w_3.$$

Die beiden Methoden dienen zur Bestimmung der Leitfähigkeit bezw. für schlecht und für gut leitende Substanzen. Die erhaltenen Resultate stimmen mit denen von F. Kohlrausch gut überein.

für Flüssigkeiten, deren Leitfähigkeit unter 2×10^{-10} liegt, als polarisationsfrei angesehen werden.

690 Die numerischen Daten über die Dielektricitätsconstanten K einer Reihe von Flüssigkeiten stimmen mit den von Landolt und Jahn erhaltenen sehr gut überein, wie nachfolgende Tabelle zeigt.

Substanz	Landolt und Jahn	Nernst
Hexan	1,85	1,880
Octan	1,93	1,949
Benzol	2,20	2,255
Toluol	2,37	2,355
o-Xylol	2,58	2,567
p-Xylol	2,23	2,251
m-Xylol	2,345	2,372
Aethylbenzol	2,41	2,424
Propylbenzol	2,35	2,380
Isopropylbenzol	2,37	2,368
Isobutylbenzol	2,34	2,347
Pseudocumol	2,40	2,415
Cymol	2,23	2,249
Diamyl	—	1,979
Diamylen	—	4,424

Die Tabellen sind mittelst der Temperaturcoëfficienten — 0,09 Proc. auf 17° umgerechnet. Die Zahlen von Nernst sind etwa um 0,7 Proc. grösser als erstere, vielleicht weil für die Normalsubstanz bei diesen (m-Xylol) ein etwas zu niedrigerer Werth angenommen worden ist.

Ausserdem ergab sich die Dielektricitätsconstante für

Chloroform	Anilin	Amylalkohol	Aethylalkohol
5,14 (22°)	7,13 (20,5°)	15,5 (18,9°)	25,6 (19,3°)

Wasser . . . 80,0 (15,6°) 80,3 (17,5°) 78,4 (21,3°)
Mittel 79,6 (18,1°).

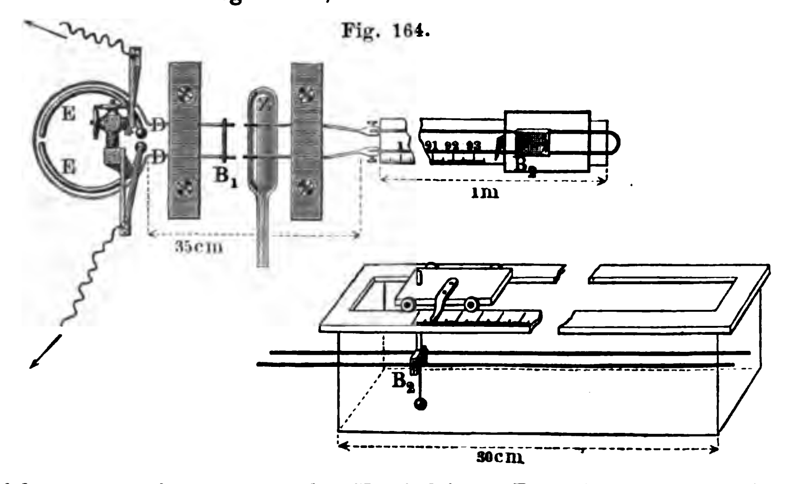
Die Vergleichung der erhaltenen Werthe mit den Resultaten nach der elektrometrischen Methode von Heerwagen und Franke liefert ebenfalls gute Uebereinstimmung, ebenso für Amylalkohol, Aethylalkohol, Wasser, mit denen von Landolt und Jahn.

691 Elektrische Anomalie. Aehnlich wie bei dem optischen Verhalten zeigen auch gewisse Flüssigkeiten in Bezug auf ihre dielektrischen Verhältnisse elektrische Anomalien. Diese Anomalien bestehen wie dort in einer anormalen Absorption und einer anormalen Dispersion.

Beide sind in ihrem Zusammenhange zuerst von Drude[1]) beobachtet worden. Er bestimmt dabei sowohl die Dielektricitätsconstante als auch die Absorption mittelst ziemlich kurzer elektrischer Drahtwellen ($\lambda = 75$ cm) in der Weise, dass die Wirkung der Wellen mit Hülfe einer Zehnder'schen Röhre an einer Stelle der Drahtleitung beobachtet wurde, welche in Luft lag; diese Wellen waren aber beeinflusst durch die Reflexion an einer Brücke, welche im Inneren der zu untersuchenden Flüssigkeit über die Drähte gelegt wurde. An der Eintrittsstelle der Drähte in die Flüssigkeit lag keine Brücke auf ihnen. Hierdurch also, sowie durch die Beobachtung der Wellen in der Luft, nicht in der Flüssigkeit, unterscheidet sich die Methode principiell von der vorher besprochenen Cohn'schen.

Im Specielleren war die Anordnung folgende (Fig. 164). Ein kleiner Blondlot'scher Erreger *EE*, dessen Kreisfläche 5 cm im Durchmesser

Fig. 164.



hielt, war von einer 1 mm starken Kupferleitung *DD* nahe umgeben, welche in zwei Paralleldrähte auslief, die 2 cm gegenseitigen Abstand besassen. Dicht hinter dem Erreger war eine Metallbrücke B_1 fest aufgelegt. Die Paralleldrähte treten beim ersten elektrischen Knoten hinter B_1 in einen Trog ein, in welchen die zu untersuchenden Flüssigkeiten eingefüllt wurden. Innerhalb des Troges war eine Brücke B_2 verschiebbar. In der Mitte zwischen der Brücke B_1 und der Vorderwand des Troges, d. h. in einem elektrischen Bauche, war als Wellenindicator eine auf Resonanz abgestimmte Zehnder'sche Röhre *Z* angebracht, deren Leuchten beobachtet wurde. Dasselbe ist sehr intensiv, wenn die Brücke B_2 in der Flüssigkeit auf einem elektrischen Knoten aufliegt, verschwindet dagegen völlig, falls B_2 auf einem elektrischen Bauche liegt. Durch Beobachtung

[1]) P. Drude, Originalmittheilung; auch Ber. d. math.-phys. Classe der Königl. Sächs. Ges. d. Wissensch. 1895, S. 329; 1896, S. 315. Abhandl. d. math.-phys. Classe 23, 1 und 320, 1896. Wied. Ann. 55, 633, 1895; 58, 1, 1896.

der successiven Lagen dieser Brücke B_2, in denen das Leuchten der Röhre ein Maximum, bezw. ein Minimum ist, erhält man daher die Wellenlänge der Schwingung in der zu untersuchenden Flüssigkeit, und zwar deshalb mit sehr grosser Genauigkeit, weil bei genügend langem Trog eine grosse Anzahl von Einstellungen nach der Methode der kleinsten Quadrate zur Berechnung der Wellenlänge herangezogen werden kann. So lassen sich z. B. im Wasser gut 16 Einstellungen machen, nämlich acht auf Knoten und acht auf Bäuche, und dabei braucht der Trog nur etwa 35 cm lang zu sein.

Die Wellenlänge in Luft ergiebt sich durch ähnliche Beobachtung an der Drahtleitung, während sie vollständig in Luft verläuft. Es liessen sich 31 Knotenlagen der Brücke B_2 hinter der Brücke B_1 nachweisen.

692 Zugleich ergiebt sich[1]) die Absorption der elektrischen Wellen durch die untersuchte Flüssigkeit, indem sie mit der wässerigen Lösung eines Elektrolyten von bestimmter Leitfähigkeit verglichen wird, die eine gleiche Anzahl Knoten und Bäuche beobachten lässt, wie die zu untersuchende Flüssigkeit.

Durch diese Methode ist zuerst im Glycerin eine starke anomale Dispersion der elektrischen Wellen, d. h. eine Abnahme des elektrischen Brechungsexponenten mit wachsender Schwingungszahl, und sehr starke anomale Absorption der Wellen, d. h. eine viel grössere, als sie der Leitfähigkeit des Glycerins entsprechen würde, nachgewiesen. Das Quadrat des elektrischen Brechungsexponenten n^2 hat für Glycerin bei den Schwingungszahlen N folgende Werthe:

$N =$	25.10^6	150.10^6	400.10^6	3520.10^6
$n^2 =$	56,2	39,1	25,4	14,1

Die erste Zahl ist von Thwing[2]) bei verhältnissmässig langsamen Schwingungen gewonnen, die zweite und dritte Zahl sind die Drude'schen Beobachtungen, die vierte ist von V. v. Lang[3]) nach ganz anderer Methode später erhalten; sie schliesst sich dem Gange des n^2 gut an. — Für $N = 150.10^6$ absorbirt, wie Drude angiebt, Glycerin wie eine wässerige $CuSO_4$-Lösung von der Leitfähigkeit $k = 34.10^{-8}$ (bezogen auf Quecksilber als Einheit), für $N = 400.10^6$ wie eine Lösung von der Leitfähigkeit $k = 170.10^{-8}$.

Nach einer anderen Methode von Drude[4]) ist nur sehr wenig Substanzmenge zur Untersuchung erforderlich ($^1/_4$ cm^3). Diese Substanz wird

[1]) Die numerische genaue Berechnung hat Drude in den Abhandlungen d. math.-phys. Classe d. Königl. Sächs. Ges. 1896, S. 67 angegeben. Zugleich findet sich dort eine ausführlichere theoretische Discussion aller hier auftretenden Erscheinungen, z. B. auch der Reflexion der Wellen an einer Metallbrücke, die vorher nur approximativ behandelt war. — [2]) Ch. B. Thwing, Zeitschr. f. phys. Chem. 14, 622, 1894. — [3]) V. v. Lang, Ber. d. math.-naturw. Classe d. Kaiserl. Akad. zu Wien 105, 1896. — [4]) P. Drude, Ber. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Cl. 1896, S. 583. Zeitschr. f. phys. Chem. 23, 267, 1897.

in ein in Fig. 165 in natürlicher Grösse gezeichnetes Glaskölbchen gefüllt, dieses wird mit seinen Platindrähten *pp* auf das Ende der Drähte *ee* in der Rille *r* aufgesetzt, welche die elektrischen Schwingungen führen (Fig. 166). Die Drähte *ee* sind in Röhren *MM* verschieblich, und das Drahtsystem hinter der Brücke B_1 wird nun auf die Länge zusammengeschoben, bis dass die Vacuumröhre *z* gut leuchtet. Dann ergiebt sich die Dielektricitätsconstante in der Substanz, welche den Kolben füllt. Nach dieser Methode sind zahlreiche Substanzen untersucht[1]) und auf ihre Constitution geprüft worden.

Fig. 165.

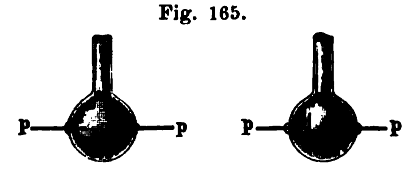
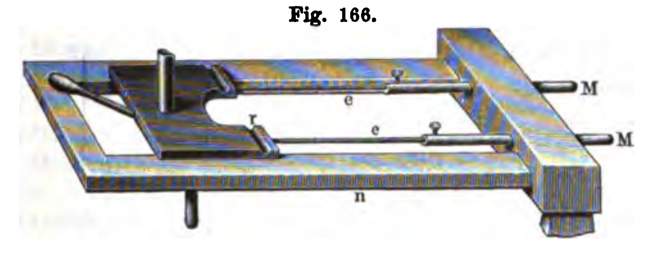


Fig. 166.



Die nachfolgende Tabelle giebt nach Drude die von verschiedenen Beobachtern erhaltenen Dielektricitätsconstanten, auch mit langsameren Wechselzahlen N. Dieselben sind bei Heerwagen[2]), Franke[3]), Nernst[4]), Tereschin[5]) relativ sehr klein, bei Thwing[6]) nach Berechnung von Drude $N = 25 \,.\, 10^6 \text{ sec}^{-1}$ ($\lambda = 12$ m), Cohn und Zeeman[7]) für Wasser $27 \,.\, 10^6$ und $100 \,.\, 10^6$. 693

Als Temperaturcoëfficienten sind angenommen pro Grad für

Wasser	Aethylalkohol	Amylalkohol	Aether
0,45 Proc.	0,4 Proc.	0,7 Proc.	0,3 Proc.
	Benzol	Anilin	
	0,09 Proc.	0,5 Proc.	

Dieselben sind für Wasser der Arbeit von Heerwagen, sonst der von Nernst entnommen.

Danach sind die Beobachtungen für 15° berechnet. In folgender Tabelle sind die Dielektricitätsconstanten verzeichnet. Darin bezeichnet N die Schwingungszahl, M das Moleculargewicht, n den optischen Brechungsindex für rothes Licht, „Abs.“ ist entweder $10^{10} k$, wo k die

1) P. Drude, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 30, 940, 1897. — 2) F. Heerwagen, Wied. Ann. 49, 272, 1893. — 3) A. Franke, Wied. Ann. 50, 163, 1893. — 4) W. Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. 14, 622, 1894. — 5) S. Tereschin, Wied. Ann. 36, 792, 1889. — 6) Ch. B. Thwing, Zeitschr. f. phys. Chem. 14, 286, 1894. — 7) E. Cohn und P. Zeeman, Akad. d. Wiss. zu Amsterdam, Sept. 1895.

Leitfähigkeit einer sich gleich verhaltenden Kupfersulfatlösung ist, oder es ist nur durch + die Anwesenheit, bezw. durch — das Fehlen der Absorption bezeichnet.

Substanz	Formel	M	n^2 opt.	N klein	N 25.10^6	$N = 150.10^6$		$N = 400.10^6$		ϑ
						n^2	Abs.	n^2	Abs.	
Wasser . . .	H_2O	18	1,8	80,9[1] 80,0[3]	79,4	80,2	—	79,7	—	17
Glycerin . .	$C_3H_8O_3$	92	2,1		56,2	39,1	3400	25,4	17 000	15
Methylalkohol	CH_4O	32	1,8	32,7[4][14]	34,0[15]			33,2	+[1])	16
Aethylalkohol	C_2H_6O	46	1,8	25,9[3] 25,5[4]	24,8	24,4	+	23,0	7 500	17
Amylalkohol	$C_5H_{12}O$	88	1,9	16,05[3] 15,4[4]	14,3	10,8	+	5,51	18 000	18
Essigsäure. .	$C_2H_4O_2$	60	1,9	9,7[?][18]	10,3[15]	7,07[17]	+	6,29[19]	8 000	17 bis 19
Anilin . . .	C_6H_7N	93	2,5	7,38[3] 7,5[4]				7,14	+	14
Aethyläther .	$C_4H_{10}O$	74	1,9	4,25[3]				4,42	—[1])	18
Benzol . . .	C_6H_6	78	2,23	2,251[3]				2,262	—	19

694 Durch Ausdehnung der Untersuchung auf mehrere Alkohole ergab sich, dass derartige Anomalien mit wachsendem Moleculargewicht bei denselben stark zunehmen. So zeigt z. B. Methylalkohol die Anomalie kaum bemerkbar, Aethylalkohol aber schon merklich und Amylalkohol sehr bedeutend. — Eine weitere Untersuchung [2]) ergab, dass die Hydroxylgruppe die elektrische Anomalie bedingt. Alkohole und Fettsäuren sind anomal, die Aether, Ketone, Aldehyde vollständig normal. Wird im anomalen Aethylalkohol die Hydroxylgruppe durch Jod oder Brom ersetzt, so verschwindet die elektrische Anomalie vollständig, während andererseits das normale Benzol bei Einführung der Hydroxylgruppe (als Phenol) sofort die elektrische Anomalie aufweist. — Die Wirkung der Hydroxylgruppe liegt vielleicht daran, dass dem Molecül eine gewisse (innere) Leitfähigkeit ertheilt wird. Ein Einfluss langsamer Eigenschwingungen des Molecüls würde bei den Substanzen vorhanden sein, welche normale Dispersion ihrer Dielektricitätsconstante besitzen, d. h. bei denen die letztere mit der Schwingungszahl zunimmt. Bei einigen Substanzen scheint dies in geringem Grade der Fall zu sein.

---

[1]) Nach neueren Versuchen s. w. u. — [2]) P. Drude, Ber. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. 1896.

Die nach dieser Methode für die Dielektricitätsconstante des Wassers mit grosser Genauigkeit gewonnene Zahl unterscheidet sich sehr wenig von den zuverlässigsten Zahlen, welche mit kleinen Wechselzahlen N gewonnen sind. Die Dispersion des n^2 für Wasser liege also bis zu $N = 400 . 10^6$ pro Sec. jedenfalls innerhalb 1 Proc. 695

Als Temperaturcoëfficient ist innerhalb 0⁰ bis 20⁰ Cels. bis auf 1 Proc. derselbe Werth gefunden, den Heerwagen[1]) mit langsamen Wechseln nach der Elektrometermethode gewonnen hat. Zwischen 0⁰ bis 76⁰ lässt sich n^2 für die Temperatur ϑ sehr gut darstellen durch 696

$$n^2 = 88{,}23 - 0{,}4044\,\vartheta + 0{,}001035\,\vartheta^2.$$

Beim Dichtemaximum (4⁰ C.) liegt kein ausgezeichneter Punkt für n^2.

Für das Verhalten wässeriger elektrisch leitender Lösungen gegenüber elektrischen Wellen ist nur ihre Leitfähigkeit maassgebend. Bis zur Leitfähigkeit $K = 5 . 10^{-7}$ ist der elektrische Brechungsexponent bei Wellen von der Schwingungszahl $N = 400 . 10^6$ in der Secunde innerhalb 1 Proc. derselbe, wie beim reinen Wasser. Mit höherer Leitfähigkeit wird der elektrische Brechungsexponent kleiner, bei $K = 38 . 10^{-7}$ jedenfalls um mehr als 10 Proc. 697

Die Dielektricitätsconstante dieser Lösungen ist dieselbe, wie die des reinen Wassers. Bei stark concentrirten Rohrzuckerlösungen ist sie aber bedeutend kleiner, als im reinen Wasser. Zugleich besitzen dieselben anomale Dispersion und Absorption, was nach der Drude'schen Auffassung mit der Anwesenheit der Hydroxylgruppe in Verbindung mit dem hohen Moleculargewicht des Zuckers zusammenhängt.

Auch Cole[2]) hat beim Alkohol eine Verkleinerung des n^2 mit wachsender Schwingungszahl erhalten. Die Absorption ist nicht gemessen worden. Die Methode ist die von Cohn unter Anwendung der Einrichtungen von Rubens mit Benutzung des Bolometers. Die Versuche wurden mit zwei Trögen von Zink und Glas ausgeführt. Letzterer war auf der Innenseite versilbert, was aber nur bei gut isolirenden Substanzen nöthig ist, wie Rubens und Arons gezeigt haben, nicht bei Alkohol und Wasser. Die Tröge fassten 10 bis 3,5 Liter Flüssigkeit, die Drähte hatten einen Abstand von nur 2,5 cm. In der Flüssigkeit fanden mindestens drei Ueberbrückungen statt, incl. diejenigen an den Enden. Die Längen der Wellen an der Kastenwand wurden nicht benutzt. Dabei ergab sich, wenn λ_L bezw. λ_W die halben Wellenlängen in Luft und in Wasser sind, die Brechungsexponenten $n = \lambda_L / \lambda_W$ im Wasser im Glastroge, im versilberten Glastroge und im Zinktroge 8,5, 8,9, 8,96 für Wellen, für die in der Luft $\lambda_L = 261{,}3$, 299,7, 155,7, im Wasser $\lambda_L = 27{,}8$, 33,5, 17,4 bei 16 bis 20⁰ war. Für sogenannten absoluten Alkohol war 698

[1]) F. Heerwagen, Wied. Ann. 49, 278, 1893. — [2]) A. D. Cole, Wied. Ann. 57, 290, 1896.

der Brechungsindex für Wellen von 2 × 129,4 cm in der Luft gleich 5,24 bei 18°.

Für Wellen von 5 cm Länge wurden nach der Methode von Righi (§. 637) die von einem Erreger mit Hohlspiegel von 50 cm Oeffnung reflectirten Strahlen in einem Winkel von 45° von einer Metalloberfläche oder einer horizontalen Flüssigkeitsoberfläche reflectirt und aus den Ausschlägen des mit dem auffangenden Thermoelement verbundenen Galvanometers das Reflexionsvermögen (s. Klemenčič, §. 654), wenn die elektrische Componente parallel der Einfallsebene lag, ebenso bei directem Auffall bestimmt. Daraus ergab sich das Reflexionsvermögen bei der Metallplatte, wenn die elektrische Componente senkrecht zur Einfallsebene war, 100,0, wenn sie parallel war, 92,4. Ebenso war dasselbe bei der Wasseroberfläche, wenn die elektrische Componente senkrecht zur Einfallsebene war, 71,8, wenn sie parallel derselben war, 52,7. Bei Alkohol wird ebenso, wenn die elektrische Componente senkrecht und parallel zur Einfallsebene ist, das Reflexionsvermögen 15,4 und 40,1 Proc.

Aus den Fresnel'schen Formeln ergiebt sich nach diesen Daten für beide Richtungen

Wasser	$n = 8{,}8$	und 8,9,	Mittel 8,5,
Alkohol	$n = 3{,}25$	„ 3,15,	„ 3,2.

Hiernach ist bei kurzen Wellen der elektrische Brechungsexponent kleiner als für lange. Es besteht also anomale Dispersion.

Viertes Capitel.

Induction in körperlichen Leitern. Rotationsmagnetismus.

699 Wie in linearen Leitern, so werden auch in Leitern von mehreren Dimensionen Ströme inducirt, deren Richtung im Allgemeinen unter Anwendung des Lenz'schen Satzes ermittelt werden kann. Einige einfachere Fälle der Art, bei welchen die Induction durch galvanische Ströme geschieht, sind schon früher von Nobili beobachtet worden. Man erhält dabei zugleich continuirlich andauernde Inductionsströme.

Nobili [1]) setzte einen, an dem Rande einer horizontalen Holzscheibe von 13,5 cm Durchmesser befestigten Kupferstreifen, Fig. 167, in schnelle Rotation. Auf seinen oberen und unteren Rand wurden an zwei Punkten die Enden zweier zum Galvanometer führender Drähte s_1 (besser zwei damit verbundene Federn) aufgesetzt. Befindet sich ein verticaler, in Richtung des Pfeiles, z. B. von unten nach oben, vom Strom durchflossener Leiter *AB*, Fig. 167, neben dem Kupferstreifen, und rotirt letzterer in der Richtung des Pfeiles *cd*, so entfernen sich die gerade vor dem Leiter *AB* befindlichen Theile des Streifens bei ihrer Bewegung gegen die Ableitungspunkte ss_1 hin von *AB*. In ihnen entsteht bei gleichmässiger Rotationsgeschwindigkeit ein continuirlicher Inductionsstrom, der dem in *AB* vorhandenen Strome gleichgerichtet ist, also in der Figur von s_1 nach s fliesst. Ein Theil des Stromes gleicht sich in den von *AB* entfernter liegenden Theilen des Kupferstreifens selbst aus, ein anderer Theil verzweigt sich von s und s_1 aus durch die daselbst anliegenden Federn. — Wird die Holzscheibe mit dem Kupfer-


Fig. 167.

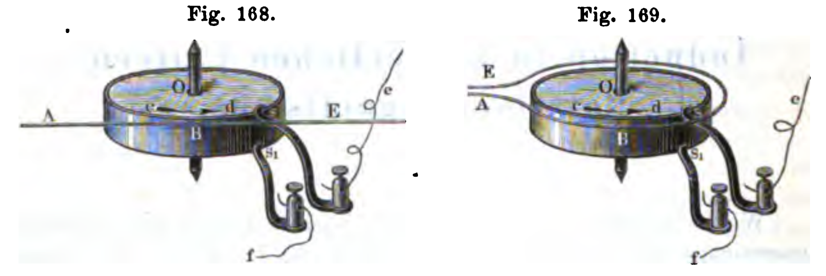


[1]) Nobili, Antologia di Firenze 1832, Nr. 142; Pogg. Ann. 27, 401, 1833.

streifen entgegengesetzt gedreht, so nähern sich die Theile desselben dem Leiter AB bei ihrem Durchgange durch die Linie ss_1; der Strom in dem Strome in AB entgegengerichtet und fliesst von s nach s_1.

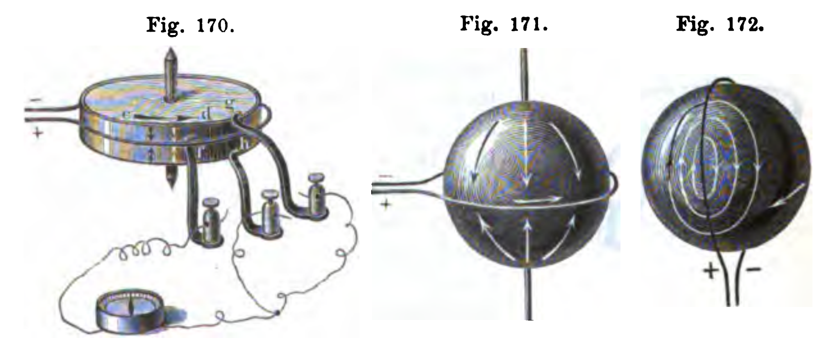
700 Lässt man den Kupferstreifen rotiren, während in der Höhe seines oberen Randes ein horizontaler geradliniger Leiter ABE, Fig. 168, oder ein kreisförmiger Leiter ABE, Fig. 169, liegt, so entfernen sich, wenn der Streifen in der Richtung des Pfeiles cd rotirt, seine unter ss_1 liegen-

Fig. 168. Fig. 169.



den Theile von den zwischen A und B liegenden Stellen des Stromleiters ABE. Fliesst z. B. der Strom in ABE in der Richtung von A nach B und E, so wird dadurch in den Theilen unter ss_1 ein Strom inducirt, welcher dieselben den Theilen AB des Stromleiters durch seine elektrodynamische Wirkung nähern würde, also wie der Strom AB zur Kreuzungsstelle beider Ströme hinfliesst, d. h. die Richtung $s_1 s$ hat. Ebenso wird durch die Annäherung der links von ss_1 liegenden Theile des Streifens an die Theile BE des Leiters ABE in den ersteren ein dem Strome

Fig. 170. Fig. 171. Fig. 172.



in letzterem entgegensetzter Strom inducirt, der, da jener Strom von der Kreuzungsstelle fortfliesst, wiederum von s_1 nach s fliesst. Beide Ströme addiren sich zu einem gemeinschaftlichen, von s_1 nach s fliessenden Strom, von dem sich ein Theil durch die Drähte e und f zum Galvanometer verzweigt. — Bei der Umkehrung der Rotationsrichtung des Streifens kehrt sich die Richtung der inducirten Ströme um.

Liegt der Stromleiter auf halber Höhe des Streifens, so ist in der oberen und unteren Hälfte die Richtung der inducirenden Ströme die

entgegengesetzte, und zwar fliessen, je nachdem die Richtung der Rotation des Streifens der Richtung des Stromes im Leiter gleich- oder entgegengerichtet ist, die inducirten Ströme von beiden Rändern des Streifens zu seiner Mitte oder von letzterer zu seinen Rändern. Lässt man also eine Feder *f*, Fig. 170, gegen die Mitte, zwei andere Federn *g* und *h* gegen die Ränder des Streifens schleifen, verbindet die Feder *f* mit dem einen und die beiden Federn *g* und *h* mit dem anderen Ende des Drahtes eines Galvanometers, so erhält man darin einen Strom; nicht aber, wenn man nur die Federn *g* und *h* mit dem Galvanometer verbindet.

701 Lässt man eine dicke, massive Platte oder Kugel von Kupfer, Fig. 171, neben einem geraden Leiter oder inmitten eines kreisförmigen Leiters rotiren, dessen Ebene auf der Rotationsaxe senkrecht steht, so entstehen darin ganz ebenso inducirte Ströme, welche also in der Kugel von den Polen zu ihrem in der Ebene des Leiters liegenden Aequator, oder umgekehrt fliessen. Ohne eine Ableitung der Pole der Kugel einerseits, der äquatorialen Zone andererseits, würde sich statische Elektricität an den Polen und am Aequator anhäufen.

Liegt der kreisförmige Leiter in einer durch die Rotationsaxe gelegten Meridianebene der Kugel, so haben die in ihr inducirten Ströme die in Fig. 172 angedeutete Richtung und gleichen sich in der Masse der Kugel selbst aus. Man kann ihre Intensität verstärken, wenn man den inducirenden Leiter aus mehreren Windungen bildet.

Nähert man der Kugel eine Declinationsnadel an verschiedenen Stellen, so wird ihr einer oder anderer Pol von derselben angezogen, indem die in sich geschlossenen Inductionsströme auf die Nadel wie ein Magnet wirken, welcher in der Kugel liegt.

Wird der kreisförmige Leiter mit der rotirenden Kugel oder den rotirenden Kupferringen fest verbunden, indem man z. B. seine Enden an zwei auf die Rotationsaxe aufgesetzte Metallscheiben löthet, gegen welche zwei mit den Polen der Säule verbundene Federn schleifen, so kann man, wenn die zu den Federn führenden Theile der Stromleitung nicht inducirend wirken, bei der Rotation des ganzen Systems keine inducirten Ströme erhalten, da sich die relative Lage der einzelnen Punkte des Stromleiters und der inducirten Kupfermasse nicht ändert.

702 Die durch galvanische Ströme in bewegten Metallmassen inducirten Ströme wirken, wie alle anderen Ströme, durch ihre elektrodynamischen Eigenschaften auf die inducirenden Ströme zurück. Sind die Leiter der letzteren beweglich, so können sie hierdurch aus ihrer Ruhelage abgelenkt werden.

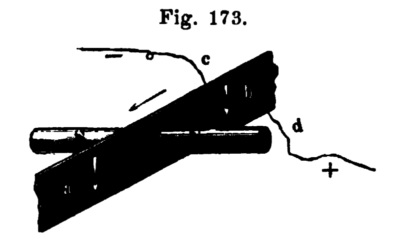
Hängt man z. B. einen in Form eines Parallelogramms gebogenen Kupferdraht auf zwei Stahlspitzen an dem Ampère'schen Stativ, Bd. III, §. 87, Fig. 50, auf, so stellt er sich durch die Einwirkung des Erdmagnetismus

mit seiner Ebene von Ost nach West ein. Bringt man jetzt unter die untere Seite des Parallelogramms eine rotirende Kupferscheibe, so dass die erstere über dem Durchmesser der letzteren schwebt, so werden bei der Rotation der Scheibe in ihren, der unteren Seite des Parallelogramms sich nähernden Theilen Ströme inducirt, die den Strömen in jener Seite entgegengerichtet sind; in den von derselben sich entfernenden Theilen aber gleichgerichtete Ströme. Die ersteren Ströme stossen den Draht ab, die letzteren ziehen ihn an, so dass das Drahtparallelogramm im Sinne der Rotation der Scheibe aus seiner Lage abgelenkt wird.

Lässt man bei diesen Versuchen die Kupferscheibe z. B. unter dem erwähnten Apparat rotiren, so kann man den darauf schwebenden Draht bei geeigneter Aufhängung in eine continuirliche Rotation versetzen [1]). Analoge Erscheinungen zeigen sich, wenn man an dem Ampère'schen Stativ eine vom Strom durchflossene horizontale Drahtspirale über einer rotirenden Kupferspirale aufhängt. Sie folgt ebenfalls der Rotation der Scheibe [2]).

703 Auch durch **Magnetoinduction** kann man in körperlichen Leitern Ströme induciren. Zieht man z. B. zwischen den cylindrischen Halbankern *N* und *S*, Fig. 173, welche man auf die Pole eines Magnets gelegt hat, einen Kupferblechstreifen *ab* hindurch, und lässt gegen seine amalgamirten Ränder zwei Federn *c* und *d* schleifen, welche mit dem Galvanometer verbunden sind, so werden in den einzelnen Theilen des Streifens Ströme erregt, auf welche die Magnetpole eine derartige elektromagnetische Wirkung ausüben, dass sie die Bewegung desselben zu hemmen streben. Bei der in der Figur durch den horizontalen Pfeil angedeuteten Bewegungsrichtung des Streifens *ab* müssen die Ströme also von oben nach unten fliessen. Der grösste Theil dieser Ströme gleicht sich in den, von den Magnetpolen entfernteren Stellen des Streifens aus; ein Theil verzweigt sich durch das Galvanometer. — Diese Wirkung tritt schon ein, wenn ein einzelner Draht, dessen Enden mit dem Galvanometer verbunden sind, in einer gegen seine Axe senkrechten Richtung in der äquatorialen Ebene zwischen den Magnetpolen durchgeschoben wird. — Zieht man eine in einer Ebene gewundene Drahtspirale, welche man mit dem Galvanometer verbunden hat, zwischen den Magnetpolen durch, so dass ihre Ebene mit der Aequatorialebene zusammenfällt, so behält der inducirte Strom eine constante Richtung, bis die Mitte der Spirale sich zwischen

Fig. 173.



---

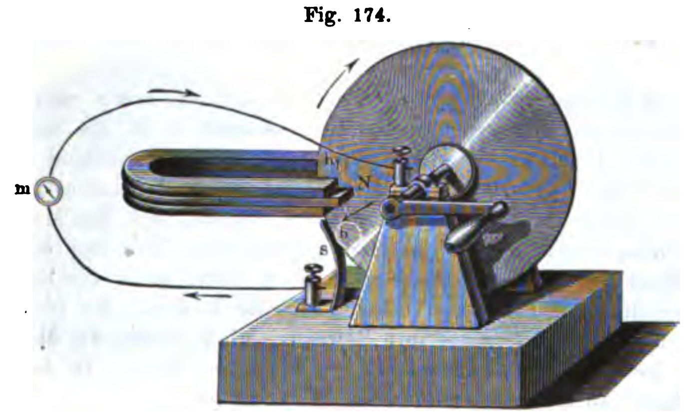
[1]) Pohl, Pogg. Ann. 8, 395, 1826. — [2]) Ampère und Colladon, Bullet. d. Sciences 6, 211. Pogg. Ann. 8, 518, 1826.

den Magnetpolen befindet, und kehrt sich bei weiterem Fortschieben der Spirale um, da jetzt die inducirten Ströme in den diametral entgegengesetzten Hälften der Windungen der Spirale zwar in Bezug auf die Lage der Magnetpole in der gleichen, in Bezug auf die fortlaufende Richtung des Drahtes der Spirale aber in entgegengesetzter Richtung fliessen wie vorher.

Lässt man analog dem oben beschriebenen Versuche einen reifenförmigen, auf einer Holzscheibe befestigten Metallstreifen (wie in Fig. 167) vor dem einen Pol eines Magnets rotiren, so erhält man bei Ableitung der Punkte s und s_1 desselben zum Galvanometer constante Ströme.

704 Ganz ähnliche Inductionserscheinungen erhält man, wenn man eine kupferne Scheibe zwischen den Polen N und S, Fig. 174, eines Magnets oder Elektromagnets in Rotation versetzt. Zweckmässig legt man hier-

Fig. 174.



bei gegen die Pole noch zwei cylindrische Halbanker, deren Enden bis dicht an die beiden Seiten der Scheibe herangehen. Die metallene Axe der Scheibe ruht in einem Metalllager und ist dadurch mit dem einen Ende des Drahtes eines Multiplicators m verbunden. Gegen den Rand der Scheibe schleift eine Feder s, an der das andere Ende des Multiplicatordrahtes befestigt wird. Bei der Rotation der Scheibe weicht die Nadel des Multiplicators m aus. Wiederum werden in allen einzelnen Radien der Scheibe Ströme inducirt, durch deren elektromagnetische Wechselwirkung mit den Magnetpolen die Bewegung der Scheibe selbst gehemmt wird. Dieselben müssen also von dem Centrum der Scheibe zu ihrer Peripherie fliessen, wenn, wie in Fig. 174, der Nordpol des Magnets sich vor, der Südpol hinter der rotirenden Scheibe befindet, und dieselbe in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung rotirt. Liegt daher die Feder s gegen einen Punkt b oder b_1 der Peripherie, welcher vor oder hinter den Magnetpolen liegt, so zeigt das mit der Axe der Scheibe

und der Feder *s* verbundene Galvanometer in beiden Fällen einen gleichgerichteten Strom an. Lässt man an beiden Punkten *b* und b_1 der Scheibe Federn schleifen, welche mit dem einen Ende des Drahtes des Galvanometers verbunden sind, während sein anderes Ende zur Axe der Scheibe geführt ist, so addiren sich die beiden, von *a* nach *b* und b_1 gehenden Ströme. — Keinen Strom erhält man, wenn man die beiden gleich weit vor und hinter den Magnetpolen liegenden Punkte *b* und b_1 mit den beiden Enden des Multiplicatordrahtes des Galvanometers verbindet. — Bei umgekehrter Rotation der Scheibe oder Verwechselung der Magnetpole kehrt sich die Richtung der Inductionsströme in ihr um.

Ohne Anwendung ableitender Drähte gleichen sich die Ströme, welche in ihren, den Magnetpolen zunächst liegenden Radien inducirt werden, in den ferneren Theilen der Scheibe aus. Legt man daher an zwei ungleich weit von den Magnetpolen entfernte Punkte derselben Federn, welche mit dem Galvanometer verbunden sind, so erhält man Ströme, welche von den in der Scheibe circulirenden Strömen abgezweigt sind [1]).

Ganz gleiche Ströme treten in der Scheibe auf, wenn man sie vor einem einzelnen Magnetpol in Rotation versetzt, z. B. die Scheibe in horizontaler Richtung auf die Axe einer Centrifugalmaschine aufsetzt, und unter ihr einen verticalen Magnetstab aufstellt, dessen einer Pol sich dicht unter ihrer Ebene befindet. — Befindet sich der Magnet in der Drehungsaxe der Scheibe, so tritt die unipolare Induction ein.

Bringt man denselben Pol des Magnets, statt unter der Ebene der Scheibe, dicht über ihr an, so kehrt sich die Richtung der Inductionsströme um, da in Bezug auf ihre Bewegung die Richtung der Molecularströme im Magnet umgekehrt ist. — Liegt der Magnet in der Ebene der Scheibe, so muss die inducirende Wirkung Null sein.

Besteht die Scheibe, Fig. 174, statt aus einer massiven Metallplatte, aus einzelnen, strahlenförmig von der Axe ausgehenden Spitzen, welche nach einander gegen die Feder *s* gegenschlagen und zwischen den Magnetpolen hindurchgehen, so ist die Induction in den einzelnen Spitzen dieselbe, wie vorher in den Radien der vollen Scheibe.

Diese Versuche sind gewissermaassen die Umkehrung der Bd. III, §. 207, beschriebenen Experimente mit dem Barlow'schen Rade. Wie das daselbst gezeichnete Spitzenrad unter dem Einfluss eines Magnets rotirt, wenn ein Strom in radialer Richtung hindurchgeleitet wird, so rotirt auch eine an Stelle des Spitzenrades gesetzte volle Scheibe; umgekehrt wird in beiden, wenn sie mechanisch zwischen den Magnetpolen in Rotation versetzt werden, ein Strom inducirt, der durch seine elektromagnetische Wirkung die Rotation der Scheibe aufhalten würde.

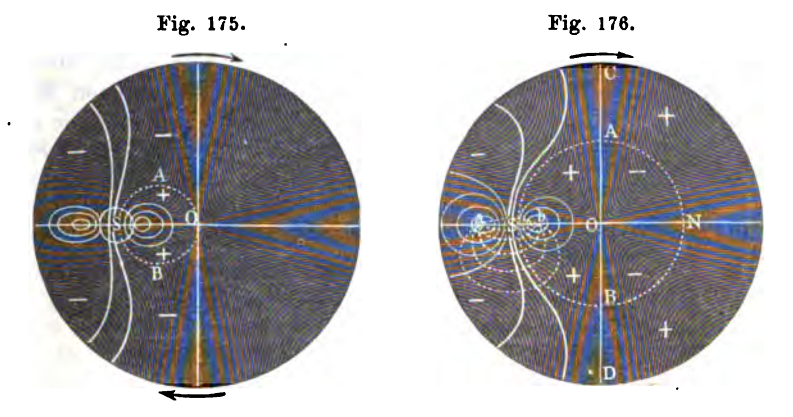
---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 1, §. 81 u. f., 1831; vgl. auch Nobili, l. c.

Auf experimentellem Wege lassen sich die Strömungslinien in bewegten Metallstreifen und rotirenden Scheiben in der Weise bestimmen, dass man gegen ihre einzelnen Stellen zwei mit den Enden des Galvanometerdrahtes verbundene Federn drückt und die Punkte aufsucht, zwischen welchen kein Strom fliesst. Man bestimmt so zunächst die isoelektrischen Curven, auf denen nach Analogie des Verhaltens constanter Ströme die Linien senkrecht stehen sollten, welche die Stromesbahnen bezeichnen.

Ein ähnliches Verfahren hat Matteucci[1]) angewendet, indem er namentlich den Mittelpunkt der rotirenden Scheibe und verschiedene andere Punkte derselben mit dem Galvanometer verband. In Fig. 175 bezeichnen die starken Linien die isoelektrischen, die feineren Linien die Strömungscurven in einer Scheibe, welche in der Richtung der Pfeile über einem Magnetpol S rotirt, dessen Abstand von dem Mittelpunkte der Scheibe ihrem halben Radius gleich ist.

Fig. 175. Fig. 176.



Verbindet man den Mittelpunkt O der Scheibe mit dem einen Ende, und einen Punkt, welcher innerhalb des durch den Pol S gehenden, eine isoelektrische Curve darstellenden Kreises $SAOB$ liegt, mit dem anderen Ende des Galvanometerdrahtes, so erhält man bei einer bestimmten Richtung der Rotation einen durch das Galvanometer von letzteren Punkten zum Punkt O fliessenden Strom. Bringt man das zweite Ende des Galvanometerdrahtes auf Punkte ausserhalb des Kreises $SAOB$, so kehrt sich der Strom um, so dass die innerhalb und ausserhalb des Kreises liegenden Punkte der Scheibe verschiedene elektrische Zustände besitzen. Dies ist durch die Zeichen + und — angedeutet. Der Kreis $SAOB$ selbst ist demnach eine neutrale Curve ohne Spannung.

Fig. 176 giebt nach Matteucci dieselben Resultate für eine über den beiden entgegengesetzten Polen N und S eines oder zweier vertical gestellter Magnete in horizontaler Richtung rotirende Scheibe. — Der

[1]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 49, 129, 1857.

eine isoelektrische Curve darstellende, durch die Pole N und S gehende Kreis ist nicht mit Sicherheit festzustellen; es wäre möglich, dass er durch zwei, durch die Pole und den Mittelpunkt der Scheibe gehende, annähernd kreisförmige Linien ersetzt werden müsste; dann würden die Erscheinungen der Induction auf beiden Seiten des Durchmessers $CAOBD$, welcher auf der axialen Linie NS senkrecht steht, den in Fig. 175 gezeichneten Erscheinungen analog sein. Dieser Durchmesser ist gleichfalls eine neutrale Linie, deren Punkte gegen den Mittelpunkt O keine elektrische Spannung zeigen.

Die Beobachtungen Matteucci's in Betreff der Stromverzweigung stimmen mit den früheren Darstellungen, namentlich von Nobili[1]), im

Fig. 177.

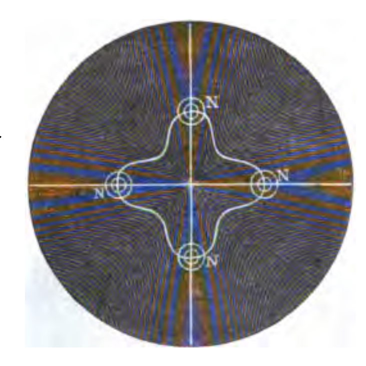
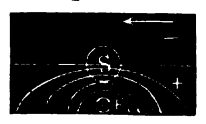


Fig. 178.



vorliegenden Falle nicht überein, wonach man statt der von Matteucci aufgestellten vier nur zwei geschlossene Systeme von Strömungscurven, etwa wie in Fig. 180, S. 516 annahm.

Fig. 177 stellt die isoelektrischen Curven für eine über vier gleichnamigen Polen rotirende Scheibe, Fig. 178 für einen ringförmigen, vor einem Pol S rotirenden Metallstreifen dar.

706 Indess ist diese Art, die Strömungscurven als Normalen auf den isoelektrischen Curven abzuleiten, nicht richtig, wie sich aus Fig. 176 ersehen lässt. Gehen nämlich die Strömungscurven durch die Punkte a und b der Linie NS, so müsste der eine derselben ein Einströmungspunkt, der andere ein Ausströmungspunkt der Elektricitäten in der Scheibe sein, was nicht möglich ist, da solche Zu- und Ausströmungen in und aus der Scheibe nicht existiren. Endlich verschwinden an den Rändern der Scheibe die auf letzteren normalen Componenten der Ströme nicht. Auch würde die Analogie zwischen dem Verhalten der Bahnen der constanten Ströme und der in einer rotirenden Scheibe inducirten Ströme für die isoelektrischen Curven nicht durchaus gültig sein, da im ersten Falle nur die Potentialdifferenz der frei auf der Oberfläche des Leiters verbreiteten Elektricitäten an zwei Punkten die zwischen ihnen wirkende elektromotorische Kraft bedingt, in letzterer hierzu noch die Wirkung der im Inneren des Leiters verbreiteten Elektricitäten

[1]) Nobili, Pogg. Ann. 27, 426, 1833.

kommt, nämlich die durch die Induction durch den Magnet erzeugten und die durch das Entstehen und Verschwinden des Stromes in anderen Theilen der rotirenden Scheibe an der beobachteten Stelle inducirten elektromotorischen Kräfte, welche letzteren nicht ohne Weiteres einem Potential entsprechen. Wenn daher auch durch die galvanometrischen Versuche die isoelektrischen Curven bestimmt sind, so folgen aus ihnen in der oben angegebenen Weise doch nicht ohne Weiteres die Strömungscurven.

Bei der mathematischen Berechnung der Induction in einer vor Magnetpolen rotirenden Metallscheibe kann man zur Durchführung der Rechnung annehmen, dass die in irgend einem Element des körperlichen Leiters inducirte elektromotorische Kraft dieselbe ist, wie wenn es isolirt wäre. 707

In jedem Element lässt sich eine Richtung feststellen, in welcher die inducirte elektromotorische Kraft ein Maximum ist; in anderen Richtungen ist sie gleich jener Kraft, multiplicirt mit dem Cosinus der Neigung zwischen ihr und der Richtung der grössten Induction.

Nach Bestimmung der in verschiedenen Richtungen inducirten elektromotorischen Kräfte kann man dann nach den Kirchhoff'schen Formeln die Strömungscurven berechnen.

Bezeichnet V die Potentialfunction der freien Elektricitäten an jeder Stelle des Leiters, so muss $\partial^2 V/\partial x^2 + \partial^2 V/\partial y^2 + \partial^2 V/\partial z^2 = 0$, sein, wo x, y, z die Coordinaten der einzelnen Punkte bezeichnen. Für die Oberfläche der Körper muss $\partial V/\partial N = 0$ sein, wo N die auf der Oberfläche errichtete Normale angiebt.

Dabei ist indess zu beachten, dass die inducirte elektromotorische Kraft nicht plötzlich verschwindet, bei sehr schnellen Bewegungen des inducirten Körpers also auch die Induction in Betracht zu ziehen ist, welche in demselben kurz vor dem Augenblicke stattfindet, für welchen man die Stromescurven berechnen will (s. w. u.).

Eine vollständigere Berechnung der Bahnen der in der rotirenden Metallscheibe unter Einfluss magnetischer Kräfte inducirten Ströme ist von Jochmann[1]) unter der Voraussetzung ausgeführt worden, dass die in der Scheibe selbst inducirten Ströme eine so geringe Intensität besitzen, dass die durch sie in anderen Theilen der Scheibe inducirten elektromotorischen Kräfte zu vernachlässigen sind, also allein die directe Inductionswirkung der Magnete zu berücksichtigen ist. Die Annahme ist statthaft, wenn die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe nicht zu gross ist[2]). 708

[1]) Jochmann, Crelle's Journ. **63**, 1, 1863. Pogg. Ann. **122**, 214, 1864. — [2]) Die allgemeinen Formeln für die in einem bewegten Körper durch ruhende Magnete inducirten Ströme ohne jene beschränkende Annahme hat Jochmann ebenfalls mit Zugrundelegung des Weber'schen Gesetzes der Induction (vergl.

Bezeichnet man die Coordinaten des magnetischen Elementes μ mit $x_1 y_1 z_1$, die Coordinaten eines in einer bestimmten Richtung bewegten Leiterelementes mit xyz, und sind die Componenten der Geschwindigkeit ω des letzteren nach den drei Axen gleich $\xi \eta \zeta$, ist die Inductionsconstante gleich Eins, so sind die Componenten der in dem Leiterelement inducirten elektromotorischen Kräfte nach der Richtung der drei Axen

$$A = 2\varepsilon\mu \left\{\frac{z_1 - z}{r_3}\,\eta - \frac{y_1 - y}{r^3}\,\zeta\right\} = \left(\eta\,\frac{\partial\frac{\mu}{r}}{\partial z} - \zeta\,\frac{\partial\frac{\mu}{r}}{\partial y}\right)$$

$$B = 2\varepsilon\mu \left\{\frac{x_1 - x}{r_3}\,\zeta - \frac{z_1 - z}{r^3}\,\xi\right\} = \left(\zeta\,\frac{\partial\frac{\mu}{r}}{\partial x} - \xi\,\frac{\partial\frac{\mu}{r}}{\partial z}\right)$$

$$C = 2\varepsilon\mu \left\{\frac{y_1 - y}{r_1}\,\xi - \frac{x_1 - x}{r^3}\,\eta\right\} = \left(\xi\,\frac{\partial\frac{\mu}{r}}{\partial y} - \eta\,\frac{\partial\frac{\mu}{r}}{\partial x}\right).$$

Ist nun

$$P = \int \frac{\mu}{r}\,dx_1\,dy_1\,dz_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

das Potential der magnetischen Masse in sämmtlichen, ausserhalb des Leiterelementes gelegenen Raumelementen, so ist bei der Summation die gesammte elektromotorische Kraft nach den drei Axen

$$\left.\begin{aligned} A = \left(\eta\,\frac{\partial P}{\partial z} - \zeta\,\frac{\partial P}{\partial y}\right); \quad B = \left(\zeta\,\frac{\partial P}{\partial x} - \xi\,\frac{\partial P}{\partial z}\right); \\ C = \left(\xi\,\frac{\partial P}{\partial y} - \eta\,\frac{\partial P}{\partial x}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 2)$$

Im Inneren des rotirenden Leiters sollen keine freie Elektricitäten vorhanden sein; es ist demnach

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Werden bei der Rotation des Leiters freie Elektricitäten auf demselben vertheilt, deren Potential auf einem seiner Punkte V ist, ist K sein Leitungsvermögen, so sind die Componenten u, v, w der Stromesdichtigkeit im Punkte xyz gleich

$$\left.\begin{aligned} u = K\left(-\frac{\partial V}{\partial x} + A\right); \quad v = K\left(-\frac{\partial V}{\partial y} + B\right); \\ w = K\left(-\frac{\partial V}{\partial z} + C\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 4)$$

---

das Schlusscapitel) festgestellt; sie lassen sich indess nicht gut analytisch behandeln. Wir lassen die, jene Induction betreffenden Glieder um so eher fort, als die Anwendbarkeit der Weber'schen Formel für nicht geschlossene Leiter nicht unbedingt feststeht.

Nehmen wir die z-Axe als Rotationsaxe, ist die Winkelgeschwindigkeit der Drehung n, so ist

$$\xi = -ny, \quad \eta = -nx, \quad \zeta = 0,$$

und bei Einführung dieser Werthe in Gleichung 2)

$$u = K\left(-\frac{\partial V}{\partial x} + nx\frac{\partial P}{\partial z}\right); \quad v = K\left(-\frac{\partial V}{\partial y} + ny\frac{\partial P}{\partial z}\right);$$
$$w = K\left[-\frac{\partial V}{\partial z} + n\left(x\frac{\partial P}{\partial x} + y\frac{\partial P}{\partial y}\right)\right]. \quad . \quad . \quad 5)$$

Damit ferner im Inneren des Körpers eine constante Strömung eintrete, muss

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

sein; letztere Gleichung ist demnach

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 2n\frac{\partial P}{\partial z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

An der Grenze des Körpers muss ferner

$$u\cos\lambda + v\cos\mu + w\cos\nu = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

oder

$$\frac{\partial V}{\partial x}\cos\lambda + \frac{\partial V}{\partial y}\cos\mu + \frac{\partial V}{\partial z}\cos\nu = n(x\cos\lambda + y\cos\mu)\frac{\partial P}{\partial z}$$
$$- n\cos\nu\left(x\frac{\partial P}{\partial x} + y\frac{\partial P}{\partial y}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

sein, wo λ, μ, ν die Winkel sind, welche die Richtung der elektromotorischen Kraft mit den Coordinatenaxen einschliesst.

Ist die Vertheilung der magnetischen Fluida symmetrisch um die Rotationsaxe, also P nur eine Function von z und dem Abstande $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ von der Rotationsaxe, so wird den Gleichungen genügt durch die Annahme

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0,$$

also

$$\frac{\partial V}{\partial x} = nx\frac{\partial P}{\partial z}; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = ny\frac{\partial P}{\partial z}; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = -n\left(x\frac{\partial P}{\partial z} + y\frac{\partial P}{\partial y}\right) \quad . \quad . \quad 9)$$

Führt man Polarcoordinaten ein, so werden diese Gleichungen

$$\frac{\partial V}{\partial r} = nr\frac{\partial P}{\partial z}; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = -nr\frac{\partial P}{\partial r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

Da das vollständige Differential von V

$$dV = \frac{\partial V}{\partial r}dr + \frac{\partial V}{\partial z}dz$$

ist, so folgt aus der Gleichung 10):

$$V = n\int\left(r\frac{\partial P}{\partial z}dr - r\frac{\partial P}{\partial r}dz\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Ist ferner die Dichtigkeit im Inneren des Körpers gleich σ, so ist nach Gleichung 9), wenn V_i der Werth von V daselbst ist,

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} = 2n\frac{\partial P}{\partial z} = -4\pi\sigma \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich σ bestimmen. σ_0 an der Oberfläche ist durch die Bedingung

$$\left(\frac{\partial V}{\partial N}\right)_a - \left(\frac{\partial V}{\partial N}\right)_i = -4\pi\sigma_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

gegeben, in welcher die beiden Differentiationen nach der Normale der Oberfläche des Körpers in der Richtung nach innen und nach aussen genommen sind.

709 Für eine Kugel, deren Rotationsaxe (z) mit der Richtung einer constanten magnetischen Kraft M zusammenfällt, ist

$$\frac{\partial P}{\partial z} = M; \quad V_i = \tfrac{1}{2}nMr^2 + Const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

Ist R der Radius der Kugel, ϑ der Winkel zwischen einem beliebigen Radius und der z-Axe, so ist für den Endpunkt desselben $r = R\sin\vartheta$,

$$V_i = \tfrac{1}{2}nMR^2\sin^2\vartheta + Const \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

und

$$\sigma_0 = \frac{Const}{4\pi R} + \frac{nMR}{4\pi}\left({}^{11}/_6 - {}^5/_2\cos^2\vartheta\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

Im Inneren ist überall die Dichtigkeit der freien Elektricität constant gleich

$$\sigma = -\frac{nM}{2\pi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

Da die Gesammtmenge der freien Elektricität im Inneren und auf der Oberfläche der Kugel gleich Null sein muss, so muss $-{}^4/_3R^3\pi\sigma + 4R^2\pi\sigma_0 = 0$ sein, woraus $Const = -{}^1/_3nMR^2$ folgt. Dann wird

$$\sigma_0 = \frac{nMR}{4\pi}\left({}^5/_2\sin^2\vartheta - 1\right).$$

Für einen beliebig gestalteten Rotationskörper, der um die z-Axe rotirt, in welcher zugleich ein mit dem Coordinatenanfangspunkt zusammenfallender Magnetpol μ liegt, ist $P = \mu/\sqrt{r^2 + z^2}$, also nach Gleichung 11)

$$V_i = \frac{n\mu z}{\sqrt{r^2 + z^2}} + Const.$$

Bilden die Verbindungslinien des Coordinatenanfangspunktes mit zwei Punkten der Oberfläche des Körpers mit der z-Axe die Winkel γ_1 und γ_2, ist für beide Punkte $V_i = V_1$ und V_2, so folgt

$$V_2 - V_1 = n\mu(\cos\gamma_2 - \cos_1).$$

Werden also diese Punkte durch einen ruhenden Leiter von so grossem Widerstande ϱ verbunden, dass der in demselben fliessende Strom auf die elektrische Vertheilung in dem rotirenden Körper keinen Einfluss hat, so ist die Intensität des Stromes

$$I = \frac{V_2 - V_1}{\varrho} = \frac{n\mu}{\varrho}(\cos\gamma_2 - \cos\gamma_1),$$

wie wir schon §. 171 gefunden haben.

Das Potential einer in dieser Art rotirenden Kugel auf einen äusseren Punkt, welcher von dem Kugelmittelpunkte um die Länge L von einem Element $d\omega$ der Oberfläche der Kugel um F absteht, ist

$$V_a = -n\mu\frac{L^2 - R^2}{4\pi R}\int\frac{\cos\gamma}{F^3}\,d\omega,$$

welche Formel sich durch die Anziehung eines der Kugel genäherten, elektrischen Körpers prüfen liesse.

Liegen die Magnetpole nicht in der Rotationsaxe, so bedürfen die Gleichungen 5), 6) und 7) einer anderen Lösung.

Ist der Rotationskörper eine durch zwei parallele Ebenen im Abstande 2δ von einander begrenzte Scheibe, welche um die auf denselben senkrechte (z) Axe rotirt, so seien die Gleichungen der Ebenen $z = +\delta$, $z = -\delta$; die Lage des magnetischen Pols μ ausserhalb der Scheibe sei durch die Coordinaten a, b, c gegeben; dann ist $P = \mu/\varrho$, wo $\varrho = +\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$ der Abstand eines Punktes x, y, z der Scheibe von dem Pol μ ist. Für die Oberflächen der Scheibe ist zunächst die betreffende Gleichung 8) erfüllt, wenn die Strömungen parallel der Fläche der Scheibe erfolgen. Dann folgt aus Gleichung 9): 710

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -n\frac{\partial z}{\partial z}\left(x\frac{\partial P}{\partial x} + y\frac{\partial P}{\partial y}\right),$$

also nach Gleichung 6):

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - n\frac{\partial}{\partial z}\left(2P + x\frac{\partial P}{\partial x} + y\frac{\partial P}{\partial y}\right) = 0.$$

Diese Gleichung wird erfüllt, wenn

$$V = n\mu\left\{-\frac{c-z}{\varrho} + \frac{a(x-a) + b(y-b)}{\varrho[\varrho + (c-z)]}\right\}$$

ist. Berechnet man hieraus u und v (Gleichung 5), so ergiebt sich

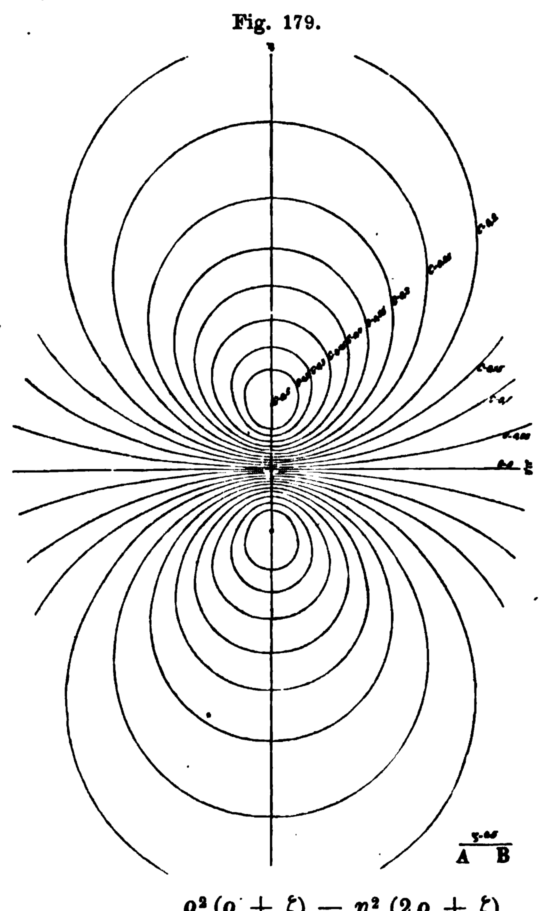
$$u = n\mu K \frac{\partial}{\partial y} \frac{ay - bx}{\varrho(\varrho + c - z)}; \quad v = n\mu K \frac{\partial}{\partial x} \frac{bx - ay}{\varrho(\varrho + c - z)},$$

und die Gleichung der Strömungscurven ist

$$vdz - udy = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{bx - ay}{\varrho(\varrho + c - z)} = Const.$$

Setzt man $x - a = \xi$, $y - b = \eta$, $z - c = \zeta$, und legt die x-Axe durch den Pol μ und die Rotationsaxe, so ist $b = 0$ und es wird

Fig. 179.



$$u = n\mu Ka \frac{\varrho^2(\varrho + \zeta) - \eta^2(2\varrho + \zeta)}{\varrho^3(\varrho + \zeta)^2}$$

$$v = n\mu Ka \frac{\xi\eta(2\varrho + \zeta)}{\varrho^3(\varrho + \zeta)^2}$$

und die Gleichung der Strömungscurven

$$\frac{\eta}{\varrho(\varrho + \zeta)} = C.$$

Dies ist eine Gleichung vierten Grades. Indess entsprechen den Strömungscurven nur die Curven, für welche $\varrho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$ positiv ist. Die Gestalt der Strömungscurven, Fig. 179, ist also von der Entfernung a des Poles von der Rotationsaxe unabhängig; die Stromesdichtigkeiten u und v werden aber a proportional und werden für $a = 0$ ebenfalls gleich Null. Für $\eta = 0$ verschwindet auch die Stromesdichtigkeit v, so dass also die ξ-Axe von keiner Strömungscurve geschnitten wird. — Für $C = 0$ ist für alle Werthe von ϱ und ξ auch $\eta = 0$, also fällt die diesem Werthe entsprechende Strömungscurve mit der ξ-Axe zusammen. Für gleiche und entgegengesetzte Werthe von C erhält man Curven, die auf beiden Seiten symmetrisch zur ξ-Axe liegen. Ferner sind die Curven in sich geschlossen und jede einzelne hat in Bezug auf die η-Axe zwei symmetrische Hälften. Sie umschliessen dabei zwei auf der η-Axe liegende Wirbelpunkte, für welche $u = 0$ und $v = 0$ sind, die der Gleichung

$$\eta = \pm \zeta \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}} = \pm\, 1{,}272\, \zeta$$

entsprechen und auf zwei Geraden liegen, welche sich im inducirenden Pol in einem Winkel von 103° 39′ schneiden[1]). Liegt der Pol dicht an der Scheibe, so reduciren sich die Wirbelpunkte auf einen, dicht über dem Pol liegenden, um welchen sich die Strömungscurven schliessen[2]).

Sind mehrere Magnetpole vorhanden, so summiren sich, da die Gleichung für V linear ist, die Wirkungen, und es wird

$$V = n \sum \mu \left\{ -\frac{c - z}{\zeta} + \frac{a(x - a) + b(y - b)}{\varrho(\varrho + c - z)} \right.$$

und die Gleichuug der Strömungscurven

$$\sum \frac{\mu(ay - bx)}{\varrho(\varrho + c - z)} = Const.$$

Liegen zwei gleich starke und entgegengesetzte Magnetpole in gleicher Entfernung von der Scheibe und in den Abständen $\pm a$ von der Umdrehungsaxe entfernt, so wird **711**

$$V = n\mu \left(\frac{c - z}{\varrho_2} - \frac{c - z}{\varrho_1} + \frac{a(a + x)}{\varrho_2(\varrho_2 + c - z)} - \frac{a(a - x)}{\varrho_1(\varrho_1 + c - z)} \right),$$

wo

$$\varrho_1^2 = (a - x)^2 + y^2 + (c - z)^2$$
$$\varrho_2^2 = (a + x)^2 + y^2 + (c - z)^2$$

ist. Die Gleichung der Strömungscurven ist dann

$$\frac{y}{\varrho_1(\varrho_1 + c - z)} + \frac{y}{\varrho_2(\varrho_2 + c - z)} = C.$$

---

1) In der Fig. 179 ist Abstand des Poles von der Ebene der Zeichnung gleich $AB = 0{,}5$ gesetzt. — 2) Letztere Curven sind auch von Felici berechnet (Annali di scienze matematiche e fisiche 1853, p. 173, und 1854, p. 35).

Die Linien gleichen Potentials sind auf beifolgender Fig. 180 voll ausgezogen, die Strömungscurven punktirt für verschiedene Werthe von C gezeichnet. M ist die Rotationsaxe, $AB = 0{,}5$ der Abstand des Poles von

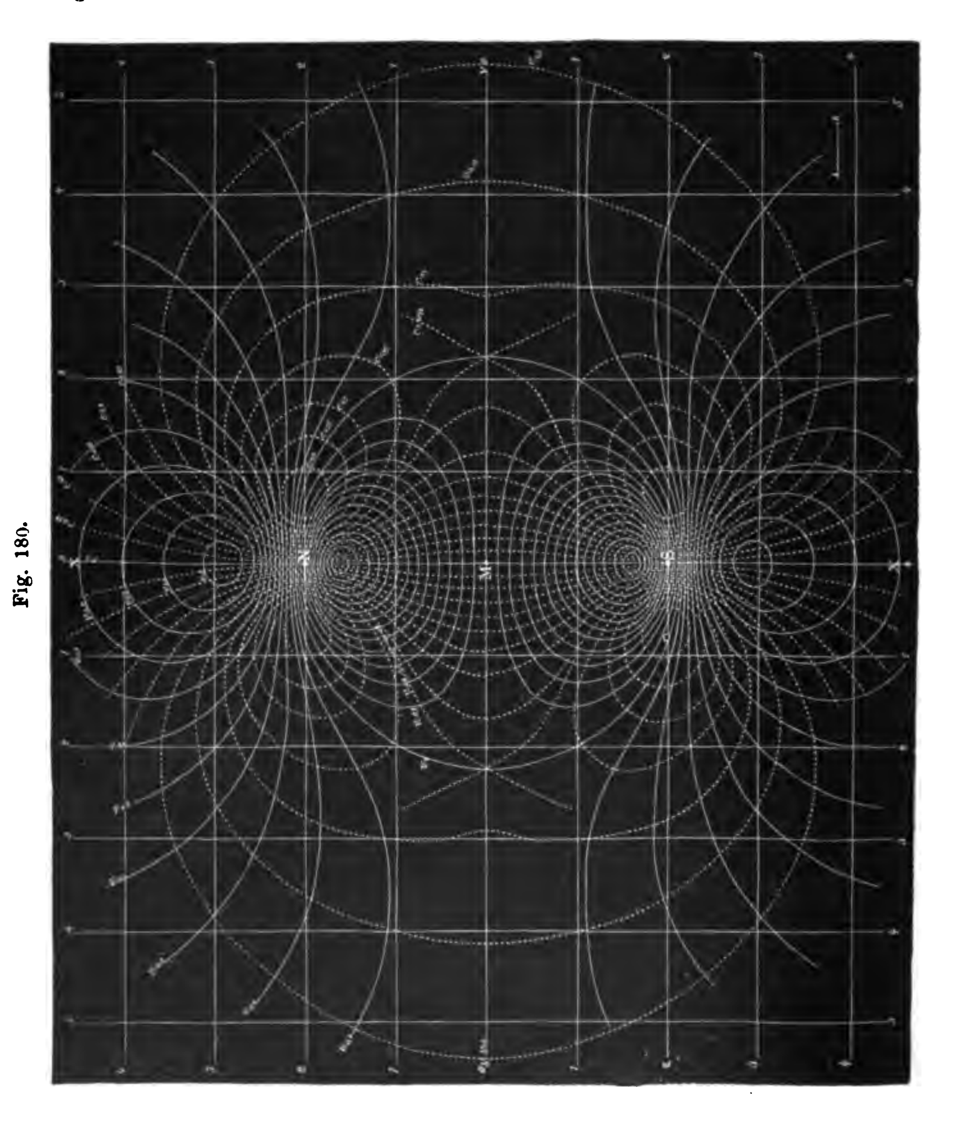


Fig. 180.

der Ebene der Figur. Die Strömungscurven umschliessen also vier zu beiden Seiten der Pole liegende Wirbelpunkte, die Linien gleichen Potentials umschliessen je zwei in der Verbindungslinie der Pole zu beiden Seiten derselben liegende Punkte. Für $V = 0$ ist die Linie gleichen

Potentials aus der auf der Verbindungslinie der Pole normalen Y-Axe und einer nahezu kreisförmigen, durch die Pole gehenden Linie zusammengesetzt. Wo die Y-Axe und diese Linie sich schneiden, schneiden sich auch zwei bestimmte Strömungscurven, für welche $C = 0{,}4152$ ist und welche jedem der Pole entsprechen. — Die Linien gleichen Potentials stimmen hiernach sehr vollständig mit den Beobachtungen von Matteucci überein, während die berechneten Strömungscurven mit den von Matteucci gezeichneten in Folge der oben erwähnten Ursachen nicht zusammenfallen [1]).

---

[1]) Weitere Berechnungen:

Inductionsströme in Platten und Kugelschalen, welche vor Magneten um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Axe rotiren. Niven, Proc. Roy. Soc. **30**, 113, 1880.

Die Bewegung der Elektricität in einer leitenden Kugel ist von Riecke (Gött. Nachr. 1876, 17. Mai) behandelt worden; namentlich die in der Kugel durch einen schwingenden Magnet erzeugte, und zwar je nachdem der Mittelpunkt des Magnets über, vor oder neben der leitenden Kugel liegt.

Himstedt (Wied. Ann. **11**, 812, 1880) hat die erhaltenen Formeln geprüft, indem er Kupferkugeln entweder in einem homogenen Magnetfelde rotiren oder ein aus zwei horizontalen entgegengestellten Magnetnadeln gebildetes astatisches System schwingen liess, während sich zwischen ihnen eine Kupferkugel befand, wobei die Schwingungen des Magnetsystems gedämpft werden.

Eine Berechnung der inducirten Ströme in einem Kreiscylinder von unendlicher Länge bei Rotation um seine Axe in einem gleichartigen Magnetfelde, dessen Kraftlinien auf der Cylinderaxe senkrecht stehen, ist von Oberbeck (Grunert's Archiv **56**, 394, 1874) unter Berücksichtigung der Inductionswirkungen höherer Ordnung vorgenommen worden. Es werden hierbei nur Ströme parallel der Cylinderaxe erzeugt. Auch ergiebt sich, dass die Inductionsströme höherer Ordnung völlig genügen, um die Verschiebung der Strömungsbahnen bei grösseren Drehungsgeschwindigkeiten zu erklären (siehe den folgenden Paragraphen). Ein Magnetpol wird von den Inductionsströmen im Cylinder angezogen oder abgestossen, und zwar in Folge der Inductionsströme höherer Ordnung allein, auch wenn er in einer durch die Cylinderaxe gehenden Magnetkraftlinie liegt.

In Bezug auf die Berechnung müssen wir auf das Original verweisen.

Wir brauchen dabei keine Verzögerung der Induction selbst anzunehmen (vergl. F. E. Neumann, Abhandl. der Berl. Akad. 1845, S. 15).

Lamb. Induction elektrischer Ströme in einem langen cylindrischen und einem sphärischen Leiter in einem homogenen Magnetfelde, dessen Kraftlinien der Axe des Cylinders parallel verlaufen. Proc. London Math. Soc. 14. Febr. 1894, p. 139; Beibl. **9**, 462.

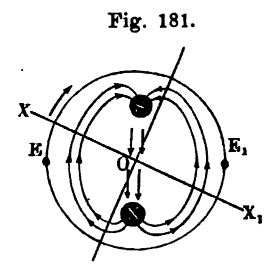
Basset. Induction elektrischer Ströme in einer unendlichen, in einem Magnetfelde rotirenden Ebene. Phil. Mag. [5] **22**, 140, 1886; Beibl. **10**, 731.

Lamb. Induction elektrischer Ströme in einer ellipsoidischen Fläche, sowie in einer dünnen, von zwei conaxialen und ähnlichen Ellipsoiden begrenzten Fläche. Proc. Roy. Soc. London **42**, 196, 1887; Beibl. **11**, 64.

Pitoni. Ueber den durch einen Magnetpol in einer rotirenden Platte oder Kugel inducirten elektrischen Zustand. Die Resultate weichen von denen von Jochmann und Matteucci ab. Bei Platten von 10 bis 17 cm Radius ergab sich: 1. Eine Curve vom Potential Null läuft durch die Mitte der Scheibe und die Projection des Magnetpoles auf dieselbe, wenn sein Abstand davon sehr klein ist. Nach Jochmann wäre auf derselben das Potential nicht Null. Die Curve ist nicht, wie Matteucci will, ein Kreis, sondern eine Ellipse. Ist der Abstand des Poles vom Centrum 10 cm, so ist er die kleinere Axe derselben. 2. Bei Entfernung des Poles von der Platte entfernt sich die Curve immer mehr von der Projection des Poles (entgegen Matteucci). 3. Bei

712 Schon Nobili[1]) beobachtete, dass bei schnellem Drehen der rotirenden Scheibe die Strömungscurven sich im Sinne der Rotationsrichtung verschoben. Er legte die eine Elektrode eines Galvanometers auf die Mitte, die andere auf einen Punkt E oder E_1, Fig. 181, der Peripherie der Scheibe, welcher um 90 Grad von der Verbindungslinie der Magnetpole abstand. Bei langsamer Drehung der Scheibe wurde die Galvanometernadel nicht abgelenkt. Bei schnellerer Drehung musste er aber die zweite Elektrode im Sinne der Drehungsrichtung gegen einen Punkt X oder X_1 der Peripherie der Scheibe verschieben, um im Galvanometer keinen Strom wahrzunehmen. — Ebenso fand Matteucci (l. c.) die Verschiebung der isoelektrischen Curven. Ihr Drehungswinkel

Fig. 181.



---

einer bestimmten Entfernung des Poles vom Centrum geht die Curve nicht mehr durch die Projection des Poles und entfernt sich davon immer mehr, je näher der Pol an den Rand der Scheibe kommt. 4. Fällt eine Projection in den Rand, so treffen die jetzt offenen Linien gleichen Potentials den Rand nicht mehr normal; 5. auch dann nicht, wenn der Pol in die Scheibe fällt (4 und 5 entgegen Matteucci).

In einer rotirenden Kugel von 3,4 cm Radius ist die Linie des Potentials Null allgemein eine ovale Curve, welche vom Pol der Rotation zum Magnetpol geht und symmetrisch zu dem durch den Pol gehenden Meridian ist (entgegen Jochmann). Liegt der Pol in der Aequatorialebene der rotirenden Kugel, so ist übereinstimmend mit der Theorie von Jochmann die Linie des Potentials Null der Aequator der Kugel. Hohle und massive Kugeln geben gleiche Resultate (Nuovo Cimento [3] 22, 45, 1887; Beibl. 12, 79).

Nach weiteren Versuchen entfernt sich bei wachsendem Abstande A des Magnetpoles von der rotirenden Scheibe die geschlossene elliptische Curve immer mehr von der Projection des Poles und nicht nur der grössere Durchmesser a, sondern auch der kleinere b nimmt in gleichem Verhältniss z. B. für A von 0,40 mm, a von 3 bis 2,35, b von 2,8 bis 2,2 ab. Bei Platten von verschiedenem Durchmesser wurden ceteris paribus gleiche Resultate erhalten. Die Abnahme der Durchmesser der Ellipse steigt mit der Entfernung vom Pole. Bei Rotationszahlen von zwei bis zehn Umläufen in der Secunde ergaben sich nicht wesentlich verschiedene Resultate, so dass man dies nicht auf die Verschiebung der Niveaulinien durch die Schnelligkeit der Rotation schreiben kann (Nuovo Cimento [3] 28, 30, 1889; Beibl. 13, 729).

R. Felici. Potential eines unter Einfluss eines Magnetes bewegten Leiters (Nuovo Cimento [3] 24, 32, 1888; Beibl. 13, 192). Das Resultat für eine dünne rotirende Scheibe unter Einfluss eines axialen Magnetes stimmt mit dem von Jochmann überein.

K. Otto Richter. Galvanische Induction in einem körperlichen Leiter (Dissertation, Leipzig 1888. Schlömilch's Zeitschr. 33, 209, 1888).

C. Neumann. Ueber einen eigenthümlichen Fall elektrodynamischer Induction. Inducirte Ströme und Ansammlungen freier Elektricität in einer in einem gleichartigen Magnetfelde um die axiale Richtung rotirenden Kugel, sowie in einem ruhenden Conductor in der Nähe der Kugel. — Aehnliche Berechnungen in einem constanten elektrostatischen Felde mittelst der Inductionsgesetze von W. Weber, F. Neumann und C. Neumann (Abhandl. der königl. Sächs. Ges. d. Wissensch., math.-phys. Classe 18, Nr. II, S. 67, 1892; Beibl. 16, 446).

Janet. Ströme von Foucault, Ann. de l'Enseignement supérieur de Grenoble 4 [1] 1, 1892; Beibl. 17, 593.

[1]) Nobili, Pogg. Ann. 27, 426, 1833.

sollte der Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe proportional sein. Die geschlossene neutrale Linie *SANB*, Fig. 176, auf der über zwei Magnetpolen rotirenden Scheibe wurde dabei ein wenig mehr gegen die Mitte derselben zusammengezogen [1]).

Diese Erfahrung sollte anzeigen, dass zur völligen Entwickelung der Inductionsströme eine gewisse Zeit erforderlich ist, welche gegen die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe nicht völlig verschwindet; ein Resultat, welches schon früher mit grosser Bestimmtheit aus dem Verhalten eines über einer horizontalen rotirenden Metallscheibe vertical aufgehängten Magnetes abgeleitet worden war (s. w. u.).

Die Erscheinung rührt von dem Verlaufe der Inductionsströme höherer Ordnung her.

Die bei der relativen Bewegung eines Magnetes und einer Metallmasse in letzterer inducirten Ströme können auf den Magnet selbst durch ihre elektromagnetische Wirkung zurückwirken und Bewegungen desselben hervorrufen oder die ihm schon ertheilten Bewegungen verändern. Dies zeigt sich bei den von Arago [2]) gefundenen Erscheinungen des sogenannten Rotationsmagnetismus, durch dessen nähere Untersuchung Faraday auf die Entdeckung der Induction geführt wurde. **713**

Stellt man auf eine feine, kurze, auf einer Glasplatte befestigte Spitze eine Magnetnadel, oder hängt eine solche Nadel horizontal an einem Coconfaden dicht über der Glasplatte auf, und versetzt unter der letzteren eine horizontale Scheibe von Metall, z. B. von Kupfer, deren Centrum mit der Drehungsaxe der Magnetnadel zusammenfällt, vermittelst eines Schnurlaufes oder eines Uhrwerkes in Rotation, so wird die Magnetnadel zuerst in der Richtung der Drehung der Metallscheibe aus ihrer Gleichgewichtslage im magnetischen Meridian abgelenkt. Ist die Scheibe dick und gross, die Magnetnadel gehörig lang, so geräth sie sogar in eine der Drehungsrichtung der Scheibe gleichgerichtete Rotation.

Um diese Rotation leichter hervorrufen zu können, ist es zweckmässig, die die Nadel richtende Kraft des Erdmagnetismus zu compensiren. Dies geschieht, indem man sich entweder einer Magnetnadel bedient, welche in der Mitte einen Folgepunkt hat, also daselbst z. B. einen Südpol, an den Enden zwei Nordpole zeigt; oder indem man sich der von Trémery angegebenen astatischen Nadel bedient, sie also aus einem Mittelstück von Holz oder Elfenbein zusammensetzt, in welches beiderseits zwei möglichst gleich starke coaxiale Magnetnadeln in entgegengesetzter Richtung eingelassen sind; oder auch indem man der Nadel

---

[1]) Vergl. auch Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **27**, 129, 1853. — [2]) Arago, Ann. de Chim. et de Phys. **27**, 363, 22. Nov. 1824; ibid. **28**, 325, 1825; Pogg. Ann. **3**, 343.

von Norden her den Nordpol eines Magnetstabes nähert[1]). — Ist die Nadel neben der Scheibe aufgestellt, so dass sich nur ihr einer Pol über ihr befindet, so wird bei der Rotation die Nadel in entgegengesetzter Richtung abgelenkt, wie wenn sie über dem Mittelpunkte der Scheibe schwebte.

714 Wird eine kleine horizontale Magnetnadel, die über der Mitte einer rotirenden, horizontalen Kupferscheibe aufgehängt und, wie erwähnt, im Sinne der Drehung abgelenkt wird, in der Richtung ihrer Axe gegen den Rand der Scheibe verschoben, so werden von beiden Polen Ströme inducirt, welche sie nach derselben Seite der Scheibe zu bewegen streben. Dabei sind aber die unter dem dem Rande zunächst liegenden Pol, z. B. dem Nordpol befindlichen Theile der Scheibe in schnellerer Bewegung, als die unter dem der Mitte näheren Südpol; ersterer wirkt also unter sonst gleichen Bedingungen stärker inducirend und wird stärker abgelenkt, als letzterer; die Ablenkung wird schwächer, als über dem Mittelpunkte, behält aber ihre Richtung bei. Nahe am Rande findet der ihm zunächst liegende Pol nicht an allen Seiten Metallmasse zur Erzeugung von Inductionsströmen; auch müssen letztere andere Bahnen einschlagen, als in einer allseitig ausgebreiteten Metallscheibe, so dass sie schwächer auf den Pol wirken, als die von dem der Mitte näher liegenden Pole inducirten Ströme auf letzteren; die Nadel wird jetzt im entgegengesetzten Sinne abgelenkt.

Hängt man über einer horizontalen rotirenden Scheibe einen └┐ förmigen Magnetstab so auf, dass sein einer Pol über der Scheibe schwebt und wesentlich allein von ihr beeinflusst wird, so nimmt aus dem letzteren Grunde die Ablenkung des Magnetstabes mit der Entfernung seines der Scheibe zugekehrten Poles von der Mitte der Scheibe ab[2]).

715 Hängt man ferner einen Magnetstab an dem einen Arm eines Wagebalkens in verticaler Lage über einer horizontalen Kupferscheibe auf, so wird er von ihr bei der Rotation abgestossen.

Wird endlich eine Inclinationsnadel über der rotirenden horizontalen Kupferscheibe in der Weise aufgehängt, dass die Nadel selbst vertical ist, ihre Drehungsaxe aber auf dem unter ihr befindlichen Radius der Scheibe senkrecht steht, so wird die Nadel gegen den Mittelpunkt der Scheibe hingezogen, wenn sie sich nahe an demselben befindet; in weiterer Entfernung findet sich eine Stelle der Scheibe, über welcher die Nadel vertical bleibt, in noch weiterer Entfernung wird sie gegen den

---

[1]) Vergl. Prevost und Colladon, Bibl. univ. 29, 316, 1825. Baumgartner und Ettingshausen, Zeitschr. f. Phys. u. Mathematik 1, 139. Böttger, Pogg. Ann. 50, 35, 1840. Barlow, Edinb. philos. Journ. Nr. 25. Baumgartner's Zeitschr. 1, 136, 1826. — [2]) Lamont, Bericht d. Münchener Sternwarte 1852, S. 132.

Rand der Scheibe hin abgelenkt. Ueber dem Mittelpunkt der Scheibe selbst bleibt die Nadel in Ruhe[1]).

Dieser Versuch lässt sich auch mit einer an ihrem einen Ende an einem Faden vertical aufgehängten Magnetnadel anstellen, welche man über die verschiedenen Punkte der Scheibe bringt. — Man kann auch nach Pohl[2]) die Scheibe in einer verticalen, auf der Meridianebene senkrechten Ebene rotiren lassen und vor verschiedenen Punkten ihres horizontalen Durchmessers eine Declinationsnadel aufstellen.

Wir haben also drei Componenten der auf die Nadel wirkenden Kraft zu unterscheiden, von denen die erste auf der Ebene der rotirenden Scheibe senkrecht steht und die Nadel von der Scheibe entfernt; die zweite und dritte aber parallel der Ebene der Scheibe wirken, und zwar in der Richtung der Tangente und in der Richtung des Radius derselben.

716 In früheren Zeiten nahm man zur Erklärung der vorliegenden Phänomene an, die Pole des Magnetes über der rotirenden Scheibe erzeugten an den unter ihnen befindlichen Punkten derselben eine ihnen entgegengesetzte Polarität, welche auch noch fortbestände, wenn sich bei der Rotation der Scheibe ihre unter den Magnetpolen befindlichen Stellen von den Polen ein wenig entfernten[3]). — Diese Erklärung würde indess nur bei Metallen in Anwendung kommen können, die stark magnetisch sind, z. B. bei Eisen. Auch würde durch die Magnetisirung der horizontalen, rotirenden Scheibe nicht die Abstossung der vertical über ihr aufgehängten Magnete, sowie die Ablenkung derselben in radialer Richtung nach dem Centrum oder nach der Peripherie hin erklärt werden können.

Der Grund der Erscheinungen liegt vielmehr in den in der bewegten Scheibe durch die Magnetnadel inducirten Strömen, welche durch ihre elektromagnetische Wechselwirkung mit der Nadel der Scheibe eine ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzte Drehung ertheilen würden, also auf die Nadel zurückwirkend, sie in gleichem Sinne mit der Rotation der Scheibe fortführen. — Hieraus erklärt sich zunächst die in der Richtung der Tangente der Scheibe auf sie wirkende Componente.

717 Sägt man in die rotirende Scheibe radiale, bis nahe an das Centrum gehende Einschnitte, so können die inducirten Ströme, welche in ihren an den Magnetpolen vorbei bewegten Radien entstehen, immer weniger zu Stande kommen, je grösser die Zahl der Einschnitte ist, da sich ihnen für ihre vollständige Schliessung keine Leitung darbietet. Mit wachsender Zahl der Einschnitte nimmt daher die Ablenkung der Magnetnadel

---

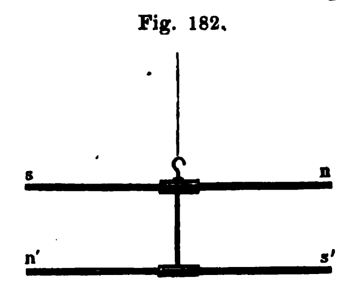
[1]) Arago, Ann. de Chim. et de Phys. 32, 217, 1826. — [2]) Pohl, Pogg. Ann. 8, 387, 1826. — [3]) Duhamel, Ann. de Chim. et de Phys. 32, 216, 1826 (Mittheilungen der Akademie vom 27. Dec. 1824).

über der rotirenden Scheibe ab. Werden aber die Einschnitte mit einem Metall zugelöthet, so tritt sie um so stärker auf, je besser das hierzu verwendete Metall leitet [1]). Aus demselben Grunde wirkt eine aus einem spiralförmig gewundenen Kupferdraht gebildete Scheibe auf die darüber befindliche Magnetnadel viel schwächer, als eine Blechplatte von gleicher Grösse und gleichem Gewichte [2]).

Hängt man neben der rotirenden Scheibe eine Magnetnadel so auf, dass ihre magnetische Axe sich in der Ebene der Scheibe befindet, so wird sie nicht abgelenkt, da nun keine inducirten Ströme entstehen.

Hängt man ferner neben der Scheibe eine Doppelnadel, Fig. 182, auf, so dass die beiden gleichgerichteten Nordpole der Nadeln sich gleich weit über und unter ihr befinden, so sind die bei der Rotation der Scheibe durch die Einwirkung beider Nadeln inducirten Ströme entgegengesetzt gerichtet und heben sich auf. Die Doppelnadel wird daher nicht abgelenkt.

Fig. 182.



Sind aber die Nadeln so verbunden, dass sich der Nordpol der einen über, der Südpol der anderen unter der rotirenden Scheibe befindet, oder umgekehrt, so addiren sich die inducirenden Wirkungen beider Pole, und die Nadel weicht in der der Rotation der Scheibe entsprechenden Richtung aus ihrer Gleichgewichtslage [3]).

Wird ebenso über dem Rande einer horizontalen, rotirenden Kupferscheibe an einem Faden mit dem Nordpol nach unten ein verticaler Magnetstab aufgehängt, welcher bis zu einem gewissen Grade bei der Rotation der Scheibe im Sinne ihrer Drehung abgelenkt wird, und von unten ein gleich starker Magnet mit seinem Nordpol dem Rande der Scheibe genähert, so wird bei gleichem Abstande der beiden Nordpole von derselben der oberhalb aufgehängte Magnet nicht mehr abgelenkt. Bei der Annäherung des Südpoles des unteren Magnetes nimmt dagegen die Ablenkung des oberen Magnetes zu.

Würde nur die durch die Magnete inducirte und etwa eine Zeit andauernde, magnetische Polarität der Scheibe die Bewegung des aufgehängten Magnetstabes bedingen, so hätte man das entgegengesetzte Verhalten erwarten müssen, indem im ersteren Falle durch den unteren Magnet die durch den aufgehängten Magnet erzeugte magnetische Polarisirung der Scheibe verstärkt, im zweiten aber vernichtet worden wäre.

Dieses Verhalten würde sich bei Anwendung einer Eisenscheibe an Stelle der Kupferscheibe gezeigt haben, da bei jener die magnetische Polarisirung die Wirkung der inducirten Ströme überwiegt.

---

[1]) Vergl. auch Herschel und Babbage, Phil. Trans. 1825, 481. — [2]) Prevost und Colladon, l. c. — [3]) Faraday, Exp. Res. Ser. 2, §. 245 ff. 1832.

Legt man zwischen die rotirende Kupferscheibe und die über ihr befindliche Magnetnadel eine Eisenscheibe, so wird die Wirkung aufgehoben, da in der Eisenscheibe unter dem Magnetpol der Nadel ein ihm ungleichnamiger Pol entsteht, dessen Inductionswirkung auf die Scheibe die der Nadel aufhebt. Eine ruhende Kupferplatte, welche man an Stelle der Eisenplatte bringt, vermindert ebenfalls die Wirkung, indem die in der rotirenden Scheibe erzeugten Inductionsströme in der ruhenden Platte Ströme höherer Ordnung induciren, deren elektromagnetische Wirkung auf die Nadel ihrer eigenen Wirkung entgegengesetzt ist [1]). — Die Einschaltung von nicht leitenden Platten, z. B. Glasplatten, ist dagegen ohne Einfluss.

Je schneller unter sonst gleichen Verhältnissen die Scheiben rotiren, um so intensiver sind die in der Zeiteinheit in ihnen inducirten Ströme. Da aber die von ihnen ausgehende Kraft, welche eine über ihnen hängende, durch den Erdmagnetismus gerichtete Declinationsnadel ablenkt, in tangentialer Richtung zur Rotationsrichtung der Scheibe, also auch senkrecht gegen die Axe der Nadel wirkt, so ist sie dem Sinus des Ablenkungswinkels der letzteren proportional. Deshalb wächst auch (innerhalb gewisser Grenzen, s. w. u.) der Sinus des Ablenkungswinkels der Nadel der Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe proportional. **718**

Dieses Gesetz ist durch sorgfältige Versuche von Snow Harris [2]) geprüft worden. Er liess eine Nadel über einem ebenen Ringe von 12,5 cm äusserem, 7,5 cm innerem Durchmesser und 0,1 cm Dicke schwingen, welcher in schnelle Rotation versetzt wurde. Der ganze Apparat befand sich unter der Glocke einer Luftpumpe. Wenngleich die Luft auf etwa 1 cm ausgepumpt war, musste doch die Nadel durch Papier- und Glasschirme vor Luftströmungen geschützt werden, da ohne diese Schirme auch Nadeln von unmagnetischen Stoffen an Stelle der Magnetnadel bei der Rotation des Kupferringes abgelenkt wurden. Verhielten sich die Zahlen der Drehungen des Ringes in einer Minute wie $357:714 = 1:2$, so verhielten sich die Sinus der Ablenkungen der Nadel, mithin die ablenkenden Kräfte, wie $\sin 24^0 : \sin 56^0 = 1:2{,}038$.

Je besser ferner das Leitungsvermögen der rotirenden Metallscheiben ist, um so intensiver sind auch die in ihnen inducirten Ströme. Daher müssen sich die Sinus der Ablenkungen der über ihnen schwebenden Nadel wie ihre specifischen Leitungsfähigkeiten verhalten. **719**

Als auf diese Weise Herschel und Babbage (l. c. §. 717) verschiedene Scheiben von 25 cm Durchmesser und 1,2 cm Dicke gleich schnell unter einer Magnetnadel rotiren liessen, ergaben sich die Verhältnisse der Sinus der Ablenkungen der Nadel, d. i. die specifischen

---

[1]) Prevost u. Colladon, l. c. — [2]) Snow Harris, Phil. Trans. 1831, 1, 76.

Leitfähigkeiten, wie in folgender Tabelle unter I. angegeben ist. Die unter II. erwähnten Zahlen sind auf ganz ähnlichem Wege von Nobili und Bacelli[1]) gefunden.

	I.	II.		I.	II.
Kupfer	100	100	Blei	25	17
Zink	93(?)	30	Antimon	9	—
Zinn	46	21	Wismuth	2	—
Messing	—	23			

Diese Zahlen stimmen wenigstens annähernd mit den sonst erhaltenen Werthen der relativen Leitfähigkeiten der Metalle überein. Auch über Quecksilber, welches zwischen zwei durch einen Ring von Wachs zusammengeklebte Glasplatten eingeschlossen und so in Rotation versetzt wird, wird eine Magnetnadel abgelenkt; ebenso über einer gut leitenden Scheibe von Gasretortenkohle.

Ueber rotirenden Holzscheiben, flachen, mit Salzlösungen u. s. f. gefüllten und rotirenden Gefässen kann man wegen ihrer geringen Leitfähigkeit kaum Ablenkungen der Magnetnadel wahrnehmen[2]).

Da die Intensität der in den Scheiben inducirten Ströme bei solchen Dicken derselben, welche gegen ihren Abstand von den Magnetpolen zu vernachlässigen sind, den Dicken proportional ist, so ist in diesem Falle auch der Sinus der Ablenkung der über ihnen aufgehängten Magnetnadel eben denselben proportional. Die Wirkung zeigt sich indess auch schon bei sehr dünnen Platten, z. B. bei Stanniolblättchen, welche auf eine Glasplatte geklebt sind[3]).

Da ferner die Intensität der Inductionsströme bei gleicher Länge der Magnetnadel dem magnetischen Moment der letzteren proportional ist, so nimmt die ablenkende Wirkung der rotirenden Scheibe proportional dem Quadrate jenes Momentes zu[4]). Man könnte daher das Moment verschieden stark magnetisirter Nadeln durch ihre Ablenkungen über einer mit constanter Geschwindigkeit rotirenden Scheibe bestimmen[5]).

Mit wachsender Entfernung der Magnetnadel von der Scheibe nimmt die Intensität der inducirten Ströme und so auch die Rückwirkung auf die Magnetnadel schnell ab.

Als z. B. Harris (l. c.) bei seinen Versuchen die über dem rotirenden Ringe schwebende Nadel durch eine Mikrometerschraube in verschiedene Entfernung über denselben erhob, war die Ablenkung der Nadel:

---

[1]) Nobili und Bacelli, Bibl. univ. 31, 47, 1826; Baumgartner und Ettingshausen's Zeitschr. 1, 142. — [2]) Arago (l. c.) glaubte eine solche Wirkung zu beobachten. Nobili und Bacelli (l. c.) leugnen dieselbe. — [3]) Colladon u. Prevost, l. c. — [4]) Vergl. Christie, Phil. Trans. 1825, 501. — [5]) Arago, Ann. de Chim. et de Phys. 30, 263, 1825; Pogg. Ann. 5, 535.

Entfernung in Schraubengängen		Umdrehung in der Minute 178,5	357	714
4	Abl.:	18	38	—
5		12	24	56
6		—	16	—
8		4,5	9	—
10		3	6	12

Hiernach verhalten sich unter den gerade obwaltenden Versuchsbedingungen die ablenkenden Kräfte etwa umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung der Nadel von der Scheibe.

720 Während bei diesen Versuchen nur die tangentiale Componente der Wirkung der Inductionsströme auf die Magnetnadel in Betracht kommt, ist noch die radiale und die auf der Ebene der Scheibe senkrechte Componente derselben zu erklären[1]).

Lägen die in einer rotirenden Scheibe durch den einen Pol N, Fig. 183, einer Magnetnadel inducirten Ströme zu beiden Seiten derselben symmetrisch, so könnte man die abstossende Wirkung der in Bezug auf die Rotationsrichtung hinter dem Pole N liegenden Ströme in einem Punkte a, die ebenso grosse anziehende Wirkung der vor dem Pole liegenden Ströme in einem Punkte b concentrirt denken, welche beiden Punkte einen gleichen Abstand von dem unter Pol N liegenden Radius der Scheibe besässen. Die auf N wirkende Resultante der beiden von a und b ausgehenden Kräfte wäre parallel der Ebene der Scheibe und der Tangente ihrer Rotationsrichtung. Es könnten also die zwei anderen Componenten der Wirkung auf Pol N nicht auftreten.

Fig. 183.

Verschieben sich aber die Inductionsströme mit der rotirenden Scheibe in Folge der Ströme höherer Ordnung, so dass sie scheinbar eine gewisse Zeit andauern, so rückt der Punkt a gegen N vor nach a', b von N fort nach b'; die Abstossung von N durch a' wird grösser, die Anziehung durch b' kleiner, und die Resultante beider Kräfte ist ein wenig nach oben gerichtet. Sie hat eine auf der Ebene der Scheibe senkrechte, den Pol N von ihr entfernende Componente.

Liegt ferner der Pol N in der Nähe des Randes der Scheibe, so sind die Geschwindigkeiten der Theile des unter dem Magnet hindurchgehenden Radius derselben, welche dem Mittelpunkte und dem Rande näher liegen, als der unter dem Pol befindliche Punkt, und auf welche aus nächster Nähe die Inductionswirkung stattfindet, nicht sehr von einander verschieden; aus diesem Grunde allein würden also die inducirten

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 1, §. 125; Ann. de Chim. et de Phys. 51, 422 u. flgde., 1832. Moser, Repert. 1, 300, 1837.

Ströme nach dem Mittelpunkte und dem Rande der Scheibe hin ziemlich gleiche Intensität besitzen. Da sie aber am Rande keinen Platz zu ihrer Ausbreitung finden, so verbreiten sie sich mehr nach der Mitte der Scheibe; die Centra *a* und *b* ihrer Wirkung auf den Magnetpol liegen näher an derselben als Pol *N*. — Wären wieder *a* und *b* gleich weit von *N* entfernt, so würde dennoch die Resultante der von ihnen ausgehenden Kräfte der Tangente der Drehungsrichtung entsprechen. — Wenn aber durch die Verschiebung von *a* und *b* im Sinne der Rotationsrichtung die Abstossung von *N* durch *a* grösser ist, als die Anziehung durch *b*, so hat die resultirende Kraft noch eine gegen die Peripherie der Scheibe gerichtete Componente. — Befindet sich Pol *N* nahe dem Centrum der Scheibe, so finden freilich die Inductionsströme allerseits Metallmassen genug zu ihrer Ausbildung. Jetzt ist aber die Geschwindigkeit der jenseits des Magnets, dem Rande der Scheibe zu liegenden Theile verhältnissmässig viel grösser, als die der mehr centralen Theile; zugleich bewegen sich die jenseits des Centrums liegenden Theile derselben in entgegengesetzter Richtung. Die Inductionsströme breiten sich daher nach dem Rande der Scheibe zu in grösserer Intensität und weiter aus, als nach ihrer Mitte hin. Die Punkte *a* und *b* liegen der Peripherie der Scheibe näher, als der Magnetpol. Dann ergiebt die Verschiebung derselben mit der Rotation eine den Pol gegen das Centrum der Scheibe treibende Componente. — In einer mittleren Stellung des Poles *N* wird diese Componente Null.

Schon früher haben wir erwähnt, dass die Intensität der in der Zeiteinheit in einer rotirenden Scheibe durch einen darüber befindlichen Magnet inducirten Ströme der Rotationsgeschwindigkeit proportional ist. Demnach ist mit Rücksicht auf die Verschiebung nach den Berechnungen von Baily[1]) die verticale Abstossung innerhalb gewisser Grenzen dem Quadrat der Rotationsgeschwindigkeit proportional.

721 Wir haben oben unter der Voraussetzung, dass die Inductionsströme sich nicht mit der rotirenden Scheibe verschieben, den Sinus der Ablenkung der über ihr schwebenden Magnetnadel ihrer Drehungsgeschwindigkeit proportional gesetzt. Verschieben sie sich aber bei wachsender Rotationsgeschwindigkeit immer mehr, so ändert sich dadurch das Verhältniss der drei Componenten ihrer Wirkung auf die Nadel. Die senkrechte Componente wächst auf Kosten der tangentialen. Je weiter die Magnetnadel von der rotirenden Scheibe entfernt ist, desto grösser ist die Abnahme der tangentialen Componente. Als z. B. Matteucci[2]) eine Kupferscheibe von 118,5 mm Durchmesser und 304,7 g Gewicht bezw. 12- und 48 mal in der Secunde unter einem 27 und 31 mm über ihr aufgehängten Magnetstab in Rotation versetzte, betrug das

---

[1]) Baily, Chem. News **45**, 230, 1882; Beibl. **6**, 698. — [2]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **49**, 144, 1856.

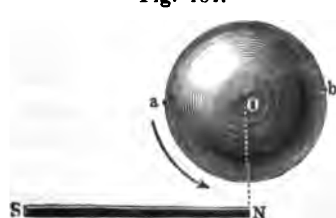
Verhältniss der Sinus der Ablenkungen bei beiden Enfernungen 1 : 4,112 und 1 : 3,708.

Bei einer Wismuthscheibe von gleichem Gewicht und Durchmesser, welche mit denselben Drehungsgeschwindigkeiten unter einem 7,8 und 8 mm über ihr aufgehängten Magnet rotirte, betrug das Verhältniss nur 1 : 2,778 und 1 : 2,776. Bei dieser Scheibe nimmt also die horizontale Componente bei schnellerer Drehung noch mehr ab; ein Beweis, dass die inducirten Ströme weiter ihrer Bewegung folgen, als in der besser leitenden Kupferscheibe.

722 Die Verzögerung bei der Induction in körperlichen Leitern ist auch durch Felici und Verdet nachgewiesen worden.

Felici[1]) versetzte eine hohle Messingkugel (Fig. 184) von 80 mm äusserem und 77 mm innerem Durchmesser durch eine Centrifugalmaschine in Rotation um eine verticale Axe. Die Kugel war mit einer Glasglocke bedeckt. Neben derselben war an dem Kopf einer Drehwage vermittelst eines dünnen Messingfadens ein astatisches System von zwei 5 mm dicken und 151,5 mm langen, in einem Abstande von 195 mm parallel über einander befestigten, horizontalen Stahlmagneten aufgehängt, so dass sich der untere, in Fig. 184 besonders gezeichnete Magnet NS mit dem Mittelpunkte O der rotirenden Kugel in einer Horizontalebene befand. Der Pol N des Magnetes war 50 mm, die Axe desselben 86 mm von dem Kugelmittelpunkte O entfernt. Das astatische System trug einen Spiegel, so dass man vermittelst Scala und Fernrohr seine Ablenkungen zu bestimmen vermochte.

Fig. 184.



Rotirte die Kugel langsam in dem einen oder anderen Sinne, so wurde das astatische System in Folge der in ihr entstehenden Ströme abgelenkt, und zwar je nach der Rotationsrichtung um gleichviel nach der einen oder anderen Seite. Bei schneller Rotation war indess, als die Kugel sich im Sinne des in der Fig. 184 gezeichneten Pfeiles drehte, die Abstossung des Poles N bedeutender, als die Anziehung desselben bei entgegengesetzter Rotationsrichtung.

Dieses Resultat ergiebt sich nach Felici aus folgender Betrachtung:

Rotirt die Kugel O vor dem Pole N des Magnetes NS um eine durch den Mittelpunkt O gehende und auf der Ebene NOS senkrechte Axe, so bilden die in ihr inducirten Ströme Kreise, deren Ebenen im Wesentlichen einander parallel sind, und deren Mittelpunkte auf einer auf der Rotationsaxe und Linie ON senkrechten Linie ab liegen. Die

[1]) Felici, Nuovo Cimento 9, 16, 1859.

Wechselwirkung dieser Kreisströme mit dem Magnete erzeugt erstens ein Kräftepaar, welches die Rotation der Kugel aufhalten würde und zweitens eine translatorische, je nach der relativen Lage des Magnetes und der Kugel und ihrer Rotationsrichtung anziehende oder abstossende Kraft zwischen beiden.

Ist der Winkel $SNO < 90^0$, und dreht sich die Kugel entsprechend dem Pfeile in der Fig. 184, so dass das dem Magnet zunächst liegende Ende *a* der Linie *ab* sich demselben nähert, so wirkt das Ende *a* wie ein dem Pol *N* gleichnamiger Pol, es tritt Abstossung ein; bei umgekehrter Rotation tritt Anziehung ein. Wenn sich nun bei schneller Rotation die inducirten Stromkreise im Sinne der Rotation verschieben, so nähert sich bei dem in der Figur gezeichneten Falle der Punkt *a* dem Pol *N*; im entgegengesetzten Falle entfernt er sich von demselben. Die Abstossung des Poles *N* ist also im erstoren Falle grösser, als im zweiten die Anziehung, wie auch der Versuch ergiebt[1]).

723 Bei den Versuchen von Verdet[2]) wurde der Magnet einer Page'schen Magnetelektrisirmaschine (vergl. das betr. Capitel) durch eine hufeisenförmige Drahtspirale von 600 mm Länge und 35 mm Durchmesser ersetzt, welche aus einem 70 m langen, 2 mm dicken Draht in fünf Lagen gewickelt war. Die beiden Schenkel derselben waren mit je einer Inductionsspirale von 150 mm Länge und 37 mm innerem Durchmesser umgeben, welche aus 7500 Umwindungen eines 0,25 mm dicken, übersponnenen Kupferdrahtes gebildet war. Die Inductionsspiralen waren einerseits mit einander, und das freie Ende der einen mit dem einen Ende des Multiplicators eines Galvanometers verbunden. Vor den Polen der hufeisenförmigen Spirale wurden durch ein Schwungrad mit einem Schnurlauf rechteckige Anker aus verschiedenen Metallen um eine den Schenkeln der Spirale parallele und in der Mitte zwischen ihnen liegende Axe in

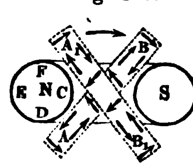
---

1) Durch dieses Andauern der Inductionsströme sucht Felici (l. c.) auch den Diamagnetismus der Körper zu erklären. Er nimmt an, dass die Atome derselben um ihre Axen nach allen möglichen Richtungen rotiren. Dies würde auch bei den Krystallen eintreten, da im Allgemeinen in ihnen die Rotationsaxen der Molecüle gegen die Symmetrieaxe symmetrisch liegen müssen. Befindet sich nun ein Körper vor einem Magnetpol, so kann man die Rotation jedes Molecüls in zwei Theile zerlegen, in eine Rotation um eine bestimmte Axe, durch die keine wirksamen Inductionsströme erzeugt werden, und in eine Rotation, welche Inductionsströme hervorruft, die, wie bei der oben erwähnten Rotation der Messingkugel, elektromagnetische Wechselwirkungen mit dem Magnetpole zeigen. Wie dort würde die durch die Rotation der einen Molecüle in dem einen Sinne bewirkte Abstossung grösser sein, als die Anziehung in Folge der entgegengesetzten Rotation der anderen Molecüle. So würde sich die diamagnetische Abstossung erklären, welche an jeder Stelle der Körper in einer bestimmten Richtung ein Maximum wäre. — Für die genauere Prüfung dieser Theorie fehlen indess vorläufig noch die Anhaltspunkte, da man nicht bestimmen kann, ob und wie schnell und in welchen Richtungen die Molecüle der Körper rotiren, wie gross ihre Leitfähigkeit und die Zeit des Andauerns der Inductionsströme in ihnen ist u. s. f. — 2) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **31**, 187, 1851. Krönig's Journ. **1**, 364.

Rotation versetzt. Auf die Axe war ein Commutator aufgesetzt, bestehend aus einer Glaswalze, welche an dem einen Ende einen kupfernen Ring trug, von welchem zwei diametral gegenüberstehende, schmale Kupferstreifen über die Walze hinübergingen, welche 20 oder 35 Grad ihres Umfanges breit waren. Gegen den Ring schleifte eine mit dem freien Ende der zweiten Inductionsspirale, gegen den mit den Kupferstreifen versehenen Theil der Glaswalze eine zweite mit dem zweiten Leitungsdraht des Galvanometers verbundene Feder. — Durch die hufeisenförmige Spirale wurde ein Strom von 20 Bunsen'schen Elementen geleitet. Versetzt man den Anker in Rotation, so werden in seiner Masse Inductionsströme erzeugt, deren Richtung und Intensität sich bei jedem Umlauf ändert. Hierdurch werden indirect in den Inductionsspiralen auf den Schenkeln der hufeisenförmigen Spirale Ströme inducirt, welche bei je zwei diametral entgegengesetzten Lagen des Ankers gleiche Richtung und Intensität haben, da dann die Inductionsströme im Anker gegen die Inductionsspiralen gleiche Lage haben. Durch die zwei Kupferstreifen des Commutators werden also gleiche Ströme zum Galvanometer geführt. Ihre Intensität ist im Allgemeinen der Intensität der in den Ankern inducirten Ströme, also bei gleichen Dimensionen deren Leitfähigkeit proportional [1]). Dreht man den Commutator allmählich auf der Rotationsaxe des Ankers, so kann man in dem Galvanometer die Ströme messen, welche inducirt sind, während der Anker entweder dicht vor den Polen N und S der hufeisenförmigen Spirale oder in anderen Phasen seiner Bewegung sich um 20 oder 35° dreht.

Steht der Anker bei seiner Drehung gleich viel Grade vor oder hinter den Polen N und S, z. B. in den Lagen AB und A_1B_1, Fig. 185, so werden bei der Annäherung an die Seite CDE und bei der Entfernung von der Seite EFC der Drahtwindungen der hufeisenförmigen Spirale nach dem Lenz'schen Gesetze in dem Anker Ströme inducirt, welche durch ihre Wechselwirkung mit den Solenoidpolen seine Bewegung zu hemmen streben, deren Intensität in der den Polen N und S zunächst liegenden Seite im Maximum ist, und die sich in den ferneren Theilen des Ankers ausgleichen. Die Richtungen dieser Ströme sind also in dem Anker bei der Annäherung und Entfernung von den Polen entgegengesetzt.

Fig. 185.



Da aber bei der Annäherung des Ankers aus der Lage AB an den Pol N die Intensität des in ihm inducirten Stromes zunimmt, bei der Entfernung von ihm aus der Lage A_1B_1 aber abnimmt, so müssten in beiden Fällen in der Inductionsspirale durch diese Intensitätsänderungen gleich gerichtete und gleich starke Ströme inducirt werden. Sie sollten ein Maximum der Intensität besitzen, wenn sich der Anker in der Nähe

[1]) Vergl. auch Breguet, Compt. rend. 23, 1155, 1846.

der Pole der Spirale befindet, und bis zu seiner äquatorialen Lage allmählich abnehmen.

Dieselbe Gleichheit würde sich ergeben, wenn man den Commutator so stellte, dass er bei der Drehung des Ankers um je 20 oder 35° in gleichen Winkelabständen von der axialen Lage die inducirten Ströme auffinge, einmal während der Anker sich jener Linie näherte und dann von ihr entfernte. Die ersteren Winkelabstände wollen wir mit —, die anderen mit + bezeichnen.

Diese Gleichheit tritt indess nur bei langsamen Rotationen ein, bei schnelleren verschiebt sich das ganze Phänomen im Sinne der Rotation, so dass das Galvanometer das Maximum der Ablenkung zeigt, wenn man den Commutator so stellt, dass er ihm die Ströme zuführt, welche erst einige Zeit nach dem Vorbeigehen des Ankers vor den Magnetpolen inducirt worden sind.

Auf diese Weise fand z. B. Verdet folgende Ablenkungen, als der Anker resp. I 5, II 20, III 40 Umdrehungen in der Secunde machte:

Drehung des Ankers von	Silber			Zinn		
	I	II	III	I	II	III
— 60° bis — 40°	+ 2	+ 4	+ 28	—	+ 2	+ 3
— 40 „ — 20	+ 7	+ 30	+ 35	+ 1,5	+ 4	+ 11
— 20 „ 0	— 12	+ 29	+ 45	— 1	— 2	+ 4
0 „ + 20	— 26	— 66	+ 90	— 2	— 18	— 30
+ 20 „ + 40	+ 2	— 62	— 90	+ 2	— 2	— 18
+ 40 „ + 60	+ 4	+ 36	— 9	+ 2	+ 16	+ 32

Aehnliche Resultate ergaben sich bei Ankern von anderen Metallen, wie Kupfer, Zink, Blei, auch von Antimon und Wismuth. — Bei letzteren Metallen wurde die hufeisenförmige Spirale durch einen Stahlmagnet ersetzt, dessen Magnetismus zugleich durch die Ströme, welche in seiner Masse indirect von den im Anker inducirten Strömen inducirt werden, verändert wird, und der so wiederum in den seine Schenkel umgebenden Inductionsspiralen Ströme inducirt. Die letzteren sind dabei intensiver, als bei Anwendung der Spirale, indess ist der Gang der Erscheinungen derselbe.

Stets verschoben sich die Lagen des Ankers, in denen der in den Inductionsspiralen inducirte Strom seine Richtung wechselte, mit wachsender Drehungsgeschwindigkeit immer mehr im Sinne der Bewegung, so dass der Einfluss der Zeit auf die Induction wiederum bewiesen ist. — Diese Erscheinung tritt bei den besser leitenden Metallen viel stärker hervor.

724 Für eine gleichförmig rotirende Scheibe, in der die inducirten Ströme concentrisch verlaufen, hat Lamb[1]) die „Zeitconstante" berechnet, in der die normalen Ströme auf $1/e$ ihres normalen Werthes abfallen. Er setzt dabei voraus, dass die Stromstärke durch die Dicke der Scheibe hindurch gleichförmig ist. Die allgemeine Formel (für nichtmagnetisches Material) ist:

$$\tau = 2{,}26\, a\delta/\varrho,$$

wo τ die Zeitconstante, δ die Dicke, a den Radius, ϱ den Widerstand pro Flächeneinheit bezeichnet. Für eine Kupferscheibe von 0,1 m Radius und 2,5 mm Dicke ist dieselbe z. B. 0,0035 Sec.

Für magnetische Substanzen gilt die Annahme der gleichförmigen Stromvertheilung nach der Dicke nicht. Ist z. B. das Verhältniss δ/R der Dicke δ zum Radius R gleich $1/2\mu$, so ist die Intensität an der Oberfläche nur 0,71 von der in der Mittelebene. Ist die Breitendimension nicht mehr als das 100fache der Dicke, so wird τ für eine Eisenplatte von 2,5 m Dicke etwa 0,003 Sec.

725 Ebenso wie die elektromagnetische Wirkung der Ströme, welche durch einen Magnet in einer in seiner Nähe rotirenden Metallscheibe inducirt werden, auf die Bewegung des Magnetes einen Einfluss ausübt, kann auch umgekehrt der Magnet in Rotation versetzt, und über oder zwischen seinen Polen eine Metallmasse frei aufgehängt werden. Auch diese folgt durch die in ihr erzeugten Inductionsströme der Bewegung des Magnetes[2]).

Zur Anstellung dieser Versuche befestigt man auf der verticalen Axe einer Centrifugalmaschine oder eines Uhrwerkes einen starken hufeisenförmigen Stahlmagnet, so dass seine Schenkel vertical sind, und bringt über seinen Polflächen einen Glaskasten an, in welchem man an einem dünnen Faden die zu untersuchenden Körper zwischen oder über die Magnetpole hängt. — Will man den Stahlmagnet durch einen dauernd gleichartig magnetisirten Elektromagnet ersetzen, so muss man die Enden der ihn magnetisirenden Drähte mit zwei isolirt auf die Drehungsaxe aufgesetzten Metallscheiben verbinden, gegen welche zwei mit den Polen der Säule verbundene Federn schleifen.

Hängt man über den Polen des rotirenden Magnetes horizontale Scheiben aus verschiedenen Metallen auf, so kann man zeigen, dass die Kraft, welche sie aus der ihnen durch die Torsion des Aufhängungsfadens ertheilten Lage ablenkt, mit ihrer Leitfähigkeit und der Drehungsgeschwindigkeit des Magnetes proportional wächst; dass, wenn die Torsion des Aufhängungsfadens gering ist, die Scheiben im Sinne der Drehungsrichtung des Magnetes in Rotation versetzt werden; dass

---

[1]) Lamb, Proc. Roy. London Soc. 42, 289, 1887; Beibl. 11, 642. — [2]) Herschel und Babbage, l. c. Vergl. auch die Methode von Boys und Guthrie zur Bestimmung der Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten, Bd. I, §. 494.

radial ausgeschnittene Scheiben um so weniger durch den rotirenden Magnet abgelenkt werden, je mehr Ausschnitte sie haben, dass beim Zulöthen der Ausschnitte die Ablenkung oder Rotation um so stärker wieder hervortritt, je besser das dazu verwendete Loth leitet u. s. f.

Analog zeigte Christie[1]), dass Scheiben, welche kreisförmige Einschnitte haben, so dass ihre ringförmigen Theile nur an einigen, um einen bestimmten Winkel von einander entfernten Stellen zusammenhängen, um so schwächer der Rotation folgen, je mehr solcher Einschnitte in ihnen angebracht sind.

Wird bei diesen Versuchen der Abstand der rotirenden Magnetpole von der Drehungsaxe vergrössert, so nehmen die in einer darüber schwebenden Kupferscheibe inducirten Ströme an Intensiät zu, da die Geschwindigkeit der Bewegung der Pole wächst. Zugleich wirkt auch die zwischen den inducirten Strömen und Magneten thätige, die Scheibe bewegende elektromagnetische Kraft an einem grösseren Hebelarm, und so wird die Ablenkung und Rotation der Scheibe bedeutender. Diese Zunahme erreicht indess ein Maximum, indem, wenn die Magnetpole zu nahe am Rande der rotirenden Scheibe liegen, die inducirten Ströme sich mehr gegen ihre Mitte hin ausbreiten, und sich so die tangentiale Componente ihrer Wechselwirkung mit den Magnetpolen vermindert. Nach Christie würde bei einer Scheibe von 20 cm Radius, unter der zwei verticale Magnetstäbe von je 30 cm Länge in einem Abstande von 2,5 cm rotiren, eine Entfernung der Magnetpole von der Rotationsaxe von 8 cm das Maximum der Wirkung ergeben.

Hängt man nach Matteucci[2]) zwischen den Polen des rotirenden Magnetes eine massive oder eine hohle Kupferkugel an einem Faden auf, so drehen sich beide unter sonst gleichen Verhältnissen gleich schnell.

726 Je mehr die Continuität der Metallmassen vermindert wird, desto schwächer werden die in ihnen im Ganzen entwickelten Inductionsströme; desto weniger folgen sie der Rotation des Magnetes. Indess schon sehr kleine Theilchen Metall, z. B. Goldstäubchen, welche an den beiden Enden eines horizontal zwischen den Magnetpolen aufgehängten Glasfadens angeklebt sind, vermitteln bei der Rotation des Magnetes auch die Drehung des Glasfadens.

Gemenge von Harz mit Gold- und Silberstäubchen, welche etwa $^1/_{10}$ bis $^1/_{100}$ mm Durchmesser besitzen, rotiren gleichfalls, wenn sie an einem Faden zwischen den Polen des rotirenden Magnetes aufgehängt werden. Bei gleichem Gewicht des in die Harzmasse eingestreuten Pulvers soll die Rotation mit wachsender Feinheit des Pulvers entgegen der Erwartung wieder schneller werden. Matteucci schreibt dies

[1]) Christie, Phil. Trans. 1, 71, 1827. — [2]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. 39, 135, 1853.

einer stärkeren wechselseitigen Induction der kleineren, also näher an einander liegenden Metalltheilchen auf einander zu. — Die Erscheinung könnte aber auch von einem Eisengehalt in Folge der Darstellung der Pulver herrühren.

Besitzen die zwischen die Magnetpole gehängten Körper nach verschiedenen Richtungen verschiedene Leitfähigkeit, so ist die Intensität der Inductionsströme, welche durch den um eine verticale Axe rotirenden Hufeisenmagnet in ihnen erzeugt werden, grösser, wenn die Körper in verticalen Ebenen besser leiten als in horizontalen, und die Inductionsströme wesentlich in ersteren fliessen. In diesem Falle tritt daher auch die Ablenkung und Rotation der Körper stärker hervor. 727

Hängt man z. B. einen Würfel von Wismuth mit verticalen Spaltungsflächen zwischen den Polen eines Elektromagnetes auf, welcher um eine zwischen seinen verticalen Schenkeln befindliche verticale Axe rotirt, so rotirt der Würfel um letztere schneller, als wenn die Spaltungsflächen in ihm horizontal liegen, da die Leitfähigkeit des Wismuths parallel den Spaltungsflächen grösser ist, als senkrecht dagegen. Ganz ähnlich verhält sich ein Würfel aus dünnen Kupferplatten, welche durch einen Isolator von einander getrennt sind. Er rotirt nur, wenn die Platten vertical, nicht aber, wenn sie horizontal sind.

In ähnlicher Weise hat Matteucci[1]) gleich grosse rechteckige Platten aus Wismuthstücken von je 2,56 g Gewicht, 16,9 mm Länge, 9,3 mm Breite und 1,75 mm Dicke geschnitten, in denen die Spaltungsrichtung einmal a) der längeren, und dann b) der kürzeren Kante parallel war. Je vier dieser Platten wurden auf die vier verticalen Seiten eines, zwischen den Polen des rotirenden Magnetes aufgehängten Holzwürfels so aufgeklebt, dass ihre Längsrichtung horizontal lag. Der Würfel mit den Platten *a* folgte dem rotirenden Magnet viel langsamer, als der Würfel mit den Platten *b*.

In einer eigenthümlichen Weise erregt Baily[2]) die Rotation einer Metallscheibe unter elektromagnetischem Einfluss. Bringt man unter einer horizontal aufgehängten leitenden Scheibe zwei gleichnamige Magnetpole an, lässt den einen unverändert und verstärkt oder schwächt den anderen, so bewegt sich die Scheibe in Folge der durch letzteren Vorgang inducirten Ströme von dem constanten Pol zum veränderten oder umgekehrt. Sind die Pole ungleichnamig, so findet das Entgegengesetzte statt. Wird der eine Pol geschwächt, der andere verstärkt, so addiren sich die Wirkungen. Werden daher im Kreise herum unter der Scheibe verticale Elektromagnete angebracht und deren Ströme in geeigneter 728

---

[1]) Matteucci, l. c. — [2]) Baily, Phil. Mag. [5] 8, 286, 1879; Beibl. 4, 75, 1880.

Weise abwechselnd erregt und unterbrochen, so kann man dadurch die Scheibe in Rotation versetzen.

729 Die elektromagnetische Wirkung der Ströme, welche bei der Veränderung der gegenseitigen Lage von Magneten und Metallmassen in letzteren inducirt werden, zeigt sich auch darin, dass durch dieselben die den Metallmassen oder Magneten ertheilten Bewegungen gehemmt werden [1]).

Lässt man z. B. eine kupferne Kugel, welche in ein Gyroskop oder in den Ring einer Bohnenberger'schen Maschine eingesetzt oder an einem Faden aufgehängt ist, den man stark gedrillt hat, zwischen den Polen eines Magnetes rotiren, so werden in ihr Ströme inducirt, die denen in der Arago'schen Scheibe völlig analog sind und daher die Bewegung der Kugel hemmen und ihre Drehung verlangsamen. — Versetzt man in gleicher Weise zwischen den auf einen starken Elektromagnet aufgelegten Halbankern vermittelst einer Kurbel eine auf eine Axe gesetzte Kupferscheibe von etwa 10 mm Dicke und 30 mm Durchmesser in der äquatorialen Ebene in Rotation, so bemerkt man deutlich bei Erregung des Magnetes, dass man zur Drehung der Scheibe eine bedeutendere Kraft anwenden muss. Die die Bewegung hemmenden Inductionsströme erzeugen in der Kupferscheibe eine gewisse Wärmemenge, welche bei schneller Rotation bedeutend genug werden kann, um bei Berührung der Scheibe mit der Hand wahrgenommen zu werden [2]).

Fig. 186.



Zu diesem Versuche eignet sich namentlich eine Scheibe von Aluminium sehr gut, da sie bei ihrem geringen Gewicht schon durch eine kleine Wärmemenge sehr stark erhitzt wird. Die grosse specifische Wärme des Aluminiums (die doppelte des Kupfers) compensirt diese Wirkung nicht ganz [3]).

Lässt man zwischen den Polen des Elektromagnetes durch einen Schnurlauf vermittelst einer Centrifugalmaschine einen kleinen verticalen Cylinder von dünnem Kupferblech, Fig. 186, rotiren, der mit leicht schmelzbarem Metallgemisch gefüllt ist, so kann dasselbe in Folge der frei gewordenen Wärme schmelzen [4]).

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 22, §. 2514, 1848; Anm. — [2]) Foucault, Compt. rend. 41, 450, 1855; Pogg. Ann. 96, 622. Richtige Erklärung von Poggendorff, ibid. 624. Die Bezeichnung der hierbei auftretenden, seit langer Zeit bekannten Ströme als „Foucault'sche Ströme" ist nicht gerechtfertigt. — [3]) Violle, Compt. rend. 71, 270, 1870. — [4]) Tyndall, On Heat, 1. Aufl., p. 36, 1865; deutsche Uebersetzung, 2. Aufl., S. 48, Fig. 16.

730 Der folgende Versuch von Sturgeon[1]) zeigt in anderer Form dieselbe Wirkung. Man lässt eine kreisförmige Kupferplatte, welche auf der einen Seite ein kleines Uebergewicht hat, um eine auf ihrer Ebene senkrechte Axe in der Verticalebene Pendelschwingungen vollführen. Bringt man gegenüber den beiden Flächen der Platte zwei entgegengesetzte Magnetpole an, so induciren beide in den an ihnen vorbeischwingenden Theilen der Platte Ströme, welche gleiche Richtung besitzen und durch ihre elektromagnetische Wirkung auf die Magnetpole die Platte in ihren Schwingungen aufhalten, so dass ihre Elongationen sehr viel schneller bei Anwendung der Magnete, als ohne dieselben abnehmen. Nähert man dagegen den beiden Flächen der schwingenden Platte die Magnete mit gleichnamigen Polen, so heben sich die durch dieselben inducirten Ströme auf, wenn die Pole gleich stark magnetisch sind, sie hemmen die Schwingungen der Scheibe nicht[2]).

731 Diesem Verhalten entspricht auch der folgende Versuch von v. Lang[3]). Zwischen conischen Magnetpolen wird eine verticale Messingschraube in Rotation versetzt, die durch die Axe eines darauf leicht drehbaren Kupfercylinders geht. Er dreht sich bei der Erregung des Magnetes nicht mit der Schraube, sondern verschiebt sich nach oben oder unten.

732 Lässt man nach Puluj[4]) eine an einem elastischen Draht aufgehängte Kupferkugel durch die Torsion des Drahtes über dem Pol eines geraden Elektromagnetes rotiren und liegt die Rotationsaxe in der Richtung der magnetischen Axe, so nimmt nach der Detorsion des Drahtes die Rotation schnell bis zu Null ab. Fällt die magnetische Axe nicht mit der Rotationsaxe zusammen, so nimmt ebenfalls die Rotation ab, aber dabei beschreibt die Kugel eine kreisförmige Spirale um die Axe des Elektromagnetes und entfernt sich von ihm mehr und mehr, wiederum in Folge der Wechselwirkung des Magnetpoles und der inducirten Ströme.

733 Die Inductionsströme in einer zwischen zwei Magnetpolen rotirenden Metallscheibe erzeugen auch rückwärts in der Masse des Magnetes und den etwa seine Schenkel umgebenden Drahtspiralen Inductionsströme.

---

[1]) Sturgeon, Edinb. Phil. Journ. 1825, p. 124. Ein ganz ähnlicher Apparat, in welchem die Schwingungen eines an einer Pendelstange befestigten Metallbogens zwischen den Magnetpolen gedämpft werden, von v. Waltenhofen, Wied. Ann. **19**, 928, 1883. — [2]) Vergl. auch die Berechnungen von J. Fröhlich, Schwingungen geschlossener Leiter in einem homogenen magnetischen Felde (speciell für einen linearen Kreisleiter und eine Rolle). Math.-naturw. Bericht der Königl. Ungar. Akademie 1889, 10. Dec.; Beibl. **14**, 66. — [3]) v. Lang, Repert. d. Physik **21**, 155, 1885; Beibl. **9**, 463. — [4]) Puluj s. auch eine Modification des Apparates von Zenger, Compt. rend. **109**, 402, 1889; Beibl. **13**, 970.

Wächst die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe, so nimmt die Intensität der Ströme darin zu, die in dem Magnet und seinen Spiralen dadurch inducirten Ströme sind den magnetisirenden entgegengerichtet, der Magnetismus des Magnetes nimmt ab; er bleibt sodann bei constanter Drehungsgeschwindigkeit constant und wächst wieder bei Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe, da nun die Inductionsströme in derselben schwächer werden. Umgiebt man den Magnet mit einer Drahtspirale und ertheilt ihm entweder durch einen vorübergehend durch dieselbe geleiteten Strom permanenten Magnetismus oder magnetisirt ihn durch einen eine besondere Spirale durchfliessenden, schwachen Strom dauernd temporär, so kann man diese secundären Inductionen bei Verbindung der erst erwähnten Spirale mit einem Galvanometer bei abwechselnder schnellerer und langsamerer Rotation der Scheibe nachweisen [1]).

Rotirt eine Kupferscheibe in der Art zwischen den Halbankern eines Magnetes, dass die Axe der letzteren mit der Rotationsaxe der Scheibe zusammenfällt, so bewirkt die Induction nur eine elektrische Spannung zwischen den centralen und peripherischen Stellen der Scheibe; es entstehen aber keine geschlossenen Ströme. Zur Drehung der Scheibe ist daher keine weitere Arbeit, als zur Ueberwindung der Reibung, erforderlich. Verbindet man dagegen das Centrum und die Peripherie der Scheibe durch eine leitende Schliessung, so gleichen sich die in der Scheibe entstehenden Ströme aus, und der aus ihrer Wechselwirkung mit dem Magnet entstehende Widerstand gegen die Bewegung muss durch eine Arbeit überwunden werden [2]).

734 Endlich hemmen die Inductionsströme in einer ruhenden Metallmasse die Bewegungen des inducirenden Magnetes.

Schwingt eine Magnetnadel frei in der Luft, so nehmen die Schwingungsbogen in Folge des Luftwiderstandes und der Reibung langsam ab. Lässt man aber die Nadel in einem massiven Ringe von Metall oder über einer dicken Metallscheibe, z. B. von Kupfer, schwingen, so vermindern sie sich sehr schnell [3]). — Ueber einer schlecht leitenden Platte findet dies nicht statt. So beobachtete z. B. Seebeck [4]), dass die Schwingungsweite einer Declinationsnadel, welche über einer Marmorplatte aufgestellt war, bei 116 Schwingungen von 45 auf 10° herabsank, während sich die Oscillationsweite schon bei 61 Schwingungen um ebenso viel verminderte, wenn sie in einem dicken Kupferringe oscillirte. — Diese Beobachtung führte Arago (l. c.) zuerst auf die Entdeckung des Rotationsmagnetismus.

---

[1]) Jacobi, Compt. rend. 74, 237, 1872. Auch Violle, ibid. 70, 1283; 71, 270, 1870. Ann. de Chim. et de Phys. [4] 21, 74, 1870. Aehnlich auch schon Soret, Compt. rend. 65, 301, 1857. — [2]) Le Roux, Compt. rend. 75, 1805, 1872. — [3]) Arago, Ann. de Chim. et de Phys. 27, 363, 1824; 32, 213, 1826. — [4]) Seebeck, Pogg. Ann. 7, 203, 1826; 12, 352, 1828.

Beim Schwingen der Magnetnadel nähern sich ihre Pole bestimmten Theilen der Kupferscheibe und entfernen sich von anderen. In allen diesen Theilen entstehen Inductionsströme, welche durch ihre elektromagnetische Wirkung auf die Pole der Nadel ihre Bewegungen aufzuhalten streben. Die Nadel wird so allmählich zur Ruhe gebracht. Man bezeichnet diesen Vorgang mit dem Namen der **Dämpfung** der Schwingungen der Nadel.

Bedient man sich statt grösserer Metallplatten schmaler Metallstreifen, so dämpfen diese nur dann die Schwingungen der Magnetnadel, wenn sie parallel unter ihr liegen; denn nur in diesem Falle können in ihnen die dämpfenden Inductionsströme entstehen [1]).

Legt man unter die Magnetnadel horizontale kupferne Ringe, so dämpfen sie die Schwingungen weniger, als unter sie gelegte Blechstreifen und Kupferplatten, da auch hier die Inductionsströme schwächer auf die Nadel wirken.

Macht man in die unter die Nadel gelegten Metallplatten Einschnitte, so wird wegen der Hinderung der Entwickelung der Inductionsströme in ihnen ihre hemmende Wirkung geschwächt [2]).

Ueber Kupferfeilspänen findet kaum eine schnellere Abnahme der Schwingungen statt, als in der Luft, da in der wenig continuirlichen Masse die Intensität der inducirten Ströme zu gering ist.

Lässt man Magnetstäbe, welche an ihrem einen Ende an einen Faden geknüpft sind, in einer verticalen Ebene über einer horizontalen Kupferscheibe pendelartig schwingen, so werden ebenso ihre Oscillationsweiten durch die in der Scheibe entstehenden Inductionsströme vermindert [3]).

735. Eine zwischen den Polen eines Elektromagnetes mit ihrer Ebene vertical aufgehängte Kupferscheibe sucht sich nach Boys [4]) beim Oeffnen und Schliessen des magnetisirenden Stromes mit ihrer Ebene äquatorial zu stellen, wenn die Kraftlinien in gleicher Richtung verlaufen. Divergiren sie, so sucht die Scheibe beim Schliessen sich in der Richtung der Kraftlinien zu Stellen geringerer Kraft, beim Oeffnen zu denen stärkerer Kraft zu bewegen. Die Scheibe flieht oder nähert sich also dem einen Pol, wenn er zugespitzt ist und einem flachen Pol gegenübersteht.

Ist bei parallelen Kraftlinien die Stärke des Magnetfeldes H, der innere und äussere Radius der ringförmigen Scheibe r_1 und r_2, ihr Querschnitt s, ihr specifischer Widerstand ϱ, der Winkel ihrer Ebene mit den Magnetkraftlinien α, so ist das auf sie ausgeübte Drehungsmoment

$$D = - \pi s H^2 \sin 2\alpha (r_2^4 - r_1^4) / 32 \varrho.$$

Ist die Scheibe nicht durchbrochen, so ist $r_1 = 0$.

---

1) Seebeck, l. c. — 2) Baumgartner, Baumgartner u. Ettingshausen's Zeitschr. f. Phys. u. Math. 2, 430, 1827. — 3) Seebeck, l. c. — 4) Boys, Phil. Mag. [5] 18, 216, 1884; Beibl. 9, 691; s. auch Bd. 3, §. 514, S. 431.

Die Versuche bestätigten die Richtigkeit der Rechnung, wobei die Scheibe (ein halbes Crownstück) an einem einen Glasindex tragenden, an einem dünnen Platindraht aufgehängten Ebonitstab hing. Der Draht wurde zuerst an seiner mit einem zweiten Index versehenen Aufhängevorrichtung tordirt, bis beim Oeffnen und Schliessen des magnetisirenden Stromes keine Drehung der Scheibe eintrat, dann tordirt, dass der untere Index um 5, 10 ... Grade gedreht war, und beim Schliessen und Oeffnen des Stromes der Ausschlag desselben beobachtet.

736 Bei ähnlichen Versuchen hat Porges[1]) zwischen zwei conaxialen Drahtrollen eine kleine flachringförmige Kupferdrahtspule von sechs in sich geschlossenen Windungen mit Spiegel und einem auf einer Gradtheilung spielenden Glaszeiger bifilar aufgehängt und den Strom in ersteren durch eine Brücke, einen in Quecksilbernäpfe tauchenden, sehr dicken Kupferbügel, bis fast auf Null plötzlich abgeschwächt oder beim Entfernen desselben plötzlich entstehen lassen.

Ist i die Stromintensität des Stromes in den Drahtrollen, i_1 die des inducirten in der kleinen Spule, α der Winkel zwischen der Normale auf der Ringebene und der Axe der Drahtrollen, so sind nach der Berechnung die für das Steigen (I) und Sinken (II) des Stromes erhaltenen Ausschläge:

$$\vartheta_{I} = + \frac{V^2 J^2 \tau \sin 2\alpha}{8\pi M w'} \frac{1 + 2\frac{wU'}{w'U}}{1 + \frac{wU'}{w'U}},$$

$$\vartheta_{II} = - \frac{1}{1 + \frac{wU'}{w'U}} \frac{V^2 J^2 \tau \sin 2\alpha}{8\pi M w'},$$

wo V das Potential beider Rollen auf den Ring für $\alpha = 0$, J die Stromintensität in denselben, M das Trägheitsmoment der Rolle, τ ihre Schwingungsdauer, U der Selbstinductionscoëfficient beider Drahtrollen, U' der des Ringes, w und w' die Widerstände des Stromkreises beider Rollen und des Ringes sind. Setzt man $wU'/w'U = 0$, so stimmt dies mit der Formel von Boys. Somit ist, da $wU'/w'U$ positiv ist, $\vartheta_{I} > \vartheta_{II}$. Bei den Versuchen ergab sich eine gute Uebereinstimmung; der Unterschied zwischen dem Ausschlag beim Oeffnen und Schliessen betrug nur etwa $^1/_{1000}$.

Sind die Zeiten hierbei ungleich, beim Oeffnen kleiner, so ist die Ausschwingung bei letzterem grösser[2]).

Diese Methoden können dazu dienen, um die Stärke von Magnetfeldern zu bestimmen. Bei Anwendung von Metallplatten von ver-

---

[1]) Porges, Wien. Ber. 94 [2], 461, 1886; Beibl. 11, 736. — [2]) Wyatt, Chem. News 52, 315, 1885; Beibl. 10, 782.

schiedenem Stoff können auch ihre Leitfähigkeiten mit einander verglichen werden.

Wir haben schon Bd. III, §. 279 die Abnahme der Schwingungsweiten einer Magnetnadel berechnet, welche durch einen, der Geschwindigkeit ihrer Bewegung proportionalen Widerstand aufgehalten wird. Wir hatten dabei (Gleichung 11) folgende Formel gefunden: 737

$$\lambda = \varepsilon T_1,$$

wo λ das logarithmische Decrement der Schwingungen (die Differenz der Logarithmen zweier auf einander folgender Schwingungsbogen), T_1 die Schwingungsdauer unter Einfluss der verzögernden Kraft, ε eine Constante ist, die der verzögernden Kraft entspricht, welche die Nadel bei der Geschwindigkeit Eins in ihrer Bewegung aufhält.

Bestimmt man das logarithmische Decrement der Schwingungen der Nadel über einer Metallplatte im luftleeren Raume bei verschiedenen Oscillationsweiten, so erweist es sich constant. Die dämpfende Kraft ist also der Geschwindigkeit der Bewegung der Magnetnadel proportional. Dies lässt sich auch von vornherein erwarten, da die Intensität der Inductionsströme, welche in der unter der Nadel befindlichen Platte inducirt werden, der relativen Geschwindigkeit der Magnetnadel und der einzelnen Theile der Platte proportional ist.

Auch direct zeigt dies ein Versuch von Baumgartner (l. c.). Eine 17,5 cm lange Nadel war so schwach magnetisirt, dass sie, an einem dünnen Faden hängend, eine Schwingungsdauer von 24 Secunden hatte. Ihr Magnetismus war so gering, dass die Abnahme ihrer Schwingungsbogen in der Luft und über einer Kupferplatte nahezu gleich war. Wurde aber die Nadel an einem bandförmig gewalzten Messingdraht aufgehängt, so dass sie in Folge der Elasticität desselben eine Schwingungsdauer von nur 0,56 Secunden besass, so nahm ihr Schwingungsbogen ohne Einwirkung der Kupferplatte während 160, in der Nähe derselben schon während 64 Schwingungen von 20 bis 10^0 ab.

Die Intensität der Inductionsströme wächst ferner mit der Zunahme des Momentes der Nadeln, also auch die dämpfende Wirkung derselben. Deshalb wird auch eine magnetische Nickelnadel durch umgebende Metallmassen schwächer in ihren Schwingungen aufgehalten, als eine Stahlnadel[1]).

Da die Intensität der Inductionsströme der relativen Leitfähigkeit der Scheiben proportional ist, über denen die Nadel schwingt, so muss die Constante ε, d. h. das durch die Schwingungszeit T_1 dividirte logarithmische Decrement der Leitfähigkeit der Scheibe direct proportional sein. 738

---

[1]) Seebeck, l. c.

Schwingt die Nadel in der Luft, so ruft der Luftwiderstand eine der Geschwindigkeit der Oscillationen der Nadel proportionale verzögernde Kraft ε_1 hervor. Unter dem Einflusse derselben mache die Nadel n Schwingungen, ehe sie vom Ausschlage A auf den Ausschlag B kommt. Ihre Schwingungsdauer sei T_1. Schwingt die Nadel nachher in der Luft über zwei verschiedenen Metallplatten, welche für sich die ihren Leitfähigkeiten proportionalen verzögernden Kräfte ε_2 und ε_3 auf sie ausüben, so ist die ganze auf die Nadel wirkende, verzögernde Kraft in beiden Fällen $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ und $\varepsilon_1 + \varepsilon_3$. Ist dann die Zahl der Schwingungen, während welcher der Ausschlag der Nadel von A auf B abnimmt, n_2 und n_3, sind ihre Schwingungsdauern T_2 und T_3, so hat man

$$\log B - \log A = n_1 \varepsilon_1 T_1 = n_2 (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) T_2 = n_3 (\varepsilon_3 + \varepsilon_1) T_3.$$

In den meisten Fällen kann man die Schwingungsdauern T_1, T_2, T_3 nahezu als gleich ansehen, wie dies auch Versuche von Seebeck (l. c.) ergeben, bei denen er eine Nadel von 7,2 cm Länge über einer bis sechs viereckigen Kupferplatten von 12,5 cm Kante, über einer Marmorplatte und einem mit Papier bedeckten, mit Baumwachs und Eisenfeilen bestrichenen Papierblatte schwingen liess. Die Dauer von 12 Schwingungen innerhalb der Elongationen 45 und 10° schwankte nur zwischen 20 Secunden 29,6 Tertien und 20 Secunden 38,6 Tertien.

Setzt man $T_1 = T_2 = T_3$, so erhält man:

$$\varepsilon_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_2}\, \varepsilon_1; \qquad \varepsilon_3 = \frac{n_1 - n_3}{n_3}\, \varepsilon_1,$$

also

$$\varepsilon_2 : \varepsilon_3 = \frac{n_1 - n_2}{n_2} : \frac{n_1 - n_3}{n_3}.$$

Aus dieser Gleichung lässt sich das Verhältniss der den Werthen ε_2 und ε_3 proportionalen Leitfähigkeiten der Scheiben berechnen[1]. — So fand Seebeck die Zahl z der Schwingungen, während der Ausschlag einer Magnetnadel über mehreren, $^1/_2$ Linie dicken Platten von verschiedenen Stoffen von 45 auf 10° herabsank, über einer

	z	l
Marmorplatte	116	—
Kupferplatte	26	100
Platte aus 1 Thl. Antimon und 3 Thln. Kupfer	105	3
„ „ 3 Thln. Antimon und 1 Thl. „	100	4,6
„ „ 1 Thl. Wismuth und 3 Thln. „	94	6,8
„ „ 3 Thln. Wismuth und 1 Thl. „	104	3,3

[1]) Vergl. auch Harris, Phil. Trans. 1, 67, 1831. — Abria, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 44, 172, 1855.

Die unter l verzeichneten Zahlen geben die aus den Zahlen s berechneten relativen Leitfähigkeiten an.

Lässt man eine Magnetnadel über glühenden Metallscheiben schwingen, so beobachtet man eine schwächere Wirkung, da das Leitvermögen der Scheiben bei der hohen Temperatur bedeutend abnimmt [1]).

Aehnliche Versuche von Arago (l. c.), die eine dämpfende Wirkung auch bei Platten von Eis und Crownglas, von Baumgartner (l. c.), welche sie bei Ringen von Marmor, Holz, Sandstein, Glas, destillirtem Wasser nachweisen sollten, welche die schwingende Magnetnadel umgeben, sind nicht ganz zuverlässig und theils durch leitende Feuchtigkeitsschichten auf den Platten, theils auch namentlich bei der grossen Nähe derselben an der oscillirenden Magnetnadel durch den Luftwiderstand bedingt. Jedenfalls sind die Wirkungen äusserst gering.

739 Mit der Entfernung der Magnetpole von den in ihrer Nähe befindlichen Metallmassen nimmt die Intensität der Inductionsströme in ihnen ab, also auch ihre dämpfende Rückwirkung auf die schwingende Nadel. Um dies nachzuweisen, kann man den folgenden Apparat [2]) verwenden. An einem runden Messingstabe, der auf einem Grundbrett mit drei Stellschrauben steht, lässt sich eine Kupferscheibe auf- und abschieben und beliebig feststellen. Der Stab hat oben eine Spitze zum Aufsetzen einer stark magnetischen Nadel. Bei heruntergelassener Scheibe ist die Schwingungsdauer grösser. — Man kann auch am Stabe zwei Scheiben anbringen, zwischen denen die Nadel schwingt [3]).

---

1) Vergl. indess de Haldat, Ann. de Chim. et de Phys. 39, 232, 1828; Pogg. Ann. 14, 598. — 2) G. Krebs, Carl's Rep. 17, 659, 1881; Beibl. 6, 38. — 3) Versuche von Saigey, Bullet. des Sciences 1828, p. 33; Pogg. Ann. 15, 88, nach denen die hemmende Wirkung einer Platte in geometrischer Reihe abnimmt, wenn der Abstand in arithmetischer Reihe wächst, sind nicht beweisend. Vergleiche auch Baumgartner, Baumgartner und Ettingshausen's Zeitschr. 2, 426, 1827. — Die Einwirkung von Metallplatten auf das logarithmische Decrement der Schwingungen von Magnetstäben, welche in verschiedener Entfernung von ihnen schwingen, hat auch Abria (Compt. rend. 53, 964, 1861; Ann. de Chim. et de Phys. 65, 217, 1862) bestimmt, indem er einmal horizontale Stäbe zwischen verticalen Platten, deren Ebenen auf der Axe der Stäbe vertical standen, und dann über horizontalen Platten schwingen liess. Die von den Platten ausgehenden Kräfte φ und ψ drückt er in beiden Fällen durch die empirischen Formeln

$$\text{(I)} \quad \varphi = \frac{N}{e^{ax} x^{1,393}}, \qquad \text{(II)} \quad \psi = \frac{P}{e^{ay} y^b \left(1 + tg\frac{\pi}{2}\,\alpha y\right)}$$

aus, wo N und P dem Moment der Nadeln, der Dicke und Leitfähigkeit der Platten proportionale Constanten sind, a eine mit dem Durchmesser der Platten wachsende Constante ist, x und y den Abstand der Axe der Nadel, bezw. von einer 0,43 der Dicke unter der Oberfläche der verticalen oder 0,33 der Dicke unter der Oberfläche der horizontalen Platten liegenden Schicht bedeutet, $\alpha = 0,427\, a$ ist. Bei Platten von Kupfer, Zink und Quecksilber findet Abria das Verhältniss der Kräfte φ wie 49,5 : 13,4 : 1.

Als Harris (l. c.) eine Magnetnadel in einem von 12 concentrischen Ringen (1 bis 12), welche je 0,6 mm dick waren und genau in einander passten, schwingen liess, fand er nach der §. 735 entwickelten Formel die dämpfende Kraft des Ringes:

Ring	1	2	3	4	6	8
	8,54	4,52	3,45	2,38	1,53	1,00

Wirken gleichzeitig mehrere Ringe, so addirt sich ihre dämpfende Wirkung, so dass die Inductionswirkung auf die äusseren Ringe durch das zwischenliegende Kupfer der inneren Ringe nicht gehemmt wird.

Das analoge Resultat erhielt Moser[1]), als er vor einer Magnetnadel ein bis vier gleich grosse Kupferscheiben einzeln oder an einander geschichtet aufstellte, und nun die Schwingungszahlen der Nadel zählte, in denen sich ihre Elongationen um gleich viel verringerten. Die Elongationen wurden dabei an dem Fadensysteme im Ocular des Fernrohres abgelesen, welches zur Beobachtung des Standes der Nadel diente.

Da indess beim Aufeinanderlegen mehrerer dämpfender Scheiben der Abstand der entfernter liegenden von den Magnetpolen immer mehr zunimmt, so erreicht man bald eine Grenze, bei welcher eine Vermehrung ihrer Zahl nicht mehr die Dämpfung verstärkt[2]).

So fand Seebeck (l. c.) die Zahl der Schwingungen einer Nadel, während deren ihre Elongationen von 45 auf 10⁰ sich verminderten, über

1	2	3	4	6	7 bis 45 Kupferplatten
26	$17^1/_2$	14	13	12	11

Dasselbe ergiebt sich, wenn man statt einer dünnen Platte immer dickere anwendet[3]).

740 Man benutzt die Dämpfung der Schwingungen der Magnetnadel durch Metallmassen bei vielen zur Messung der Stromintensität und des magnetischen Momentes bestimmten Apparaten, bei welchen man eine schnelle Einstellung einer Magnetnadel in ihre Ruhelage bewirken will. — Je schneller diese Einstellung erfolgen soll, desto bedeutender muss die Dämpfung sein. Man lässt deshalb die Magnetnadel nicht nur über einer Kupferscheibe schwingen, sondern umgiebt sie von allen Seiten mit einer kupfernen Hülle, wie z. B. bei den Bd. III, §. 273 u. flgde. beschriebenen Apparaten[4]). Dass dabei die Schwingungen zuletzt auch aperiodisch werden können, haben wir schon Bd. III, §. 284 erwähnt.

741 Auch durch den Erdmagnetismus lassen sich in körperlichen Leitern Ströme induciren. Rotirt z. B. eine Kupferplatte in einer hori-

[1]) Moser, Dove's Rep. 2, 126, 1838. — [2]) Seebeck, Pogg. Ann. 7, 211, 1826. — [3]) Vergl. Baumgartner, l. c. — [4]) Zuerst von Gauss angewendet. Resultate des magnetischen Vereins 1837, S. 18.

zontalen Ebene oder, noch besser, in der auf der Richtung der Inclinationsnadel senkrechten Ebene, und verbindet man ihre Axe und ihren Rand durch amalgamirte Federn, welche gegen dieselben schleifen, mit einem Galvanometer, so giebt der Ausschlag seiner Nadel an, dass, wenn die Scheibe in der Richtung des Uhrzeigers rotirt, in ihr Ströme inducirt werden, welche von ihrem Centrum zu ihrer Peripherie fliessen. Sie kehren bei entgegengesetzter Rotation der Scheibe ihre Richtung um, wie wenn sich ein Südpol eines Magnetes unter der Platte befände[1]). — Diese Richtung der Ströme ergiebt sich, wenn man sich vorstellt, dass der Erdstrom in der auf der Inclinationsnadel normalen Ebene von Ost durch Süd nach West fliesst. Die Richtung der inducirten Ströme ist dann die, dass sie durch ihre Wechselwirkung mit dem Erdstrom die Rotation der Metallscheibe zu hemmen streben.

Fällt die Ebene der rotirenden Scheibe mit dem magnetischen Meridian zusammen, oder fällt auch nur die Richtung der Inclination in ihre Ebene, so entstehen in ihr keine Inductionsströme.

Lässt man eine Kugel von Messing oder Kupfer unter dem Einfluss **742** des Erdmagnetismus rotiren, so dass ihre Rotationsaxe mit der Inclinationsrichtung zusammenfällt, so werden in ihr Ströme inducirt, welche von ihren Polen zu ihrem Aequator oder umgekehrt fliessen und sich daher nur ausgleichen können, wenn man erstere und die am Aequator liegenden Punkte leitend verbindet. — Bildet die Rotationsaxe einen Winkel mit der Inclinationsrichtung, so werden gleichfalls in der Kugel Ströme inducirt, welche den durch einen Kreisstrom, Fig. 171 und 172, §. 700, inducirten völlig analog sind[2]). Ihre Richtung ergiebt sich im Allgemeinen, wenn man sich die Lage des Erdstromes vergegenwärtigt. Rotirt die Kugel z. B. um eine von Ost nach West gerichtete Axe, so dass ihre nördlich gelegenen Punkte über ihre obere Seite nach Süden gehen, so entsteht in denselben, wenn sie sich auf der südlichen Seite der auf der Inclinationsrichtung senkrechten Ebene des Erdstromes nähern, ein Strom von West nach Ost; wenn sie sich von derselben bei weiterer Drehung entfernen, ein Strom von Ost nach West. Umgekehrt fliessen auf der nördlichen Seite der Kugel in den sich der Ebene des Erdstromes nähernden Theilen der Kugel Inductionsströme von Ost nach West, in den sich von derselben entfernenden Theilen Ströme von West nach Ost. Indem die beim Annähern und Entfernen inducirten Ströme sich zu geschlossenen Bahnen vereinen, wirken sie auf eine der Kugel genäherte Magnetnadel, wie wenn die Kugel in der Ebene des Erdstromes auf ihrer südlichen Seite einen magnetischen Südpol, auf der nördlichen einen Nordpol erhalten hätte. — Rotirt ebenso die Kugel um eine in der

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 2, §. 149 u. f. 1832. — [2]) Ibid. 2, §. 160 u. flgde. 1832.

magnetischen Meridianebene liegende, auf der Inclinationsrichtung senkrechte Axe, so dass ihre oberen Punkte von Ost nach West laufen, so zieht sie den Südpol der östlich von ihr aufgestellten Magnetnadel an, besitzt also auf der Ostseite einen Nordpol und umgekehrt auf der Westseite einen Südpol.

Faraday (l. c.) prüfte diese Resultate an einer hohlen Messingkugel von 10 cm Durchmesser, die an einem Metallstiel mit der Hand, sei es frei, sei es in einem Holzlager, neben einem Glascylinder gedreht wurde, in welchem an einem Coconfaden ein verticaler Strohhalm hing, in den an beiden Enden in entgegengesetzten Richtungen die beiden Hälften einer magnetischen Nähnadel in horizontaler Lage eingebohrt waren. Der Apparat wurde neben der rotirenden Kugel so aufgestellt, dass die Axen der Magnetnadeln mit dem magnetischen Meridian parallel lagen, und sich die obere Nadel mit dem Mittelpunkte der rotirenden Kugel in derselben Horizontalebene befand [1]).

743 Wir haben bisher das Verhalten rotirender Scheiben aus unmagnetischen Metallen gegen Magnetnadeln und die Dämpfung der Schwingungen der letzteren über ruhenden unmagnetischen Massen behandelt. Anders verhalten sich magnetische Massen. Wird eine Eisenscheibe unter einer frei aufgehängten horizontalen Magnetnadel in Rotation versetzt, so folgt dieselbe ihr viel schneller, als sich nach dem relativ geringen Leitvermögen der Scheibe erwarten liess. Ebenso werden die Schwingungen einer um eine horizontale Axe zwischen zwei Magnetpolen oscillirenden, in der Aequatorialebene befindlichen Eisenscheibe bedeutend gedämpft. Diese Wirkung wird vermehrt, wenn der Scheibe statt eines Pols beiderseitig gleichnamige Magnetpole gegenüberstehen, während die Dämpfung der Schwingungen einer Kupferscheibe im Gegentheil gesteigert wird, wenn ihr statt eines Pols beiderseits ungleichnamige Magnetpole genähert werden [2]).

Lässt man einen aus einer weichen Eisenplatte geformten Kreisel rotiren und nähert ihn einem Magnet, so wird er bei hinlänglich schneller Rotation abgestossen, ruht er aber, angezogen [3]).

Auch die Schwingungen einer Magnetnadel nehmen über einer Eisenplatte viel schneller ab, als z. B. über einer Kupferplatte. So machte bei den Versuchen von Seebeck [4]) eine Nadel über einer Marmorplatte 116 Schwingungen, ehe sich ihre Oscillationsweite von 45 auf 10° verminderte, über einer Kupferplatte von 0,7 mm Dicke nur 62, über einer Eisenplatte von 0,9 mm Dicke sogar nur sechs Schwingungen. Dies ist

[1]) Ueber die Ablenkung der Magnetnadeln durch Kugeln, die in verschiedenen Richtungen unter dem Einfluss des Erdmagnetismus rotiren, siehe auch Odstrcil, Wien. Ber. 72 [2], 389, Oct. 1875. — [2]) Sturgeon, Edinb. Phil. Journ. 1825, p. 124. Faraday, Exp. Res. 1, §. 249 u. flgde. 1831. — [3]) Lumière électrique 27, 147, 1888; Beibl. 12, 283. — [4]) Seebeck, Pogg. Ann. 7, 207, 1826.

wiederum ein Beweis, dass die Dämpfung nur zum geringsten Theil auf den in der Eisenplatte inducirten Strömen beruht.

Man hat früher gemeint, dass diese Erscheinungen davon herrührten, dass die Pole der Magnete in den ihnen gegenüberliegenden Stellen der genäherten Eisenplatte ungleichnamige Pole erzeugten, welche eine Zeit lang andauerten, wenn auch schon die Magnetpole sich von ihnen bezw. die Theile der Eisenplatte sich von den Polen entfernt hätten. Ueber der rotirenden Eisenscheibe würde also die Magnetnadel den mit ersterer vorwärts geschobenen Polen folgen, über einer ruhenden würde die oscillirende Magnetnadel gegen die hinter ihr zurückbleibenden Pole in der Eisenscheibe zurückgezogen. 744

Es lässt sich indess nachweisen, dass diese Ansicht nicht richtig ist, worauf zuerst Warburg[1]) aufmerksam gemacht hat. So hat Himstedt[2]) einen Magnet von 10 mm im Quadrat Seite und 100 mm Länge bifilar über Scheiben und Streifen von 0,13 bis 6,4 mm dickem, ausgeglühtem Eisenblech aufgehängt und in Schwingungen versetzt. An dem Magnet war senkrecht zu seiner Axe ein Messingstab von 200 mm Länge befestigt, an welchem sich Gewichte zur Veränderung des Trägheitsmomentes und der Schwingungsdauer verschieben liessen. Bei gleichem Anfangsbogen war das logarithmische Decrement (nach Abzug des der Luftdämpfung zuzuschreibenden) abweichend von der Dämpfung durch nicht magnetische Metalle (vergl. Bd. III, §. 279) unabhängig von der Schwingungsdauer. Mit der Grösse der Schwingungsbogen selbst nahm dasselbe ab. 745

Berechnet man nach der relativen Leitfähigkeit des Eisens und Kupfers aus der Dämpfung der Schwingungen über letzterem die über ersterem, so ergiebt sich, dass nur etwa $^1/_3$ Proc. derselben auf Inductionswirkungen zurückzuführen ist.

Auch spricht folgender Versuch dagegen. Unter dem Magnet wurde zur Herstellung des Gleichgewichtszustandes eine kreisförmige Eisenscheibe mehrere Male um 360° hin und her gedreht, dann der Magnet festgestellt, die Scheibe zu der Zeit t schneller oder langsamer um 360° gedreht, der Magnet nach einer bestimmten Zeit T losgelassen und seine Einstellung beobachtet und dasselbe Verfahren mehrere Male bei Drehung nach verschiedenen Seiten wiederholt. Aenderte sich dabei t von 2 bis 240, T von 0 bis 1800 Secunden, so blieben doch die Ablenkungen nahezu gleich. Wurde aber die Scheibe nach der Ablenkung erschüttert, so war die Ablenkung kleiner. 746

---

[1]) Warburg, Wied. Ann. 13, 159, 1881. — [2]) Himstedt, ibid. 14, 483, 1881.

747 Demnach ist, wie Warburg (l. c.) bereits angiebt, die Erscheinung auf seine schon Bd. III, §. 594 erwähnte Beobachtung zurückzuführen, wonach auch bei wiederholten Magnetisirungen der einer bestimmten Kraft entsprechende temporäre Magnetismus bei aufsteigenden magnetisirenden Kräften kleiner ist, als bei absteigenden. Wenn der Magnet über die einzelnen Theile der Eisenplatte hinschwingt, nimmt der Magnetismus derjenigen Stellen, von denen er herkommt, ab, der Magnetismus derjenigen, zu denen er hinschwingt, aber zu. Von zwei Punkten, welche von dem Pol des Magnetes in irgend einem Moment in dem von ihm beschriebenem Kreise gleich weit entfernt sind, hat also der im Sinne der Schwingungsrichtung hinter ihm liegende einen stärkeren Magnetismus, als der vor ihm liegende; der Magnet wird gegen ersteren stärker hingezogen, als gegen letzteren und so wird die Bewegung des Magnetes gehemmt.

Man kann dies direct nachweisen, wenn man nach Erreichung des Gleichgewichtszustandes nach wiederholten Hin- und Herschwingungen des Magnetes über der Scheibe den ihn tragenden Torsionskopf dreht und die Torsion misst, welche ihn in verschiedene Lagen einstellt. Wird dann der Torsionskopf rückwärts gedreht, bis der Magnet dieselben Lagen annimmt, so sind die Torsionen andere als vorher.

748 Aus diesen Versuchen lässt sich die Kraft, welche bei einmaligem Hin- und Herschwingen des Magnetes von der Eisenplatte aus auf ihn wirkt und die ihr entsprechende Arbeit A berechnen. Ebenso kann man durch Beobachtung dreier Umkehrpunkte des Magnetes die Gesammtarbeit A_1 berechnen, welche bei der Abnahme der Schwingungsbogen geleistet wird. Bei Versuchen mit wachsenden Abständen l des Magnetes von einer Eisenscheibe nahm das Verhältniss A/A_1 ziemlich bedeutend ab, z. B. von 0,842 bis 0,567, wenn l von 11,5 bis 48,3 stieg; indess wird dies secundären Umständen zugeschrieben.

749 Dickere Eisenscheiben dämpfen weniger stark als dünnere, entgegen dem Verhalten von Kupferplatten. Der Grund könnte nach meiner Meinung der sein, dass im ersten Falle die Scheiben überwiegend in der Richtung ihrer Dicke magnetisch polarisirt werden und so die entgegengesetzten Pole derselben von dem Pol der darüber hingehenden Magnetnadel nicht allzu ungleich weit entfernt sind, während die Polarität dünnerer Platten sich mehr in der Richtung ihrer Ebene herstellt, und unter dem Pol des schwingenden Magnetes ein ungleichnamiger, und fern von demselben ein gleichnamiger Pol entsteht.

750 Hierauf dürfte auch folgende Erfahrung beruhen: Legt man unter eine Magnetnadel conaxial ein Eisenstück, so wird die Schwingungsdauer des Magnetes verkleinert, namentlich, wenn das Eisenstück schmal ist. Dann bildet dasselbe einen temporären Magnet, dessen Pole den darunter

liegenden Polen der Nadel entgegengesetzt sind, und so die Nadel bei ihren Schwingungen in die Gleichgewichtslage zurückziehen. Je schmaler das Eisenstück, desto mehr ist diese Polarität auf einen linearen Streifen concentrirt.

Legt man dagegen unter einen einzelnen Pol der Nadel eine Eisenplatte, so wird die Schwingungsdauer vergrössert, wenn die Platte schmal ist; sie wird verkleinert, wenn sie breit ist[1]).

Meines Erachtens dürfte dieser Unterschied darauf beruhen, dass eine schmale Platte in der Richtung der magnetischen Axe des Magnetes polarisirt wird, gerade unter dem Pol derselben, welchen wir als Nordpol annehmen, einen Südpol S und vor dem Nordpol am äusseren Ende einen Nordpol N erhält. Der Pol S ändert, abgesehen von der von Warburg beobachteten Erscheinung, die Schwingung der Nadel nicht, so lange sie nicht über die Eisenplatte hinaustritt, wohl aber wird durch den Nordpol N die Richtkraft der Erde vermindert; die Nadel schwingt langsamer. Ist die Platte breit, so erhält sie unter ihrem Nordpol einen Südpol, an ihren seitlich von der Magnetnadel liegenden Enden Nordpole. Nähert sie sich dem einen oder anderen bei ihren Ausschwingungen, so erhält sie, wenn sie ihrer Ruhelage zustrebt, einen Antrieb rückwärts und dadurch eine Beschleunigung ihrer Bewegung. Sie schwingt schneller.

751 Dieselbe scheinbare Verschiebung der magnetischen Polarität bemerkt man auch, wenn man eine eiserne Scheibe oder Kugel unter Einfluss des Erdmagnetismus rotiren lässt und ihre Polarität untersucht. Letztere verschiebt sich im Sinne der Bewegungsrichtung. Rotirt daher eine Scheibe nicht gerade in der, auf der Inclinationsrichtung senkrechten Ebene, so kann hierdurch ihre Einwirkung auf eine über ihr schwebende Magnetnadel wesentlich geändert werden.

Ueber diese Verschiebung der durch den Erdmagnetismus bewirkten Polarität rotirender Eisenscheiben und Eisenkugeln sind namentlich von Christie und Barlow Versuche angestellt worden.

Christie[2]) liess eine Eisenscheibe in verschiedenen Ebenen vor einer Declinationsnadel rotiren. Ihre ablenkende Wirkung auf die Magnetnadel war ein Maximum, als die Ebene der Scheibe der Inclinationsrichtung und zugleich der magnetischen Ostwestlinie parallel lag. Rotirte die Scheibe in einer horizontalen Ebene, so betrug die Wirkung auf die Nadel nur etwa $^1/_5$ der früheren. (Die jetzt auf die Scheibe wirkende horizontale Componente des Erdmagnetismus ist etwa nur $^1/_3$ der gesammten erdmagnetischen Kraft.) Endlich war die Wirkung auf die Nadel Null, wenn die Ebene der Scheibe zur Inclinationsrichtung normal war. — Im Allgemeinen lassen sich die Resultate so aussprechen, dass,

---

[1]) Himstedt, l. c. — [2]) Christie, Phil. Trans. 1825, p. 347. Pogg. Ann. 4, 459.

wenn die Wirkung auf eine neben der Scheibe befindliche Neigungsnadel bezogen wird, dieselbe bei der Rotation der Scheibe so abgelenkt wird, dass ihre Projection auf die Scheibe sich in entgegengesetzter Richtung bewegt, wie die Scheibe selbst. — In der That bildet sich in dem Punkt der Scheibe, welcher dem unteren (d. i. im Vergleich zur Inclinationsnadel nordpolaren) Ende dieser Projection entspricht, durch den Einfluss des Erdmagnetismus gleichfalls ein Nordpol. Dieser wird in der Drehungsrichtung der Scheibe verschoben und stösst mithin den Nordpol der Inclinationsnadel nach der entgegengesetzten Seite ab.

Barlow[1]) liess eine achtzöllige (20 cm grosse) Shrapnellkugel 720 mal in der Minute um eine horizontale Axe auf einem Holzgestell rotiren und näherte ihr eine auf einem besonderen Gestell aufgestellte Bussole, deren Nadel durch einen genäherten, verticalen Magnetstab astasirt war. Die magnetische Axe der Nadel wurde auf den zu ihrem Mittelpunkt gehenden Radius der Kugel senkrecht gestellt.

Befand sich die Nadel in der durch die Rotationsaxe der Kugel gelegten Horizontalebene vor irgend einer Stelle derselben, so wurde ihr Nordpol von der Kugel angezogen, wenn sich die oberen Theile derselben gegen sie hin bewegten; im umgekehrten Falle wurde der Südpol der Nadel angezogen. Im ersten Falle wurden die oberen, durch die Wirkung des Erdmagnetismus südlich polarisirten, im zweiten die unteren, durch dieselbe nördlich polarisirten Theile der Kugel der Nadel genähert und behielten dabei ihren Magnetismus zum Theil bei. An den Enden der Rotationsaxe fand keine Wirkung auf die Nadel statt, in der darauf senkrechten Ebene war sie ein Maximum.

Ist die Bussolennadel nicht astasirt, so nimmt sie eine mittlere Stellung unter dem Einfluss des Erdmagnetismus und der gedrehten Kugel an.

Poisson[2]) hat diese Erscheinungen einer mathematischen Behandlung unterzogen, welche auf den Bd. II, §. 16, Bd. III, §. 439 u. flgde. mitgetheilten Principien basirt ist. Nur sind die Werthe α, β, γ daselbst als Functionen der Zeit anzunehmen. Wir müssen in Bezug auf diese Berechnungen auf das Original verweisen, und glauben dies um so eher thun zu können, als die Resultate der Rechnung in Folge des im Eisen zurückbleibenden permanenten Magnetismus und der in seiner Masse bei der Bewegung entstehenden Inductionsströme, welche neue Magnetisirungen hervorrufen, nur unvollkommen mit den Beobachtungen übereinstimmen können.

752 Einige Erscheinungen, welche ihre Erklärung in denselben Ursachen finden, wie die bisher mitgetheilten Phänomene, sind folgende: Lässt

---

[1]) Barlow, Phil. Trans. 1825, p. 317. Pogg. Ann. 4, 464. — [2]) Poisson, Mémoire sur la théorie du magnétisme en mouvement (10 Juillet, 1826); Mémoires de l'académie roy. de l'Institut 4, 441, Année 1823 (1827).

man einen hufeisenförmigen Magnet oder Elektromagnet vermittelst einer Centrifugalmaschine um eine verticale Axe rotiren, welche seinen Schenkeln parallel ist und sich in der Mitte zwischen denselben befindet, und streut auf eine über seinen Polen befindliche Glasplatte Eisenfeile, so folgen sie bei langsamer Drehung den Polen; bei schnellerer setzen sie sich in dem durch die Polflächen um die Rotationsaxe gelegten Kreise in eine der Drehungsrichtung der Pole entgegengesetzten Richtung in Bewegung. — Eine Halbkugel von Eisen, welche auf die Glasplatte aufgelegt wird, verhält sich wie die Eisenfeile [1]).

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 94, 40, 1855.

Fünftes Capitel.

Inductionsapparate.

753 Die Erscheinungen der Induction werden vielfach verwendet, um eine Reihe schnell auf einander folgender, sei es abwechselnd entgegengesetzt, sei es gleich gerichteter Ströme zu erzeugen und somit eine dauernde Quelle von Elektricität herzustellen. Hierzu kann man entweder die Intensität des Stromes in einer inducirenden Spirale mit oder ohne Eisenkern verändern und so in einer dieselbe umgebenden Inductionsspirale Ströme induciren, wie bei den Inductorien, oder man kann die relative Lage von Inductionsspiralen und Magneten oder Elektromagneten ändern, wie bei den Magnetelektrisirmaschinen und dynamoelektrischen Maschinen.

Die meisten dieser Apparate sind wesentlich zu technischen Zwecken construirt und ausführlich in besonderen Werken beschrieben. In dem vorliegenden Buche sind sie deshalb nur insoweit behandelt, als es zu der Darstellung der historischen Entwickelung der ihrer Construction zu Grunde liegenden theoretischen Grundprincipien erforderlich war, bezw. die Apparate wesentlich wissenschaftlichen Forschungszwecken dienen. Dagegen gehört die ausführliche Beschreibung der Einzelconstructionen nicht hierher.

Im Anschluss hieran betrachten wir das Telephon und Mikrophon.

I. Inductorien.

754 Schon Pohl[1]) hat einen mit Drahtspiralen umgebenen Anker fest vor den Polen eines Elektromagnetes hingelegt, durch einen Commutator die Richtung des den letzteren magnetisirenden Stromes wiederholt umgekehrt und so in den Spiralen eine Reihe von Inductionsströmen erzeugt.

---

[1]) Pohl, Pogg. Ann. 34, 185, 500, 1835.

755 Zuweilen ist es wünschenswerth, namentlich für physiologische Versuche, eine ganz regelmässig sich ändernde elektromotorische Kraft zu erhalten. Hierzu dient das Sinusrheonom [1]).

Eine mit Windungen von dickem Draht umwickelte Holzkugel von 4,5 cm Durchmesser dreht sich in einer anderen, mit vielen Windungen von feinem Draht (2 km) bedeckten, aus zwei Hälften bestehenden Hohlkugel von 6 cm Durchmesser. Durch geeignete Verbindungen wird ein Strom durch das Gewinde der inneren Kugel geleitet. In den Windungen der äusseren Kugel, welche denen der inneren parallel sind, wird bei der Rotation der inneren um eine den Windungsebenen parallele Axe ein Strom inducirt.

Die inducirte elektromotorische Kraft ändert sich hier wie der Sinus eines gleichförmig wachsenden Bogens.

756 Bereits §. 5 haben wir in dem Schlittenapparat von E. du Bois-Reymond ein für viele Zwecke sehr brauchbares Inductorium kennen gelernt, bei welchem man durch Verschieben der Inductionsspirale gegen die inducirende das Potential beider auf einander und somit die elektromotorische Kraft der Induction verändern kann.

Zur Erzeugung grösserer Elektricitätsmengen bei der Induction, namentlich zur Durchbrechung der Luft in Funken, sind namentlich von Stöhrer und Ruhmkorff grosse Inductorien, zunächst in den in den Fig. 187 und 188 (a. f. S.) abgebildeten, einfacheren Formen ausgeführt worden.

Diese Apparate bestehen im Wesentlichen aus einer verticalen oder horizontalen inducirenden Spirale A von dickerem Draht, über die entweder direct eine zweite Spirale B von sehr langem, dünnem Draht gewunden ist, oder eine besondere Papp- oder Glasröhre geschoben wird, auf welche die letztere Spirale aufgewickelt ist. Dieselbe bildet entweder ein einziges Continuum von Drahtwindungen oder besteht zweckmässiger aus mehreren neben einander liegenden Abtheilungen, die durch Klemmen o, p hinter einander verbunden werden. In die inducirende Spirale ist ein Bündel von lackirten oder geglühten Eisendrähten eingelegt. Der Strom in der inducirenden Spirale wird durch irgend eine Vorrichtung H unterbrochen oder umgekehrt. Man bedient sich hierzu meist des Wagner'schen Hammers, welcher theils, wie in den älteren Ruhmkorff'schen Apparaten, Fig. 188, direct mit dem Bündel Eisendraht verbunden ist, theils, wie in Stöhrer's Apparat, Fig. 187, gesondert neben dem Apparat angebracht ist.

Mit den beiden gegen einander hämmernden, den Strom unterbrechenden Theilen des Hammerapparates sind noch die Belegungen eines Condensators verbunden, welcher in einem unter dem Apparat befindlichen Kasten liegt. Der Apparat liefert dann während der Unter-

[1]) Fleischl, Arch. f. Physiol. 1882, S. 25; Beibl. 6, 511.

brechungen abwechselnd gerichtete Oeffnungs- und Schliessungsströme in der Inductionsrolle, deren Enden mit den auf Glasfüssen stehenden Kugeln oder Spitzen *s*, *t* bezw. *m*, *m* verbunden sind.

Fig. 187.

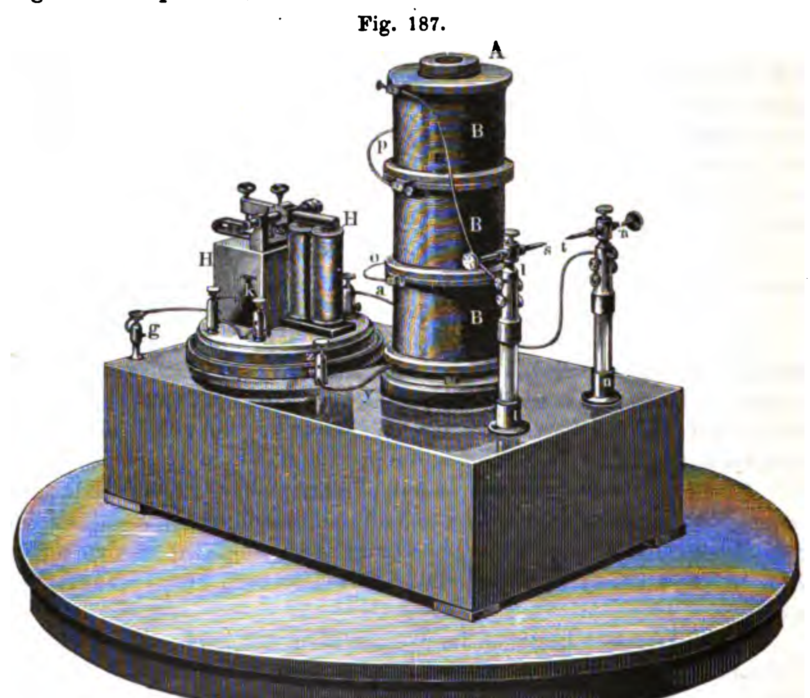


Fig. 188



757 Die näheren Einrichtungen der einzelnen Theile der eben kurz beschriebenen Apparate müssen so getroffen sein, dass sie kurz dauernde

Inductionsströme von recht grosser Intensität liefern, dass also in einem möglichst kurzen Zeitraum eine möglichst grosse elektromotorische Kraft erregt wird. — Die wesentlichen Einrichtungen hierzu sind namentlich folgende [1]):

1. Die Inductionsrolle. Soll die Intensität des Oeffnungsinductionsstromes, welchen man besonders berücksichtigt, von Anfang seiner Bildung an schnell ein Maximum erreichen, so haben wir die §. 205 u. flgde. aufgestellten Betrachtungen zu berücksichtigen, wenn wir zunächst nur die Induction der Spiralen auf einander betrachten. Die Induction durch den Eisenkern im Inneren der Spiralen nimmt einen ähnlichen Gang. Es muss also das Potential P_1 der inducirenden Spirale auf die inducirte möglichst gross, das Potential P_2 der inducirten Spirale auf sich selbst möglichst klein, der Widerstand w der inducirenden Spirale möglichst klein sein. Da ferner in der Inductionsrolle Elektricität entwickelt wird, welche an den einzelnen Stellen eine bedeutende Dichtigkeit besitzt, die von der Mitte des Drahtes der Rolle gegen die Enden hin zunimmt, so müssen letztere auf entgegengesetzten Seiten der Rolle liegen, damit die mit den ungleichnamigen Elektricitäten am stärksten geladenen Theile des Drahtes sich möglichst fern von einander befinden [2]).

Wickelt man die ganze Inductionsrolle in einzelnen Drahtlagen, deren jede ihre ganze Länge einnimmt, so liegen auch hier in den über einander befindlichen Lagen Stellen neben einander, in denen die elektrische Dichtigkeit sehr verschieden ist, und so können leicht Funkenentladungen dazwischen stattfinden, welche die die Drähte bedeckende isolirende Schicht durchbrechen. — Sehr vollständig wird dies bei der jetzt vielfach angewendeten Methode von Ritchie [3]) verhindert, nach welcher der Draht an einer Stelle bis zur völligen Dicke der Spirale und dann erst an der benachbarten Stelle in gleicher Weise aufgewickelt wird. Zwischen die einzelnen Stellen wird häufig ein Ring von dünnem, vulcanisirtem Kautschuk geschoben und angekittet.

Wegen der Schwierigkeit der Ausführung dieser Bewickelung theilt man zuweilen die Inductionsrolle wenigstens in mehrere neben einander liegende Abtheilungen, deren jede eine ungerade Anzahl von Drahtlagen besitzt, so dass Anfang und Ende an entgegengesetzten Seiten der Abtheilungen liegen. Man verbindet die Drähte derselben hinter einander.

Da das Potential des Stromes der inducirenden Rolle auf die inducirte Rolle in der Mitte am grössten ist, würde man zweckmässig die mittleren Abtheilungen der letzteren dicker winden, als die Abtheilungen an den Enden, so dass die inducirte Rolle die Form einer Spindel erhielte.

---

1) Vergl. vorzüglich Poggendorff, Pogg. Ann. **94**, 289, 1855. — 2) Vergl. auch R. Robinson, Phil. Mag. [4] **33**, 63, 1867. — 3) Ritchie, Phil. Mag. [4] **14**, 239, 480, 1857.

So hat Schaack[1]) ein Bündel aus zusammengekitteten parallelen Eisendrähten in Gestalt einer Kugel geformt, auf welche drei Lagen dicken Kupferdrahtes gewickelt waren, die durch Messingstäbe, welche den Eisendrähten conaxial waren, mit der Säule in Verbindung standen. Um die mit Kitt überzogenen Drähte war kugelförmig die Inductionsspirale in vielen, durch Papierringe getrennten Abtheilungen gewickelt. Die Wirkung des mit Condensator versehenen Apparates war recht befriedigend.

Die Drahtwindungen der inducirten Rolle müssen sehr gut isolirt sein, damit bei der plötzlichen Erregung sehr bedeutender Elektricitäten in ihr nicht Funken zwischen den einzelnen Windungen überschlagen. Man windet daher am besten den etwa $1/4$ mm dicken, gut mit Seide übersponnenen Draht auf einen beiderseits mit Glas- oder Guttaperchafassungen versehenen Glascylinder und tränkt die Umspinnung nach dem Aufwinden jeder Lage mit langsam trocknendem Schellackfirniss, mit geschmolzenem Wallrath oder Paraffin, oder einem Gemisch von Wachs und Oel. Zwischen je zwei Lagen legt man wohl noch ein Wachspapier oder eine dünne Guttaperchaplatte[2]). Am besten würde es sein, die Inductionsrolle mit einem flüssigen Isolator, z. B. Terpentinöl, Paraffinöl, zu tränken, damit, wenn ein Funken an irgend einer Stelle zwischen den Windungen überschlagen sollte, die Durchbrechungsstelle sogleich wieder ausgefüllt wird. Diesen Vorschlag Poggendorff's (l. c.) hat Jean[3]) mit gutem Erfolge ausgeführt; indess ist doch die Anwendung einer Flüssigkeit, welche sich überdies bei Zutritt der Luft verändert und dann das Kupfer der Drähte angreift, nicht bequem.

Sinsteden[4]) löthet noch an das äussere Ende des inducirten Drahtes ein 2,3 m langes, 0,2 m breites Stanniolblatt, welches beiderseits mit etwas breiterem Wachspapier belegt und so auf die Inductionsrolle gewunden wird. Indem sich in diesem Blatte eine grosse Menge der in der Spirale inducirten Elektricitäten anhäuft, zeigt sie stärkere Entladungen. — Man muss endlich vermeiden, dass der Widerstand, welchen die zwischen den freien Enden der Inductionsrolle überspringenden Funken finden, grösser ist, als der Widerstand beim Uebergange durch die isolirende Schicht von einer Drahtwindung zur anderen, da die letztere sonst leicht durchbrochen wird. Namentlich bei Erzeugung von Funken im lufterfüllten Raume darf man daher den Abstand der Elektroden der Inductionsrolle nie zu gross wählen.

758 2. Die inducirende Spirale oder Hauptrolle. Da der Raum meist gegeben ist, in welchen der Draht dieser Spirale hineinpassen soll, so kann man ihn beliebig dick wählen, und muss nur die Säule, welche

---

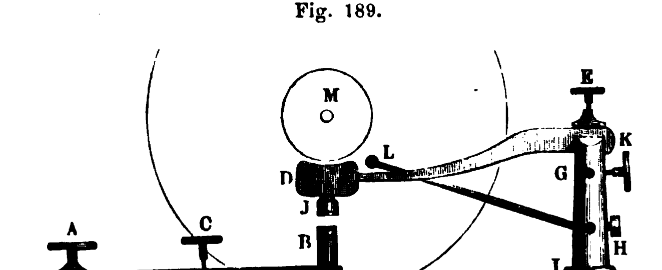
[1]) Schaack, Brix' Zeitschr. 1863, S. 45. — [2]) Bentley, Phil. Mag. [4] 12, 519, 1857. — [3]) Jean, Compt. rend. 46, 186, 1858. — [4]) Sinsteden, Pogg. Ann. 96, 359, 1855.

den durch die Spirale geleiteten Strom erzeugt, so abändern, dass man bei gegebener Zinkoberfläche das Maximum der Intensität erhält. Gewöhnlich nimmt man den Draht etwa 1 bis 2 mm dick und wickelt ihn zweckmässig in zwei neben einander liegenden Windungsreihen auf.

Das in die Rolle gelegte Eisendrahtbündel wird aus dünnen Drähten gebildet. Dieselben brauchen nicht lackirt zu sein, sondern werden nur ausgeglüht, wodurch sie einmal weicher werden, sodann auch an ihrer Oberfläche eine genügend schlecht leitende Hülle erhalten. Sie werden nicht zu fest an einander geschnürt.

3. Die Unterbrechung des inducirenden Stromes wird meist mit Hülfe des Wagner'schen Hammers vorgenommen. Man kann hierbei zunächst das Eisendrahtbündel in der Hauptrolle selbst als Magnet benutzen, welcher den Hammer antreibt. — Auf diese Weise ist der zuerst von Ruhmkorff angegebene Interruptor, Fig. 189, construirt. 759

Fig. 189.

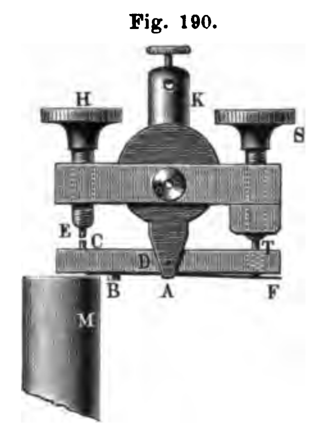


M ist das aus der inducirenden Spirale herausragende Ende des Eisendrahtbündels, welches daselbst mit einem Eisenringe eingefasst ist. Ein Hebel *ED* von Metall bewegt sich in einem Lager auf dem metallenen Ständer *IK*, welcher durch die Klemmschraube *H* mit dem einen Ende der inducirenden Rolle verbunden ist. Ein zwischen die Klemmschrauben *E* und *G* eingefügter dünner Silberdraht vermittelt die bessere Leitung zwischen *DE* und *KI*. An dem unter *M* befindlichen Ende des Hebels ist eine Eisenplatte *D* befestigt, welche unten die Platinplatte *J* trägt. Diese liegt auf einer zweiten, durch die Feder *AB* getragenen Platinplatte *B* auf. Feder *AB* kann durch die Schraube *C* gehoben und gesenkt werden; sie wird mit dem einen Pol der Säule, das freie Ende der inducirenden Spirale mit dem anderen Pol der letzteren verbunden. Dann hebt sich durch die Magnetisirung von *M* das Eisenstück *D* an Hebel *DE* gegen *M* und unterbricht den inducirenden Stromkreis zwischen *B* und *J*. Hebel *DE* fällt wieder hinunter und schliesst den Stromkreis von Neuem u. s. f. — Der Fig. 189 gezeichnete Interruptor ist ganz ähnlich construirt, nur dass sich die Platte *D* vor dem Drahtbündel *M* befindet.

760 Um sehr schnelle Unterbrechungen zu erzielen, hat Marcel Deprez[1]) die Hammervorrichtung etwas anders construirt.

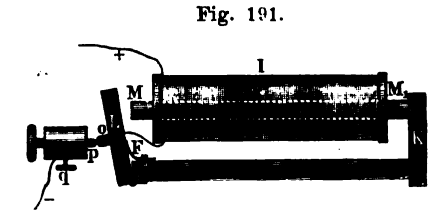
M (Fig. 190) ist der Elektromagnet, *D* die vor ihm um die Axe *A* drehbare schmiedeeiserne Ankerplatte, *BF* eine an dieselbe bei *B* angeschraubte Stahlfeder, welche durch eine mittelst der Schraube *S* zu verstellende Elfenbeinspitze *T* von dem Magnet fortgedrückt wird. Dadurch wird die auf dem Anker befestigte Platincontactspitze *C* gegen die mittelst der Messingschraube *H* hoch und nieder zu schraubende Platinspitze *E* gedrückt. Der Anker ist unterhalb *A* mit dem einen Ende der inducirenden Rolle, eine mit Schraube *H* verbundene Klemmschraube *K* mit dem anderen Ende derselben durch die stromliefernde Kette verbunden. Erst wenn der Elektromagnet *M* eine grosse Stärke erreicht hat, wird der Anker *D* und zwar in Folge der Feder *F* mit grosser Geschwindigkeit angezogen, der Contact bei *CE* und der Strom unterbrochen, aber sogleich durch Feder *F* der Anker vom Magnet abgedrückt und der Contact *CE* wieder geschlossen.

Fig. 190.



761 Zweckmässig legt man auch, wie im Wesentlichen von Sinsteden[2]) angegeben ist, neben die Inductionsrolle *I*, Fig. 191, ein dem Eisendrahtbündel M_1 gleiches und ihm paralleles Drahtbündel NN_1 und verbindet die einen Enden M_1 und N_1 der beiden Bündel durch ein Querstück *K* von Eisen. Die Enden *M* und *N* werden mit Eisenplatten belegt. Um ein am Ende *N* des Drahtbündels NN_1 angebrachtes Charnier dreht sich ein eiserner, als Anker dienender Stab *L*, der durch die Feder *F* oder eine zwischen ihn und das Ende *N* des Bündels NN_1 geklemmte Kautschukplatte von dem Ende *M* des Bündels MM_1 fortgedrückt wird.

Fig. 191.



Auf den Anker *L* ist die Platinspitze *o* gelöthet, welche mit dem einen Ende der inducirenden Spirale verbunden ist und durch die Feder *F* gegen eine zweite Platinspitze *p* gedrückt wird, die durch die Klemmschraube *q*, ebenso wie das freie Ende der inducirenden Spirale mit den

[1]) M. Deprez, Compt. rend. **92**, 1283, 1881; Beibl. **5**, 615. Auch Ducretet, ibid. 1228, 1881. Lum. électr. **34**, 380, 1889. — [2]) Sinsteden, Pogg. Ann. **96**, 366, 1855; siehe auch Trowbridge, Phil. Mag. [5] **1**, 564, 1876. Arzberger, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **2**, 6, 1882; Beibl. **6**, 253.

Polen der Säule in Verbindung steht. Der Anker wird bei seinen Oscillationen durch die Feder F oder die dieselbe ersetzende Kautschukplatte sehr schnell von dem Ende M des Eisendrahtbündels MM_1 getrennt und so der temporäre Magnetismus des geschlossenen Eisenkreises MM_1KNN_1L plötzlich vernichtet. Da dieser Magnetismus sehr viel bedeutender ist, als der des Bündels MM_1 allein, so ist die Wirkung in Bezug auf den Oeffnungsinductionsstrom bedeutend verstärkt [1]).

762 Bei grösseren Apparaten trennt man gewöhnlich den Interruptor von dem Inductionsapparat selbst. Man schaltet in den Schliessungskreis des inducirenden Stromes einen Wagner'schen Hammer ein, welchem man die §. 5 gezeichnete, von Halske angegebene Construction giebt. Dieser Apparat erfüllt die Bedingung, dass der inducirende Stromkreis sehr plötzlich zu einer Zeit unterbrochen wird, wo schon die oscillirende Feder des Interruptors eine grosse Geschwindigkeit erlangt hat. Die in der kurzen Zeit dieser Unterbrechung inducirte elektromotorische Kraft des Oeffnungsinductionsstromes ist also sehr bedeutend; die Anhäufung freier Elektricitäten an den Enden der Inductionsspirale und die physiologischen Wirkungen derselben sind höchst kräftig.

Ist indess die Oscillationsgeschwindigkeit der Zunge des Hammers allzu schnell, so erhält man keine sehr intensiven Inductionsströme, da dann der bei der Schliessung des inducirenden Stromkreises gebildete Extrastrom noch nicht völlig ablaufen kann, der Eisenkern nicht das Maximum seiner Magnetisirung erhält und auch der inducirende Strom nicht bis zum Maximum der Intensität anwächst. Ist dies letztere erfolgt, so sind die oscillirenden Theile der Unterbrechungsapparate möglichst schnell von einander zu trennen, um den Oeffnungsstrom recht kurz andauernd und intensiv zu erhalten [2]).

763 Bestehen die gegen einander schlagenden Theile des Interruptors statt aus Platin aus anderen Stoffen, z. B. aus Silber, Coaks u. s. f., so beobachtet man, nach Sinsteden [3]), an der Inductionsspirale sehr viel geringere Spannungserscheinungen, wahrscheinlich weil dann nach der Trennung Theilchen geschmolzenen Silbers oder zerstäubter Coakskohle noch einige Zeit die Leitung vermitteln und der inducirende Strom nicht plötzlich genug unterbrochen wird. — So fand auch Rijke (l. c.) im

---

[1]) Statt die Drahtbündel hierbei hinten durch das Eisenstück K zu verbinden, legt Sinsteden auch gegen ihre Enden M_1 und N_1 die Pole eines starken hufeisenförmigen Stahlmagnets in der Art, dass bei der Magnetisirung der Drahtbündel durch den Strom ungleichnamige Pole des Stahlmagnets und der letzteren einander gegenüber stehen. — Eine Umkehrung der Stromrichtung in der Magnetisirungsspirale ohne Oeffnung des geschlossenen Eisenkreises würde noch stärker wirken. — [2]) Grove, Phil. Mag. [4] 9, 2, 1855. Rijke, Pogg. Ann. 97, 67, 1856. — [3]) Sinsteden, Pogg. Ann. 85, 481, 1852.

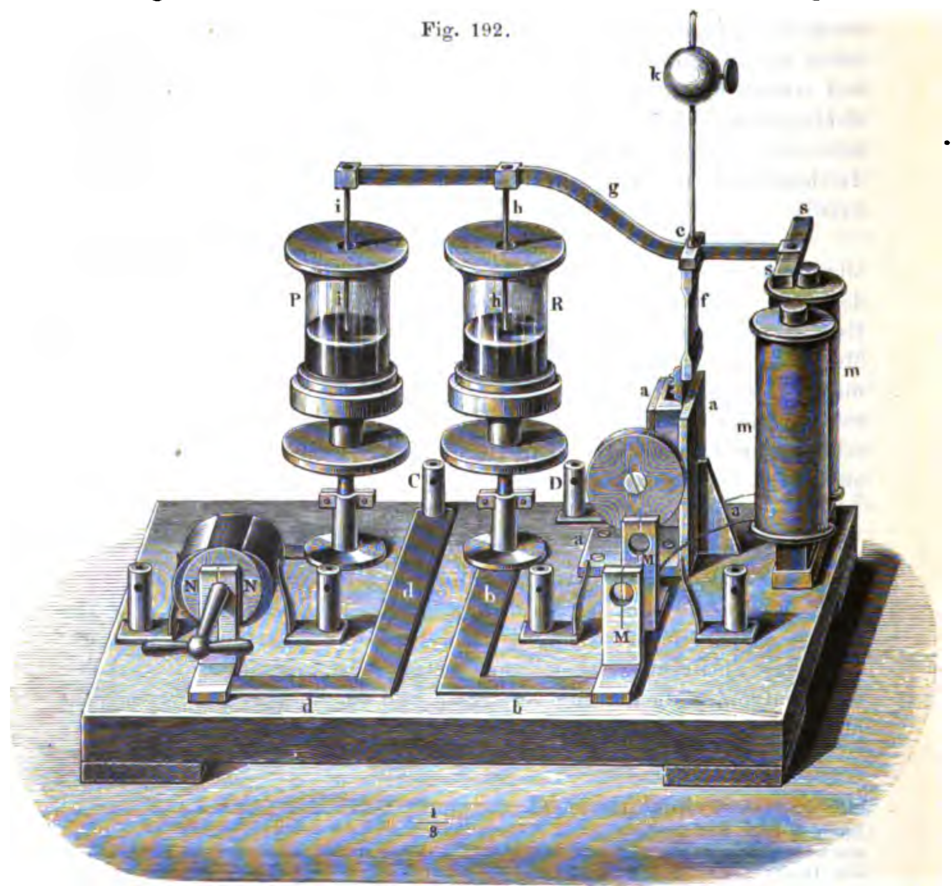
Mittel die Schlagweite der Funken an den Enden des inducirten Drahtes, als die Unterbrechung des inducirenden Stromes geschah, zwischen Spitzen von:

Platin	Silber	Palladium	Gold	Kupfer	Coaks
13	9,2	8,1	2,3	4,7	0,5 mm

Wird der Anker des Interruptors mit stärkerer Kraft, z. B. durch Gewichte oder starke Federn von dem Magnet fortgedrückt, so geschieht bei Erregung desselben die Unterbrechung schneller, und der Einfluss des Metalles der Spitzen ist weniger bemerkbar.

764 In einer sehr zweckmässigen Weise wird die Schnelligkeit der Unterbrechung des inducirenden Stromes ohne einen allzu schnellen Gang des

Fig. 192.



Hammerapparates gesteigert, wenn man nach Poggendorff's (l. c. §. 757) Vorschlag schlecht leitende Flüssigkeiten zwischen die in Con-

tact kommenden Theile des Interruptors bringt. — Der dazu erforderliche Hammerapparat ist von Ruhmkorff nach dem Vorgange von Foucault[1]) im Wesentlichen meist in folgender Art construirt worden.

Vermittelst einer Zahnstange mit Trieb, Fig. 192, lässt sich in einer Metallhülse *a* eine verticale Stahlfeder *f* auf- und niederstellen, welche oberhalb den Hebel *g* trägt. Durch eine auf dem Stabe *c* verstellbare Metallkugel *k* kann die Oscillationsgeschwindigkeit des Hebels geregelt werden. Derselbe trägt einerseits den Eisenstab *s*, welcher als Anker zu dem Elektromagnet *m* dient; andererseits zwei Platinstifte *h* und *i*, welche in die Gläser *R* und *P* tauchen. In die Mitte des Bodens der letzteren sind Platinstäbchen eingekittet, die mit verticalen Messingschrauben mit Köpfen von Hartgummi in Verbindung stehen, durch welche die Gläser mit ihren Messingfassungen auf- und niedergeschraubt werden können. In die Gläser wird Quecksilber gegossen und dasselbe mit einer etwa 10 bis 20 mm dicken Schicht von Alkohol oder Petroleum bedeckt. Die das Glas *R* tragende Messingfassung ist durch das Kupferblech *b* mit dem einen Ende der durchbrochenen Axe des Ruhmkorff'schen Gyrotrops *M* verbunden. (Die Walze desselben, welche ganz der Walze des Gyrotrops *N* entspricht, ist in der Figur fortgelassen.) Das andere Ende jener Axe ist mit den Drahtwindungen des Magnets *m* verbunden, die andererseits mit der Metallhülse *a* in Verbindung stehen. Die gegen den Gyrotrop schleifenden Federn werden mit den Polen eines Bunsen'schen oder Grove'schen Elementes verbunden. Taucht der Draht *h* gerade in das Quecksilber des Glases *R* ein, so ist der Strom geschlossen und der Hebel *g* oscillirt nach Art des Wagner'schen Hammers. — Die Metallhülse unter dem Glase *P* ist mit dem einen Ende der durchbrochenen Axe des Gyrotrops *N*, das andere Ende der Axe desselben durch den Kupferstreifen *d* mit der Klemmschraube *C* verbunden. Letztere, sowie eine mit der Hülse *a* verbundene Klemmschraube *D* sind mit den Enden der inducirenden Spirale verbunden. Die gegen den Gyrotrop schleifenden Federn sind mit den Polen einer stärkeren Säule in Verbindung, so dass bei richtiger Stellung des Gyrotrops der Strom derselben durch *d* und *C* und die inducirende Spirale nach *D*, und sodann gleichzeitig mit dem Strom der ersten, mit Gyrotrop *M* verbundenen Kette durch *a* und *g*, und endlich durch *P* zum Gyrotrop zurückfliesst. Bei dem Oscilliren des Hebels *g*, der den Platindraht *i* in weiten Wegen auf und nieder bewegt, wird der Kreis des inducirenden Stromes durch das Quecksilber im Glase *P* abwechselnd geöffnet und geschlossen.

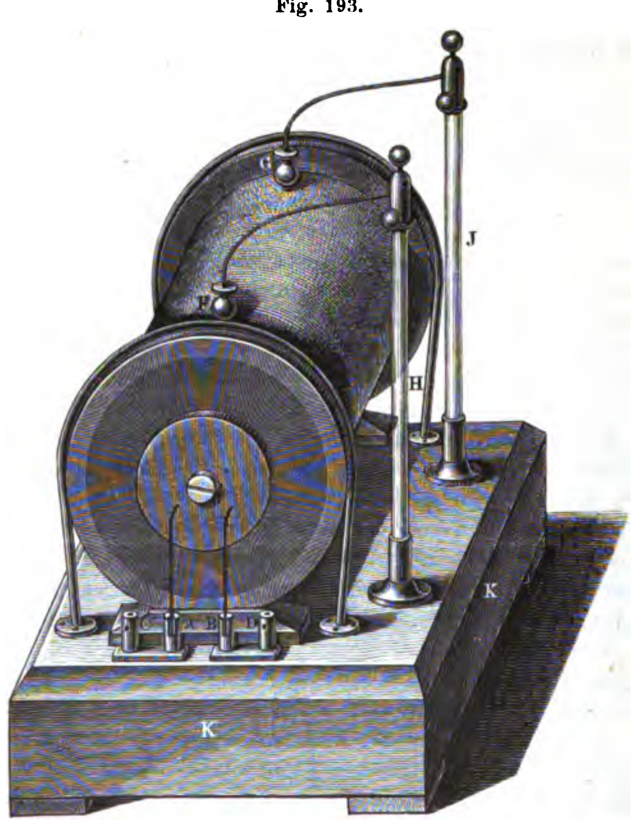
Fig. 193 (a. f. S.) stellt die zu dem beschriebenen Interruptor gehörige Inductionsrolle eines grossen Ruhmkorff'schen Inductoriums dar, dessen Länge 65 cm beträgt, und dessen inducirte Spirale etwa 100000 Win-

---

[1]) Foucault, Compt. rend. 43, 44, 1856. Ein ähnlicher, als Gyrotrop dienender Apparat mit vier Gläsern siehe Villari, Nuovo Cimento [2] 11, 266, 1874.

dungen von $^1/_5$ mm dickem, übersponnenem Kupferdraht enthält. Die Klemmen *A* und *B*, in welche die Drahtenden der inducirenden Rolle eingeklemmt sind, sind zugleich mit den Klemmschrauben *C* und *D* verbunden, die mit den gleichnamigen Klemmschrauben des Interruptors in Verbindung stehen. Der Condensator (siehe weiter unten), dessen Belegungen ebenfalls mit den Klemmen *A* und *B* verbunden sind, liegt in dem Kasten *K*. Die Enden *F* und *G* der Inductionsrolle sind mit zwei auf die Glasstäbe *H* und *J* aufgesetzten Messingklemmen verbunden, von wo der Strom weiter geführt werden kann.

Fig. 193.



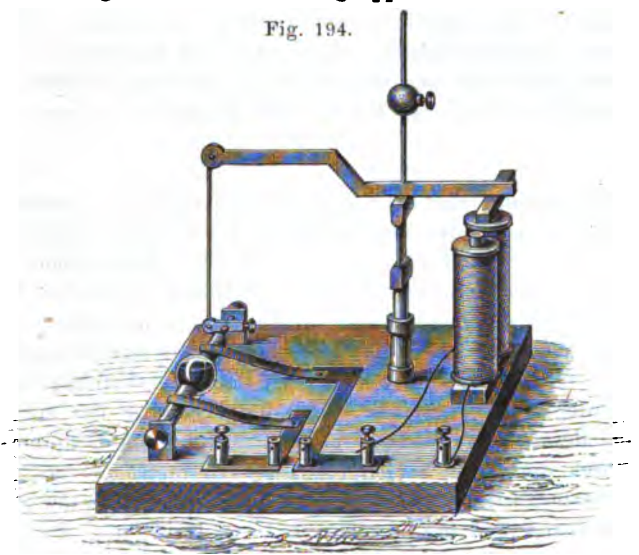
Selbstverständlich kann man, wie es bei älteren Apparaten von Ruhmkorff und den kleineren Apparaten von Stöhrer der Fall ist, auch den ganzen vorderen Theil des Apparates, Platinstab *i*, Glas *P*, Gyrotrop *N* mit der damit verbundenen Säule fortlassen, und die inducirende Spirale direct in den Schliessungskreis des den Magnet *m* erregenden, durch Gyrotrop *M* geleiteten Stromes einfügen. Dann bewirkt der inducirende Strom selbst die Unterbrechungen. Indess ist

dabei der Gang des Apparates in Folge der Rückwirkung der Extraströme weniger regelmässig und schwieriger zu reguliren [1]).

765 Bei länger fortgesetztem Gebrauch des Apparates zerstäubt das Quecksilber in kleine, schwer wieder zu vereinigende Tropfen, welche sich in dem darüber befindlichen Alkohol vertheilen. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, kann man das Quecksilber durch ein specifisch schwereres, flüssiges Platinamalgam ersetzen. — Auch kann man einen Wasserstrom über die Quecksilberoberfläche leiten, um das zerstäubte Metall fortzuschwemmen.

Zweckmässig kann man die Oxydation des Quecksilbers verhindern, indem man den ganzen Unterbrechungsapparat unter eine mit Wasserstoff gefüllte Glasglocke bringt. Die Oberfläche bleibt dann blank und rein [2]).

Fig. 194.

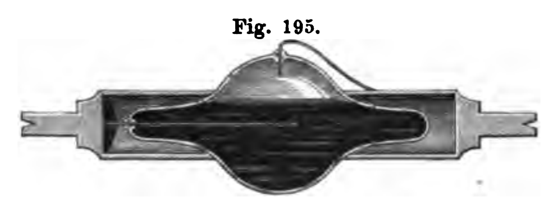


Eine einfache Vorrichtung ist zu diesem Zwecke von Kirn [3]) an-

[1]) Die Inductorien sind wiederholt in kolossalen Dimensionen ausgeführt worden. So ist für die Polytechnic Institution in London ein solcher Apparat von 3 m Länge und 0,6 m Durchmesser gebaut worden, dessen Eisenkern aus einem 1,5 m langen Bündel von Eisendrähten von 10 cm Durchmesser besteht. Durch den Strom von 40 Bunsen'schen Elementen erregt, liefert der Apparat Funken von 72 cm Länge und scheinbar 1,9 cm Dicke. Er durchschlägt Gläser von 2 cm Dicke in Zickzackwegen. Bei einem Abstande der Elektroden von 7,6 cm fliessen die Entladungen wie in wogenden, leicht seitlich wegzublasenden Flammen über. (Illustrated London News, 17. Apr. 1869. Pogg. Ann. 136, 636, 1869.) Ein anderer grosser Apparat von Ritchie, Scientific American 1871, p. 320. Dingl. Journ. 203, 502. Ein anderer ähnlicher Apparat von Spottiswoode, Phil. Mag. [5] 3, 30, 1877; Beibl. 1, 250. — [2]) Budde, Wied. Ann. 20, 167, 1883. — [3]) Kirn, Wied. Ann. 22, 135, 1884. Ein ähnlicher Apparat ist für elektrische Uhren bereits von Menges (Tijdschrift van het. k. Inst. v. Ingenieurs 1876 u. 1877, p. 119) beschrieben worden.

gegeben worden. Durch den am Anker des Magnets angebrachten Hebelapparat, Fig. 194 (a. v. S.), wird ein um seine Längsaxe drehbares, in der Mitte mit einer Erweiterung versehenes Glasrohr, Fig. 195, hin und her

Fig. 195.



gedreht. Das Glasrohr ist mit Wasserstoff gefüllt, in die Kugel Quecksilber hineingebracht, welches durch einen an das eine Ende des Rohres eingeschmolzenen Platindraht mit der Leitung communicirt. Ein in das andere Ende eingeschmolzener, andererseits mit demselben communicirender Draht endet über dem Quecksilber in einer Spitze, welche bei den Hin- und Herdrehungen des Rohres das Quecksilber abwechselnd berührt.

766 Die Verstärkung der in der Zeiteinheit erhaltenen Intensität der Inductionsströme oder der an den Enden der inducirten Spirale in der Zeiteinheit angehäuften Elektricitätsmengen, d. i. ihrer freien Spannung daselbst, durch die Zwischenbringung schlecht leitender Flüssigkeiten zwischen die metallischen Enden der Unterbrechungsstelle des inducirenden Stromes beruht auf der Beschleunigung seiner Unterbrechung und dadurch erfolgenden Verringerung der Dauer des Oeffnungsinductionsstromes in der Inductionsspirale. Bei der Trennung der einander berührenden Metalltheile entsteht zwischen ihnen ein Oeffnungsfunken, welcher durch die zugleich sich bildenden Extraströme verstärkt wird und einen kleinen Lichtbogen einleitet, der die Verbindung der getrennten Theile noch einige Zeit bis zu einer weiteren Entfernung derselben von einander vermittelt, so dass der inducirende Strom nur langsam verschwindet. Tritt aber eine schlecht leitende Flüssigkeit, z. B. Alkohol, zwischen die getrennten Theile, so kann der Lichtbogen nicht zu Stande kommen. Durch die Flüssigkeit gleichen sich die Elektricitäten, welche in Folge des inducirenden Stromes und des bei seiner Oeffnung in der inducirenden Rolle erzeugten Extrastromes an der Unterbrechungsstelle angehäuft sind, schnell aus, und der Strom in derselben Rolle wird auf ein Minimum reducirt, welches von dem Leitungswiderstande der Flüssigkeit abhängt.

Leitet die Flüssigkeit sehr gut, wie z. B. verdünnte Schwefelsäure, so ist die Intensität des Stromes nach der Trennung der metallischen Theile an der Unterbrechungsstelle zu gross, die Verminderung der Intensität des inducirenden Stromes zu klein, als dass er eine starke inducirende Wirkung ausübte. — Ist dagegen die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit zu klein, so können sich die bei der Trennung gebildeten

Extraströme nicht durch dieselbe ausgleichen; die durch sie gegen die Unterbrechungsstelle getriebenen Elektricitäten gleichen sich dann rückwärts durch die inducirende Spirale selbst aus und induciren hierbei in der Inductionsspirale einen Strom, welcher dem bei der Oeffnung der ersteren Spirale inducirten entgegengerichtet ist und ihn schwächt[1]).

767 Ganz ebenso, wie eine schlecht leitende Flüssigkeit, wirkt nach Fizeau's[2]) Angabe die Verbindung der von einander getrennten Theile an der Unterbrechungsstelle durch einen langen, dünnen Draht. — Ebenso wirkt auch die Verdünnung der Luft zwischen denselben, wenn man den ganzen Unterbrechungsapparat, wozu man dann den Halske'schen Hammer verwenden kann, im Vacuo arbeiten lässt[3]). Hier ersetzt die verdünnte Luft die schlecht leitende Flüssigkeit. Dabei werden aber die gegen einander federnden Platintheile des Interruptors stark angegriffen. Namentlich wirkt dieses Hülfsmittel, wenn die inducirende Rolle aus kurzem und dickem Drahte besteht.

In ähnlicher Art verstärkt auch ein der Unterbrechungsstelle genäherter Magnet die Inductionswirkung in der Zeiteinheit, da er nach den Untersuchungen von Rijke[4]) den sich bildenden Lichtbogen zur Seite treibt und schneller unterbricht. Der Funken ist dann von einem stärkeren Geräusch begleitet[5]).

768 Rijke[6]) hat versucht, die Dichtigkeit der Elektricitäten an der Unterbrechungsstelle des Ruhmkorff'schen Inductoriums dadurch zu vermindern und die Dichtigkeit und Schlagweite des Inductionsstromes zu vergrössern, dass er die Unterbrechung in einer Flamme vornahm. Die Enden der inducirenden Rolle waren entweder (I) mit zwei Ringen von Platindraht verbunden, welche man in der Flamme an einander hingleiten liess, oder (II) mit einer kleineren Metallplatte und einer Metallspitze, deren letztere als positive Elektrode diente und von ersterer abgehoben wurde. Die Funken der Inductionsrolle sprangen zwischen den Kugeln eines Funkenmikrometers über. So fanden sich die relativen Längen der Schlagweiten dieser Funken, wenn die Unterbrechung des inducirenden Stromes geschah, in

	Luft	Flamme von Alkohol	Wasserstoff	Leuchtgas
I	1	2,395	7,110	7,173
II	1	1,643	4,077	3,966

Bei Anwendung eines Fizeau'schen Condensators (s. w. u.) wird die Wirkung der Flamme viel geringer. Sie zeigt sich also um so schwächer, eine je grössere Schlagweite schon ohne sie erhalten wird.

1) Poggendorff, Pogg. Ann. 94, 320, 1855. — 2) Fizeau, Compt. rend. 36, 419, 1853. Pogg. Ann. 89, 173. — 3) Poggendorff, Pogg. Ann. 95, 156, 1855. — 4) Rijke, Pogg. Ann. 89, 166, 1853. — 5) Page, Phil. Mag. [4] 1, 170, 1850. — 6) Rijke, Pogg. Ann. 117, 276, 1862.

Wurden die unter (II) angeführten Elektroden in verschiedenen Theilen der Flamme von einander getrennt, so waren die Schlagweiten

Luft	heissester Theil der Flamme	heller Theil	unterer Theil
21,9	23,5	54,45	70,85 mm

Der untere, kälteste Theil der Flamme übt also den grössten Einfluss aus.

Geschieht die Unterbrechung in nicht entzündetem Leuchtgas oder Wasserstoff, so nimmt die Schlagweite ebenfalls zu, indess etwas weniger, als bei Unterbrechung in dem kälteren Theil der Flamme. Wird der Strom in Luft, Kohlensäure und Ammoniakgas unterbrochen, so verhalten sich die Schlagweiten wie 1 : 1,01 : 1,58; in Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Chlor wie 1 : 1,096 : 1,057 : 0,872. Wird die Unterbrechung in bewegter, durch einen Blasebalg fortgetriebener Luft vorgenommen, so wird die Schlagweite grösser; ebenso ist sie bei Unterbrechung unter ruhendem und bewegtem Wasser in letzterem Falle bedeutender. — Der Grund dieser Aenderungen ist der gleiche, welchen wir schon oben angeführt haben. Die Dauer der Entladung zwischen den getrennten Elektroden des inducirenden Drahtes wird vermindert, die Dichtigkeit des Inductionsstromes vermehrt. — Die Verkürzung der Zeit bis zur völligen Unterbrechung des Schliessungskreises durch Einschaltung einer Flamme an der Unterbrechungsstelle kann man auch nachweisen, wenn man die Enden der Leitungsdrähte eines Schliessungskreises, welcher eine Drahtspirale und eine Säule enthält, mittelst Handhaben mit den Händen verbindet. Trennt man die einander berührenden Enden der Leitungsdrähte in einer Flamme, so verläuft der gebildete Extrastrom in kürzerer Zeit, die Erschütterung durch denselben ist stärker, als bei Trennung in der Luft. Untersucht man aber hierbei die Wirkung der Extraströme für sich am Elektrodynamometer nach der §. 237 angegebenen Methode, so zeigt sich dieselbe wider Erwarten bei den verschiedenartigen Unterbrechungen gleich. Ganz entsprechend fand sich bei Untersuchung der inducirten Ströme mittelst des Elektrodynamometers und des Riess'schen Luftthermometers, welches in den Schliessungskreis der Inductionsspirale eingefügt war (die man in letzterem Falle aus dickerem Draht winden muss), eine fast gleiche elektrodynamische und thermische Wirkung bei Unterbrechung der inducirenden Ströme in der Luft und in der Flamme. Dieselben Erscheinungen zeigten sich, als die Unterbrechung des inducirenden Stromes in der Nähe eines Magnetes geschah und dadurch beschleunigt wurde. Bei Unterbrechung des inducirenden Stromes in der Flamme erwiesen sich dagegen die physiologischen Wirkungen des Inductionsstromes geringer, als bei Unterbrechung in der Luft. Der Grund dieser Erscheinungen liegt wohl in der verschiedenartigen Schliessung des inducirten Stromes bei Beobachtung seiner verschiedenen Wirkungen, wodurch die Rückwirkung auf den inducirenden Kreis gleichfalls geändert wird.

769 In einer ganz anderen Art erreicht man dieselben Zwecke durch Verbindung der Belegungen eines Condensators mit den beiden metallischen Theilen der Unterbrechungsstelle. Derselbe ist zuerst von Fizeau (l. c. §. 767) angegeben worden. Er besteht je nach der Construction der übrigen Theile des Apparates aus einem dünnen Glimmerblatt oder einem Stück Wachspapier von etwa 10 cm Länge und 6 bis 8 cm Breite, welches beiderseits nach Art einer Franklin'schen Tafel mit Stanniol belegt ist, oder aus einem ebenso mit Stanniol belegten langen, z. B. 10 cm breiten, 1 m langen Streifen von stark gefirnisstem Papier oder Wachspapier. — Ruhmkorff schichtet etwa 20 bis 30 Stanniolblätter von etwa 20 cm Breite und 30 bis 40 cm Länge abwechselnd mit etwas grösseren Blättern von Wachspapier über einander, so dass die abwechselnden schmalen Enden der auf einander folgenden Stanniolblätter über die entgegengesetzten Seiten der Wachspapiere hinüberragen. Sie werden daselbst umgefaltet und zusammengepresst. Auf diese Weise stellen die Stanniolblätter zwei grosse Metalloberflächen dar, die durch Wachspapier von einander getrennt sind. Auch kann man, wie in den Apparaten von Stöhrer, eine Anzahl mit einander verbundener Franklin'scher Tafeln von dünnem Glase oder Hartgummi als Condensator verwenden.

Durch die Verbindung der beiden Elektroden der Unterbrechungsstelle des inducirenden Stromes mit den Oberflächen des Condensators wird die Dichtigkeit der daselbst bei der Unterbrechung sich aufhäufenden freien Elektricitäten vermindert, indem sie sich auf den Flächen des Condensators ansammeln. Der durch den Oeffnungsfunken eingeleitete, durch jene Elektricitäten gebildete Lichtbogen, welcher sonst noch einige Zeit die Leitung vermitteln würde, kann daher nicht zu Stande kommen. Die Unterbrechung geschieht schneller, der Oeffnungsstrom in der Inductionsspirale entwickelt sich in kürzerer Zeit. Der Oeffnungsfunken wird auf diese Weise geschwächt. Wird dann wiederum der Stromkreis an der Unterbrechungsstelle geschlossen, so entladet sich der Condensator durch dieselbe wieder; man bemerkt daselbst einen starken Funken der Schliessung [1]).

Bei der Anwendung des Condensators tritt die Wirkung des Metalles der Spitzen auf die Schlagweite der Funken der Inductionsrolle weniger hervor. Dieselbe betrug u. A. nach Rijke zwischen Spitzen von:

	Platin	Silber	Palladium	Gold	Kupfer	Coaks
ohne Condensator	13	9,2	8,1	2,3	4,7	0,5 mm
mit Condensator	14	13,9	13,7	13,0	12,5	0,5 „

Je kräftiger der Condensator die freien Elektricitäten an der Unterbrechungsstelle bindet, desto mehr vermindert sich die Helligkeit des

[1]) Vergl. Rijke, Pogg. Ann. 107, 67, 1856. Sinsteden, Pogg. Ann. 96, 353, 1855.

Oeffnungsfunkens, desto heller wird aber der Entladungsfunken bei der nachher folgenden Schliessung. Daher ist bei sehr schwacher, ebenso wie bei sehr starker Wirkung des Condensators die Helligkeit der einen oder anderen Funken am bedeutendsten, bei einer mittleren aber geringer. — Die Entladungsfunken sind namentlich bei kleineren Condensatoren sehr hell und sehr heiss, da dann die Dichtigkeit der in denselben aufgehängten Elektricitäten bedeutend ist. Die Hitze kann so bedeutend sein, dass sie, wenn die Unterbrechung zwischen Platinspitzen geschieht, wie bei Anwendung des Halske'schen Hammers als Interruptor des inducirenden Stromkreises, zusammengeschweisst werden [1]).

770 Verbindet man den Condensator durch einen 40 bis 50 m langen, dünnen (etwa 0,5 mm dicken) Neusilberdraht mit der Unterbrechungsstelle, so wird die Entladungszeit desselben vergrössert und so die Hitze der Funken verkleinert, das Zusammenschweissen der Platinelektroden wird vermieden. Zugleich wird aber auch die Ladungszeit des Condensators verlängert und seine die Zeitdauer der Inductionsströme verkürzende Wirkung verringert [2]).

Da sich die beim Oeffnen der Leitung des inducirenden Stromes an der Unterbrechungsstelle auftretenden Elektricitäten hauptsächlich in Folge des dabei inducirten Extrastromes bilden, so wirkt der Condensator um so kräftiger, je stärker dieser Strom hervortritt; desto grösser muss aber auch seine condensirende Oberfläche sein. Dies ist z. B. der Fall, wenn die Intensität des inducirenden Stromes gross und der Draht der inducirenden Rolle sehr lang ist. — Ist ferner die Inductionsrolle aus einem sehr langen und dünnen Draht gewickelt, so wirkt der in ihr beim Oeffnen der inducirenden Rolle erzeugte Inductionsstrom auf letztere zurück und erzeugt in ihr einen starken Extrastrom. Auch hier verstärken grosse Condensatoren die Wirkung bedeutender, als kleinere.

Der Condensator wirkt dagegen weniger, wenn die Unterbrechung des inducirenden Stromes sonst schon auf eine andere Art bedeutend beschleunigt ist; so z. B. wenn sie unter Wasser oder Alkohol geschieht (wobei indess doch noch eine Wirkung des Condensators wahrzunehmen ist), oder noch weniger, wenn sie im luftverdünnten Raume vor sich geht.

Wenn auch nach den vorherigen Angaben die Zeit der Bildung der Inductionsströme durch den Condensator verkürzt, ihre in der Zeiteinheit entwickelte elektromotorische Kraft in demselben Verhältniss gesteigert wird, und ebenso ihre Fähigkeit, Funkenentladungen (namentlich in gewöhnlicher Luft) und physiologische oder mechanische Wirkungen hervorzubringen, verstärkt wird, so ändert die Anwendung desselben selbst-

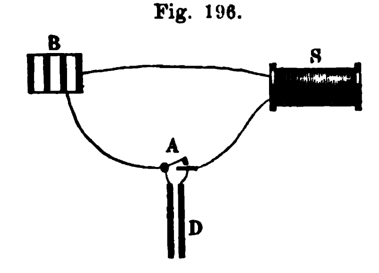
---

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 94, 316, 1855. — [2]) Poggendorff, l. c.; vergl. Riess, Pogg. Ann. 91, 355, 1854.

verständlich die Gesammtgrösse der bei der Oeffnung oder Schliessung des inducirenden Kreises in der Inductionsrolle inducirten elektromotorischen Kraft nicht, da diese in allen Fällen dem völligen Entstehen oder Verschwinden des inducirenden Stromes und des Magnetismus des Eisenkernes entspricht. — Man kann dies auch beobachten, wenn man in den Schliessungskreis der Inductionsrolle ein Galvanometer einschaltet. Bei einmaligem Oeffnen oder Schliessen des inducirenden Stromes erhält man gleiche Ausschläge, mag der Condensator mit den Elektroden der Unterbrechungsstelle verbunden sein oder nicht [1]).

Einen genaueren Einblick in die Wirksamkeit des Condensators erhält man, wenn man die Aenderungen der elektromotorischen Kraft des inducirenden Stromes nicht plötzlich, sondern periodisch vornimmt, so z. B., indem die durch den Interruptor A, Fig. 196, und die inducirende Spirale S geleiteten Ströme durch eine Magnetelektrisirmaschine B erregt werden [2]). D sei der mit den Contactstellen des Interruptors verbundene Condensator. Wir können dann die elektromotorische Kraft des inducirenden Stromes gleich $Mn\cos nt$ setzen, wo n der Drehungswinkel in der Zeiteinheit, t die Beobachtungszeit ist. Bei Anwendung einer Magnetelektrisirmaschine ist $M\sin t$ das jedesmalige magnetische Moment des Ankers. 771

Fig. 196.



Der Widerstand in B und S zusammen sei gleich R, das Potential der Spirale S auf sich selbst gleich L, die variable Intensität in derselben I_0, die Capacität des Condensators gleich C, und die Differenz der elektrischen Potentiale seiner beiden Belegungen gleich Φ. Endlich sei der Widerstand des Interruptors A gleich r, die variable Stromintensität in demselben gleich I_r. Dann ist im Kreise DA

$$I_r . r = \Phi.$$

Zugleich steigt die Ladung des Condensators in jeder Zeiteinheit um

$$C \frac{d\Phi}{dt} = I_0 - I_r.$$

In dem Kreise BSD ist

$$Mn\cos nt + L\frac{dI_0}{dt} + \Phi = I_0 R,$$

in welcher Gleichung wir

$$I_0 = A\cos(nt + \alpha)$$

setzen können, wo A und α Constanten sind. Werden diese aus den

1) Vgl. Poggendorff, l. c. — 2) Maxwell, Phil. Mag. [4] 35, 360, 1868.

früheren Gleichungen eliminirt, so ist

$$A^2 = \frac{M^2 n^2 (1 + C^2 r^2 n^2)}{r^2 \{(1 - L C n^2)^2 + R^2 C^2 n^2\} + 2 R r + R^2 + L^2 n^2}.$$

Setzen wir zuerst $r = 0$, ist also der Condensator durch Schliessung des Interruptors aus dem primären Inductionskreise ausgeschaltet, so ist

$$A^2 = \frac{M^2 n^2}{R^2 + L^2 n^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Ist $r = \infty$, also der Interruptor geöffnet und der Condensator in den Kreis eingefügt, so ist

$$A_1^2 = \frac{M^2 n^2}{R^2 + \left(Ln - \frac{1}{Cn}\right)^2} = \frac{M^2 n^2}{R^2 + L^2 n^2 + \frac{1}{C^2 n^2} - 2\frac{L}{C}} \quad \ldots \quad 2)$$

In der ersten Gleichung kommt C nicht vor; der Condensator hat also bei Schliessung des Interruptors auf die Intensität des Stromes I_0 und ihre Aenderungen keinen Einfluss. Beim Oeffnen vergrössert seine Einschaltung den Werth A_1, wenn $CLn^2 > 1$ ist. Es muss also hierzu die Capacität des Condensators C oder das Selbstpotential L der inducirenden Spirale gross genug sein oder die Aenderung der elektromotorischen Kraft des stromerregenden Apparates schnell genug erfolgen, n also genügend gross sein. Den Maximaleffect erhält man, wenn $CLn^2 = 1$, also $A_1 = Mn/R$ ist.

Die Steigerung der Intensität in der inducirenden Spirale wirkt selbstverständlich auf die in der Inductionsspirale inducirten Ströme zurück [1]).

Dass in der That auf diese Weise eine Verstärkung der Intensität des Stromes in der inducirenden Spirale beim Oeffnen des Interruptors durch den Condensator eintritt, hat u. A. Grove [2]) gezeigt. Verband er die Pole der Inductionsrolle einer Magnetelektrisirmaschine mit der primären Spirale eines Ruhmkorff'schen Inductoriums, während der Interruptor desselben geöffnet, also der Condensator mit der primären Spirale direct verbunden war, so erhielt er von der Inductionsspirale des Ruhmkorff'schen Apparates starke Funken, nicht aber, wenn der Interruptor geschlossen, der Condensator also ausgeschaltet war. Analog muss sich die Wirkung des Condensators bei der Magnetisirung von Stahlnadeln verhalten [3]).

772 Selbstverständlich kann man ohne Interruptor statt der das Inductorium erregenden Kette eine dynamoelektrische Maschine verwenden,

---

[1]) Eine Theorie der Wirkung der einzelnen Theile des Inductoriums ist auch von Börnstein, Pogg. Ann. 147, 481, 1872 gegeben worden; s. auch Lodge, Electrician, June 1889; Beibl. 13, 721. — [2]) Grove, Phil. Mag. [4] 35, 184, 1868. — [3]) Vergl. auch Strutt (Lord Rayleigh), Phil. Mag. [4] 33, 9, 1869; 39, 428, 1870.

welche z. B. abwechselnd gerichtete Ströme durch die inducirende Rolle sendet [1]). Der Verlauf der alternirenden Ströme in der Inductionsrolle ist dann ein gleicher.

Ueber den Verlauf der Ströme des Inductoriums mit und ohne Anwendung des Condensators hat auch Thalén [2]) einige Versuche angestellt. Er schloss oder öffnete den inducirenden Kreis eines Poggendorff-Stöhrer'schen Inductoriums, indem er in ein Gefäss, in welches ein mit dem einen Pol der Säule verbundener verticaler Draht hineingesenkt war, aus einem anderen Gefäss Quecksilber mit einer bestimmten Geschwindigkeit einfliessen oder dasselbe aus dem ersten Gefäss ausfliessen liess. Das Quecksilber war mit dem anderen Pol der Säule verbunden. Bei anderen Versuchen wurde die Unterbrechung durch ein Pendel bewirkt, welches bei verschieden weiten Elongationen vermittelst einer Hebelvorrichtung einen Messingcylinder von einem anderen, mit seiner Axe gegen die des ersteren senkrecht gerichteten Messingcylinder mit verschiedener Schnelligkeit abhob. Vermittelst der Methode von Weber (Bd. III, §. 62) durch gleichzeitige Beobachtung des Elektrodynamometers und Galvanometers fand er hierbei das Verhältniss der Dauer des Oeffnungs- und Schliessungsinductionsstromes u. A. wie 1 : 1,237, das Verhältniss der mittleren Intensitäten wie 1,235 : 1, während ihre Gesammtintensitäten (die Ausschläge des Galvanometers durch beide Ströme) gleich sind. Je schneller die Oeffnung erfolgt, desto kürzer ist die Dauer des Inductionsstromes. Findet statt der Oeffnung und Schliessung nur eine Veränderung der Stromintensität durch ein Ein- und Ausschalten einer Nebenschliessung statt, so ist die Dauer und mittlere Intensität beider Ströme fast gleich und stimmt ganz mit den Berechnungen des Bd. IV, §. 208 u. s. f. überein. Befindet sich neben der inducirenden Spirale noch eine in sich geschlossene Spirale, so verzögern sich beide Inductionsströme und vermindert sich ihre mittlere Intensität entsprechend. — Eisenkerne verzögern die Dauer der Ströme, namentlich des Oeffnungsstromes, wogegen namentlich die mittlere Intensität des Schliessungsstromes steigt. — [Bei den Versuchen von Rijke (Bd. IV, §. 236) ergab sich das umgekehrte Resultat, dort war indess den Extraströmen zu ihrer Entwickelung eine geschlossenene Bahn geboten, die hier beim Oeffnen des Kreises fehlt.]

Ein mit dem Interruptor verbundener Condensator vergrössert ebenfalls die Dauer der Inductionsströme, namentlich indess für den Schliessungsstrom, während die mittlere Intensität des Oeffnungsstromes steigt. Die Unterbrechung des Stromes bei Trennung zweier fester Metallelektroden in Alkohol oder Terpentinöl ändert kaum die Zeit-

[1]) Spottiswoode, Phil. Mag. [5] 8, 390, 1879; Beibl. 4, 150. — [2]) Thalén, Oefvers. af K. Vetensk. Acad. Förhandl. 1860, p. 57. Fortschr. d. Physik 1863, S. 475; vergl. auch Pogg. Ann. 112, 125, 1861.

dauer der Ströme und ihre mittlere Intensität. Nur wenn, wie beim Herausheben und Eintauchen einer Stahlspitze in Quecksilber unter Alkohol u. s. f., die Oeffnung und Schliessung durch die Adhäsion des Quecksilbers an die Stahlspitze und die Wellenbewegungen desselben unter mehrfacher Wiederherstellung und Unterbrechung des Stromes geschieht, erscheint die Dauer des Extrastromes verlängert.

774 In den Inductorien bildet sich bei der Schliessung der inducirenden Spirale ein geschlossener Kreis, in welchem sich der Anfangsextrastrom entwickelt, wobei zugleich die Magnetisirung des Eisenkernes verzögert wird. Bei der Schliessung wird also die elektromotorische Kraft während einer längeren Zeitdauer inducirt, sie ist in jeder Zeiteinheit kleiner. Beim Oeffnen des inducirenden Stromes bildet sich dagegen kein solcher geschlossener Kreis, die Unterbrechung des inducirenden Stromes geschieht plötzlich, der Oeffnungsstrom in der inducirenden Spirale verfliesst schnell, was auch noch durch die besonderen, oben beschriebenen Hülfsmittel befördert wird; der hierbei inducirte Oeffnungsstrom in der Inductionsspirale entwickelt sich in sehr kurzer Zeit; er besitzt also bei gleicher Gesammtintensität in der Zeiteinheit eine grössere elektromotorische Kraft als der Schliessungskreis.

Verbindet man daher zunächst die Enden der Inductionsrolle unmittelbar mit einander und schaltet in ihren Schliessungskreis ein Galvanometer ein, so zeigt dasselbe die durch die abwechselnde Wirkung der entgegengesetzt gerichteten Oeffnungs- und Schliessungsströme verursachte doppelsinnige Ablenkung. — In einem Voltameter werden durch diese Ströme Sauerstoff und Wasserstoff an beiden Elektroden entwickelt; aus Jodkaliumkleister wird beiderseits Jod abgeschieden [1]).

Schaltet man aber zwischen die Enden der Inductionsrolle einen Körper von sehr grossem Widerstand ein, verbindet man sie z. B. mit zwei kleinen Metallplatten, zwischen die man ein Stück trockenes Fliesspapier gelegt hat, so zeigt das in den Stromkreis der Inductionsrolle eingeschaltete Galvanometer eine stetige Ablenkung nach der einen Seite, welche angiebt, dass nur der beim Oeffnen der Hauptrolle inducirte Strom durch die Papierschicht hindurchgegangen ist [2]).

Aehnliche Unterschiede ergeben sich, wenn die von den Enden der Inductionsrolle ausgehenden Drähte in einiger Entfernung in gewöhnlicher oder verdünnter Luft einander gegenüberstehen. Auch hier kann hauptsächlich nur der Oeffnungsstrom unter Funkenbildung übergehen; ein in den Stromkreis eingeschaltetes Galvanometer zeigt die

[1]) Für diese Zwecke hat man auch die Richtung der Inductionsströme gleich zu machen gesucht, indem man mit dem Interruptor noch einen eigenen Commutator verband. Die nähere Einrichtung dieses Apparates von Heidenreich siehe Pogg. Ann. 97, 275, 1856. — [2]) Poggendorff, Pogg. Ann. 94, 309, 1855.

diesem letzteren entsprechende Ablenkung (siehe Bd. V „Entladung in Gasen“).

775 Schaltet man neben einer sehr langen Drahtrolle in den Schliessungskreis des Inductoriums ein elektrisches Ei (s. Bd. V.) und ein Galvanometer ein, so sinkt beim Einschieben von Eisendrahtbündeln in die Drahtrolle die Stromintensität bedeutend und die Lichterscheinung im Ei nimmt ab.

Es muss also in der Drahtrolle beim Entstehen des Inductionsstromes ein Gegen-(Extra-)strom inducirt worden sein, der seine mittlere Intensität schwächt und durch die Eisendrahtbündel verstärkt wird.

Schiebt man dagegen in die Drahtrolle eine zweite geschlossene Drahtrolle, so wird auch in dieser ein Strom durch den entstehenden Inductionsstrom inducirt, der auf die umliegende Spirale rückwirkend den Gegenstrom in derselben schwächt.

Diese Erscheinungen beruhen auf der Bildung der Extraströme, welche die Inductionsströme in den in ihren Kreis eingeschalteten Drahtrollen induciren, da alle Ursachen, die die Bildung der Extraströme verstärken (Eisendrahtbündel, Verlängerung der eingeschalteten Drahtrolle u. ff.), die mittlere Intensität, also auch die Spannungsdifferenz des Inductionsstromes an den Elektroden des elektrischen Eies vermindern, und so nur ein geringerer Theil der Elektricitäten zwischen denselben übergeht und umgekehrt [1]).

776 Sorgfältige Versuche über die Oeffnungsströme des Inductoriums mittelst des Galvanometers ohne Anwendung des Condensators im primären Kreise hat Heydweiller [2]) angestellt. Es wurden die Intensitäten des primären und des einmaligen Oeffnungsinductionsstromes bezw. an einer gewöhnlichen Tangentenbussole und einer Wiedemann'schen Spiegelbussole erst bei geschlossenem inducirten Kreise, sodann bei Einschaltung von Funkenstrecken gemessen und daraus der Leitungswiderstand berechnet, welcher, an Stelle des Funkens gesetzt, die Intensität des Inductionsstromes auf den gleichen Werth brachte, womit nicht ausgedrückt sein sollte, dass hierdurch direct der Widerstand der Funkenstrecke als solcher bestimmt war.

Es ergaben sich die folgenden Resultate. 1. Bei geschlossenem Inductionskreise ist die gesammte durchgehende Elektricitätsmenge dem Gesammtwiderstande umgekehrt proportional, auch geht die Verzweigung nach dem Kirchhoff'schen Gesetz vor sich. Ist R der Widerstand der Inductionsrolle, W der äussere Widerstand, sind e_0 und e_w die den äusseren Widerständen Null und W entsprechenden Elektricitätsmengen, so ist $e_1/e_w = (R + W)/R$ oder $e_0 R = e_w (R + W)$. 2. $e_0 R$, das

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 121, 307, 1864. Ueber die Verbindung mehrerer Inductorien neben und hinter einander s. Foucault, Compt. rend. 42, 215, 1856 und Poggendorff, Pogg. Ann. 94, 332, 1855. — [2]) Heydweiller, Habilitationsschrift, Würzburg 1887; Beibl. 12, 284.

Maass für das Zeitintegral der im Inductionsapparat wirkenden elektromotorischen Kraft, dividirt durch die Intensität des primären Stromes, ändert sich in ähnlicher Weise wie die Magnetisirungsfunction. 3. Bei eingeschalteter Funkenstrecke ist die durchgehende Elektricitätsmenge darzustellen durch die Formel $e = (e_0 R - B)/(R + W + A_1 + C/e_0)$, wo A_1, C und B besondere Constanten für die Funkenstrecke sind, A_1 die Dimension eines Widerstandes, C und B die einer elektromotorischen Kraft mal einer Zeit besitzen. C und B wachsen mit der Länge der Funkenstrecke, aber nicht proportional, B ziemlich stark, C wenig. A_1 scheint von derselben unabhängig zu sein. Die Grössen A_1, B und C können danach nicht den Leitungswiderstand der Funkenstrecke darstellen. 4. Atmosphärische Luft von gewöhnlichem Druck und gewöhnlicher Temperatur hat keine Leitfähigkeit im Sinne metallischer und elektrolytischer Leitung.

Bei zwei hinter einander geschalteten Funkenstrecken hat B ungefähr die Grösse wie für eine Strecke von der Länge beider zusammen; $A = A_1 e_0 R + A_2$ ist fast doppelt so gross, wie für eine Funkenstrecke.

777 Die in einem Kupfervoltameter durch den inducirten Strom eines Inductoriums an der Kathode abgeschiedene Kupfermenge ist grösser als die an der Anode gelöste, wenn in den Inductionskreis eine Funkenstrecke oder eine Vacuumröhre eingeschaltet ist[1]) (wegen des Rückströmens der Elektricität von den Elektroden der Funkenstrecke). Ohne Funkenstrecke müssten beide Mengen zusammen Null sein.

778 Lässt man einen intermittirenden Strom durch eine primäre, inducirende Spirale hindurchgehen, etwa wie in dem Inductorium von Ruhmkorff, so werden in der inducirten Spirale je beim Schliessen und Oeffnen des Stromes zwei einander entgegengesetzt gerichtete Ströme erzeugt. Durch Vermehrung der Zahl der Unterbrechungen kann man die Zahl dieser Ströme steigern. Mittelst des Hammerapparates kann dies nur innerhalb enger Grenzen, bis etwa zu 200 in der Secunde, geschehen. Verwendet man einen rotirenden Unterbrecher, ein Zahnrad, so gelangt man allerhöchstens bis zu 20000 bis 30000 in der Secunde.

Für noch grössere Zahlen der Perioden kann man nach Tesla die sehr schnell oscillirenden Entladungen eines Condensators verwenden. Die Pole der inducirten Rolle eines Ruhmkorff'schen Inductoriums werden mit den beiden Belegungen einer Leydener Batterie verbunden, die sich nach der Ladung unter Einschaltung einer Funkenstrecke F durch die primäre Rolle B eines Inductionsapparates entladen. In der die Rolle B umgebenden secundären Rolle entstehen dann je beim Entstehen und Vergehen der Ströme in B alternirende Inductionsströme von sehr

---

1) Magnus Mac Lean, Electrician 29, 435, 1892; Beibl. 17, 58.

hoher Frequenz. Durch Aenderung der Länge der Funkenstrecke bezw. des Widerstandes des Entladungskreises B kann man die letztere ändern. Wegen der sehr hohen Spannung der Ströme in B bedarf es einer sorgfältigen Isolation durch gutes Trocknen bezw. Einlegen ihrer Leitung in Oel, so z. B. bei 20000 Stromwechseln in der Secunde bei Potentialen von 1000 Volts. Die Zahl der Stromwechsel kann so bis auf 200000 in der Minute gesteigert werden [1]).

Bei solchen Strömen wird mit wachsender Zahl der Impulse die durch sie erzeugte Anziehung eines Eisenstabes durch einen Elektromagnet immer schwächer, weil die Magnetisirung ihr Maximum durch jeden einzelnen Strom nicht erreicht. So erscheint auch ein Elektromagnet durch solche Ströme permanent magnetisch. Zwei Solenoide stossen sich ab oder ziehen sich an, wenn diese sie durchfliessen [2]).

779 Derartige Umsetzungen sind z. B. zu elektrischen Energieübertragungen in grössere Entfernungen erforderlich. Soll die durch eine Stromquelle, z. B. eine Dynamomaschine, erzeugte Energie auf eine entfernte Station übertragen werden, wo sie z. B. elektrolytische Processe hervorruft oder elektrisches Licht erzeugt, oder elektrische Oefen zum Glühen bringt, oder elektrische Motoren in Bewegung setzt, so sei der Widerstand der Leitung w, die Stärke des in derselben fortgeleiteten Stromes, welchen die Leitung, ohne durch zu starke Erhitzung beschädigt zu werden, fortführen kann, sei i, so ist die in Form von Joule'scher Wärme im Draht für die Arbeitsleistung verlorene Energie $i^2 r$. Sie kann verkleinert werden, einmal, indem r veringert wird, dann müsste aber z. B. der Querschnitt der Leitung bei Uebertragung von grösseren Energiemengen in der Zeiteinheit enorm vergrössert werden, oder die elektromotorische Kraft müsste vermehrt werden. Es würden also z. B. Dynamomaschinen von sehr hoher Spnnnung zu verwenden sein, die Schwierigkeiten in der Construction und Gefahren im Gebrauch mit sich bringen. Indess kann dies auch auf andere Weise geschehen, wie Marcel Deprez und Carpentier i. J. 1881 vorgeschlagen haben.

780 Man kann z. B. Accumulatoren mit einer Gleichstrom-Dynamomaschine von nicht zu hoher Spannung in solcher Schaltung verbinden, dass ihre elektromotorische Kraft nach der Ladung nicht die der Maschine übertrifft, und sodann die Verbindung der Accumulatoren unter einander

---

[1]) Ueber die Multiplication der Periodenzahl sinusartiger Ströme s. auch u. A. Korda, Compt. rend. **116**, 806, 1893; Beibl. **18**, 238. Aehnlich auch Patterson und Arnold, Amer. Journ. of Science [3] **46**, 359, 1893; Beibl. **18**, 238; Leduc, Séances de la Soc. franç. de Physique, April, Juni 1893, p. 232; Beibl. **18**, 961. — [2]) Nikolas Tesla, Untersuchungen über Mehrphasenströme und über Wechselströme hoher Spannung und Frequenz, zusammengestellt von Th. Cummerford Martin, deutsch von Maser, gr. 8^0, 508 S., Knapp, Halle a. S. 1895. — De Fodor, Experimente mit Strömen von hoher Wechselzahl, revidirt von N. Tesla, kl. 8^0, 291 S., Hartleben, Wien, Pest, Leipzig 1894.

so umschalten, dass die Spannung an ihren Polen möglichst gross wird. Der Strom derselben wird durch die Leitung geführt und nach dem Absinken ihrer Ladung wieder die frühere Verbindung hergestellt u. s. f.

781 Für Wechselströme kann man sehr viel vortheilhafter Inductionsströme verwenden. Zur Herstellung derselben bedient man sich sogenannter Transformatoren, welche meist Inductionsapparate mit einer inducirenden Spirale mit geringer Windungszahl von dickem und einer inducirten Spirale mit hoher Windungszahl von dünnem Draht sind.

Beispiele hiervon liefern der Schlittenapparat von E. du Bois-Reymond und das Ruhmkorff'sche Inductorium, in denen starke inducirende Ströme von schwacher elektromotorischer Kraft schwache inducirte Ströme von hoher elektromotorischer Kraft erzeugen.

Die Beschreibung der verschiedenen Transformatoren bietet wesentlich technisches Interesse dar. Bei den einen bleibt, wie z. B. beim Ruhmkorff'schen Inductorium, der Eisenkern ungeschlossen und wird in verschiedener Weise mit den Windungen der beiden Spiralen umwickelt. Hierbei findet eine erhebliche magnetische Streuung statt. Bei den anderen ist der Eisenkern, event. aus Drähten gebildet, in sich geschlossen [1]).

---

[1]) Die erste Anwendung derartiger Apparate rührt von Gaulard und Gibbs, 1883 in London und 1884 auf der Linie zwischen Turin und Lanzo, her. Sie nannten dieselben Secundärgeneratoren. Sodann haben Zipernowski, Déri und Blathy in Budapest für die von ihnen construirten Apparate den Namen Transformatoren eingeführt. Siehe hierüber u. A. J. A. Fleming, The alternate current Transformer, 2 Vol. The Electrician printing and publishing company 1892. — Einen einfachen Apparat mit Transformator für Demonstrationszwecke ohne Oelisolator hat J. Elster (18. Jahresber. d. Ver. f. Naturw. in Braunschweig **43**, 1895; Beibl. **20**, 388) construirt. Die Hauptspirale desselben besteht aus sechs Windungen eines mit Kautschuk isolirten Kupferdrahtes von 3 bis 4 mm Stärke, die auf einer Holzspule von 12 cm innerem Durchmesser und $4^1/_2$ cm Höhe aufgewickelt sind. Die Spule liegt mit ihren Endflächen horizontal auf drei etwa 4 cm hohen Holz- oder Glasfüssen. Die Axe der Nebenspirale fällt mit der der Hauptspirale zusammen, sie besteht aus 500 eng an einander liegenden Windungen eines 0,3 bis 0,4 mm starken und mit Seide übersponnenen Kupferdrahtes, die auf ein Glasrohr aufgewunden sind. Für manche Versuche eignet sich besser eine Spirale aus 1000 Windungen eines nur 0,15 mm starken Kupferdrahtes. Das für die Versuche benutzte Inductorium hat zwischen Spitze und Platte eine maximale Schlagweite von 18 cm; der eine Pol desselben ist mit der äusseren, der zweite mit der inneren Belegung einer grossen Leydener Flasche von 1400 qcm wirksamer Oberfläche verbunden. In den Schliessungskreis ist ein Funkenmikrometer mit Zinkkugeln von 2 cm Durchmesser (nach dem Vorgange von Himstedt) eingeschaltet und zugleich die Hauptspirale des Transformators. Die Versuche gelingen auch mit Inductorien von $2^1/_2$ cm Schlagweite, wenn die Dimensionen der Spiralen passend abgeändert werden. Mit diesem Apparat lassen sich z. B. leicht die üblichen Versuche anstellen, so z. B. über 1. die Inductionswirkungen der Hauptspirale auf einen einfachen übergeschobenen Drahtring und bei Kurzschluss durch eine Glühlampe, 2. die Büschel und Funken an den Enden der Nebenspirale, 3. die einpoligen Wärmewirkungen, 4. Capacitäts- und physiologische Wirkungen, 5. die Elektrisirung der umgebenden Luft, 6. die Leuchterscheinungen in verdünnten Gasen, und 7. die beweglichen Lichterscheinungen in verdünnten Gasen (s. Bd. V.).

782 Wie man durch die Transformatoren die relativ schwach gespannten Ströme in hochgespannte verwandeln kann, so kann bei umgekehrter Verbindung das Entgegengesetzte geschehen.

Ein Beispiel ist das folgende:

Lässt man die Entladungen einer Holtz'schen oder anderen Elektrisirmaschine durch den dünnen Draht der Inductionsrolle eines Ruhmkorff'schen Inductoriums gehen, so entstehen in der dickdrahtigen, früher inducirenden Rolle Inductionsströme, welche sich ganz ähnlich wie die Ströme der Säule verhalten [1]). Man schaltet dabei zweckmässig in den Kreis des inducirenden Stromes einen nicht zu grossen Condensator und eine oder mehrere Funkenstrecken ein.

Die inducirten Ströme haben abwechselnde Richtung, zeigen aber sonst alle Wirkungen der gewöhnlichen galvanischen Ströme; sie lenken die Galvanometernadel direct nicht, wohl aber unter Einschaltung eines Interruptors ab, zersetzen Wasser, geben beim Ueberführen der Elektroden über eine Feile Funken, erzeugen zwischen zwei Kohlen das elektrische Licht, magnetisiren Eisenstücke u. s. f. Werden sie durch ein zweites Inductorium geleitet, so erzeugen sie in ihm die gewöhnlichen hochgespannten Inductionsströme.

Bei genügender Länge der Funkenstrecke sind indess die Ströme nur einseitig, dem inducirenden Strom entgegengerichtet und zersetzen in diesem Sinne Wasser und Kupfervitriollösung [2]). Es kommt dies daher, dass bis zur Ladung der Elektroden des Funkens eine lange Zeit vergeht, also die dabei entstehende Schliessungsinduction sehr langsam stattfindet, während der Funken sich sehr plötzlich bildet und so die Dichtigkeit der Ablagerung der Ionen durch den bei der Entladung gebildeten Inductionsstrom sehr viel grösser ist, letztere also in Gasform und Blasen entweichen. Bei der Anwendung von Eisenkernen treten diese Erscheinungen viel energischer hervor. — Auch kann man in die inducirende Rolle die Inductionsströme eines zweiten Inductoriums unter Einschaltung eines Funkenraumes eintreten lassen. Wird letzterer fortgelassen, so ist die Zersetzung des Wassers bipolar [3]).

Durch eine Geissler'sche Röhre kann man in der Inductionsrolle die Stromesrichtung nachweisen.

783 Die Theorie der Transformatoren ist mittelst der üblichen Inductionsgleichungen von Ferraris, sodann mittelst der Annahme des Magnetflusses von Hopkinson und Perry behandelt worden. Wir folgen der Einfachheit halber der Darstellung von Hopkinson [4]). Es sei die Permeabilität

[1]) Govi, Rendic. di Napoli 21, 108, 1882; Beibl. 6, 892. Die erste Induction von „Quantitätsströmen" durch „Intensitätsströme" ist durch Henry im Jahre 1838 geschehen. — [2]) Bichat, Compt. rend. 78, 1686, 1874. Ann. de Chim. et de Phys. [5] 6, 391, 1875. — [3]) Bichat, Mondes 37, 335, 1875; vergl. auch Neyreneuf, Ann. de Chim. et de Phys. [5] 7, 572, 1876. — [4]) S. Ferrini, Recenti Progressi delle Applicazioni elettriche 2. ed., parte II, p. 41, speciell p. 49, 1894; Milano, Hoepli. Gérard, Leçons sur L'Électricité 3. ed. I, p. 461, 1893; Paris, Gauthier-Villars.

des Eisens constant μ, die Streuung Null, und es werden die Wirkungen der Hysteresis und der sogenannten Foucault'schen (richtiger Sturgeon'schen) Ströme vernachlässigt.

Es seien n_1 und n_2 die Windungszahlen der primären und secundären Spirale, $H = B/\mu$ die Intensität des Magnetfeldes nach Fortnahme des Magnetkernes, φ der Magnetfluss durch einen Querschnitt des Kernes von dem Flächenraum S.

Wirken zwei Spiralen auf einander und ändert sich der magnetische Fluss in der Zeiteinheit um $d\varphi/dt$, unabhängig von den Ursachen, ist ferner $R = r_1 + r_2$ der Widerstand des inducirten Kreises, wo r_1 der äussere Widerstand ist, V_1 das Potential im primären Kreise, i_1 und i_2 die Stromstärken zur Zeit t, welche Sinusfunctionen von t sind, so ist in den beiden Kreisen

$$V_1 = r_1 i_1 - n_1 \frac{d\varphi}{dt}, \qquad 0 = R i_2 - n_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Daraus folgt

$$n_1 R i_2 = n_2 (V_1 - r_1 i_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Nun ist $H = \varphi/\mu S$ und wenn L der Selbstinductionscoëfficient ist,

$$4\pi(n_1 i_1 + n_2 i_2) = LH = \frac{L}{\mu S}\varphi.$$

Wird zwischen dieser Gleichung und Gleichung 2) nach einander i_2 und i_1 eliminirt, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} i_1(n_1^2 R + n_2^2 r_1) &= n_2^2 V_1 + n_1 R \frac{LH}{4\pi} \\ i^2(n_1^2 R + n_2^2 r_1) &= - n_1 n_2 V_1 + n_2 r_1 \frac{LH}{4\pi} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

und in Folge der ersten Gleichung ad 1)

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{R}{n_2} i_2 = \frac{R n_1}{n_1^2 R + n_2^2 r_1} V_1 + \frac{R r_1}{n_1^2 R + n_2^2 r_1} \frac{LH}{4\pi}.$$

734 Ist die Induction in den Transformatoren nicht über 8000 bis 1000 Kraftlinien auf 1 qcm, und in Folge dessen die Permeabilität μ gross, so ist LH ziemlich klein; das zweite Glied der obigen Formel ist zu vernachlässigen, und es wird

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{R n_1}{n_1^2 R + n_2^2 r_1} V_1.$$

Ist die Induction im secundären Kreise $V_2 = n_2 d\varphi/dt$, so ist also

$$V_2 = \frac{R n_1 n_2}{n_1^2 R + n_2^2 r_1} V_1$$

und

$$V_2/V_1 = -\frac{n_2}{n_1}\frac{R}{R+\frac{n_2^2}{n_1^2}r_1}.$$

Dieses Verhältniss V_2/V_1 ist nicht das der Zahlen der Windungen. Nur wenn der secundäre Kreis geöffnet, $R = \infty$ ist, so ist

$$V_2/V_1 = -n_2/n_1.$$

Dann entspricht das Verhältniss der Potentialdifferenzen an den Enden beider Spiralen dem Verhältniss ihrer Windungszahlen. Wird also V_1 constant gehalten, so bleibt es auch V_2. Der secundäre Kreis regulirt sich demnach auch auf constante Spannung. Er ist also z. B. zum Betriebe der Beleuchtung in Parallelschaltung geeignet.

Vernachlässigt man in den zweiten Gliedern von Gleichung 3) das LH enthaltende Glied, so wird

$$i_1 = \frac{n_2^2}{n_2^2R + n_2^2r_1}V_1, \qquad i_2 = -\frac{n_1n_2}{n_1^2R + n_2^2r_1}V_1.$$

Jede Vermehrung oder Verminderung des äusseren Widerstandes der secundären Leitung, d. h. von R, bedingt also eine entgegengesetzte Veränderung der Ströme i_1 und i_2.

Ist $r = 0$, also die secundäre Spirale kurz geschlossen, so erreichen $i_1 + i_2$ ihr Maximum:

$$i_1^1 = \frac{n_2^2}{n_1^2r_2 + n_2^2r_1}V_1, \qquad i_2^1 = -\frac{n_1n_2}{n_1^2r_2 + n_2^2r_1}V_1.$$

Während der Transformator thätig ist, bleibt i_2/i_1 umgekehrt proportional n_1/n_2; wird der Secundärkreis geöffnet, so werden i_1 und i_2 Null [1]).

Wird nach Ferranti der secundäre Kreis eines Transformators, dessen primärer Kreis mit einer Wechselstrommaschine verbunden ist, mit einem Condensator von nicht zu grosser Capacität verbunden, so steigt das Umsetzungsverhältniss, während gleichzeitig die primäre Spannung wächst und der primäre Strom abnimmt. Durch Einschalten des Condensators in den secundären Kreis kann das Umsetzungsverhältniss grösser werden, als das Verhältniss der Windungszahlen des Transformators. 785

Die Ursache hiervon folgt aus einer Berechnung und Versuchen von Sahulka [2]).

[1]) Eine Theorie des Transformators von Gaulard und Gibbs s. Mem. della R. Accad. di Torino, 4. Dec. 1887; Beibl. 12, 284. Siehe auch Rowland, Phil. Mag. [5] 54, 1892; Beibl. 17, 233 und a. a. O. — [2]) Sahulka, Wiener Sitzungsber. 102 [2], 793, 1893. Lum. électr. 51, 491, 1893; Beibl. 18, 381, 962.

Sind L_1 und L_2 die Coëfficienten der Selbstinduction beider Zweige, M der Coëfficient der gegenseitigen Induction, N_1 und N_2 die Windungszahlen, so ist, abgesehen von magnetischer Streuung für einen vollkommenen Transformator:

$$M^2 = L_1 L_2$$

und das Verhältniss der Transformation, wenn der Widerstand des secundären Kreises hinlänglich gross ist:

$$U = N_2 / N_1.$$

Findet eine Streuung statt, so ist $M^2 < L_1 L_2$ und $U < N_2 / N_1$. Dann ist also das Transformationsverhältniss U kleiner als N_2 / N_1.

Wird in den secundären Kreis ein Condensator von der Capacität C eingeschaltet, so wird, wenn $\omega = 2\pi$ mal die Frequenz bezeichnet, L_2 zu $L_2 - 1/\omega^2 l$.

Ist der Transformator vollkommen, so ist auch dann noch $U = N_2/N_1$. Wenn aber Streuung stattfindet, so ist $U < N_2/N_1$. Das Transformationsverhältniss ist grösser und hängt von der Capacität des Condensators ab.

Bei den Versuchen wird als Transformator ein gerades Eisendrahtbündel auf ein Viertel seiner Länge mit vier Lagen von 73 Windungen Kupferdraht, auf den anderen Theilen mit vier Lagen von 219 Windungen bedeckt. Die ersten Windungen bilden den primären, die zweiten den secundären Kreis. Bei offenem Kreise ist die Streuung bedeutend, das Transformationsverhältniss nur 1,38. Wird in den secundären Kreis ein Condensator von 5,15 Mikrofarads eingefügt, so wächst U bis auf 1,63, also um 18 Proc. Werden aber als primärer Kreis die beiden äusseren Lagen des ersten Kreises, als secundärer die inneren des zweiten verwendet, so ist die Vertheilung des Drahtes gleichmässiger und die Streuung kleiner. U ist ohne Condensator 2,70 und mit Condensator 2,74, also nur 1,5 Proc. grösser.

II. Magnetoelektrische Inductionsapparate.

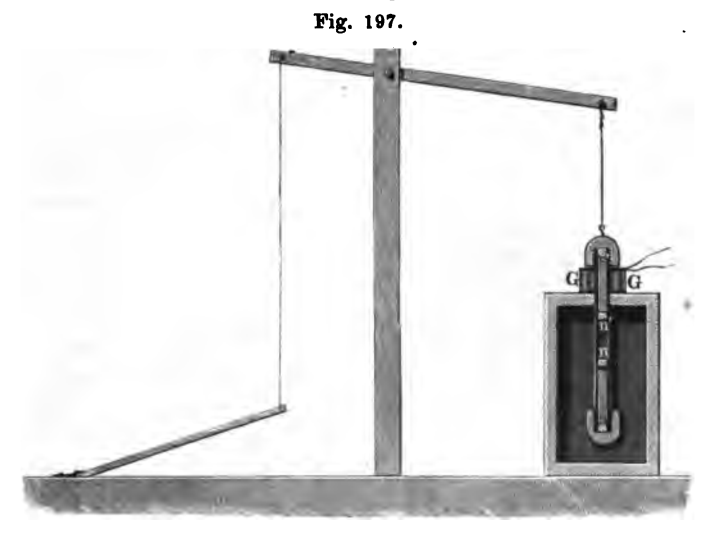
786 In vielen Fällen, namentlich bei Widerstandsbestimmungen, ist es wünschenswerth, zu bestimmten Zeiten Ströme von ganz constanter Intensität verwenden zu können. Hierzu dienen sehr gut die magnetoelektrischen Ströme, welche durch einen früher schon von Gauss und W. Weber[1]) angewandten und sodann von W. Weber[2]) verbesserten Inductor erhalten werden können. Der letztere besteht aus zwei cylindrischen Magnetstäben ns und $n's'$, Fig. 197, von 300 mm Länge und 15 mm Dicke, welche in einem Abstande von 150 mm in entgegengesetzter Lage in einer Holzröhre befestigt sind. Diese Röhre wird in

---

[1]) Gauss und Weber, Resultate des magnetischen Vereins 1838, S. 86. — [2]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbest. 2, 335, 1846.

einem Holzkasten durch einen Hebelapparat mit Tritt gehoben und gesenkt. Auf dem Deckel des Kastens befindet sich eine Inductionsspirale *G G*, durch welche die Holzröhre hindurchgeht. Bei dem höchsten und niedrigsten Stande derselben entspricht die Mitte der Inductions-

Fig. 197.



rolle der Mitte des untersten oder obersten Magnetes. Durch abwechselndes Heben der Röhre mittelst des Trittes kann man in bestimmten Momenten Inductionsströme von entgegengesetzter Richtung erhalten.

Einen anderen Apparat zur Erregung regelmässig ihre Intensität und Richtung wechselnder Inductionsströme, den Sinusinductor von F. Kohlrausch, haben wir schon Bd. I, §. 483 beschrieben.

787 Man hat ferner vielfach versucht, durch Benutzung der Inductionswirkungen von Stahl- oder Elektromagneten auf Drahtspiralen inducirte Ströme von bedeutender elektromotorischer Kraft hervorzurufen, welche theils zu wissenschaftlichen, theils zu praktischen Zwecken verwendet wurden. — Wir beschreiben zuerst die meist älteren Apparate, bei denen durch Stahlmagnete inducirte Ströme erzeugt werden, die wichtigsten der sogenannten Magnetelektrisirmaschinen.

Die ältesten Maschinen dieser Art wurden von Pixii[1]), Fig. 198 (a. f. S.), construirt. Ein vertical mit seinen Schenkeln nach unten gestelltes Hufeisen von weichem Eisen diente als Anker. Seine Schenkel waren mit Drahtspiralen umgeben. Unter denselben rotirte ein hufeisenförmiger Stahlmagnet um eine verticale Axe, so dass seine Pole bei den Endflächen des Ankers vorbeigingen. Die in den Spiralen bei der Rotation

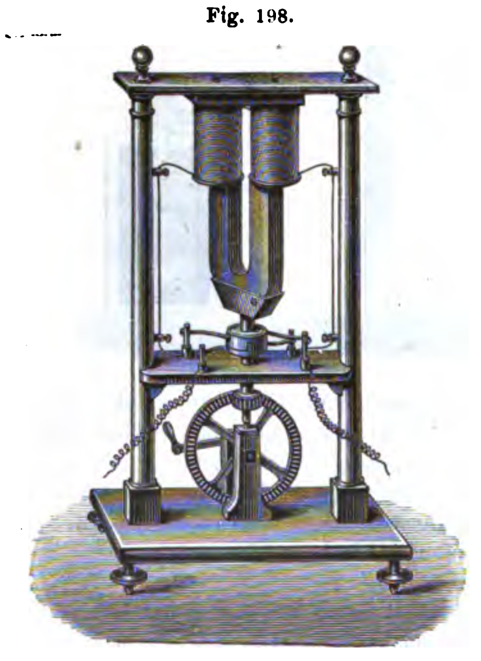
[1]) Pixii, Ann. de Chim. et de Phys. 50, 322, 1832. Schon früher hatte Dal Negro (Phil. Mag. [3] 1, 45, 1832) eine solche Maschine construirt.

des Magnetes inducirten und abwechselnd gerichteten Ströme konnten vermittelst eines durch die Maschine selbst bewegten Commutators in gleicher Richtung in den mit dem letzteren verbundenen Schliessungskreis eingeführt werden.

Mit dieser Maschine hat man Wasser zersetzt, sowie alle übrigen Wirkungen der galvanischen Ströme auch an den Inductionsströmen nachgewiesen [1]).

Später wurde die Maschine abgeändert von Ritchie [2]), Saxton [3]), Clarke [4]), Petrina [5]), v. Ettingshausen [6]) und Anderen. Bei allen diesen Einrichtungen hat man Anker, welche aus einem mit Drahtspiralen umgebenen Hufeisen bestehen, vor dem ruhenden hufeisenförmigen Stahlmagnet rotiren lassen, und zwar in zwei verschiedenen Arten; einmal, wie bei der Maschine von v. Ettingshausen, Clarke, Fig. 199 u. s. f. um eine gegen die Ebene der Schenkel des Magnetes normale Axe neben den Magnetpolen. Bei der Maschine von v. Ettingshausen waren ausserdem noch auf die Polenden des horizontal liegenden Magnetes, unter denen der Anker um eine verticale Axe rotirte, einige hufeisenförmige, magnetisirte Stahllamellen vertical aufgesetzt, um die Polarität der ersteren zu verstärken. — Bei der Saxton'schen Maschine, Fig. 200, rotirte der Anker im Gegentheil um eine den Schenkeln des horizontal liegenden Magnetes parallele und zwischen ihnen liegende Axe, so dass die Endflächen der Schenkel des Ankers in einer gegen die Ebene der Schenkel des Magnetes senkrechten Ebene bei seinen Polen vorbeigingen. — Die Enden der Inductionsspiralen D, D_1 auf den Ankern

Fig. 198.



[1]) Hachette, Phil. Mag. [3] 51, 72. Ampère, Phil. Mag. [3] 51, 76, 1832. Pogg. Ann. 27, 390 bis 398. — [2]) Ritchie, Phil. Trans. 1833, 2, 320. Pogg. Ann. 32, 539. Phil. Mag. 8, 455, 1836. Pogg. Ann. 39, 406. — [3]) Saxton, Phil. Mag. 9, 360, 1836 (schon 1833 construirt). Pogg. Ann. 39, 401. — [4]) Clarke, Phil. Mag. 9, 262, 1836. Pogg. Ann. 39, 404. — [5]) Petrina, Pogg. Ann. 54, 58, 1845; und Magnetoelektrische Maschine etc., Linz 1844. — [6]) v. Ettingshausen, Gehler's Wörterb. 9, 122, 1838.

waren mit zwei auf die Rotationsaxe isolirt aufgesetzten Metallringen *b* und *c*, Fig. 201, verbunden, von denen der eine eine runde Metallplatte, der andere zwei diametral einander gegenüberstehende Spitzen trug. Der Rand der Metallplatte, sowie die Spitzen tauchten in einen Quecksilbernapf. Bei der Rotation des Ankers vor den Magnetpolen ändert sich sein magnetisches Moment, und dieser Aenderung proportional werden in den den Anker umgebenden Inductionsspiralen *D* Ströme inducirt. Dieselben haben also nahezu die grösste elektromotorische Kraft, wenn sich der Anker in der Ebene der Schenkel des Magnetes befindet (s. w. u.). Stellt man daher den Metallring *b* mit den Spitzen so, dass sie sich aus dem Quecksilber heben, während der Anker durch jene

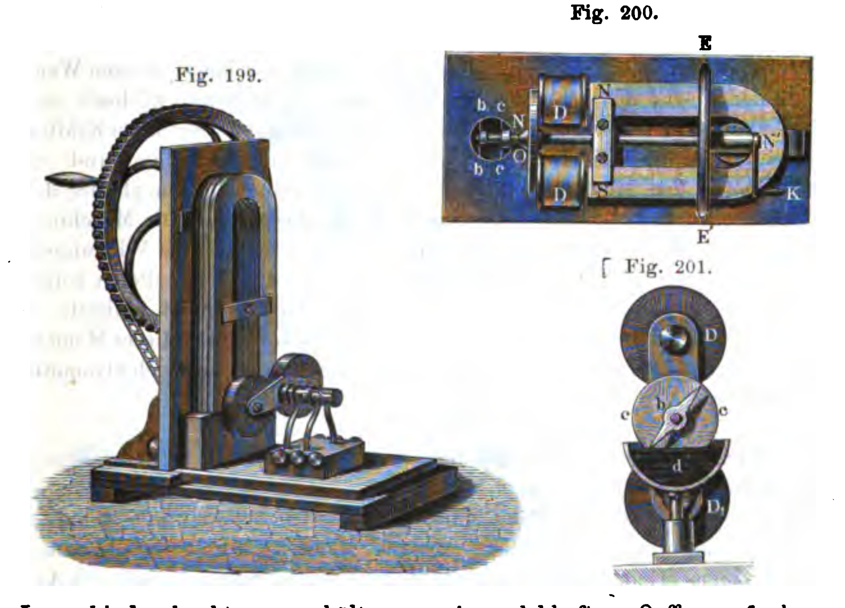


Fig. 199. Fig. 200. Fig. 201.

Lage hindurchgeht, so erhält man einen lebhaften Oeffnungsfunken. Theilt man den Quecksilbernapf in zwei getrennte Abtheilungen, in welche die Scheibe *c* und die Spitzen *b* eintauchen, und verbindet die Abtheilungen durch Handhaben mit den Händen, so erhält man beim Heraustreten der Spitzen aus dem Quecksilber eine Erschütterung, welche durch den bei Unterbrechung des Inductionsstromes erzeugten Extrastrom hervorgerufen ist [1]). — Bei den übrigen Maschinen ist meist auf die Rotationsaxe des Ankers ein Cylinder von Holz, Horn, Hartgummi oder Elfenbein aufgeschoben, welcher auf seiner Oberfläche mit Metalleinlagen versehen ist, die mit den Enden der Inductionsspiralen verbunden sind. Gegen diese Einlagen schleifen bei der Drehung des

[1]) Eine Einrichtung, um bei dieser Maschine gleich gerichtete Ströme zu erhalten, s. Poggendorff, Pogg. Ann. 45, 391, 1838.

Ankers Metallfedern, welche die Fortleitung der Inductionsströme in der einen oder anderen Weise vermitteln.

Bei diesen Maschinen ist die elektromotorische Kraft des Stromes, welcher in den den Anker umgebenden Spiralen inducirt wird, um so grösser, je grösser in der Zeiteinheit die Aenderung des Magnetismus des Ankers bei seiner Rotation ist. — Bei den Maschinen, bei welchen der Anker, wie bei der Saxton'schen Maschine, vor den Magnetpolen rotirt, dürfte es deshalb zweckmässig sein, die den Polflächen des Magnetes gegenüberliegenden Polflächen der Anker den ersteren etwa gleich zu machen, da dann der Anker nur einen Augenblick das Maximum des in ihm durch den Magnet erzeugten Magnetismus erlangt. — Die Maschinen, bei denen der Anker über oder unter den Magnetpolen in einer den Schenkeln des Magnetes parallelen Ebene rotirt, haben dagegen den Nachtheil, dass der Magnetismus der Anker auf ihrem ganzen Wege über der Fläche der Schenkel des Magnetes nur langsam wechselt und die Anker auch nur verhältnissmässig schwachen magnetisirenden Kräften ausgesetzt sind. Hierbei ist also die Induction schwächer und sie wird nur in den Momenten bedeutender, in denen die Eisencylinder der Anker von dem einen Schenkel zum anderen übergehen. Die Maschinen äussern in diesen Momenten bedeutendere physiologische Wirkungen, als die anderen Maschinen, bei denen der Anker vor den Polen rotirt, und eine so plötzliche Aenderung der Magnetisirung nicht eintritt. — Je näher die Schenkel an einander liegen, desto kürzer ist dieser Moment des Ueberganges, desto grösser die in demselben inducirte elektromotorische Kraft [1]).

788 Wir begnügen uns mit der genaueren Beschreibung der allgemeiner angewandten Stöhrer'schen Magnetelektrisirmaschine, Fig. 202, 203, 204 und 205. Vor den Polen eines horizontal liegenden, aus mehreren Lamellen bestehenden, hufeisenförmigen Stahlmagnetes wird ein Anker durch einen Trieb, welcher auf seine in eisernen Spitzen laufende Axe aufgesetzt ist, vermittelst eines Schwungrades und eines Schnurlaufes in Rotation versetzt. Der Anker RR' des Magnetes besteht aus zwei cylinderförmigen, am besten ausgehöhlten und an der Seite aufgeschlitzten Eisenstäben, welche man zweckmässig durch Bündel von dünnem Eisendraht ersetzen kann. Diese Stäbe sind fest auf die Eisenplatte AA' aufgeschraubt, die wiederum an der Rotationsaxe befestigt ist. Die Enden der letzteren laufen in Lagern, welche sich durch Schrauben verstellen lassen, so dass man den Anker den Endflächen des Magnetes beliebig nähern oder von denselben entfernen kann. Auf die Eisencylinder sind die Inductionsspiralen aus übersponnenem Kupferdraht aufgesetzt. Die Enden derselben (1, 2, 3, 4, Fig. 203) sind mit vier Kupferplättchen verbunden, welche auf ein auf der Rotationsaxe be-

1) Vergl. auch Sinsteden, Pogg. Ann. 76, 524, 1849.

festigtes flaches Stück Holz aufgeschraubt sind, und zwar so, dass die Plättchen 1 und 2 mit den einen, bei der Drehung des Ankers gleichartig elektrisirten, die Plättchen 3 und 4 mit den entgegengesetzt elektrisirten Enden der beiden Spiralen in Verbindung stehen, so dass also die Enden der einen Spirale in 1 und 3, die der anderen in 2 und 4 enden.

Auf dem Holzstück ist ein „Pachytrop“ angebracht, durch das man die Ströme der Spiralen beliebig weiterleiten kann. Vor den

Fig. 202.



Plättchen 1 bis 4 dreht sich an einem Hebel eine Elfenbeinplatte, welche zwei gabelförmige Stücke Kupfer trägt. Diese schleifen auf den Plättchen und können je nach der Stellung des Hebels die Plättchen 1 und 2, 3 und 4 oder auch nur 2 und 3 mit einander leitend verbinden.

Im ersteren Falle sind die Drahtrollen auf dem Anker neben einander verbunden; im zweiten hinter einander.

Die in den beiden Spiralen auf dem Anker inducirten Ströme haben in jedem Augenblick der Drehung entgegengesetzte Richtung, da der eine Strom bei der Annäherung oder Entfernung des Ankers am Nordpol, der andere am Südpol des Magnetes entsteht. Durch das Pachytrop werden deshalb die nicht einander entsprechenden Enden der Inductionsspiralen mit einander verbunden. Von den Plättchen 1 und 4 führen zwei Drähte *h* und *k* zu einem auf die Rotationsaxe aufgesetzten Commutator, Fig. 204 und Fig. 205. Derselbe besteht aus zwei concentrischen und von einander isolirten Metallröhren *m* und *n*, welche auf die Rotationsaxe des Ankers isolirt aufgeschoben und mit den Drähten *k* und *h* verbunden sind. Sie tragen halbkreisförmige, abgerundete,

Fig. 203. Fig. 204.

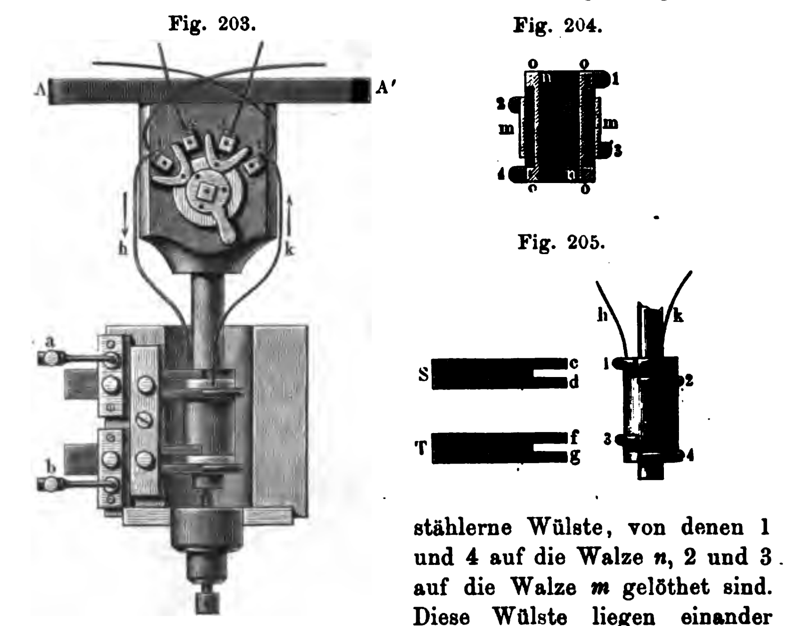


Fig. 205.

stählerne Wülste, von denen 1 und 4 auf die Walze *n*, 2 und 3 auf die Walze *m* gelöthet sind. Diese Wülste liegen einander gerade gegenüber. Darauf schleifen die gespaltenen Federn *S* und *T* mit ihren gabelförmigen Enden *c*, *d*, *f*, *g*. Ist der Commutator so gestellt, dass beim Wechsel der Richtung der Inductionsströme in den Spiralen des rotirenden Ankers die Federn von dem einen Wulst zu dem benachbarten übergehen, so bleibt in der zwischen denselben eingeschalteten Leitung die Stromesrichtung ungeändert [1]).

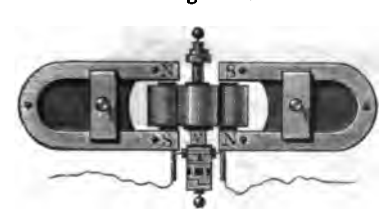
---

[1]) Eine ähnliche Maschine, bei welcher durch die mannigfaltigsten Verbindungen mittelst Federn, welche auf Rädern auf der Axe schleifen, die Ströme gleich oder abwechselnd gerichtet, oft unterbrochen werden, sowie Extraströme in der Inductionsspirale nachgewiesen werden können, von Dove, Pogg. Ann. **56**, 251, 1842.

Eine nicht wesentlich die Wirkung der Magnetelektrisirmaschine verstärkende, die Maschine sehr vertheuernde Veränderung ist die, dass man statt eines stählernen Hufeisenmagnetes deren zwei anwendet, welche in einer Ebene so hingelegt werden, dass sie einander ihre ungleichnamigen Pole zukehren. Man lässt den Anker, dessen mit Spiralen umgebene Eisencylinder nicht mehr durch ein Querstück von weichem Eisen verbunden sind, zwischen den Polen der beiden Magnete in einer auf ihrer Ebene normalen Ebene rotiren, so dass die Axen jener Eisencylinder bei dem Vorbeigang vor den Magnetpolen in die Verbindungslinien der letzteren fallen [1]). 789

Sehr viel besser ist es, nach Sinsteden [2]) hierbei die Anker um eine zwischen den Magneten befindliche, der Verbindungslinie ihrer Pole parallele Axe, Fig. 206, rotiren zu lassen, so dass sie bei der Rotation zwischen den Magnetpolen hindurchgehen. Bei dieser Vorrichtung ist das magnetische Moment der Eisenkerne bei ihrem Durchgang durch die Ebene der Magnetpole sehr bedeutend. — Die Anwendung von Drahtbündeln statt der massiven Eisenkerne vermindert das Auftreten der Extraströme und beschleunigt so die Aenderungen des Momentes. Zugleich würde bei Anwendung massiver Eisenkerne an Stelle der Drahtbündel, wenn dieselben bei ihrem allmählichen Vorbeigang bei den Magnetpolen zuletzt nur an der einen Seite hauptsächlich dem magnetisirenden Einflusse der Magnete ausgesetzt wären, die von dem Magnete abliegende Seite derselben gewissermaassen als Anker zu der ersteren dienen, und so würden sich die magnetischen Molecüle in den Kernen in geschlossenen Kreisen lagern, aus denen sie bei der Entfernung der Kerne von den Magnetpolen nicht völlig heraustreten, um wieder ihre unmagnetische Gleichgewichtslage anzunehmen. Bei Anwendung der Drahtbündel können sich solche geschlossene Kreise nicht bilden, und der Magnetismus derselben verschwindet vollständiger.

Fig. 206.



Sinsteden [3]) legt auch Eisenstäbe quer über die Schenkel der Magnete in einigem Abstande von ihren Polen, um die Polarität zu verstärken.

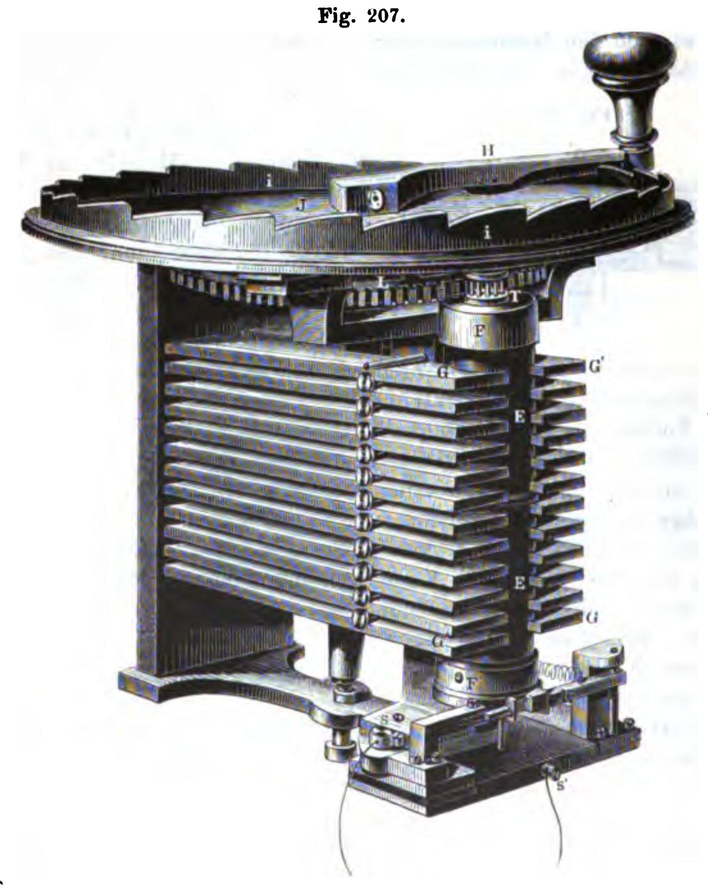
Sehr zweckmässig ist die Construction der Magnetelektrisirmaschine von Werner Siemens. Sie besteht aus zwei Reihen, in entgegengesetzter Lage über einander geschichteter und durch schmale Zwischen- 790

---

[1]) Page, du Moncel, Exposé des applications de l'électricité 1, 306. Jacobi, Pogg. Ann. 69, 194, 1864. — [2]) Sinsteden, Pogg. Ann. 92, 220, 1854. — [3]) Ibid. 76, 29, 195, 1849.

räume getrennter Magnetstäbe G und G', Fig. 207, welche einerseits an eine Eisenplatte angeschraubt sind, andererseits sind sie zu einer cylindrischen Oeffnung ausgefeilt, in welcher sich vermittelst der Kurbel H, des Zahnrades L und des Triebes T ein Cylinder E drehen lässt. Der letztere, der sogenannte „Siemens'sche Anker", ist aus einem Eisenstab gebildet, dessen Querschnitt in nebenstehender Figur wiedergegeben ist. In die seitlichen Ausschnitte desselben sind, wie auf einen Galvanometerrahmen, der Länge nach Drahtwindungen gelegt, und über diese ist zum Schutze gegen äussere Beschädigungen eine Messinghülle gesteckt, auf deren Enden die Fassungen

Fig. 207.



F aufgesetzt sind, welche die Zapfen tragen, auf denen sich der ganze Cylinder E dreht. Die Enden der Windungen sind mit zwei auf den unteren Zapfen aufgesetzten Metallrädern verbunden, gegen welche Federn schleifen, die die weitere Leitung vermitteln. Durch ähnliche Einrichtungen, wie bei der Dove'schen und Stöhrer'schen

Maschine, kann man die Richtung der inducirten Ströme in ihrem Schliessungskreise beliebig abändern. Die Zähne *i*, welche eine unter der Kurbel *H* angebrachte Scheibe umgeben, dienen dazu, bei der Fortschiebung der Kurbel um je einen Zahn den Cylinder *E* um je eine halbe Umdrehung vorwärts drehen zu können, so dass man den dabei erzeugten einmaligen Inductionsstoss verwenden kann.

Der grosse Vortheil dieser Maschine beruht in der Anwendung einer grösseren Anzahl kleinerer Magnetstäbe an Stelle eines grösseren. Da erstere bei gleichem Gewicht viel mehr permanenten Magnetismus annehmen als letzterer, so ist die Wirkung der Maschine grösser. Auch ist der Anker stets den magnetisirenden Magneten sehr nahe, erhält daher ein grosses Moment und ändert dasselbe sehr schnell[1]).

Der Siemens'sche Anker hat ferner den grossen Vorzug, dass seine Eisenmasse die Pole des Magnetes so verbindet, dass bei seiner Rotation kaum eine Aenderung der Schliessung des Magnetes, also auch kaum eine Aenderung des Momentes der letzteren eintritt, und in Folge dieser Wirkung die den Magnetismus des Magnetes vermindernden Inductionsströme in seiner Masse nicht in dem Maasse auftreten, als bei Anwendung anderer Anker[2]).

Eine andere Einrichtung der Magnetelektrisirmaschine ist von Page[3]) angegeben. Die Inductionsspiralen sind direct auf die Schenkel eines hufeisenförmigen Stahlmagnetes geschoben. Vor den Polen desselben rotirt ein Anker von weichem Eisen. Auf die Rotationsaxe ist ein dem Stöhrer'schen ähnliches Pachytrop aufgesetzt. — In diesem Apparate werden die Inductionsströme in den Spiralen auf doppelte Weise inducirt; einmal, indem der Anker beim Rotiren vor den Magnetpolen seine Polarität wechselt und so direct, indess doch aus ziemlich weiter Entfernung, inducirend auf die Spiralen wirkt, dann aber hauptsächlich dadurch, dass der temporäre Magnetismus des Ankers auf den Magnetismus des Magnetes zurückwirkt und ihn in gewissen Lagen des Ankers verstärkt. — Sehr günstig ist diese Anordnung nicht, da die Aen- 791

---

1) Siemens und Halske, Pogg. Ann. 101, 271, 1857; auch Schellen's Telegraph, 3. Aufl., S. 213, 1861. — 2) Zur Vermeidung dieser Inductionsströme ersetzt Pellerin (Compt. rend. 77, 561, 1873) den Siemens'schen Anker durch eine Säule von auf einander geschichteten Eisenblechplatten; s. auch eine Einrichtung von Sinsteden, Pogg. Ann. 137, 290, 483, 1869. — 3) Page, Annals of Electricity 1839, p. 489; vergleiche auch Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 31, 192. Krönig's Journ. 1, 364. Aehnlich auch Dujardin, Breton, Duchenne, du Moncel, Exposé des applications 1, 365, und Dujardin, Compt. rend. 21, 892, 1845. Derselbe hat auch vor die Schenkel eines hufeisenförmigen Magnetes eine weitere Spirale gestellt, deren Axe den Schenkeln des Magnetes parallel war und zwischen ihnen lag, und in der Spirale um jene Axe vor den Magnetpolen einen Eisenkern rotiren lassen, der durch ein auf der anderen Seite der Axe angebrachtes Gegengewicht von Blei äquilibrirt wurde (l. c., S. 528). Auch diese Einrichtung erscheint wenig praktisch.

derungen des Magnetismus in Magneten von hartem Stahl nicht so bedeutend sind, als im weichen Eisen.

Man kann selbstverständlich bei dieser Maschine auch noch die Eisenkerne des Ankers mit Drahtspiralen umgeben und die in letzteren inducirten Ströme zugleich mit den Inductionsströmen in den Spiralen auf den Schenkeln des Magnetes verwenden [1]).

792 Man hat vielfach versucht, die Wirkung der Magnetelektrisirmaschinen zu verstärken, indem man die Zahl der Anker oder Magnetpole vermehrte. So hat z. B. Petrina (§. 787) an Stelle des gewöhnlichen Ankers der Maschinen einen aus vier Eisencylindern bestehenden benutzt, welche gegen ein Kreuz von Eisen gegengeschraubt waren.

793 Stöhrer [2]) hat bei seiner früher viel benutzten grösseren Maschine sowohl die Zahl der Anker, als auch die der Magnete vermehrt. Dieselbe besteht aus drei aufrecht gestellten, hufeisenförmigen Stahlmagneten, deren sechs Pole um eine verticale Axe in einer horizontalen Ebene im Kreise herumstehen. Darüber rotirt ein auf die Axe aufgesetzter horizontaler Eisenring, an welchem sechs mit den Schenkeln der Magnete coaxiale, mit Spiralen umwundene Eisenkerne in der Ruhelage den Magnetpolen gerade gegenüberstehen. Die Enden der Spiralen sind mit einem auf die Axe aufgesetzten Pachytrop verbunden, von welchem, wie in dem Apparat (§. 788), Schleiffedern die Leitung vermitteln [3]).

794 Die Magnetelektrisirmaschinen liefern ohne Anwendung eines Commutators bei directer Stromabnahme von den Metallcylindern, welche auf die Rotationsaxe aufgesetzt sind, abwechselnd gerichtete Ströme; sie sind Wechselstrommaschinen.

Werden die Ströme durch einen Commutator gleich gerichtet, wie oben beschrieben, so liefern sie fortdauernd gleich gerichtete Ströme, sie sind Gleichstrommaschinen.

---

[1]) Vergl. Nollet u. Gaiffe in du Moncel, Exposé 1, 373. — [2]) Stöhrer, Pogg. Ann. 61, 417, 1844. Siehe ebendaselbst die genauere Beschreibung der jetzt nur noch wenig verwendeten Maschine. — [3]) Eine andere Maschine von Niaudet, bei welcher zwei Hufeisenmagnete von Stahl mit ihren Schenkeln horizontal und je in einer Verticalebene parallel neben einander aufgestellt werden, so dass die ungleichnamigen Pole je in einer Horizontalebene einander gegenüberstehen, zwischen welchen eine Reihe um eine horizontale Axe herum ihr parallele, mit Spiralen umwundene Eisenstäbe rotiren, s. Niaudet-Breguet, Mondes 51, 67, 1875 und Dingler's Journ. 223, 473, 1877. Für technische Zwecke sind grössere Maschinen dieser Art construirt worden, bei denen äquidistante Parallelreihen von Hufeisenmagneten von Stahl concentrisch mit ihren Polen nach innen um eine Axe herum geordnet sind, zwischen deren Polen eine Anzahl von Reihen von Spiralen rotiren, welche ebenfalls in mehreren äquidistanten Parallelreihen die Axe umgeben, so z. B. als eine der ersten die Maschine der Gesellschaft „Alliance", vergl. du Moncel, Exposé des Applications de l'Électricité 1, 360, und die Maschine von Holmes (The practical Mechanics Journal, Juli 1858). Die genauere Beschreibung gehört nicht hierher.

795 Eine Anzahl von Wechselstrommaschinen ist nach demselben Princip, wie die Stöhrer'sche Maschine, indess mit wesentlichen Verbesserungen, construirt worden.

So wird eine grössere Anzahl Stahlmagnete in ähnlicher Weise im Kreise herum um eine horizontale Axe befestigt und in einer parallelen Ebene ihnen gegenüber eine gleiche Anzahl von Stahlmagneten angebracht, so indess, dass sie ihre Pole den ungleichnamigen Polen der Magnete der ersten Reihe zukehren. Auf die Axe ist eine Reihe von mit Spiralen umgebenen Eisenkernen aufgesetzt, deren Anzahl der der beiderseitigen Magnete entspricht und die mit ihrer Axe in der Verbindungslinie der Pole der Magnete liegen. Bei Drehung der Axe werden in den auf einander folgenden Spiralen dieser Eisenkerne Inductionsströme von abwechselnder Richtung erzeugt, die durch geeignete Verbindung der Spiralen in allen gleich gerichtet sind, aber beim Rotiren alterniren. In einzelnen Fällen werden auf die rotirende Axe nur Spiralen ohne Eisenkerne aufgesetzt.

Statt der Stahlmagnete können auch Elektromagnete angewendet werden, die durch eine besondere Gleichstrommaschine erregt werden.

Zuweilen wird auch, um eine besondere Erregermaschine zu sparen, ein Theil des in den Spiralen der Eisenkerne erzeugten Stromes nach Durchleiten durch einen Commutator in die Windungen der festen Elektromagnete abgezweigt (s. w. u.).

Eine speciellere Beschreibung dieser mannigfach abgeänderten Maschinen gehört nicht in dieses Werk[1]).

796 Während die bisher beschriebenen Maschinen nur einzelne von einander getrennte Inductionsströme liefern, hat die Firma Siemens und

---

[1]) Ein näheres Eingehen auf die Construction der einzelnen magnetelektrischen Maschinen und ihre Leistungen liegt ganz ausserhalb des Gebietes dieses Werkes. Wir erwähnen deshalb nur kurz einige der charakteristischsten und historisch oder principiell interessantesten Formen der Maschinen, ohne uns mit den mannigfachen Abänderungen und der Theorie derselben zu beschäftigen. Wir glauben dies um so eher thun zu können, als eine nähere Beschreibung dieser Verhältnisse in den in neuerer Zeit in nicht geringer Anzahl erschienenen technischen Specialwerken zu finden ist. Wir verweisen namentlich auf die Werke von

E. Kittler, Handbuch der Elektrotechnik, 3 Bde., 2. Aufl., Bd. I. Stuttgart 1892.

S. P. Thompson, Dynamoelectric Machinery, 1 edit. 1884; jetzt 5 edit. 1896. Die deutsche Uebersetzung von Grawinkel ist nach dessen Tode nach der letzten englischen Ausgabe von K. Strecker und F. Vesper herausgegeben. Halle a. S., W. Knapp.

C. C. Hawkins and F. Wallis, The Dynamo. London, Whittaker, 1893.

Eric Gérard, Leçons sur l'Électricité, 3. édit., 3 Vol. Paris, Gauthier-Villars, 1893, s. Vol. I.

Rinaldo Ferrini, Recenti Progressi nelle Applicazioni dell'Elettricità. 2. edit. Parte prima delle Dinamo. Milano, Hoepli 1896.

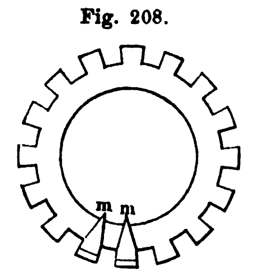
O. Frölich, Die dynamoelektrische Maschine. Eine physikalische Beschreibung für den technischen Gebrauch. Berlin, J. Springer, 1886, 230 S.

Halske[1]) schon im Jahre 1855 in der Londoner Industrieausstellung eine Maschine für continuirliche Ströme von starker Spannung mit einer eigenthümlichen Art der Verbindung der Inductionsrollen mit dem Commutator ausgestellt, welche Verbindung nachher wiederholt von Pacinotti und Gramme verwendet worden ist.

Der Rand der Mantelfläche eines flachen Conus, welcher sich auf einer ebenen, mit Stahlmagneten armirten Fläche abrollte, war mit kleinen, radial liegenden Hufeisenelektromagneten besetzt, deren Windungen hinter einander zu einem geschlossenen Kreise verbunden waren. Zwischen je zwei Elektromagneten war der Umwindungsdraht mit einzelnen Contactstücken verbunden, welche im Kreise um die mit zwei Schleiffedern versehene Drehungsaxe befestigt waren. Die Federn vermittelten jedesmal den Contact zu dem dem Stahlmagnet nächsten und fernsten Elektromagnet, so dass die in beiden entgegengerichteten Ströme sich in den Schleiffedern bei der Drehung zu einem continuirlichen Strom vereinten.

797 Das Princip dieser Drahtverbindung der Inductionsrollen ist bei einer im Jahre 1860 construirten Magnetelektrisirmaschine von Pacinotti[2]) beibehalten, dagegen sind dieselben statt auf einzelne Elektromagnete, auf einen geschlossenen Eisenring gewickelt. Ein Eisenring mit 16 Zähnen, Fig. 208, rotirt an vier Speichen, Fig. 209, um eine Axe. Auf die Zähne sind Holzkeile *mm* gesetzt und zwischen ihnen Drahtspiralen *rr* aufgewickelt, welche alle hinter einander verbunden sind. Von den Verbindungsstellen gehen Drähte die Rotationsaxe entlang zu isolirten, auf dieselbe in zwei über einander liegenden Kreisen befestigten Messingstücken, gegen die Contactrollen schleifen, welche die in ihnen inducirten Ströme weiter leiten. Neben dem Ring stehen die beiden mit Eisenfortsätzen versehenen Schenkel eines Elektromagnetes, welche unten durch eine Eisenschiene mit einander verbunden sind.

Fig. 208.



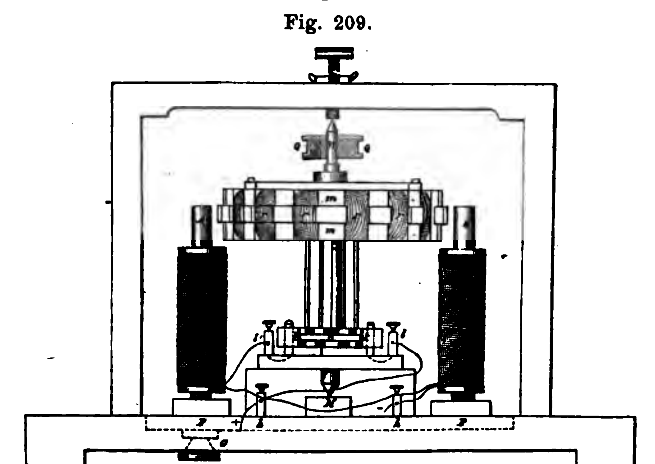
Wird durch die Spiralen des Ringes mittelst der Contactrollen ein Strom geleitet, so erhält der Ring an der jedesmaligen Ein- und Austrittsstelle desselben einen Nord- und einen Südpol, welche durch die Anziehung der Pole des Elektromagnetes zu ihnen hingezogen werden. Dadurch dreht sich der Ring, der Strom tritt durch andere Contactstellen in seine Drahtrollen ein, sein Nord- und Südpol verschiebt sich zu denselben hin und so rotirt der Ring weiter. Wird umgekehrt der Ring gedreht, so werden in seinen Spiralen Ströme inducirt, welche durch die

---

[1]) W. Siemens, Berl. Monatsber. 18. Nov. 1880. Wied. Ann. 14, 472, 1881. — [2]) Pacinotti, Nuovo Cimento 19, 378, 1865; [2] 12, 140, 1874.

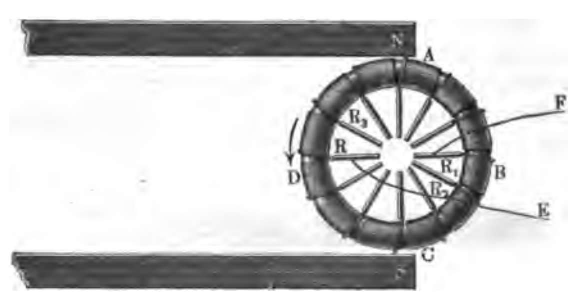
Contactrollen abgeleitet werden können und bei constanter Drehungsrichtung immer die gleiche Richtung bewahren.

Fig. 209.



Zu praktischer Verwerthung kam dieses Princip in der viel gebrauchten Maschine von Gramme [1]), von der wir hier nur die einfachste Form beschreiben. Vor den Polen *NS* eines hufeisenförmigen Magnetes, Fig. 210, 211, rotirt um eine gegen die Ebene seiner Schenkel senk- 798

Fig. 210.

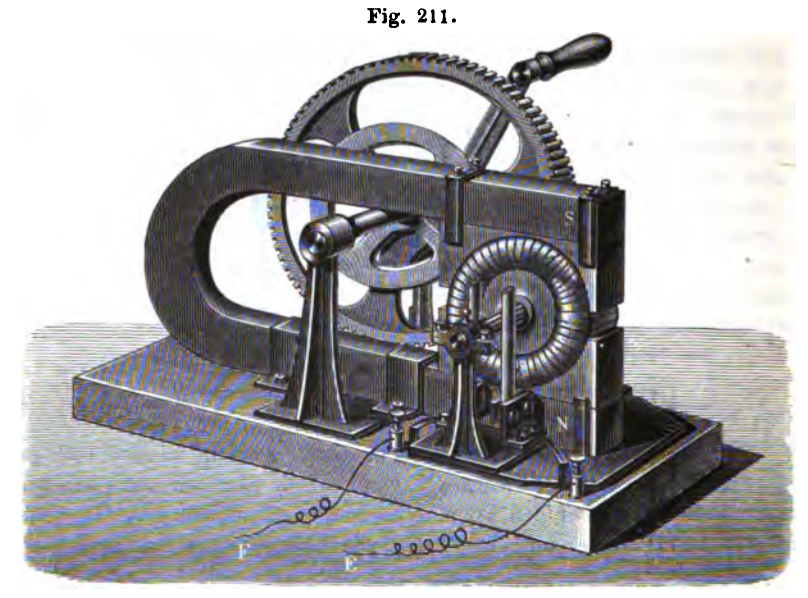


rechte Axe ein Ring von Eisen (oder von Eisendrahtwindungen) *ABCD*, der auf seinem ganzen Umfange mit einzelnen, gleich gewundenen Drahtspiralen belegt ist, welche alle hinter einander zu einer fortlaufenden

[1]) Gramme, Compt. rend. 73, 175, 1871. Dingler's Journ. 202, 239. Compt. rend. 75, 1479, 1872. Dingl. Journ. 207, 31; 208, 166, 263, 1873. Ein ähnlicher Apparat auch von Romilly, Compt. rend. 73, 726, 1871. Brevet d'invention, 3. März 1866. Die obige Beschreibung nach Niaudet-Breguet, Chronique de l'industrie, Aout 1873, p. 233. Dingl. Journ. 209, 355, 1873. Ueber die Theorie der Maschine vergleiche auch du Moncel, Compt. rend. 74, 1335, 1872. Gaugain, Compt. rend. 75, 138, 627, 828, 1872. Ann. de Chim. et de Phys. [4] 78, 324, 1873.

Windungsreihe verbunden sind. Von den Vereinigungsstellen der einzelnen Spiralen gehen zu der Axe des Ringes Metallfortsätze, R_1 R_2, die an derselben um 90° umgebogen und auf ihrer Oberfläche isolirt von einander und parallel neben einander befestigt sind. Zwei Federn oder

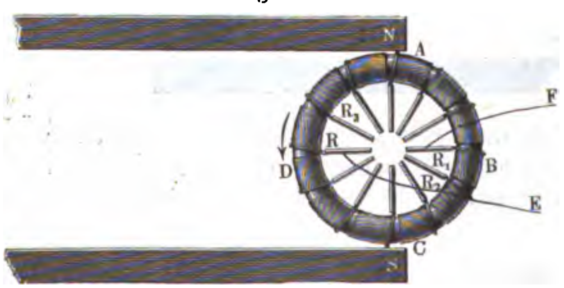
Fig. 211.



Drahtbündel schleifen an zwei diametral einander gegenüberstehenden Stellen der so belegten Axe und vermitteln die Fortleitung des in den Spiralen bei der Rotation des Ringes inducirten Stromes.

Durch Anwendung eines Jamin'schen Lamellenmagnetes kann die Wirksamkeit der Maschine bedeutend erhöht werden.

Fig. 212.



Auch hier kann man den Stahlmagnet durch Elektromagnete ersetzen.

Beobachten wir zuerst nur die Rotation jeder einzelnen, auf den Eisenring geschobenen Spirale für sich, so ist das Potential der Pole N und S, Fig. 212, auf dieselbe gleich Null, wenn sie sich gerade über C

oder unter N mit ihrer Axe senkrecht gegen NS befindet, es ist im Maximum bei Drehung um 90° gegen B oder D hin mit ihrer Axe parallel NS, aber an beiden Stellen von entgegengesetztem Vorzeichen. Rotirt also die Spirale von B durch A bis D, so werden in ihr Ströme erzeugt, die z. B. in der Richtung BAD von ihrem einen Ende zum anderen fliessen; rotirt sie von D durch C nach B, so fliessen die Ströme in der entgegengesetzten Richtung BCD. Bringt man bei B und D vermittelst der auf den Metallstreifen R und R_1 schleifenden Leitungsdrähte F und E Ableitungen zu einem beliebigen Schliessungskreise an, so addiren sich darin diese beiden Ströme. Jedesmal, wenn eine Spirale durch die Lagen B und D geht, sich die Stromesrichtung in ihr also umkehrt, tritt auch ein Wechsel in der Verbindung durch das Uebertreten von F und E auf die folgenden Metallstreifen R_2 und R_3 ein. Man erhält also gleichgerichtete, wenn auch bei dem Uebertritt von F und E auf R_2 und R_3 unterbrochene Ströme. Macht man die Enden von E und F so breit, dass sie gleichzeitig auf zwei auf auf einander folgenden Metallstreifen schleifen, so erhält man einen continuirlichen, und nur abwechselnd stärkeren und schwächeren Strom, dessen Schwankungen mit der Zahl der Spiralen und Ableitungsstreifen R abnehmen.

Wie die directe Induction in den Spiralen, verhält sich auch die indirecte Induction in denselben durch die bei der Rotation sich ändernde Magnetisirung des Eisenringes, der in jedem Moment aus zweien, in A und C sich mit ihren gleichnamigen Polen berührenden, halbkreisförmigen Magneten besteht, deren Polarität im Kreise fortschreitet. — Dabei können in Folge der Extraströme in den Spiralen Verschiebungen der Nullpunkte B und D in gleicher Weise eintreten, wie bei den übrigen Magnetelektrisirmaschinen. Verwendet man statt eines Magnetes NS deren mehrere, durch Zwischenräume von einander getrennte, deren Nordpole in einer Linie, deren Südpole in einer derselben parallelen Linie liegen, und lässt man zwischen je zweien Magneten einen Eisenring mit Spiralen und Ableitern rotiren, so kann man durch geeignete Verbindung die in den Spiralen der einzelnen Ringe inducirten Ströme hinter oder neben einander in einen Schliessungskreis eintreten lassen und so sehr starke Wirkungen erzielen.

799 Eine ganz analoge Art der Verbindung der inducirten Spiralen ist bei dem System der Mehrphasenströme verwendet worden, zu welchen auch die sogenannten Drehströme gehören. Die einfachste Form ist die folgende, welche von Lontin und Gramme (1877) zur Erzeugung alternirender Ströme in verschiedenen Zweigen für Beleuchtungszwecke construirt wurde.

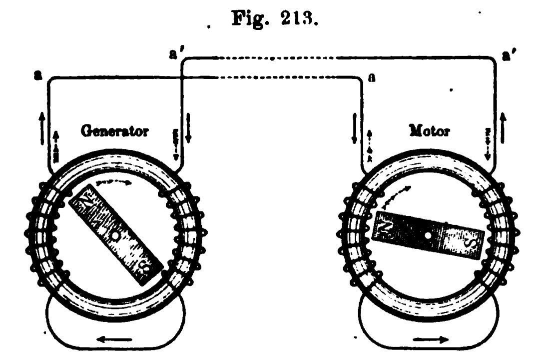
Auf einen feststehenden Ring sind zunächst nur zwei gegen einander um 180° von einander entfernte Rollen von einigen einen kleinen Raum einnehmenden Drahtwindungen gelegt. Derselbe kann sich in einem zunächst gleichartigen Magnetfelde mit parallelen Kraftlinien drehen,

also etwa zwischen zwei ihm in diametraler Lage gegenüber gestellten Magnetpolen.

Man kann auch den Ring feststellen und dafür den Magnet in entgegengesetzter Richtung rotiren lassen (Fig. 213). Beide Anordnungen führen zu demselben Resultate. Sie lassen sich in einander überführen, indem man den ganzen Strom mit dem Apparat entgegengesetzt der ursprünglichen Richtung und ebenso schnell dreht, wobei der Ring absolut fest steht und dafür der Magnet sich dreht.

Befindet sich der Magnet gegenüber dem Ringe in der Lage, dass die Magnetkraftlinien die Spiralen verbinden (in Fig. 213 horizontal), so ist das Potential der Magnetpole auf die Drahtwindungen gleich Null. Sind Ring und Magnet gegen einander um 90° gedreht, so ist es im Maximum. Bei der Drehung aus der einen in die andere Lage werden in beiden Spiralen Ströme inducirt, welche sich bei der in der Figur angegebenen Windungsart zu einem gemeinsamen Strom vereinen. Zählen wir den Winkel α, den die Kraftlinien mit den Verbindungslinien der Spiralen machen, von der Lage an, wo das Potential Null ist, so ist dasselbe in jeder anderen Lage $v = V \sin\alpha$, also in der gekreuzten Lage gleich V. Die bei der Drehung um den Winkel $d\alpha$ inducirte elektromotorische Kraft ist also $dv = V \cos\alpha\, d\alpha$.

Fig. 213.



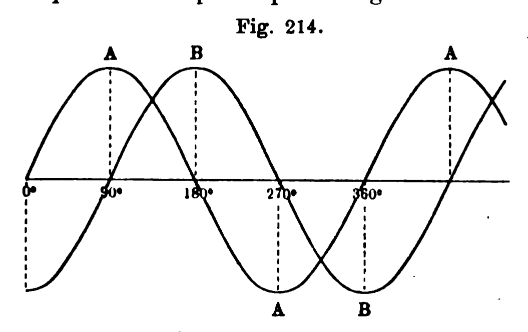
Leitet man diese Ströme durch die Drahtspiralen eines ganz gleichen Apparates, des Motors, so geräth der Magnet desselben in eine mit der Rotation des Magnetes in der stromliefernden Maschine des (Generators) gleichgerichtete Rotation.

Man bezeichnet diese Apparate als einphasige Generatoren und Motoren.

800 Werden zwischen die Spiralen des Apparates (Fig. 213), 90° gegen die erstere, noch zwei gleiche Spiralen auf den Ring gewunden, so werden auch in ihnen bei der Rotation in ganz gleicher Weise Ströme inducirt, nur dass ihre Maxima und Minima mit denen der ersten Spirale alterniren und ihre Phasen gegen die der ersten Spirale um ein Viertel der Umdrehung verschoben sind. Fig. 214 giebt ein Bild des Verlaufes der Stärke der inducirten Ströme in einem Zweiphasenmotor. Die von dem zweiten Spiralenpaar gesondert abgeleiteten Ströme können auch für sich verwendet werden, so z. B. jede Leitung zur Speisung eines Systems

von elektrischen Lampen. In gleicher Weise können auf demselben Ringe n äquidistante Spiralenpaare angebracht werden, wo dann die Phasen ihrer Ströme je um $1/n$ der Umdrehung gegen einander verschoben sind.

Fig. 214.

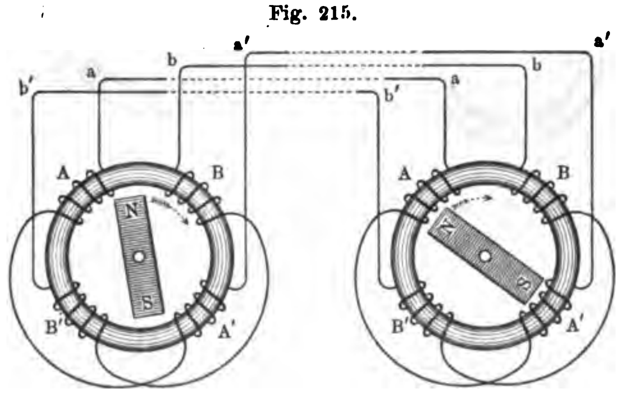


Diese Apparate sind **Mehrphasengeneratoren**. Ihnen entsprechen mehrphasige Motoren. Man kann die Ströme jedes einzelnen Spiralenpaares eines solchen Polyphasengenerators getrennt durch die entsprechenden Spiralenpaare eines ganz gleichen Polyphasenmotors leiten und die Wirkung auf diese Weise addiren.

Fig. 215 giebt ein Bild dieser Verbindungsart für einen Zweiphasenapparat, wenn der Magnet (Fig. 216) oder der Ring zwischen (nicht gezeichneten) Magnetpolen rotirt.

Indem in dem zweiten Spiralenpaar der Strom ansteigt, während er in dem ersten verschwindet, combiniren sich die Wellen zu einer

Fig. 215.



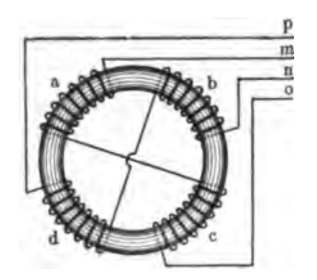
gemeinsamen, die einem allmählich sich vorschiebenden Strome entspricht. Auf diese Weise rotirt gewissermaassen die Stromwirkung. Der Strom wird deshalb auch von v. **Dolivo-Dobrowolski Drehstrom**, das Magnetfeld desselben **Drehstromfeld** genannt.

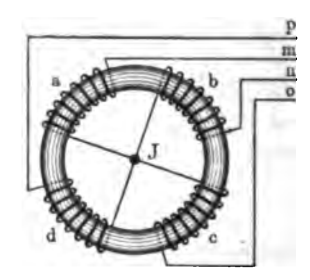
Da bei dieser Anordnung die einzelnen Spiralenpaare getrennt wirken, wird ein solcher Drehstrom als elementarer Drehstrom bezeichnet. Derselbe ist u. A. im Jahre 1887 von **Tesla**, **Bradley**, **Haselwander** und **Wenström** benutzt worden.

Noch verschiedene andere Verbindungen der Spiralen sind in ähnlicher Weise verwendet worden. Z. B. werden bei dem Zweiphasensystem

(Fig. 216) die Ströme von einem gemeinsamen Centrum *J* auf die Spiralen *abc* zu den Leitungen geführt (Stromsystem), oder die Spiralen werden (Fig. 217) hinter einander verbunden und die Leitungen von ihren Verbindungsstellen abgeleitet (Netzsystem).

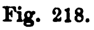
Fig. 216.

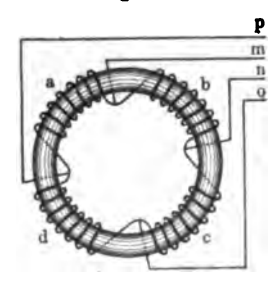


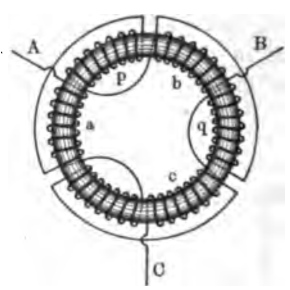


Ferner werden beide Systeme combinirt (Fig. 218). Durch diese Combinationen kann das Drehfeld, welches bei der oben erwähnten

Fig. 217.







elementaren Drehstromanordnung nicht während der ganzen Rotation constant ist, überall gleich stark gemacht werden. Dies ist namentlich von v. Dolivo-Dobrowolski bei Einrichtung für viele Phasen, indess unter Ableitung durch nur drei Fernleiter, geschehen [1]).

801 In neuerer Zeit hat man bei den magnetelektrischen Maschinen, namentlich für technische Zwecke, z. B. zur Erzeugung des elektrischen Lichtes und für galvanoplastische Zwecke, in doppelter Weise eine stärkere Wirkung erzielt.

Einmal hat man die durch eine Magnetelektrisirmaschine (von ähnlicher Construction wie die von Siemens angegebene) erzeugten Inductionsströme durch einen Commutator in gleicher Richtung um

---

[1]) Die eingehendere Betrachtung dieser Verhältnisse gehört der Technik an; in diesem nur theoretischen Werke mussten wir uns nothgedrungen auf obige ganz kurze Andeutungen beschränken. Wir verweisen deshalb auf das eingehende Werk von Sylvanus P. Thompson, Polyphase Electric currents and alternate-current Motors. London, New-York, E. and F. N. Spon and Chamberlain, 1895.

einen Elektromagnet geleitet, wodurch letzterer einen starken Magnetismus annahm, und zwischen den Polen desselben einen mit einer Spirale umwundenen Anker rotiren lassen, dessen Inductionsströme viel kräftiger sind, als die durch die Stahlmagnete direct inducirten Ströme.

Man könnte selbstverständlich diese letzteren Inductionsströme zur Erzeugung eines dritten Elektromagnetes verwenden, der in einem seinen Anker umgebenden Drahtgewinde wiederum Inductionsströme erzeugte u. s. f. Der Gedanke zu dieser Verstärkung ist schon vollkommen klar von Sinsteden[1]) im Jahre 1851 ausgesprochen worden.

Dieses System ist zuerst bei einer Maschine von Wilde[2]) benutzt worden, und dann auch bei den Maschinen von W. Siemens für Wechselströme und denen von v. Hefner-Alteneck[3]) für continuirliche Ströme.

802 Von viel grösserer Wichtigkeit ist das zweite, fast gleichzeitig von Werner Siemens[4]), Wheatstone[5]) und Anderen[6]) zur Anwendung gebrachte Princip, nach welchem man vor einem Elektromagnet einen Anker mit Drahtspirale rotiren lässt, die in letzterer erzeugten Inductionsströme durch einen Commutator gleich richtet und sie nun in einer solchen Richtung um den Elektromagnet selbst leitet, dass dadurch seine Polarität verstärkt wird. Besitzt hierbei das Eisen des Elektromagnetes von vornherein einen schwachen Magnetismus, den man etwa durch Berühren mit Stahlmagneten, einmaliges Herumleiten eines constanten Stromes u. s. f. hervorbringen kann, so wird derselbe auch ohne Mitwirkung äusserer magnetisirender Kräfte durch die Inductionsströme des mit einer Spirale versehenen, rotirenden Ankers stärker magnetisirt. Indem sich so wiederum seine inducirende Wirkung steigert, wächst allmählich sein Moment und die Stärke der Inductionsströme bis zum Maximum an[7]). Man nennt die derartig construirten Maschinen dynamoelektrische Maschinen.

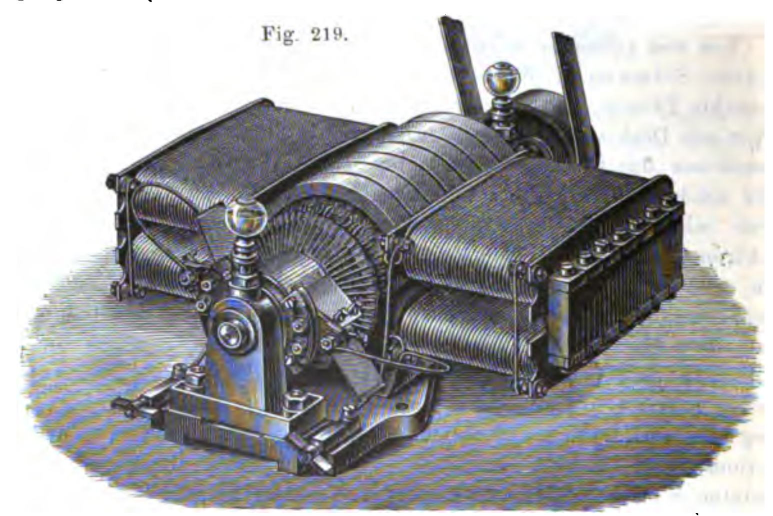
803 Wir beschreiben hier nur kurz zwei Hauptformen dieser Maschinen. In den dynamoelektrischen Maschinen von Siemens liegen zwei

---

[1]) Sinsteden, Pogg. Ann. 84, 186, 1851. — [2]) Wilde, Phil. Trans. 1867, p. 89. Phil. Mag. [4] 34, 81, 1867. Carl's Repert. 3, 186, 1867. — [3]) v. Hefner-Alteneck, Elektrotechn. Zeitschr. 2, 162, 1881. — [4]) Werner Siemens, Monatsber. d. Berl. Akad. 17. Jan. 1867. Proc. Roy. Soc. 14. Febr. 1867. Pogg. Ann. 130, 332, 1867. Carl's Repert. 3, 179. — [5]) Wheatstone, Proc. Roy. Soc. 14. Februar 1867. Carl's Repert. 3, 190. Arch. Nouv. Ser. 29, 70. — [6]) Murray, Engineer 1866, Juli 20; und auch Varley, Patent 1866, Dec. 24; vergleiche Phil. Mag. [4] 45, 439, 1873. Ebendaselbst die Beschreibung einer grösseren Maschine von Wilde; auch Carl's Repert. 9, 242. Eine der ersten nach diesem Princip construirten Maschinen von Ladd siehe Phil. Mag. [4] 33, 544, 1867. Carl's Repert. 3, 231 u. 376, 1867. — [7]) Indess hat Auerbach (Wied. Ann. 34, 172, 1888, die Einzelheiten gehören in das Gebiet der Technik) nachgewiesen, dass zur Erregung der Dynamomaschine nicht ein beliebig kleiner remanenter Magnetismus bei jeder Drehungsgeschwindigkeit genügt, wie man früher annahm, sondern dass letztere eine bestimmte Umlaufszahl übersteigen muss, die wieder mit dem wachsenden remanenten Magnetismus abnimmt.

hufeisenförmige Elektromagnete, Fig. 219, zu beiden Seiten eines rotirenden Inductors mit ihren gleichnamigen Polen einander gegenüber. Sie sind durch eine Anzahl kreisbogenförmig gebogener Eisenlamellen mit einander verbunden, welche mithin die eigentlichen Pole darstellen und den zuerst im Jahre 1872 von v. Hefner-Alteneck construirten Cylinderinductor umfassen. Derselbe besteht aus einem Cylinder von Eisendrähten, um welchen der Länge nach Drahtwindungen gelegt sind, deren Enden je mit zwei diametral gegenüberstehenden longitudinalen, auf der Axe isolirt befestigten Messingstreifen verbunden sind, gegen welche zwei um 180° von einander entfernte breite Federn schleifen. Da hierbei in je zwei diametral gegenüberliegenden Drähten des Inductors entgegengesetzt (z. B. von vorn nach hinten und von hinten nach vorn)

Fig. 219.



gerichtete Ströme inducirt werden, so addiren sie sich in denselben, wenn sie zu einer Windung vereint sind, und so durchfliessen alle Inductionsströme die zwischen den Schleiffedern eingeschaltete Leitung in derselben Richtung, und zwar, wenn auch nicht immer in ganz gleicher Intensität, so doch mit nur kleinen Schwankungen. In diese Leitung werden zugleich die Drahtwindungen der Elektromagnete eingeschaltet.

Je nachdem man grössere oder geringere äussere Widerstände zu überwinden hat, werden viele Windungen von relativ dünnerem Draht oder wenigere von dickerem Draht, auch, z. B. für galvanoplastische Zwecke, Windungen von dicken Kupferstäben von rechteckigem Querschnitt über dem Elektromagnet verwendet [1]).

---

[1]) Die specielle Beschreibung der sehr sinnreichen Anordnung der Windungen und ihrer Verbindung mit den Metalleinlagen des Conductors gehört nicht hierher. Abgeänderte Formen dieser dynamoelektrischen Maschinen siehe in den oben erwähnten Werken.

Ebenso wird bei der Gramme'schen Maschine das dynamoelektrische Princip verwendet. Fig. 220 giebt ein Bild derselben. Die Elektromagnete liegen horizontal; ihre Polarität ist in der Uebersichts- 804

Fig. 220.

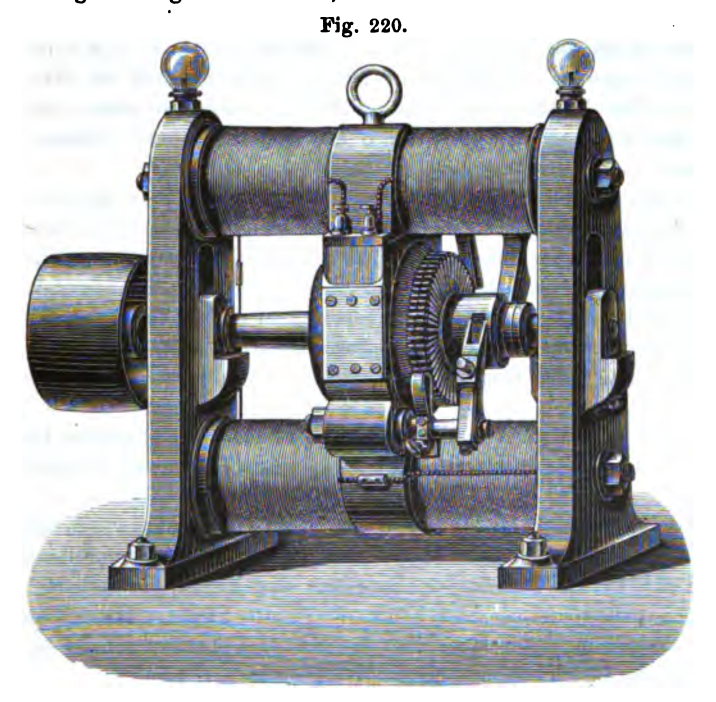
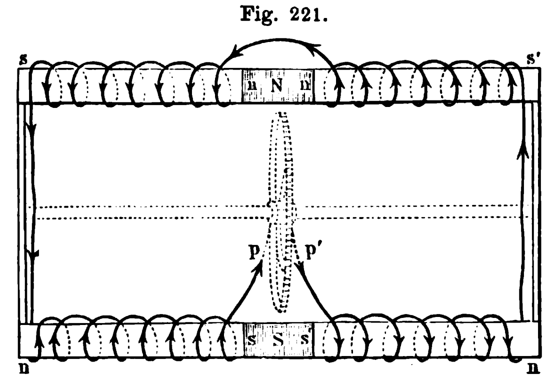


Fig. 221.



figur 221 angegeben [1]), in der zugleich die Zuführung des Stromes zu denselben durch die Schleiffedern p und p' angedeutet ist.

[1]) Eine directe Untersuchung der Induction im Pacinotti-Gramme'schen Ring durch Drehung einer kleinen, auf einem Holz- oder Eisenring befestigten Spirale zwischen Magnetpolen von Isenbeck, s. Elektrotechn. Zeitschr. 4, 337, 361, 1883; Beibl. 7, 921.

805 Die Maschinen, in denen der ganze Strom der Ankerwindungen die Elektromagnete umfliesst, die Reihenmaschinen, haben einen Uebelstand. Wird in ihrem Stromkreise eine elektromotorische Kraft erzeugt, z. B. ein Accumulator geladen, dessen elektromotorische Kraft bis zu einem der Kraft der Maschine gleichen Maximum steigt, und vermindert sich durch irgend einen Grund die letztere, so kehrt sich der Strom um, der Strom des Accumulators und der Maschine addiren sich in gleichem Sinne, der Strom wächst und kann die Maschinen und Accumulatoren schädigen.

Bei den Nebenschlussmaschinen wird der inducirte Strom in den Ankerwindungen in zwei parallele Zweige getheilt, von denen nur der eine, der Nebenschlusskreis, um den Magnet herumgeleitet wird. Die in diesem Zweige geleistete Arbeit, welche als Wärme auftritt, ist für die äussere Leistung der Maschine verloren. Eine solche Maschine liefert eine annähernd constante elektromotorische Kraft, wenn der Anker einen geringen Widerstand besitzt, innerhalb ziemlich weit reichender Stromstärken.

Besser wird diese Aufgabe, welche z. B. für die elektrische Beleuchtung wesentlich ist, durch die Verbund- oder Compoundmaschinen erreicht.

Man kann nach M. Deprez den Strom der Ankerwindungen und gleichzeitig den Strom einer äusseren unabhängigen Stromquelle um die Magnetschenkel leiten. Ist der Quotient der durch die Selbsterregung erzeugten elektromotorischen Kraft durch die Stromstärke gleich dem inneren Widerstand der Maschine, so bleibt bei Aenderung der äusseren Widerstände die elektromotorische Kraft constant.

Perry schaltet in den Stromkreis einer Reihenmaschine noch eine kleine Magnetelektrisirmaschine ein.

Brush leitet um die Magnetschenkel den ganzen Ankerstrom, dann aber noch einen den Contactstellen der Maschine entnommenen Zweigstrom u. s. f.

806 Die Intensität der durch die Magnetelektrisirmaschinen und elektrodynamischen Maschinen inducirten Ströme ist, ausser von den unveränderlichen Constructionsbedingungen einer jeden, abhängig von der Geschwindigkeit der Drehung des Ankers, von dem Widerstand der Leitung, von der Stellung des Commutators. Wir haben diese Bedingungen bereits in der Theorie der Wechselströme im Allgemeinen betrachtet, wollen sie indess hier noch besonders in Bezug auf die einfache Magnetelektrisirmaschine (§. 768, Fig. 202) behandeln. Dies ist zuerst von W. Weber[1]) geschehen.

1. Einfluss der Drehungsgeschwindigkeit des Ankers. Da die Anzahl der Polaritätswechsel des Ankers proportional mit der

[1]) W. Weber, Resultate des magn. Vereins 1838, S. 118.

Drehungsgeschwindigkeit zunimmt, so müsste die in der Inductionsspirale in gleichen Zeiten inducirte Stromintensität der Drehungsgeschwindigkeit direct proportional sein. Dem ist aber nicht so, wie W. Weber zunächst durch einen einfacheren Apparat nachwies. Ein Eisenstab von 71 mm Länge und 29 mm Durchmesser wurde diametral durch eine kugelförmige Holzbüchse gesteckt, und dieselbe in einer gegen den Eisenstab äquatorial gelegenen Rinne mit Draht umwunden. Die Kugel mit dem Stabe konnte vermittelst einer Zahnradverbindung um eine in der Aequatorialebene liegende, horizontale und auf dem Eisenstabe senkrechte Axe gedreht werden. Auf die Axe war ein der Länge nach durchschnittener Metallcylinder geschoben, dessen beide Hälften mit den Enden des Drahtes in der Rinne verbunden waren. Federn, welche gegen den Cylinder schleiften, führten zu einem Multiplicator, dessen Windungen in ostwestlicher Richtung einen in gleicher Richtung bifilar aufgehängten Magnetstab umgaben. — Der Eisenstab mit der Holzbüchse wurde unter Einfluss des Erdmagnetismus einmal für sich in Rotation versetzt und sodann, indem sich vor beiden Seiten desselben zwei Magnetstäbe in grösserem oder geringerem Abstande befanden. Vermittelst der Spiegelablesung wurde die Ablenkung des bifilar aufgehängten Magnetstabes bestimmt, welche der Intensität der erzeugten Inductionsströme entspricht.

Der Metallcylinder auf der Rotationsaxe war so gestellt, dass bei jedem Wechsel der Richtung der Inductionsströme die Federn auf die entgegengesetzten Hälften desselben übertraten, und so im Multiplicator die Stromesrichtung constant blieb. Bezeichnet man die Intensität des bei einer halben Umdrehung des Eisenstabes (bei einem Wechsel seiner Polarität) inducirten Stromes nach Abzug des durch die Drehung der Holzbüchse ohne Eisenstab inducirten Stromes bei einer gegebenen Drehungsgeschwindigkeit mit I, so betrug dieselbe bei doppelter Drehungsgeschwindigkeit weniger, nämlich:

Magnetisirung	Wechsel der Polarität in der Secunde 20	40
durch die 457,5 mm entfernten Magnetstäbe	$I = 1$	0,89
„ „ 58,5 „ „ „	$I = 1$	0,765

Dasselbe Verhalten zeigte sich auch an einer grösseren Stöhrer'schen Magnetelektrisirmaschine mit drei verticalen Hufeisenmagneten (§. 768). Als W. Weber[1]) bei dieser die Drehungsgeschwindigkeit der Anker vermehrte und durch Einstellung des Commutators alle Inductionsströme in gleicher Richtung durch eine Drahtrolle leitete, welche östlich oder westlich von dem Halbirungspunkte der Axe des Magnetes eines Spiegelmagnetometers aufgestellt war, ergab sich die Ablenkung des Magnetes:

[1]) W. Weber, Pogg. Ann. 61, 431, 1844.

Zahl der Wechsel n in der Secunde . . .	27,90	33,48	44,64
Ablenkung i	89,15	95,26	101,645

Aus diesen Beobachtungen folgt

$$i = \frac{5{,}74435\,n}{1 + 0{,}01939\,n + 0{,}00033\,n^2},$$

so dass sich bei einer Anzahl von 55 Wechseln ein Maximum von $i = 103{,}1$ ergeben müsste. — Dasselbe Resultat beobachtete Lenz [1]) bei Einschaltung eines Voltameters oder Galvanometers in den Schliessungskreis der Spiralen eines Stöhrer'schen Apparates mit drei Magneten.

2. Einfluss des Widerstandes der Leitung. Verbindet man die Inductionsspiralen der Anker hinter oder neben einander oder schaltet in ihren Schliessungskreis ausserhalb verschiedene Widerstände ein, so bemerkt man zunächst bei ungeänderter Stellung des Commutators eine Zunahme der elektromotorischen Kraft der inducirten Ströme mit der Zunahme des Widerstandes. Die elektromotorische Kraft einer Magnetelektrisirmaschine ist daher nicht ohne Weiteres mit der einer gewöhnlichen galvanischen Säule zu vergleichen [2]).

3. Einfluss der Stellung des Commutators. Sucht man durch den Commutator die Richtung aller Inductionsströme beim Annähern und Entfernen des Ankers von den Magnetpolen gleich zu machen und misst ihre Intensität an einem Galvanometer, so steigt die letztere, wenn man den Commutator so verschiebt, dass er erst einige Zeit nach dem Vorbeigang des Ankers vor den Magnetpolen die Verbindung der Inductionsrollen mit der Leitung wechselt. Diese Verstellung des Commutators entgegen dem Sinne der Rotation des Ankers muss bei wachsender Drehungsgeschwindigkeit desselben immer grösser sein, um jedesmal das Maximum der Stromintensität zu erhalten. — So musste z. B. Lenz [3]), wie die folgende Tabelle zeigt, den Commutator seines Inductionsapparates um t^0 verschieben, um bei der Umdrehungszahl n des Ankers in der Minute das Maximum i der Stromintensität zu erhalten, während bei der Nullstellung des Commutators, in welcher er gerade beim Vorbeigang des Ankers vor den Magnetpolen die Stromesrichtung wechselte, die Intensität sich gleich i_0 ergab:

n	140	270	413	528	644
t	9^0	12^0	12^0	12^0	15^0
i	9,17	21,12	27,22	30,46	32,85
i_0	8,41	19,73	24,81	26,71	28,71

Hiernach nimmt selbst bei richtiger Einstellung des Commutators die elektromotorische Kraft der inducirten Ströme nicht proportional der Drehungsgeschwindigkeit zu, sondern nähert sich allmählich einem Maxi-

---

[1]) Lenz, Pogg. Ann. 76, 494, 1849. — [2]) Jacobi, Bullet. de St. Petersb. 5, 97. Pogg. Ann. 69, 198, 1846; vergl. auch Lenz, l. c. und Pogg. Ann. 92, 128, 1854. — [3]) Lenz, Pogg. Ann. 76, 519, 1849.

mum, welches um so schneller erreicht wird, je geringer der Widerstand des Schliessungskreises, also je grösser die Stromintensität in demselben ist. — Dieses Resultat hat auch Koosen[1]) durch mehrfache Versuche bestätigt.

Die richtige Einstellung des Commutators ist besonders zu beachten, wenn man durch die inducirten Ströme eine constante Ablenkung der Magnetnadel oder eine starke Wasserzersetzung erhalten will, da bei falscher Stellung die beiden Gase zum Theil an derselben Elektrode erscheinen und sich wieder vereinen. Ebenso wird bei der Elektrolyse von Kupfervitriollösung u. s. f. (zu Zwecken der Galvanoplastik) in diesem Falle das an der einen Elektrode abgeschiedene Kupfer zum Theil durch den nachher daselbst ausgeschiedenen Sauerstoff oxydirt und dadurch brüchig[2]). — Auch wenn man Wärmeerscheinungen durch den stets in gleicher Richtung fortgeleiteten Inductionsstrom hervorbringen will, ist die Stellung des Commutators nicht zu vernachlässigen, da, wenn der Strom unterbrochen wird, während er nicht Null ist, ein Theil seiner Wirksamkeit verloren geht[3]).

807 Der Grund dieser Erscheinungen kann ein doppelter sein: einmal, wie unter Anderen Sinsteden[4]) meinte, dass die Eisencylinder der Anker eine gewisse Zeit brauchten, um ihren Magnetismus zu wechseln, so dass, wenn z. B. der Commutator die Stromverbindung in dem Moment umkehrt, in welchem der Anker bei dem Magnetpol vorbeigeht, also die Annäherung in eine Entfernung, das Anwachsen des Magnetismus in eine Abnahme, die Richtung des Inductionsstromes in die entgegengesetzte übergehen sollte, der Anker noch nicht das Maximum des Magnetismus angenommen hätte, sondern dies erst einige Zeit nachher einträte, wenn derselbe sich schon wieder von dem Pol entfernt hätte. Da indess die Anker sich hier sehr dicht an den magnetisirenden Polen befinden, so ist die zu ihrer Magnetisirung erforderliche Zeit nach den Versuchen von Beetz (vergl. §. 284 u. flgde.) jedenfalls sehr klein. Auch würde, wenn dies der überwiegende Grund der betrachteten Erscheinungen wäre, eine Aenderung des Widerstandes der Schliessung der Inductionsrollen keinen Einfluss auf die inducirte elektromotorische Kraft ausüben.

Der Hauptgrund der Erscheinungen beruht, wie von Lenz richtig erkannt worden ist, in der Rückwirkung der in den Spiralen inducirten Ströme auf den Magnetismus der Eisenkerne, welche somit nicht den ganzen Magnetismus erhalten, den sie in jeder Lage annehmen würden, wenn sie sich im Ruhezustande befänden, wie wir dies schon §. 328 behandelt haben.

---

[1]) Koosen, Pogg. Ann. 87, 386, 1852. — [2]) Jacobi, Bullet. de St. Petersb. 5, 318, 1846. — [3]) Ueber die Commutatorstellung bei elektrodynamischen Maschinen s. auch G. Stern, Wied. Ann. 26, 607, 1885. — [4]) Sinsteden, Pogg. Ann. 84, 181 u. flgde., 1851.

808 Werden Magnete in der Nähe von geschlossenen Stromkreisen bewegt, in denen sie Ströme induciren, welche ihrer Bewegung entgegenwirken, so muss die in den Stromkreisen erzeugte Wärmemenge der zur Bewegung der Magnete verwendeten Arbeit entsprechen, vorausgesetzt, dass in den Magneten selbst nicht Wärmewirkungen, sei es durch Inductionsströme, sei es durch Reibung ihrer Molecüle an einander, bei etwaigen Veränderungen ihrer Magnetisirung auftreten, die Magnete also als unveränderlich zu betrachten sind. Dasselbe ergiebt sich bei Bewegung der Stromkreise vor den ruhenden Magneten. — Auf diese Weise hat Leroux[1]) eine grosse Magnetelektrisirmaschine, in welcher viele, an einer Axe befestigte Spiralen vor Hufeisenmagneten rotirten, in Bewegung gesetzt, indem er um die Rotationaxe eine mit Gewichten belastete Schnur wand. Er bestimmte jedesmal die beim Hinabrollen derselben erzeugte Arbeit A, zuerst als die Inductionsspiralen nicht eine in sich vollendete Schliessung bildeten. Sodann wurde in den Schliessungskreis ihrer Leitungsdrähte eine kleine Platindrahtspirale eingefügt, welche in einem mit Wasser gefüllten Calorimeter lag, und wiederum die zur Drehung der Maschine erforderliche Arbeit A_1 und zugleich die in der Platinspirale entwickelte Wärmemenge W bestimmt. Da man den Widerstand des ganzen Schliessungskreises mit dem der Spirale verglichen hatte, konnte man auch die in ihm erzeugte totale Wärmemenge messen, welche dem Werthe $A_1 - A$ äquivalent sein musste. Die Erwärmung eines Grammes Wasser um 1° C. erforderte hiernach bei drei Versuchen eine Arbeit von 469,67, 462,23, 442, im Mittel von 458 kgm; eine etwas zu hohe Zahl, da auch in den Magneten der Maschine selbst ein Theil der Wärme erzeugt wurde, welche nicht berechnet war.

Wurde in den Schliessungskreis ein Voltameter mit Kupfersulfatlösung eingeschaltet, die sich zwischen einer negativen Platin- und zwei positiven Kupferelektroden befand, welche die Platinelektrode beiderseits umgaben, so wurde, abgesehen von der in dem Kreise erzeugten Wärme, in dem Voltameter für den Absatz jedes Grammes Kupfer eine Arbeit von 252 kgm verbraucht. Dieselbe war wohl in Folge der ungleichen Cohäsion des an der positiven Elektrode aufgelösten und an der negativen abgesetzten Kupfers verwendet worden.

809 Bei den dynamoelektrischen Maschinen sind analoge Betrachtungen anzustellen wie bei den magnetelektrischen, nur ist das magnetische Moment M des erregenden Magnetes von der Stromintensität i abhängig, wobei es sich einem Maximum nähert. Die Formel $M = ai/(b + ci)$ kann nach Frölich[2]) zur Darstellung dieser Annäherung dienen.

Dann sind zu betrachten 1) die Induction des festen Magnetes auf die rotirende Umwickelung; 2) die Inductionswirkung des magnetisch

[1]) Leroux, Ann. de Chim. et de Phys. 50, 473, 1857. — [2]) Frölich, Berl. Monatsber. 1880, S. 962. Elektrotechn. Zeitschr. 2, 134, 170, 1881; Beibl. 5, 542.

werdenden rotirenden Eisenkernes, dessen Pole im Raume ihre Stelle bewahren, auf dieselbe; 3) die Induction der einzelnen Abtheilungen der rotirenden Umwickelung auf die übrigen Leitertheile.

Wir wollen dabei mit Clausius[1]), welcher die einzelnen inducirenden Ursachen scharf aus einander gehalten hat, eine Construction der Maschine betrachten, bei der die zwei Contactfedern die rotirende Umwindung an zwei diametral gegenüberstehenden Stellen berühren und sie so in zwei Hälften theilen, durch welche beide neben einander der inducirte Strom den Contactfedern zuströmt. Die Umwindung sei in n einzelne Abtheilungen getheilt; ihre Umlaufszeit sei τ, ihre Umlaufszahl in der Zeiteinheit $v = 1/\tau$.

810 1) Induction durch den Elektromagnet in den Windungen. Ist das Potential des Elektromagnets, dessen Umwindungen wir als geschlossen ansehen können, so dass die bekannten Inductionsgesetze gelten, auf eine Abtheilung der rotirenden Umwickelung zur Zeit t gleich W, und ist dasselbe am Anfang und Ende eines während der Zeit von t_1 bis $t_1 + {}^1/_2\,\tau$ zurückgelegten halben Umlaufes gleich W' und W'', so ist, da die Stromesrichtung bei jeder halben Umdrehung in der äusseren Leitung durch den Commutator umgekehrt wird, sich also die Inductionswirkungen während der ganzen Umdrehung addiren, die während derselben in jener Abtheilung inducirte elektromotorische Kraft

$$-\frac{2}{\tau}\int\limits_{t_1}^{t_1+\frac{1}{2}\tau}\frac{dW}{dt} = \frac{2}{\tau}(W' - W'') = 2v\,(W' - W'').$$

Da die n Abtheilungen zwei neben einander laufende Parallelleitungen bilden, so ist die in allen zusammen während eines Umlaufes inducirte elektromotorische Kraft

$$E_1 = \frac{n}{2}\cdot 2v\,(W' - W'') = nv\,(W' - W'').$$

811 2) Die Induction des bewegten Leiters auf den festen Leiter ist bei jeder Umdrehung insgesammt gleich Null, da sich die bei der Bewegung und bei den Umkehrungen der Stromesrichtung inducirten elektromotorischen Kräfte gegenseitig aufheben.

3) Beim Vorbeigang bei den Contactfedern tritt jede Leiterabtheilung von der einen Hälfte der drehbaren Umwickelung in die andere über, wobei sie während der Berührung mit der Feder in sich geschlossen ist.

---

[1]) Wir beschränken uns auch hier, der wesentlich technischen Interessen wegen, auf kurze Andeutungen und erwähnen insbesondere um des historischen Interesses willen die Arbeiten von Clausius, Wied. Ann. **20**, 353, 1883. — Siehe hierbei eine Polemik zwischen Clausius (Elektrotechn. Zeitschr. **6**, 414, 1885; 515, 1886; Beibl. **4**, 396) und Frölich (ibid. **7**, 19); siehe auch eine Polemik zwischen Lorberg (Wied. Ann. **30**, 389; **32**, 521, 1887) und Clausius (Wied. Ann. **31**, 302, 1887).

Sowohl während dieser letzteren Zeit, wie beim Uebertritt in die zweite Hälfte findet eine Stromänderung statt und beide bewirken eine Selbstinduction in der Abtheilung.

Der während der Schliessung durch die Feder in der Abtheilung auftretende Antheil derselben gelangt eben wegen des Schlusses nicht in die übrige Leitung; da die zu beiden Seiten der Abtheilung liegenden Abtheilungen in gleicher Weise von der ersteren inducirt werden, heben sich auch diese Wirkungen auf.

Die Selbstinduction beim Uebertritt der betrachteten Abtheilung in die zweite Hälfte der drehbaren Umwickelung hat aber nach beiden Richtungen einen Einfluss; einmal, weil sie in die ganze geschlossene Leitung eingetreten ist, sodann, weil auch die ihr zu beiden Seiten befindlichen Nachbarabtheilungen sich nicht ganz gleich verhalten, da die eine durch die Contactfeder in sich geschlossen ist, die andere in der Gesammtleitung liegt. Es ist also nur die Induction in letzterer zu berücksichtigen. Diese Inductionswirkungen sind im Allgemeinen der Intensität i des Stromes in beiden Hälften und der Drehungsgeschwindigkeit proportional; also die ihnen entsprechende elektromotorische Kraft für den ganzen rotirenden Leiter $E_2 = -\varrho i v$, wo ϱ eine Constante ist.

Demnach ist die gesammte inducirte Kraft bei einer Umdrehung $E = E_1 + E_2 = n(W' - W'')v - \varrho i v$. Da die Potentiale W' und W'' der Länge jeder Abtheilung, also $1/n$ proportional sind, so ist E_1 von n fast unabhängig. Dagegen ist ϱ dem Quadrate der Länge jeder Abtheilung, also $1/n^2$ proportional. Da n Abtheilungen vorhanden sind, so ist mithin E_2 nahezu $1/n$ proportional. Da sich ferner E_2 von E_1 subtrahirt, so muss n möglichst gross gemacht werden, um eine möglichst starke elektromotorische Kraft zu erhalten.

812 Die während der Zeiteinheit von der elektromotorischen Kraft E geleistete Arbeit ist

$$E \,.\, i = n i (W' - W'')v - \varrho i^2 v.$$

Der erste Theil dieser Arbeit der inducirten elektromotorischen Kraft lässt sich mit der ponderomotorischen Arbeit vergleichen, welche durch die elektromagnetische Kraft zwischen dem Magnet und der rotirenden Umwickelung geleistet wird. Fliesst durch die letztere der Gesammtstrom i, also durch jede Hälfte der Strom $^1/_2\, i$, so ist die Arbeit während eines halben Umlaufes einer einzelnen Abtheilung gleich $^1/_2\, i\,(W'' - W')$, also während der Zeiteinheit für die n Abtheilungen der ganzen Umwickelung gleich $T = n(W'' - W')iv$. So ist mit Hinzunahme der vorigen Gleichung

$$Ei = T - \varrho i^2 v \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Um den Werth T zu bestimmen, ist die Magnetisirung des vom rotirenden Gewinde umgebenen Eisenkerns zu betrachten. In demselben

werden durch die Pole des festen Magnetes und des Stromes im Gewinde zwei auf einander senkrechte Polaritäten P_1 und P_2 in (in Bezug auf erstere) axialer und äquatorialer Richtung erregt, welche Functionen der magnetischen Momente M und N derselben sind und im Allgemeinen durch die Formeln $CM/(1+\gamma M)$ und $CN/(1+\gamma N)$ wiedergegeben werden können, wo C und γ Constante sind. Unter der Annahme, dass sich N noch nicht dem Maximum nähert, kann $N = Bi$ gesetzt werden, wo B eine neue Constante ist.

Ist der Winkel zwischen P und der axialen Richtung gleich φ, so ist

$$P_1 = P\cos\varphi, \quad P_2 = P\sin\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Die Grösse der Resultante beider Polarisationen lässt sich durch die Formel $P = CQ/(1+\gamma Q)$ darstellen, wo $Q = \sqrt{M^2+N^2}$ ist und Clausius den Nenner durch $1+\beta i$ ersetzt, wo β eine neue Constante ist.

813 Ruht der Eisenkern, so wird auf die rotirende Abtheilung eine ponderomotorische Kraft ausgeübt, einmal vom rotirenden Magnet, welche der Drehung entgegenwirkt und gleich $-hMN$ gesetzt werden kann, dann von der auf der Axe der Abtheilung senkrechten Componente P_1 der Magnetisirung des festen Kerns, welche gleich $-kNP_1$ zu setzen ist. Die von der ponderomotorischen Kraft geleistete Arbeit ist also

$$T = -hMNv - kNP_1v \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

welcher Werth in die Gleichung 1) einzuführen ist.

Rotirt der Eisenkern langsam mit der Spirale, und nimmt man zunächst an, dass seine Polarität in jedem Moment die gleiche wäre, wie wenn er ruhte, so verschiebt sich dieselbe gegen die einzelnen Theile der rotirenden Spirale in gleicher Weise, wie wenn die Spirale allein rotirte; die Arbeit der inducirten elektromotorischen Kraft ist also die gleiche, wie vorher.

Bei Berechnung der hiermit zu vergleichenden ponderomotorischen Arbeit ist zu bedenken, dass, wenn Magnet und Umwickelung des Eisenkerns fest sind, und nur der Eisenkern drehbar, letzterer in Ruhe bleibt, so dass die auf ihn vom Magnet und von ihm auf die Umwickelung ausgeübten Drehungsmomente gleich und entgegengesetzt sind. Die direct gleich $k'MP_2v$ zu setzende Arbeit bei der Rotation des Eisenkerns mit der Spirale durch die Einwirkung des festen Magnetes ist also gleich der früher gefundenen $-kNP_1v$. Ersetzt man hier P_2 und P_1 durch die Werthe aus Gleichung 2), so wird $k = k'$.

814 Bei schneller Rotation verändert sich einmal der Winkel φ zwischen der magnetischen Axe des Eisenkerns und der Verbindungslinie der Pole des festen Magnetes proportional der Drehungsgeschwindigkeit, so dass er $\varphi' = \varphi + \varepsilon v$ wird; auch nimmt die Stärke der Pole in ähnlichem Verhältnisse ab, so dass nun die Resultante der Magnetisirung

$P' = P \cos \varepsilon v$ wird und die Componenten in axialer und äquatorialer Richtung bei Entwickelung in eine Reihe $P'_1 = P' \cos \varphi' = P(\cos \varphi - \varepsilon v \sin \varphi)$ und $P'_2 = P' \sin \varphi' = P(\sin \varphi + \varepsilon v \cos \varphi)$ sind.

In Folge der bei schneller Bewegung der Maschine auftretenden, ε enthaltenden Glieder wird die zur Erzeugung eines galvanischen Stromes von bestimmter Intensität zu verwendende äussere Arbeit vermehrt.

Ferner entstehen durch die Induction in der Eisenmasse elektromotorische Kräfte, welche darin geschlossene Bahnen finden, wenn dieselben nicht zweckmässig zertheilt ist. Diese Ströme haben einmal selbst ein magnetisches Moment $(P)_a$; sodann vermehren sie das vorhandene Moment des Eisens um das Moment $(P)_b$, welche beide auf der Axe des früheren Momentes senkrecht stehen. Die Werthe derselben lassen sich durch $\eta v Q$ und $D \eta v Q/(1 + \beta i)$ darstellen; um ihre Componenten nach der axialen und äquatorialen Richtung zu erhalten, ist ihre Summe mit $\sin \varphi$ und $\cos \varphi$ zu multipliciren. Werden die Werthe für $\sin \varphi$ und $\cos \varphi$ hier eingeführt, und setzt man $\varepsilon' = \varepsilon + D\eta / C$, so werden sie

$$P''_1 = \frac{C}{1 + \beta i} (M - \varepsilon' v N) - \eta v N$$

$$P''_2 = \frac{C}{1 + \beta i} (N + \varepsilon' v M) - \eta v M.$$

In der Gleichung 1) ist in T, wenn der Eisenkern rotirt, statt NP_1 der Werth MP_2 zu setzen (s. oben); dann wird bei Vertauschung von P_1 und P_2 mit P''_1 und P''_2, wenn noch $M = Ai/(1 + \alpha i)$ und wie oben $N = Bi$ gesetzt wird:

$$T = \frac{AB}{1 + \alpha i}\left[\left(h + \frac{kC}{1 + \beta i}\right) v + \frac{kA^2}{(1 + \alpha i)^2}\left(\eta + \frac{\varepsilon' C}{1 + \beta i}\right) v^2\right] i^2 \quad . \quad . \quad 4)$$

$$E = \frac{AB}{1 + \alpha i}\left[\left(h + \frac{kC}{1 + \beta i}\right) v - \varrho v - kB^2\left(\eta + \frac{\varepsilon' C}{1 + \beta i}\right) v^2\right] i \quad . \quad . \quad 5)$$

Hat die ganze Schliessung den Leitungswiderstand R, so ist die Stromintensität $i = E/R$.

Die Gleichung 5) ist nach i quadratisch, durch Ableitung aus einer cubischen entstanden, so dass ausser der, für alle Werthe von v positive Werthe von i gebenden Wurzel auch die Wurzel $i = 0$ Geltung hat. Dieser Werth gilt für kleine Drehungsgeschwindigkeiten, wo die Maschinen „todte Touren" machen.

815 Ist eine dynamoelektrische Maschine auf das Maximum ihrer Leistung gekommen, wo also das Moment der Eisenmassen constant wird, so gilt dann ebenso, wie bei der Magnetelektrisirmaschine, das Ohm'sche Gesetz. Dies ist durch mehrfache Versuche bewiesen, bei denen man zugleich, entsprechend dem Anwachsen des Magnetismus bei grösseren Wider-

ständen, eine anfangs schnellere, später langsamere Zunahme der Ströme bis zum Maximum beobachtete[1]).

816 Die Untersuchung der Leistungen einer Magnetelektrisirmaschine oder dynamoelektrischen Maschine ergiebt sich ohne Weiteres. Zuerst lässt man sie ohne Schliessung des Inductionskreises verschieden schnell umlaufen und bestimmt durch einen Zaum, bezw. durch Aufwinden von Gewichten die zu ihrer Drehung erforderliche Arbeit, welche also zur Ueberwindung der Reibungswiderstände u. s. f. verwendet wird. Dann bestimmt man die Arbeit bei Einschaltung verschiedener Widerstände, nachdem man vorher nach bekannten Methoden den Widerstand der Drahtleitung der Maschine selbst gemessen hat. Auch misst man die Intensität der Ströme hierbei, bei gleicher Richtung derselben durch ein Galvanometer (ein Torsionsgalvanometer oder dergl. m.), bei abwechselnder Richtung durch ein (Torsions-) Dynamometer, und erhält durch Multiplication der Intensitäten mit den Gesammtwiderständen die jedesmal inducirten elektromotorischen Kräfte.

Man kann auch bei gleichgerichteten Strömen die Enden des geöffneten Inductionskreises mit den Quadrantenpaaren eines grossen Thomson'schen Elektrometers verbinden und so die Potentialdifferenz an seinen beiden Enden messen. Alterniren die Ströme, so verbindet man das eine Quadrantenpaar und die Nadel mit dem einen oder anderen Pole des andererseits abgeleiteten Inductionskreises. Die Ablenkung entspricht dann dem mittleren Werthe der Quadrate der Potentialwerthe an dem nicht abgeleiteten Ende[2]). Diese Methode kann auch für gleichgerichtete Ströme verwendet werden.

Ist in den Schliessungskreis der Maschine eine Unterbrechungsstelle eingefügt, an welcher der Strom in Form eines Lichtbogens übergeht (eine elektrische Lampe), so kann man durch eine gleiche Verbindung ihrer Elektroden mit dem Elektrometer die Potentialdifferenz e daselbst bestimmen. Eventuell kann man auch die Elektroden mit einer ein Galvanometer oder Dynamometer enthaltenden Schliessung von so grossem Widerstande r verbinden, dass dagegen der Widerstand an der Unterbrechungsstelle verschwindet. Die aus der Ablenkung berechnete Stromintensität sei i, dann ist wiederum die elektromotorische Kraft an den Elektroden $e = ir$.

Indess genügen diese Bestimmungen noch nicht, über den Werth einer Maschine Aufschluss zu geben. Treten die secundären Wirkungen in den Hintergrund, so ist meist die Nutzleistung auch bei verschiedenen

---

[1]) Vergl. u. A. Hagenbach, Arch. des Sc. phys. Nouv. Sér. 55, 255, 1876; Pogg. Ann. 158, 599, 1876. v. Waltenhofen, Wien. Ber. 80, 599, 1879. Hopkinson, On Elektric Lighting I., Proc. Inst. Mechanic. Engineers, London, 25. April 1879. Herwig, Wied. Ann. 7, 193, 1879. O. E. Meyer und Auerbach, Wied. Ann. 8, 494, 1880 u. s. f. Das Weitere gehört in das Gebiet der Technik. — [2]) Vergl. Joubert, Compt. rend. 91, 161, 1881; Beibl. 4, 683.

Constructionen der Maschinen nicht allzu verschieden. Um über die zweckmässigste Construction der Maschinen zu entscheiden, muss untersucht werden, ob die inducirten Theile cet. par. möglichst starken magnetischen Kräften ausgesetzt sind, d. h. ob bei dem geringsten Aufwand von Draht u. s. f. dieselben so construirt sind, dass das Maximum der elektromotorischen Kraft erreicht ist. Dazu bedarf es der Untersuchung des Magnetfeldes der Maschinen, sowohl im Ruhezustande, als auch bei der Bewegung. Im Allgemeinen lässt sich dies durch Entfernen von kleinen, mit einem Galvanometer verbundenen Inductionsspiralen aus den verschiedenen Theilen des Magnetfeldes erreichen.

III. Elektromagnetische Motoren.

817 Schon Bd. III, §. 208 haben wir Apparate beschrieben, bei welchen durch Anziehung von beweglichen Elektromagneten durch feststehende Stahl- oder Elektromagnete die ersteren in Rotation versetzt werden können. Als derartige Motoren können alle Magnetelektrisirmaschinen und dynamoelektrischen Maschinen dienen, wenn man durch ihre Drahtwindungen einen Strom leitet.

Für praktische Zwecke ist zur Erzeugung dieses Stromes die Anwendung einer gewöhnlichen galvanischen Säule unpraktisch, da sie zu kostbar wird; dasselbe gilt bisher von den Thermosäulen. Auch hat man die secundären Batterien oder Accumulatoren, welche man durch eine dynamoelektrische Maschine geladen hat, zum Treiben einer anderen Maschine an einem anderen Orte verwendet und so die Arbeitsleistung der ersteren daselbst verwerthet. Ueber die Zweckmässigkeit dieser Methode, welche ebenfalls bisher in vielen Fällen relativ zu hohe Kosten zu verursachen scheint, sind noch weitere Versuche anzustellen. Endlich hat man die Ströme einer dynamoelektrischen Maschine durch eine Drahtleitung zu einer zweiten derartigen Maschine geleitet, letztere in Bewegung gesetzt und zu Arbeitsleistungen verwendet und somit die Arbeit von einem Ort auf den anderen übertragen.

Die nähere Betrachtung dieses rein technischen Gebietes liegt vollständig ausserhalb des Rahmens dieses Werkes. Wir haben hier, wie es schon früher geschehen ist, nur im Allgemeinen die Verhältnisse zu betrachten, welche eintreten, wenn in einem Schliessungskreise ein elektromagnetischer Motor in Bewegung gesetzt wird.

818 Wird durch einen Strom eine elektromagnetische Bewegungsmaschine getrieben, so werden beim abwechselnden Oeffnen und Schliessen des Schliessungskreises oder bei der Umkehrung der Stromesrichtung in den die Elektromagnete umgebenden Drahtspiralen, bei der Annäherung und Entfernung der Magnete und Elektromagnete der Maschine zu und von einander in dem Schliessungskreise der Säule Ströme inducirt, welche die Intensität I des primären Stromes im Mittel auf den kleineren Werth i

reduciren. Ist der Widerstand der Schliessung R, so wird, wie in §. 93, die Nebenarbeit, die zum Theil auf die Bewegung der Maschine verwendet wird, durch die Formel $A_i = R(I - i)i$ ausgedrückt [1]).

Würden wir einen Draht vom Widerstande $R(I - i)/i$ in den Schliessungskreis der Säule einschalten, ohne dass der Strom sonst eine äussere Arbeit verrichtete, so würde gleichfalls die Stromintensität auf i reducirt werden und die in dem neu hinzugefügten Draht entwickelte Wärme wäre $1/\mathfrak{A} . R(I - i)i$, wo $\mathfrak{A}$ das mechanische Wärmeäquivalent ist, so dass also der hinzugefügte Draht gewissermaassen die elektromagnetische Maschine ersetzen könnte. Es würde indess eine unrichtige, nur zu Irrthümern führende Vorstellung sein, wollten wir nach dieser Analogie eine elektromagnetische Maschine, welche durch einen Strom bewegt wird, oder eine Spirale, in der Inductionsströme erregt werden, ohne Weiteres als einen äusseren Widerstand betrachten, welcher zu dem Widerstand der primären Schliessung hinzukommt [2]).

819 Es ist selbstverständlich, dass auch bei der Bewegung einer elektromagnetischen Maschine die gesammte, sei es als Wärme, sei es als Bewegung, durch den Strom geleistete Arbeit den zur Erzeugung desselben erforderlichen chemischen Processen äquivalent sein muss.

Dies hat Favre durch directe Versuche gezeigt, indem er in verschiedene, in ein Calorimeter A eingesetzte, unten geschlossene Muffeln eine Batterie von fünf Smee'schen Elementen mit amalgamirten Zink- und platinirten Platinplatten, und endlich in eine 18 cm tiefe, 12 cm weite Muffel eines zweiten Calorimeters B eine kleine elektromagnetische Bewegungsmaschine einsetzte. Um die Wärmeabgabe der letzteren zu befördern, waren ihre Eisenkerne nach der Angabe von Foucault statt mit Drahtspiralen, mit über einander geschichteten, auf einer Seite aufgeschnittenen Ringen von Blech umgeben, welche in der Art mit einander verlöthet waren, dass sie Schlangenwindungen bildeten. Die einzelnen Windungen waren durch dünne, isolirende Schichten von einander getrennt. Nur die Hauptaxe der Maschine ragte aus der Muffel hervor und stand durch einen Schnurlauf mit einer zweiten, zwischen Spitzen laufenden Axe in Verbindung, auf welche sich eine mit einem Gewicht belastete seidene Schnur aufwinden konnte. Es wurden folgende Bestimmungen gemacht.

1. Die Säule im Calorimeter A war in sich geschlossen. Die während der Entwickelung von 1 g Wasserstoff in ihr erzeugte Wärmemenge betrug 18 682 Wärmeeinheiten. — Fast dieselbe Wärmemenge (18 674) ergab sich, als die Säule durch sehr dicke Drähte geschlossen war, die nachher zu ihrer Verbindung mit der Maschine dienten.

---

[1]) Clausius, Arch. 36, 119, 1857. Soret, ibid., 123. Vergl. auch Leroux, ibid. 186; Compt. rend. 45, 414, 1857. — [2]) Favre, Compt. rend. 45, 56, 1857; vergl. auch Compt. rend. 46, 658, 1858.

2. Die Säule war mit der Maschine verbunden, letztere aber an ihrer Bewegung gehindert. Während der Entwickelung von 1 g Wasserstoff wurden erzeugt: In der Säule 16 448, in der Maschine 2219, in Summa also wiederum 18 667 Wärmeeinheiten.

3. Bei derselben Verbindung bewegte sich die Maschine, ohne indess ein Gewicht zu heben. Die Wärmemenge betrug in der Säule 13 888, in der Maschine 4769, in Summa 18 657 Wärmeeinheiten.

4. Endlich wurde bei derselben Verbindung durch die Maschine ein Gewicht gehoben, und dadurch eine Arbeit von 131,24 kgm geleistet. Nun betrug die Wärmemenge in der Säule 15 427, in der Maschine 2947, in Summa also nur 18 374 Wärmeeinheiten. Der Verlust an Wärme 18 682 — 18 374 = 308 Wärmeeinheiten entspricht aber fast genau der bei der Hebung des Gewichtes geleisteten Arbeit, welche äquivalent ist 131 240/423,5 = 309 Wärmeeinheiten.

Würde die elektromagnetische Maschine durch mechanische Hülfsmittel in entgegengesetztem Sinne bewegt, wie es durch den Einfluss des Stromes geschieht, so würde umgekehrt die Intensität des primären Stromes I durch die Inductionsströme vermehrt werden; die zur Bewegung der Maschine verwendete Arbeit würde dann in dem ursprünglichen Schliessungskreise eine Wärmemenge erzeugen, welche sich zu der durch die chemischen Processe der Säule gelieferten addirt. — Die Gesetzmässigkeit dieser Wärmeerzeugung giebt die oben angeführte Formel, wenn man in ihr nur i grösser als I setzt.

Matteucci[1]) hat ebenfalls in einer elektromagnetischen Maschine Anker vor Elektromagneten rotiren lassen, deren Magnetisirungsspiralen aus zwei parallel gewundenen Drähten bestanden. Der magnetisirende Strom wurde nur durch einen dieser Drähte geleitet, und das Gewicht bestimmt, welches durch die Maschine in einer bestimmten Zeit auf eine gewisse Höhe gehoben wurde, je nachdem der zweite Draht offen oder in sich geschlossen war. Im zweiten Falle war die so geleistete Arbeit um eine Grösse A kleiner, indem in dem zweiten Gewinde Extraströme entstanden. Matteucci bestimmte nun die in dem letzteren erzeugte Wärmemenge W durch ein Calorimeter; sie sollte der Arbeit A äquivalent sein. Es berechnete sich so das mechanische Wärmeäquivalent zu 438,96.

820 Der Wärmeverlust in einem Schliessungskreise, welcher durch eine Nebenarbeit des Stromes in demselben hervorgerufen wird, mag sie in der Erzeugung von Inductionsströmen oder in der Hin- und Hermagnetisirung von Eisen oder in der Bewegung einer elektromagnetischen Maschine bestehen, ist nicht allein auf die Theile der Leitung beschränkt, welche jene Wirkungen hervorbringen, sondern muss sich über den ganzen primären Schliessungskreis verbreiten, da die bei jenen Pro-

---

[1]) Matteucci, Compt. rend. 46, 1021, 1858; Ann. de Chim. et de Phys. 54, 297, 1858.

cessen erzeugten Inductionsströme ganz durch ihn hindurchgehen. Dies hat auch Soret[1]) nachgewiesen, indem er zwei Drahtspiralen, deren jede auf ein Messingrohr gewunden war, in zwei Calorimeter brachte. Die letzteren bestanden je aus einem, aus zwei concentrischen Cylindern gebildeten Messinggefäss, dessen ringförmiger Zwischenraum, in den die Spiralen eingesetzt waren, mit Terpentinöl gefüllt war. In den mit Luft erfüllten, inneren Hohlraum des einen Calorimeters wurde ein Eisencylinder gebracht und durch beide Spiralen ein oft unterbrochener Strom geleitet. — Die Temperatur des mit dem Eisencylinder versehenen Calorimeters stieg fast um $^1/_5$ stärker an, als die des anderen, obschon die durch einen continuirlichen Strom hervorgebrachten Erwärmungen in den beiden Calorimetern völlig gleich waren. — Wurden die Calorimeter aus Glas geformt, so war ein Unterschied in der Wärmeentwickelung nicht zu bemerken. Das stärkere Ansteigen in dem den Eisencylinder enthaltenden Calorimeter von Metallblech ist also durch die in letzterem inducirten Ströme bedingt. — Bringt man ebenso in zwei mit Terpentinöl gefüllte Calorimeter zwei Drahtspiralen und stellt in die eine derselben einen Eisencylinder, welcher sich gleichfalls in dem Terpentinöl befindet, so steigt wiederum, wenn ein continuirlicher, durch beide Spiralen geleiteter Strom in beiden Calorimetern gleiche Wärmemengen erzeugt, beim Durchleiten eines discontinuirlichen Stromes die Temperatur in dem den Eisencylinder enthaltenden Calorimeter stärker an, da jetzt die auf die Magnetisirung des Eisens verwendete Arbeit sich in demselben in Wärme umsetzt. Schiebt man zwischen die Spirale und den Eisenkern eine in sich geschlossene Röhre von Messingblech, so ist das Ansteigen der Temperatur in dem betreffenden Calorimeter noch bedeutender, da auch in der Röhre Inductionsströme entstehen. — Jedenfalls ist also die durch die Magnetisirung und die Inductionsströme indirect erzeugte Wärme nicht dem Theil des primären Schliessungskreises entzogen, welcher sie unmittelbar hervorbringt, da sonst in beiden Calorimetern die Wärmemengen gleich sein müssten.

821 Sehr hübsch kann man den Energieverlust beim Treiben eines Motors im Kreise einer Säule in folgender Weise zeigen: Schaltet man in den Schliessungskreis einer grossen Noë'schen oder Clamond'schen Thermosäule einen in einer evacuirten Glasglocke befindlichen Platindraht und eine Gramme'sche Maschine ein, so glüht bei richtigen Dimensionen der Draht, wenn die Maschine stillsteht, er wird dunkler, wenn sie sich bewegt. Wird die Maschine im Sinne ihrer Rotation durch den Strom schneller bewegt, so erlischt der Draht endlich ganz; dreht man die Maschine entgegen, so erglüht er heller[2]).

---

[1]) Soret, Arch. **36**, 38, 1857; Nouv. Sér. **4**, 69, 1859. — [2]) Crova, Carl's Rep. **12**, 148, 1876.

822 Es hat keine Schwierigkeit, durch einfache Rechnungen das Maximum der Arbeit in einem in den Schliessungskreis einer Säule eingeschalteten elektromagnetischen Motor in seiner Abhängigkeit von der Drehungsgeschwindigkeit der Maschine zu berechnen, wenn man von der Verzögerung der Inductionsströme, der Hysteresis u. s. f. abstrahirt [1]).

Wir wollen annehmen, alle Elektromagnete der Maschine seien gleich construirt und haben gleiche Umwindungen mit Kupferdraht. Ist dies nicht der Fall, so sind nur neue Constanten in die Formeln einzuführen. Es sei die elektromotorische Kraft der Säule E, der Gesammtwiderstand ihrer Schliessung r, die Intensität ihres Stromes im Ruhezustande i, dieselbe während der Bewegung der Maschine i^1, der mittlere Magnetismus der Eisenkerne während des Ruhezustandes und der Bewegung m und m^1, die Zahl der Drahtwindungen β, die mittlere Bewegungsgeschwindigkeit der Maschine v.

Dann ist, wenn k eine von der Construction der Maschine abhängige Constante, $i_1 = i - i^1$ ist: $m^1 = \beta i^1$; $i_1 = k m^1 \beta v / r = k i^1 \beta^2 v / r$. Ferner ist $i = E/r$; also

$$i^1 = \frac{E}{r + k\beta^2 v}; \quad m^1 = \frac{\beta E}{r + k\beta^2 v}; \quad v = \frac{\beta E - m^1 r}{m^1 k \beta^2}.$$

Die Arbeit A der Maschine entspricht der mittleren Anziehungskraft ihrer Magnete, multiplicirt mit der Drehungsgeschwindigkeit, also ist

$$A = m^{1^2} v = \frac{v(\beta E)^2}{(r + k\beta^2 v)^2} = \frac{(\beta E - m^1 r) m^1}{k\beta^2}.$$

Das Maximum A_m der Arbeit in Bezug auf m^1 und v tritt ein für $m^1 = m_0^1 = \beta E / 2r$ und $v = v_0 = r / k\beta^2$; wo dann

$$A_m = \frac{E^2}{4kr} = \frac{Ei}{4k}.$$

Im Ruhezustande der Maschine ist $m = \beta i = \beta E / r$. Soll also das Maximum der Arbeit erreicht werden, so muss der Magnetismus der Magnete in der Maschine während ihrer Bewegung gerade halb so gross, ihre Anziehung ein Viertel so gross sein, als in ihrem Ruhezustande.

Das Arbeitsmaximum A_m selbst ist direct dem Werthe Ei, d. h. dem Arbeitsäquivalent der chemischen Processe in der Säule im Ruhezustande der Maschine proportional. Bei gleich bleibendem Widerstande der Schliessung ist es unabhängig von der Zahl β der Drahtumwindungen der Magnete. Wachsen diese nämlich auf das n-fache, so nimmt der Magnetismus m_0^1 auf das n-fache, die Anziehung μ^1 der Magnete auf das

---

[1]) Jacobi, Pogg. Ann. 51, 370, 1840; Bullet. de St. Pétersbourg 9, 289, 1850, 29. Nov. Krönig's Journ. 3, 377, 1851. Vergl. auch Koosen, Pogg. Ann. 85, 226, 1852. Wir führen diese Rechnung an, als eine der ersten auf diesem Gebiete. Die Resultate von Jacobi sind später wiederholt ohne Erwähnung seines Namens reproducirt worden.

n^2-fache zu, dagegen nimmt die Geschwindigkeit der Bewegung v_0 der Maschine im Verhältniss von $1:n^2$ ab.

Setzen wir den Werth v_0 in die Gleichung für i^1 ein, so erhalten wir die dem Arbeitsmaximum entsprechende Intensität $i_0^1 = E/2r = \frac{1}{2}i$. Sie ist also gerade halb so gross, wie die Intensität beim Ruhezustande der Maschine. — Besteht die Säule aus x Elementen von der elektromotorischen Kraft e, so ist $E = xe$ und die beim Arbeitsmaximum verbrauchte Zinkmenge

$$z_0 = const. x i_0^1 = \frac{x^2 e}{2r}, \text{ d. h. } A_0 = \frac{z_0 e}{2k}.$$

Die erzeugte Arbeit ist also wiederum der elektromotorischen Kraft e jedes Elementes und der gesammten verbrauchten Zinkmenge z_0 proportional.

Die bei der Einheit der verbrauchten Zinkmenge erzeugte Arbeit ist $e/2k$. Sie ist also völlig unabhängig von der Anordnung der Batterie und der Leitung. Sie würde sich bei gleichem Zinkverbrauch nur durch Aenderung der elektromotorischen Kraft e verstärken lassen.

Ist λ der Widerstand der Oberflächeneinheit der Elemente der Säule, σ die gesammte Oberfläche derselben, λ_1 der Widerstand der Drahtrollen, so ist unter Vernachlässigung der übrigen Widerstände bei Anordnung der Säule zu x Elementen $r = x^2\lambda/\sigma + \lambda_1$, also

$$A_0 = \frac{\sigma x^2 e^2}{4k(x^2\lambda + \lambda_1\sigma)}.$$

Das Arbeitsmaximum nimmt also bei gleicher Oberfläche der Säule mit der Zahl der Elemente zu. Ist der Widerstand $x^2\lambda$ der Säule so weit gewachsen, dass dagegen $\lambda_1\sigma$ verschwindet, so erhält man nun das Arbeitsmaximum $A_0 = \sigma e^2/4k\lambda$. Im Ruhezustande der Maschine würde man das Maximum der Magnetisirung der Magnete erhalten, wenn $x^2\lambda/\sigma = \lambda_1$ ist. Bei dieser Anordnung der Säule wäre die Arbeit gleich $A_0 = \sigma e^2/8k\lambda$, also gerade halb so gross, als das wirklich zu erreichende Arbeitsmaximum.

Sehr viel complicirter werden die Verhältnisse, wenn man, wie bei der Kraftübertragung durch Elektricität, den den elektromagnetischen Motor treibenden Strom durch eine mittelst einer Dampfmaschine oder einer anderen Triebkraft bewegte Magnetelektrisirmaschine oder durch eine dynamoelektrische Maschine erregen lässt und auch noch an Stelle des Motors eine derartige Maschine verwendet. In beiden Maschinen treten dann Inductionsströme und Hysteresisverluste auf, deren Berechnung unmittelbar aus den bekannten Principien folgt. Diese Berechnungen gehören nicht hierher[1]). 823

---

[1]) Siehe namentlich Clausius, Wied. Ann. 21, 385, 1884.

Anhang.

Telephon.

824 Auf den Inductionsströmen, welche durch periodische Aenderungen des Magnetismus eines Magnetes erzeugt werden, beruht die Wirkung des im Jahre 1875 construirten Telephons von Graham Bell, ab-

Fig. 222.

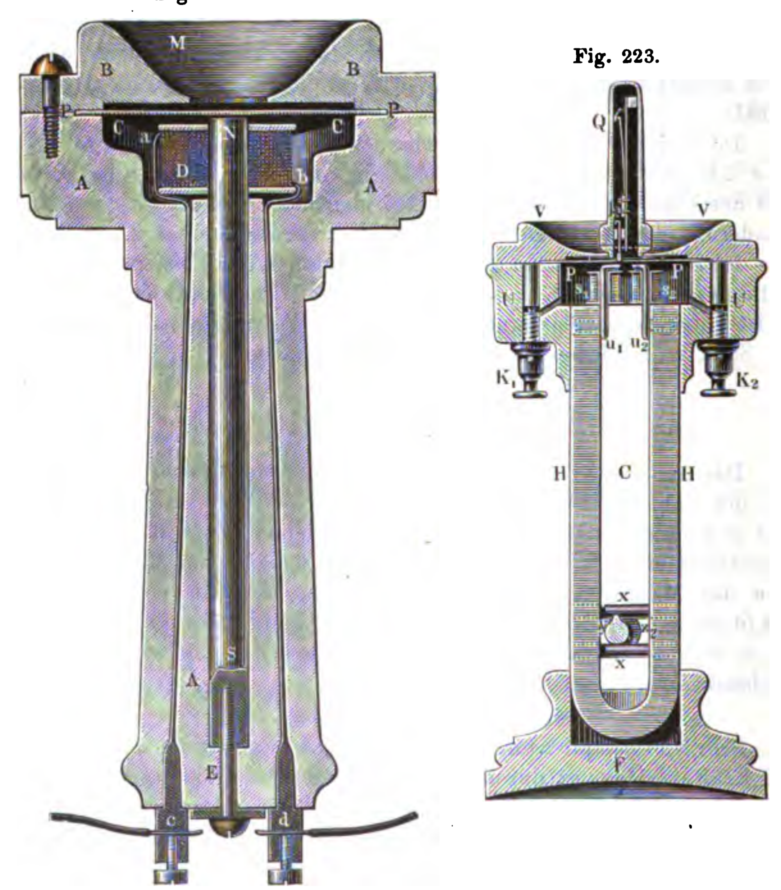


Fig. 223.

weichend von dem schon 1860 von Reiss construirten Telephon, Bd. III, §. 846, in welchem die Zeichengebung durch Stromunterbrechung erfolgt. Die einfache Grundform dieses Telephons ist die folgende, Fig. 222. Vor einem durch eine Schraube E zu verstellenden Magnetstab NS ist in einem Holzgehäuse AB eine ihm conaxiale dünne Eisenplatte P an ihren Rändern befestigt, gegen welche auf der dem Magnet abgekehrten

Seite ein Schallbecher M gerichtet ist. Wird in denselben ein Ton, ein Wort hineingesungen oder gesprochen, so wird synchron zu den dabei erfolgenden, die Platte dem Magnet nähernden und von ihm entfernenden Schwingungen derselben der Magnetismus des Magnetes abwechselnd verstärkt oder geschwächt. Um den Magnet ist nahe der Eisenplatte eine Spirale D gewunden, in welcher ganz entsprechend diesen Aenderungen des Magnetismus Ströme inducirt werden. Leitet man sie mittelst der Drähte ac und bd und der daran befestigten Klemmen zu der Spirale eines ganz gleichen zeichenempfangenden Telephons, so wird darin wiederum entsprechend der Magnetismus des Magnetes geändert und synchron dazu die darüber befindliche Eisenplatte in Schwingungen versetzt, welche man hört, wenn man das Ohr vor den Schallbecher vor derselben hält.

825 Es liegt ganz ausserhalb dieses Werkes, die dem technischen Gebiete angehörenden mannigfachen Constructionen und Anwendungen des Telephons zu besprechen. Wir wollen deshalb nur ganz kurz einige wenige der gebräuchlichsten Abänderungen desselben erwähnen, welche zu physikalischen Zwecken dienen können und bei welchen durch verschiedene Vorrichtungen die Schallstärke der übertragenen Töne vermehrt werden soll[1]).

So verwendet z. B. Righi statt der Eisenmembran eine Lamelle von Pergamentpapier, in deren Mitte eine Eisenblechplatte befestigt ist (siehe weiter unten).

Bei dem Telephon von Siemens, Fig. 223, wird der gerade Magnet durch einen Hufeisenmagnet ersetzt, auf dessen Enden gebogene und mit Spiralen umwundene Eisenschuhe geschraubt sind, welche ihre Enden der Eisenplatte zukehren. Eine auf die Mundöffnung aufzuschraubende Pfeife dient zum Rufen.

Im Telephon Gower ist der bis zu 5 kg tragende hufeisenförmige Magnet in einer zur Eisenplatte parallelen Ebene gebogen und trägt der Platte gegenüber mit sehr langen Spiralen von sehr feinem Draht umwickelte Schuhe.

Das Telephon Ader, Fig. 224 (a. f. S.), hat einen ringförmig gebogenen Magnet A mit zwei mit Spiralen B umgebenen Eisenschuhen, vor welchen eine dünne Eisenplatte M am Rande befestigt ist. Ueber derselben befindet sich ein in der Mitte durchbohrter dickerer Ring x von weichem Eisen und darüber das Mundstück E. Durch den Eisenring wird der Magnetismus des Magnetes an seinen Polen verstärkt, und demgemäss verändert er sich auch bei jeder Aenderung der Lage der vibrirenden Eisenplatte stärker, und stärkere Inductionsströme werden erzeugt.

---

[1]) Einen Ueberblick über dieses Gebiet erhält man z. B. in: „Le Téléphone par le comte du Moncel, 4. édition (Bibliothèque des Merveilles), Paris, Hachette, 1882", sowie in Schwartze, Telephon, Mikrophon und Radiophon. Wien, Hartleben, 1883.

Das jetzt sehr häufig, z. B. für Widerstandsbestimmungen benutzte Dosentelephon (Fig. 225) enthält in einer Metalldose einen ⊔-förmigen, aus zwei kreisförmigen oder elliptischen Spiralen bestehenden Elektromagnet, in welchen je eine oder mehrere neben einander auf einer Eisenplatte stehende Eisenstäbe eingesetzt sind. Ueber denselben befindet sich eine kreisförmige, an den Rändern festgeschraubte Weiss-

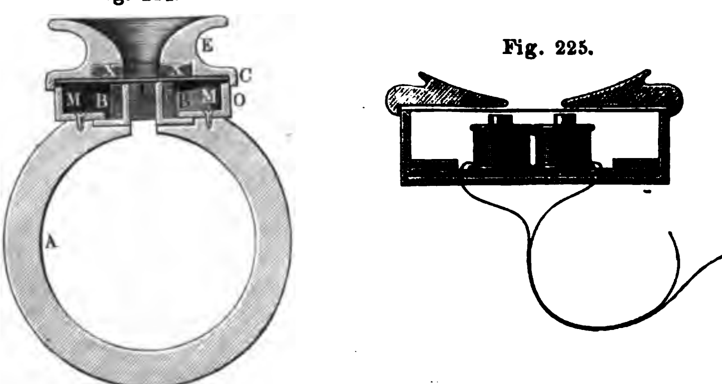


Fig. 224.

Fig. 225.

blechplatte, und darüber eine in der Mitte mit einer kreisförmigen Oeffnung versehene Fassung von Hartgummi. Leitungsdrähte führen von den Spiralen nach aussen.

826 Häufig verwendet man als zeichengebenden Apparat auch ein Mikrophon (Bd. I, §. 518), ähnlich wie der Zeichengeber von Reiss, oder bestehend nach Edison aus einer Kohlenplatte (mit Petroleum angemachtem und ausgeglühtem Kienruss), welche zwischen zwei Platinplatten gelegt ist, deren eine fest, deren andere an einer unter einem Schallbecher angebrachten vibrirenden Lamelle befestigt ist; nach Righi aus einer an einer Feder befestigten, mit Graphit gefüllten Schale, auf welche eine an der vibrirenden Lamelle angebrachte Metallplatte drückt u. s. f. Hierbei muss durch den zeichengebenden und empfangenden Apparat ein Strom geleitet werden, dessen Intensität bei den Schwingungen der Lamelle des mikrophonischen Zeichengebers verändert wird.

827 Häufig wird auch nach dem Vorgange von Elisha Gray und Edison durch einen solchen Zeichengeber der primäre Strom eines Inductoriums unterbrochen und der Inductionsstrom desselben zum Empfänger geleitet. Der Vortheil hierbei ist einmal, dass bei der grossen Länge und dem grossen Widerstande, welchen man den Inductionsrollen geben kann, die elektromotorische Kraft steigt und ein grosser Widerstand ausserhalb eingefügt werden kann, dann auch, dass die Inductionsströme im Allgemeinen schneller verlaufen, und somit die Bewegungen der Eisenplatte präciser werden.

828 Die in dem zeichengebenden Telephon erregten Inductionsströme kann man direct nachweisen, indem man sie durch ein empfindliches Elektrodynamometer oder ein Froschpräparat leitet. Die bewegliche Rolle des ersteren wird dadurch abgelenkt, das zweite tetanisirt[1]).

Die Telephonströme wirken dagegen bei gleichmässigen Erregungen des Telephons durch eine Stimmgabel, eine Pfeife oder die Stimme nicht auf das Galvanometer, da sie aus zwei gleichen und entgegengesetzten Theilen bestehen. Aendert man aber die Tonstärke, so zeigt sich, je nach der Zunahme oder Abnahme derselben, ein Ausschlag nach der einen oder anderen Seite; so z. B. auch bei einer Detonation, einem Schlage auf die vibrirende Platte[2]).

Diese Ausschläge rühren von ungleichen Elongationen der Platte nach beiden Seiten her, wenn mit wachsender und abnehmender Tonstärke die Schwingungsweiten zu- oder abnehmen.

Man kann sie indess ohne Schwierigkeit erhalten, wenn als Tonquelle ein durch einen Accumulator angetriebener Stimmgabelunterbrecher verwendet wird. Die eine Zinke desselben dient zur periodischen Unterbrechung der Verbindung des Telephons mit dem Galvanometer. Es gelangt dann nur ein Theil des Telephonstromes zum Galvanometer, der je nach der Phasendifferenz zwischen den Schwingungen der Stimmgabel und Telephonplatte die eine oder andere Richtung hat. In den Stromkreis des Accumulators und Unterbrechers kann man besser ein Hülfstelephon als Schallquelle einschalten. Bei richtiger Entfernung der Telephone von einander sind im Galvanometer die Ströme des Empfängers unschwer nachzuweisen. Auch kann man den Widerstand im Kreise des Empfängers und Galvanometers, z. B. durch ein Mikrophon, den Schwingungen der Schallquelle entsprechend, periodisch ändern[3]). So erhält man von jeder Art Geräusch und Tönen Ausschläge.

829 Leitet man die Ströme des Telephons durch eine Quecksilbersäule, welche in einem Capillarrohre beiderseits durch verdünnte Schwefelsäure begrenzt ist, z. B. durch ein Capillarelektrometer, so erhält man fast stets eine Bewegung des Quecksilbers[4]). Da beide Contactflächen des letzteren mit der Säure meist ungleich oxydirt sind, so ist gewöhnlich schon ein Impuls zur Bewegung vorhanden, indess ist er meist zu schwach, um die Bewegungshindernisse zu überwinden. Beim Durchleiten der alternirenden Inductionsströme des Telephons addirt sich hierzu die Wirkung der letzteren in einem Sinne, so dass sie die wirkliche Bewegung vermitteln, während die Impulse im anderen Sinne noch mehr geschwächt werden[5]).

---

[1]) E. du Bois-Reymond, Verh. der Berl. physiol. Ges. 30. Nov. 1877; Beibl. **2**, 50. — [2]) de Chardonnet, Compt. rend. **94**, 857, 1882; Beibl. **6**, 401. — [3]) Rubens, Wied. Ann. **37**, 522, 1889. — [4]) Page, Nature **17**, 285; Beibl. **2**, 295. — [5]) R. Sabine, Nature **17**, 379; Beibl. **2**, 295.

830 Die zur Tonerzeugung im Telephon erforderlichen Ströme brauchen nur äusserst schwach zu sein; so kann es nach Warren de la Rue[1]) schon durch den Strom eines Daniell'schen Elementes bei einem Widerstande der Schliessung von 100 Megohm (10 Millionen Kilometer Telegraphendraht von 4 mm Dicke), also durch einen Strom von $1,116 . 10^{-9}$ Ampères tönen. Auch nach Brough[2]) genügt dazu ein Strom von 10^{-9} Ampères.

831 Auf anderem Wege gelangt Pellat[3]) zu ebenso kleinen Werthen. Ein Condensator von $1/3$ Mikrofarad Capacität wurde 160 mal in der Secunde durch Verbindung mit zwei Punkten eines Stromkreises geladen und durch eine ein Telephon enthaltende Schliessung entladen. Ist C die Capacität, V die Potentialdifferenz der Belegungen, so ist die bei n Ladungen und Entladungen ausgegebene Energie $n C V^2$. Wird V bis auf 0,0005 Volts reducirt, so hört man immer noch einen Ton im Telephon, obgleich die Energie so klein ist, dass sie erst in 10000 Jahren eine kleine Calorie (1 g Wasser 1° C.) erzeugen könnte. Mit dieser kleinen Wärmemenge könnte man also während 10000 Jahren das Telephon zum Tönen bringen.

Dass dabei die Tonstärke im Telephon nur von der aus dem Condensator entladenen Elektricitätsmenge, nicht von seiner Capacität abhängt, folgt schon daraus, dass auch die Intensität des Entladungsstromes nur durch erstere bedingt ist[4]).

Wird die Inductionsspirale des du Bois'schen Schlittenapparates bis zu 15 mal so weit von der inducirenden entfernt, wo ein Froschschenkel gerade noch auf die Ströme in ersterer reagirt, so hört man dieselben doch noch deutlich im Telephon; letzteres ist also 200 mal empfindlicher als der Froschschenkel[5]).

832 Ferraris[6]) findet, dass die zur Anregung des Telephons erforderliche Stromintensität mit der Höhe des Tones schnell abnimmt, so dass sie innerhalb gewisser Grenzen dem Quadrat der Schwingungsdauer proportional ist. Die Versuche wurden angestellt, indem ein durch einen Wagner'schen Hammer unterbrochener Strom durch eine Drahtleitung geführt wurde, und zwei mehr oder weniger von einander entfernte Punkte derselben mit einem Telephon verbunden und der Abstand zwi-

1) Warren de la Rue, Telegr. Journ. 1879, 97; Beibl. 3, 47. — 2) Brough, ibid. — 3) Pellat, Bullet. Soc. Phil. [7] 4, 94, 1881; J. de Phys. 10, 358, 1881; Beibl. 5, 324, 876. — 4) Wietlissbach, Berliner Monatsber. 1879, 278; Beibl. 3, 651. — 5) d'Arsonval, Compt. rend. 86, 832, 1878; Beibl. 2, 725. — 6) Ferraris, Atti di Torino 13, 1878; Beibl. 3, 43. Siehe daselbst andere Versuche und eine Berechnung, wonach mit wachsender Tonhöhe in Folge der Extraströme das Potential einer in den Kreis eines zeichengebenden Telephons eingeschalteten Spirale auf eine in den des zeichenempfangenden Telephons eingefügte Spirale im Verhältniss zur Schwingungsdauer der Platte des ersteren Telephons steigt und sich so das Verhältniss der einzelnen Töne des gegebenen Klanges zu dem im empfangenen Klange ändert, mithin letzterer ebenfalls ändert.

schen ihnen so weit verkürzt wurde, bis gerade der Ton verschwand. So ist z. B., wenn $z = 1/T$ die Zahl der Schwingungen, i die Intensität in Ampères ist, im C.-G.-S.-System:

	c_3	f_3	a_3	c_4	d_4
z	264	352	440	523	594
$10^{12} i$	2306	1704	965	656	531
$10^6 z^2 i$	161	211	187	183	187

833 Der näselnde Ton der durch das Telephon gehörten Sprache rührt nach Mercadier[1]) meist von der Uebereinanderlagerung des Grundtones und der Obertöne des Diaphragmas über die der Stimme gehörigen Töne her. Ist der Grundton des Diaphragmas höher als die Grenze der Töne der Stimme, also höher als c_4 bei den Männern, c_5 bei den Frauen, so fällt die Störung fort, z. B. bei Diaphragmen von 100 mm Durchmesser und 1 mm Dicke oder 30 mm Durchmesser und 0,1 mm Dicke. — Die Aenderung der Articulation und der Vocale durch Hervortreten gewisser Buchstaben und Silben *b*, *p*, *r*, *k*, *a*, *o*, *an*, *on*, *ent* und Schwächung von *l*; *s*, *c*, *z*, *i*, *e*, *u* ist wesentlich durch die Form der Oeffnung und der Mundhöhle bei dem Aussprechen der verschiedenen Sprachlaute bedingt, zum Theil auch durch die dem entsprechende Erzeugung von Obertönen des Diaphragmas. Das Gegenmittel ist das schon oben erwähnte. — Endlich bilden sich zwei Resonanzen, einmal ein metallisches Kratzen, wohl bedingt durch eine Art Reibung in der Richtung des Radius der Diaphragmen. Es verschwindet bei einem Diaphragma von hohem Ton. Sodann wirkt viel störender die Schwingung der Luft im Telephonkasten. Ist die Luftkammer unter dem Diaphragma sehr klein, so fällt dies fort.

834 Da ein Telephon, selbst bei festgestelltem Diaphragma, welches nur in ganz bestimmten Tönen erklingen kann, alle möglichen Töne überträgt, ebenso, wenn die Ränder des Diaphragmas nicht befestigt sind, oder man ein Eisendrahtnetz von verschwindender Steifheit als Diaphragma verwendet, oder man auch zwischen die Schallquelle und das Diaphragma beliebige Diaphragmen von Glimmer, Glas, Zink, Kupfer, Kork, Wachs, Wasser, Sand bis zu 0,2 m Dicke bringt, so können die übertragenen Töne nicht mit den harmonischen Eigentönen der Diaphragmen zusammenhängen. Somit dürfte die Erscheinung ein Resonanzphänomen sein, wie z. B. feste Körper, eine Mauer, alle möglichen Töne von der einen zur anderen Seite übertragen.

Auch das Magnetfeld des Telephons ändert hieran nichts. Man kann statt des Diaphragmas eine dünne Scheibe von beliebigem, etwas biegsamem Stoff, Metall, Kartenpapier, verwenden und darauf nur 0,1 bis 0,2 g Eisenfeile streuen, oder auch nur auf den Magnet ein Blatt Papier kleben und darauf etwas Eisenfeile bringen; in allen Fällen giebt das Telephon, wenn auch schwächer, alle Töne wieder. Der Vortheil eines Eisendiaphragmas besteht also nur in der Einbringung einer grösseren

[1]) E. Mercadier, Compt. rend. 112, 156, 1891; Beibl. 15, 385.

magnetischen Masse in denselben Raum, wodurch die Intensität der telephonischen Wirkungen gesteigert wird [1]. — Der telephonische Zeichengeber mit Eisenfeilen kann auch sofort als Zeichenempfänger gebraucht werden, so dass auch hier die Steifigkeit des Diaphragmas ohne Einfluss ist, und wiederum die erhaltenen Töne Resonanzbewegungen sind. Bei sehr dünnen Eisenplatten können daneben auch noch Eigentöne hergehen, welche die eigenthümlichen Nasentöne erzeugen.

Im zeichenempfangenden Telephon können moleculare, von der äusseren Form des Diaphragmas unabhängige Bewegungen auftreten, vermöge deren es alle Töne überträgt, es ist ein „Pantelephon". Sodann können aber auch transversale, dem Grundton und Obertönen des Diaphragmas entsprechende, von seiner Gestalt, Elasticität und Structur abhängige Töne entstehen. Diese schädigen die Uebertragung der Sprache und der Musik, da sie nicht immer mit den betreffenden Tönen derselben übereinstimmen.

Letztere Töne lassen sich folgendermaassen nachweisen. Man erregt ein zeichenempfangendes Telephon mittelst sehr schwacher Ströme des Zeichengebers von abnehmender Periode. Legt man eine rechteckige Platte möglichst nahe an den Pol des Elektromagnets auf zwei Stützen, die mit den Knotenlinien des Grundtons übereinstimmen, so erhält man diesen Ton, welchem sich noch Obertöne beimischen. Eine kreisrunde Platte wird dazu auf drei an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks befindliche Korkspitzen aufgelegt, über denen sie mit 2 bis 3 mm weiten Löchern durchbohrt ist. So stellt, abgesehen von den Obertönen, das Instrument ein „Monotelephon" dar. Werden die Platten befestigt, z. B. am Rande leicht fixirt, so geht dasselbe in ein „Pantelephon" über. Bei weiter Entfernung des Ohres vom geeignet aufgelegten Diaphragma hört man so die Eigentöne, beim Auflegen des Ohres auf dasselbe sämmtliche Töne mit gleicher Stärke.

835 Um den Einfluss der Dicke der Diaphragmen zu untersuchen [2], wurden verschieden dicke Eisenplatten zwischen die dazu angebrachten Ebonitringe geklemmt und als Tonquelle ein in einem anderen Raume befindliches, auf ein Mikrophonbrett gestelltes Mikrophon gebraucht. Der primäre Draht der Inductionsrolle des Mikrophons war mit den Polen einer Säule mittelst eines Ampèremeters verbunden und die Stromintensität constant erhalten. Das Telephon wurde stets so weit vom Ohr entfernt, bezw. demselben genähert, bis der Ton gerade verschwand oder hörbar wurde. Bei 18 Eisenplatten von 0,148 bis 2 mm Dicke und einem Strom von 0,15 Amp. variirten die Entfernungen vom Ohr zwischen 15 bis 84 cm. Mit wachsender Dicke nimmt die dem Quadrat des Abstandes des Telephons vom Ohr proportionale Tonstärke sehr schnell bis zu einer Plattendicke von 0,2 mm zu, dann schnell ab, wobei sie noch zwei kleinere Maxima zeigt. Das erste Maximum erklärt sich aus

---

[1] Mercadier, Compt. rend. 101, 744, 1885; 104, 970, 1887; Beibl. 10, 202; 11, 606. — [2] Ibid. 108, 735, 796, 1889; Beibl. 13, 736.

der Zunahme der Stärke der Magnetisirung der Platte mit der Dicke; weitere Zunahme derselben muss schädlich sein. — Bei wirklichen Tönen der Sprache folgt bei verschieden gestalteten Magneten dasselbe Resultat, dass für ein Telephon mit gegebenem Magnetfelde bei einer bestimmten Dicke des Eisendiaphragmas die Maximalwirkung erzielt wird.

Bei 13 Aluminiumdiaphragmen von 0,12 bis 2,03 mm und Kupferdiaphragmen von 0,9 bis 2 mm Dicke hat die Curve denselben Charakter, wie beim Eisen, nur nehmen die auf einander folgenden Maxima und Minima sehr viel langsamer ab, besonders beim Kupfer. Die Wirkungen sind hierbei sehr viel schwächer als beim Eisen; wesentlich wegen des starken Magnetismus des letzteren, dann auch wegen der elektrodynamischen Induction durch den variablen Magnetismus des Eisenkerns in den Diaphragmen und der Wechselwirkung derselben auf den Kern. Schneidet man radial einen feinen Spalt in die Diaphragmen, so werden beim Eisen die Ordinaten der Curve etwa bis zum ersten Maximum auf $^1/_4$ und im weiteren Verlaufe der Curve auf $^1/_2$, bei den anderen Diaphragmen auf einen ganz kleinen Werth reducirt.

Die Amplitude der Schwingungen des Diaphragmas (für stärkere Ströme durch ein Mikroskop an einer auf dem Diaphragma befestigten Schweinsborste beobachtet) beträgt nach Bosscha[1]) für die schwächsten, noch einen Ton gebenden Ströme nur etwa $^1/_{200}$ der Wellenlänge des gelben Lichtes (zwischen 1,3 bis $2,9 \,.\, 10^{-6}$ mm). 836

Auch Salet[2]) hat diesen Werth bestimmt. Er befestigt auf der Eisenplatte des Telephons eine kleine Glasplatte und vor derselben eine zweite, so dass zwischen beiden Newton'sche Ringe entstehen. Dann lässt er das Telephon einen continuirlichen Ton ausgeben und stellt davor eine mit Spalten versehene rotirende Scheibe auf; für eine gewisse Rotationsgeschwindigkeit, die dem Ton entspricht, welchen die Scheibe, als Sirene benutzt, geben würde, erscheinen die Ringe deutlich. Erhöht oder vertieft man allmählich den Ton, so oscilliren die Ringe, erst langsam und dann sehr schnell. Während der Oscillation kann man die Verschiebung der Ringe bestimmen; dieselbe entspricht etwa einer Wellenlänge, die Oscillationsweite beträgt also etwa 2 bis 3 Zehntausendtel Millimeter.

C. R. Cross und A. N. Mansfield[3]) haben ebenfalls die Abhängigkeit der Weite der Excursionen des Diaphragmas von der Stromstärke eines Telephons auf optischem Wege untersucht. 837

Das empfangende Telephon enthielt als polarisirenden Magnet einen mit 2750 Drahtwindungen umwundenen, 19 mm dicken und 20 cm langen

[1]) Bosscha, Arch. néerl. 1878; Beibl. 2, 513. — [2]) Salet, Compt. rend. 95, 178, 1882; Beibl. 7, 54. — [3]) Charles R. Cross u. Arth. N. Mansfield, Proc. Amer. Acad. 24, Mai 1892 u. 1893. Weiteres siehe Cross u. Philipps, ibid. 234, 1893; Beibl. 17, 787; 18, 251; auch Cross und Page, Proc. Amer. Acad. 1885, p. 248; Beibl. 10, 520.

„Eisenstab, der mittelst einer Schraube hin und her bewegt werden konnte und 1,2 mm von dem Diaphragma abstand. Um das Ende des Magnetkernes wurde eine Spirale gewunden, der alternirende, durch diese Spirale geleitete Strom der secundären Spirale eines Transformators entnommen und durch ein Dynamometer gemessen. Seine geringste Stärke betrug 5 Milliamp. Eine auf der Membran befestigte Borste wurde durch den Unterbrechungsfunken eines Stimmgabelunterbrechers beim Herausheben eines Stiftes aus Quecksilber abwechselnd beleuchtet (128 Funken in der Secunde, was mit der Zahl der Unterbrechungen des gemessenen Stromes des Transformators übereinstimmt) und in einem Mikroskop dunkel auf hellem Grunde gesehen. Nach der stroboskopischen Methode ergaben sich aus ihren Excursionen die Elongationen. — Im Allgemeinen wächst die Weite derselben weniger schnell, als der das Telephon erregende Strom. Mit wachsender Stärke des magnetisirenden Stromes nimmt die Amplitude schnell bis zu einem Maximum zu und dann wieder ab. Das Maximum liegt unter der Sättigung des Magnetes. — Die Curven sind im Allgemeinen Parabeln von der Formel $y^2 = mx^n$, wo y die Stromstärke, x die Elongation, $n > 2$ und m und n für die verschiedenen Curven verschieden sind.

838 Bernstein[1]) hat gleichfalls auf optischem Wege die Schwingungen studirt, indem er ein paralleles Strahlenbündel von elektrischem oder Sonnenlicht von einem auf der Telephonplatte angebrachten Spiegel durch eine enge Oeffnung gegen eine mit photographischem Papier überzogene rotirende Trommel reflectiren liess. Beim Durchleiten der Ströme des Schlittenapparates von du Bois-Reymond, dessen primärer Strom durch einen Contactschlüssel oder einen akustischen Unterbrecher geschlossen und geöffnet wurde, ergaben sich beim Einfügen in die primäre Leitung sehr regelmässige periodische Curven. Dieselben geben beim Schliessen ausser kleinen Eigenschwingungen der Telephonplatte das erste schnelle und dann langsamer werdende Ansteigen an, welches namentlich der Selbstinduction der Telephonspirale zuzuschreiben ist. Beim Oeffnen mit dem Quecksilbercontact des Unterbrechers fällt die Curve fast momentan ab und erreicht nach einigen Eigenschwingungen der Telephonplatte die Abscissenaxe. Wird die Telephonspirale mit einer Nebenschliessung versehen, so ist das Ansteigen wie vorher, dagegen sinkt die Stromcurve etwas langsamer ab, als sie angestiegen ist. Der Verlauf vollzieht sich etwa in $^1/_{80}$ Secunde.

Ist das Telephon in die Schliessung der secundären Spirale eingeschaltet und der primäre Kreis mit dem akustischen Unterbrecher versehen, so steigt beim Oeffnen des primären Kreises der Strom schnell an und fällt dann plötzlich ab; beim Schliessen erreicht der Inductionsstrom

[1]) Bernstein, Sitzungsber. d. Berl. Akad. **13**, 153, 1890; Beibl. **14**, 404.

kaum 1/3 der Höhe des Oeffnungsstromes und verläuft viel flacher als dieser. Ist die primäre Spirale mit einer inductionsfreien Nebenschliessung versehen, so verlaufen beide Ströme weniger verschieden: Eisenkerne verlängern den Verlauf der Induction. Sollen die beiden Ströme gleich verlaufen, so muss zur primären Spirale eine Nebenschliessung eingefügt werden, deren Widerstand gegen den der Kette möglichst klein ist. Mit Eisenkernen verlaufen sie dann viel langsamer. Die Resultate entsprechen ganz der Theorie von H. v. Helmholtz und E. du Bois-Reymond (Bd. IV, §. 205 u. flgde.).

839 Die Ströme im Telephon entstehen, wie wir angegeben haben, wesentlich in Folge der Veränderung des magnetischen Momentes des Magnetes durch die darin oscillirende Eisenplatte. Zum sehr kleinen Theil können sie auch dadurch hervorgerufen werden, dass in Folge der veränderten Anziehung durch dieselbe der Magnet seine Länge verändert. In der That können schon ohne Anwendung eines Diaphragmas oder mit einem solchen aus Pergamentpapier[1]) Ströme entstehen, wo dann allein die kleinen Erschütterungen, welche der Zahl der Schwingungen der hineingerufenen Töne entsprechen, das Moment des Magnetes ändern. Jedenfalls sind aber letztere Wirkungen sehr gering.

Auch im zeichenempfangenden Telephon kann sowohl und überwiegend durch Veränderung des Momentes des Magnetes in Folge der ihn umkreisenden Ströme, als auch in sehr viel geringerem Maasse durch die Längenveränderung des Magnetes die Eisenplatte ungleich angezogen werden und zum Tönen kommen[2]).

840 Schwingt die Eisenplatte des Zeichengebers, so kann man mit E. du Bois-Reymond[3]) annehmen, dass das Potential P der Platte und des Magnetes auf die darüber liegende Inductionsspirale durch die Formel: $P = const\, \Sigma \sin t$ dargestellt wird, wo t die Zeit ist. Die daraus resultirende Intensität der Inductionsströme, und demgemäss die Schwingungen der Eisenmembran und angrenzenden Luftschicht des Zeichenempfängers folgt also zunächst ohne Berücksichtigung der Selbstinduction der Spirale der Gleichung $dP/dt = const \cos t$, ist daher durch eine Cosinusoide dargestellt, die einer um eine Viertelschwingungsdauer verschobenen Sinusoide entspricht. Die Summation der allen Sinusoiden entsprechenden Cosinusoiden liefert indess eine etwas andere Gestalt der Curve für die Schwingungen der Luft des Empfängers, als die des Zeichengebers.

---

1) Spottiswoode, Telegr. Journ. 1878, p. 76. Siehe auch du Moncel, Compt. rend. 86, 557, 1878; Beibl. 2, 293. — 2) Siehe auch hierüber Sylvanus Thompson, Phil. Mag. [5] 8, 129, 1879; Beibl. 3, 818. — 3) E. du Bois-Reymond, Verhandl. der physiol. Ges. zu Berlin, 30. Nov. 1877; Zusatz, Arch. für Physiol. 1877, 562; Beibl. 2, 50, 296.

841 Dass die Phasendifferenz der Töne im zeichengebenden und zeichenempfangenden Telephon etwa eine Viertelschwingung beträgt, hat S. P. Thompson[1]) nachgewiesen, indem er beide an 1 m langen Drähten aufhängt, so dass sie gleich schnell als Pendel schwingen. Unter der Ruhelage jedes Telephons ist in der Schwingungsebene ein Stahlmagnet angebracht. Wird eines dieser Telephone in Schwingungen versetzt, so beginnt auch das andere in Folge der inducirten Ströme zu schwingen. Die Phasendifferenz zwischen beiden beträgt stets ein Viertel der Schwingungsdauer. Dasselbe geschieht bei jeder Uebertragung des Tones durch Induction.

842 Die gegen obige Erklärungen gemachten Einwände, dass danach die Intensitätsverhältnisse der Schwingungscurve des Zeichenempfängers ganz andere sein würden, als die des Zeichengebers[2]), haben fast gleichzeitig Helmholtz[3]) und Fr. Weber[4]) widerlegt, indem sie nachwiesen, dass dabei die Selbstinduction der Spiralen auf einander berücksichtigt werden muss. Sie zeigten zugleich, dass aus denselben Gründen die Klangfarbe ungeändert bliebe, wenn das zeichenempfangende Telephon in einen neben dem Schliessungskreise des zeichengebenden Telephons liegenden inducirten Kreis eingeschaltet wäre[5]).

Es seien zwei benachbarte geschlossene Kreise gegeben, in welche je ein Telephon T und T_1 eingefügt ist, und die stark inducirend auf einander wirken. Ist in dem das Telephon T enthaltenden Kreise der Widerstand W, die Intensität des Stromes I, das Potential des Kreises auf sich selbst Q, das Potential der magnetischen Massen des Telephons T auf den Kreis P; sind W_1, I_1, Q_1 dieselben Werthe für den zweiten das Telephon T_1 enthaltenden Kreis, R das Potential beider Kreise auf einander, so ist nach den Inductionsgesetzen:

$$\left.\begin{aligned} IW &= \frac{dP}{dt} - Q\frac{dI}{dt} - R\frac{dI_1}{dt} \\ I_1 W_1 &= -Q_1\frac{dI_1}{dt} - R\frac{dI}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Das elektromagnetische Potential P lässt sich schreiben:

$$P = P_0 + A \sin 2\pi n t$$

und die Gleichungen:

$$I = C \sin(2\pi n t + \alpha), \qquad I_1 = C_1 \sin(2\pi n t + \alpha_1)$$

genügen den Gleichungen 1), wenn die Amplituden sind:

---

[1]) S. P. Thompson, Nature 20, 446, 1880; Beibl. 4, 295. — [2]) L. Hermann, Pflüger's Archiv 16, 264, 1877; Beibl. 2, 166. — [3]) H. Helmholtz, Wied. Ann. 5, 448, 1878. — [4]) Fr. Weber, Züricher Vierteljahrsschrift, 1. Juli 1878; Arch. de Genève [3] 1, 102, 1879; Beibl. 3, 291. — [5]) Wir folgen hier der für einen kurzen Auszug geeigneten, übrigens zum gleichen Ziele führenden Darstellung von Fr. Weber.

$$C = \frac{A}{Q}\sqrt{\frac{1+\left(\frac{W_1}{2\pi n Q_1}\right)^2}{\left(\frac{W}{2\pi n Q}+\frac{W_1}{2\pi n Q_1}\right)^2+\left(1-\frac{R^2}{Q Q_1}-\frac{W W_1}{(2\pi n)^2 Q Q_1}\right)^2}}$$

$$C_1 = -\frac{A R}{Q Q_1}\,\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{W}{2 n\pi Q}+\frac{W_1}{2 n\pi Q_1}\right)^2+\left(1-\frac{R^2}{Q Q_1}-\frac{W W_1}{(2 n\pi)^2 Q Q_1}\right)^2}}.$$

Die Phasen werden ausgedrückt durch:

$$tg\,\alpha = \frac{\left[1+\left(\frac{W_1}{2\pi n Q_1}\right)^2\right]\frac{W}{2\pi n}+\frac{R^2 . W_1}{Q_1^2 . 2\pi n}}{\left[1+\left(\frac{W_1}{2\pi n Q_1}\right)^2\right]Q-\frac{R^2}{Q_1}}$$

$$tg\,\alpha_1 = \frac{\frac{W_1}{2\pi n Q_1}+\frac{W}{2\pi n Q}}{1-\frac{R^2}{Q Q_1}-\left(\frac{W}{2\pi n Q}\right)\left(\frac{W_1}{2\pi n Q_1}\right)}.$$

Sind beide Telephone in dem gleichen Kreise, für welchen die Werthe W_0 und Q_0 gelten, so wird die Amplitude des Stromes und die Phase:

$$C_0 = \frac{A}{Q_0\sqrt{1+\left(\frac{W_0}{2\pi n Q_0}\right)^2}}, \qquad tg\,\alpha_0 = \frac{W_0}{2\pi n Q_0}.$$

Im Allgemeinen wird also 1) die Klangfarbe des Tones bei dem Telephoniren geändert, da die Amplitude des variabeln Stromes C_1 oder C_0 von der Zahl n der Oscillationen des erregenden Potentials P, d. h. von der Zahl der Schwingungen des das Instrument erregenden Tones abhängt. 2) Die Verzögerung der Phase beim Telephoniren ändert sich mit der Natur des Stromkreises und hängt von der Zahl der Schwingungen ab. 3) In gewissen Fällen, wenn $W/2\pi n Q$ und $W_1/2 n\pi Q_1$ so klein sind, dass ihre Quadrate vernachlässigt werden können, ist die Amplitude C_1 oder C_0 von der Zahl n der Schwingungen unabhängig. Dann wird

$$C = \frac{A Q_1}{Q Q_1 - R^2}, \qquad C_1 = -\frac{A R}{Q Q_1 - R^2}, \qquad C_0 = \frac{A}{Q}$$

und die Phasen sind:

$$tg\,\alpha = \frac{\frac{W}{2\pi n}Q_1+\frac{R_2}{Q_1}\frac{W_1}{2\pi n}}{Q Q_1 - R^2}; \qquad tg\,\alpha_1 = \frac{\frac{W_1}{2\pi n}Q+\frac{W}{2\pi n}Q_1}{Q Q_1 - R^2};$$

$$tg\,\alpha_0 = \frac{W_0}{2\pi n Q_0}.$$

Die Aenderungen der Phasen sind also sehr kleine Grössen derselben Ordnung, die für $W/2\pi n Q = W_1/2\pi n Q_1 = W_0/2\pi n Q_0 = 0$ gleich Null werden.

Sind also die ersten der beiden letzterwähnten Grössen sehr klein, so stimmt die Erfahrung vollkommen mit den Inductionsgesetzen.

843 Die Grenze des Abstandes für telephonisches Sprechen auf dem Lande wird durch dieselben Gesetze bestimmt, wie die Zahl der in einer Secunde durch ein submarines Kabel zu sendenden Ströme. Dieses von Thomson entwickelte Gesetz lässt sich nach Hockin durch die Reihe:

$$x = C\,(1 - 2)\,\{(^3/_4)^{t/a} - (^3/_4)^{4t/a} + (^3/_4)^{9t/a} - (^3/_4)^{16t/a} \ldots\}$$

darstellen, welche einer erst langsam, dann schnell und dann wieder langsam ansteigenden Curve entspricht. Die Zeit a zwischen dem momentanen Contact an der Zeichengeberstelle bis zum Erscheinen des Stromes an der Empfangsstelle ist $a = Bkrl^2$, wo B eine Constante, k die specifische Inductionscapacität pro Längeneinheit (engl. Meile), r der Widerstand für dieselbe, l die Länge ist. Die Wahrnehmung des Stromes, also auch die Zeit a ist ferner von der Empfindlichkeit der Instrumente abhängig.

Die Grenzlänge S, bis zu der man sprechen kann, ändert sich somit umgekehrt mit der Schnelligkeit des Stromes und letztere umgekehrt mit dem Product des Gesammtwiderstandes R und der gesammten Capacität K der Leitung bezw. der Zahl der Stromwechsel, die wir durch irgend einen Kreis leiten können, wo aber $R = lr$, $K = lk$ ist, so dass $S = KR\ const = krl^2\ const$, $A = krx^2$ zu setzen ist.

Nach Versuchen an verschiedenen Kabeln in England ist für überirdische Leitungen von Kupfer $A = 15\,000$, Eisen $A = 10\,000$, für unterirdische Leitungen und Kabel $A = 12\,000$. Hieraus folgt die Grenze x, bis zu der wir sprechen können, z. B. in Kupferdraht, dessen Widerstand 1 Ω pro englische Meile, dessen Capacität 0,0124 pro englische Meile ist, $x = 1100$ Meilen. In dem atlantischen Kabel würde $x = 96$ sein, während im Jahre 1878 Preece[1]) $x = 100$ gefunden hat. Bei einer Leitung von einem eine Schleife bildenden Drahte ist die Capacität die Hälfte, der Widerstand der doppelte, so dass das Product ungeändert bleibt. Der Unterschied zwischen Kupfer und Eisen ist der Selbstinduction zuzuschreiben. Die Zahlendata ergeben auch, dass für Telephoniren durch unterirdische Leitungen keine Schwierigkeit besteht.

844 Das Telephon ist bei seiner grossen Empfindlichkeit als Indicator für alternirende Ströme zu verwenden.

Auch sehr schwache constante Ströme kann man dadurch erkennen, wenn man sie durch eine Stimmgabel unterbricht.

---

[1]) Preece, Proc. Roy. Soc. London **142**, 52, 1887; Beibl. **11**, 796.

So kann man das Telephon, z. B. bei Bestimmungen der Leitungswiderstände mittelst abwechselnd gerichteter Ströme, bei der Wheatstone'schen Methode benutzen. Wir haben schon Thl. I, §. 492 und Thl. II, §. 1006 erwähnt, dass, wenn hierbei eine Polarisation der Elektroden in einem zersetzbaren Leiter auftritt, dieselbe durch Einschaltung einer Inductionsspirale in den correspondirenden Zweig compensirt werden kann[1]). Ebenso wird das Telephon bei den Widerstandsbestimmungen mittelst der sogenannten Inductionswage von Hughes verwendet[2]).

845

Chrystal[3]) hat zu derartigen Untersuchungen ein mit doppelten Drahtwindungen aus zwei zusammengedrillten Drähten, ähnlich wie beim Differentialgalvanometer, versehenes Differentialtelephon construirt, wobei indess die Herstellung ganz gleicher Windungsreihen besondere Schwierigkeit bietet. Dieser Apparat kann zur Vergleichung von Inductionscoëfficienten von Spiralenpaaren dienen. Der durch eine elektromagnetische Stimmgabel unterbrochene Strom einer Säule wird neben einander durch beide Telephonzweige A und B geleitet, in welche die zu vergleichenden Spiralenpaare eingeschaltet werden, so dass der Strom die zu einander gehörigen Spiralen je hinter einander durchfliesst. Sind die Widerstände der Spiralenpaare Q und R, die Inductionscoëfficienten M und N, so hört man im Telephon keinen Ton, wenn $Q = R$ und $M = N$ ist. Die Spiralen des einen Paares sind auf einer Scala gegen einander zu verschieben, bis das Telephon nicht mehr tönt. Ihr Potential wird durch Rechnung bestimmt. Statt der Spiralenpaare können auch nur einzelne Spiralen verwendet werden, deren Induction auf sich selbst dann gleich sein muss.

Auch kann man die Capacitäten X und Y zweier Condensatoren mit einander vergleichen. Man verbindet sie mit den Zweigen A und B durch Drähte von verschwindendem Widerstande, so dass sie alle Inductionsspiralen, ausser den Telephonspiralen, in sich schliessen. Ruhe tritt ein, wenn $Q = R$, $M = N$, $X = Y$ ist, wonach die Capacitäten bis $^1/_{100\,000}$ Mikrofarad genau bestimmt werden können. — Auch kann man den Stromzweig A in zwei Zweige theilen, deren einer den Condensator x enthält und den Widerstand Q'' besitzt. Der Widerstand des anderen sei Q', sein Selbstinductionscoëfficient M'. Die Widerstände und Inductionscoëfficienten des Restes von A seien Q und M, die von B resp. R und N. Dann tritt Ruhe ein, wenn $M = N$, $Q' = Q'' = R - Q$ und $M'/Q' = Q'X$. Die letzte Gleichung zeigt, dass die von der Zeit abhängigen Constanten der Spirale $(M'\,Q')$ und des Condensators $(X'\,Q')$ gleich sein müssen; dann wirkt der verzweigte Theil von A, wie wenn er keine Selbstinduction oder Capacität, sondern nur den Wider-

[1]) Wietlisbach, Berl. Monatsber. 1879, 278; Beibl. 3, 651. — [2]) Auch Hughes, Compt. rend. 87, 1079, 1878; 88, 122, 1879; Beibl. 3, 293. Forbes, Nature, 17, 343, 1878; Beibl. 2, 298. — [3]) Chrystal, Proc. Edinb. Roy. Soc. 1879 und 1880, p. 685; Beibl. 5, 72.

stand Q' hätte. Durch Rechnung und Versuche ergiebt sich hierbei, dass der Condensator bei mittlerer Capacität höhere Töne verstärkt, niedere unverändert lässt oder schwächt; bei kleinen Capacitäten alle Töne unverändert lässt, bei grossen alle in gleichem Verhältnisse verstärkt.

Weitere Untersuchungen über das Verhalten eines Telephons in verschiedenen Lagen vor einer mit einem Drahtbündel versehenen Spirale von dickem Draht hat Kalischer[1]) angestellt. Wir müssen für dieselben auf die Originalabhandlung verweisen.

Ueber das optische Telephon von M. Wien, s. Bd. I, §. 489 Anm.

---

[1]) Kalischer, Wied. Ann. 41, 484, 1890.

VI.

ABSOLUTES MAASS

DER

ELEKTRISCHEN CONSTANTEN.



VI. Zurückführung der elektrischen Constanten auf absolutes Maass.

846 Bereits früher (Thl. I, §. 317 u. f.) haben wir als mechanische Einheit der Elektricitätsmenge diejenige angegeben, welche, auf einen unendlich kleinen Raum concentrirt, einer unendlich wenig ausgedehnten Masse Eins (der Masse eines Grammes), welche mit der gleichen Elektricitätsmenge Eins verbunden ist und sich in der Entfernung von 1 cm von der ersten befindet, die Beschleunigung Eins (1 cm) ertheilt.

847 Das Ohm'sche Gesetz giebt sodann die Beziehung zwischen der Intensität I eines galvanischen Stromes, der ihn erregenden elektromotorischen Kraft E und dem Widerstande W seines Schliessungskreises

$$I = \frac{E}{W}.$$

Wir können das Grundmaass zweier dieser drei Grössen beliebig wählen; dann ist das Grundmaass der dritten Grösse dadurch gegeben, dass wir noch feststellen, dass die Intensität desjenigen Stromes gleich Eins ist, dessen elektromotorische Kraft und Widerstand gleich Eins sind.

Wir können die verschiedenen Wirkungen des Stromes zur Feststellung der Einheiten der elektromotorischen Kraft und Intensität benutzen, aus diesen die Einheit des Widerstandes ableiten und mit den so gefundenen Einheiten die willkürlichen Maasseinheiten vergleichen, welche wir bisher angewendet haben.

848 Wir haben schon an verschiedenen Stellen dieses Werkes derartige Grundmaasse aufgestellt und benutzt.

Das rationellste Grundmaass der elektromotorischen Kraft und Intensität ist das mechanische Maass, durch welches die Constanten auf die §. 841 erwähnte directe Wechselwirkung der elektrischen Massen zurückgeführt werden. Wir wiederholen der Vollständigkeit halber die Bd. I, §. 317 gegebenen Definitionen. Danach ist

die mechanische Einheit der elektromotorischen Kraft die Kraft einer Kette, welche die beiden mit ihren Polen verbundenen Leiter so stark ladet, dass die Differenz der Potentiale der elektrischen Massen auf das Innere jener Leiter gleich Eins ist.

Bei Berechnung der Potentiale setzen wir die §. 846 definirte Elektricitätsmenge gleich Eins.

Als mechanische Einheit der Stromintensität ist die Intensität eines Stromes zu setzen, in welchem in der Zeiteinheit (1. Sec.) durch jeden Querschnitt des unverzweigten Theiles des Schliessungskreises die Elektricitätsmenge Eins geführt wird.

Den Widerstand Eins in mechanischem Maasse besitzt endlich ein Leiter, in welchem durch eine an seinen Enden wirkende elektromotorische Kraft Eins in der Zeiteinheit ein Strom von der Intensität Eins erzeugt wird.

Empirische Grundmaasse.

849 Neben diesen rationellen Grundmaassen haben wir zunächst noch einige empirische Grundmaasse verwendet.

Als empirische Einheit der elektromotorischen Kraft haben wir die elektromotorische Kraft einer Daniell'schen Kette „amalgamirtes Zink, neutrale concentrirte Zinkvitriollösung, concentrirte Kupfervitriollösung, galvanoplastisch niedergeschlagenes Kupfer“ gesetzt. Für diese Kette sind häufig andere Abänderungen der Daniell'schen Kette benutzt worden, so z. B. ist an Stelle der Zinkvitriollösung verdünnte Schwefelsäure verwendet worden, wodurch sich die elektromotorische Kraft derselben ein wenig ändert.

Als empirische Einheit des Widerstandes nahmen wir die Siemens'sche Einheit, d. h. den Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 1 m Länge bei 0° C.

Wir bezeichnen die in dieser Einheit ausgedrückten Widerstände durch die Beifügung der Buchstaben Q. E. (Quecksilbereinheit) oder, da die Einheit zuerst von Werner Siemens eingeführt ist, mit S. E.

Die empirische Einheit der Stromintensität ist durch diese beiden Bestimmungen festgestellt, indem die empirische Einheit der elektromotorischen Kraft in einem Leiter von der empirischen Einheit des Widerstandes einen Strom von der empirischen Einheit der Intensität erzeugt[1]).

850 Ausserdem können wir Definitionen für einzelne der Constanten aus allen möglichen Wirkungsäusserungen des Stromes ableiten. So hat man

---

[1]) Ueber eine Anzahl sehr constanter Normalelemente, welche aber wesentlich zur Reduction der elektromotorischen Kräfte auf Volts dienen, siehe Bd. I, §. 790 u. flgde. und weiter unten. Ueber Widerstandseinheiten siehe Bd. I, §. 410.

namentlich als chemische Einheit der Stromintensität die Intensität eines Stromes definirt, welcher in einer Secunde (oder auch einer Minute) 1 mg Wasser zersetzt. Andere Physiker nahmen für letztere Menge 9 mg Wasser, so dass der Strom in einer Secunde 1 mg Wasserstoff entwickelt. Auch hat man weniger zweckmässig die Intensität eines Stromes als Eins (Jacobi'sche Einheit) bezeichnet, welcher 1 ccm Knallgas in einer Minute abscheidet.

Hält man als Definition der chemischen Einheit der Stromintensität die Zersetzung von 9 mg Wasser in einer Secunde fest und wählt als Einheit des Widerstandes die Siemens'sche Quecksilbereinheit, so kann man als chemisch-empirische Einheit der elektromotorischen Kraft die elektromotorische Kraft einer Kette bezeichnen, durch welche in einem Schliessungskreise von der Einheit des Widerstandes ein Strom von der chemischen Einheit der Intensität erzeugt wird.

851 In dieser chemischen Einheit lässt sich z. B. nach den Versuchen von Buff (Bd. I, §. 920) die elektromotorische Kraft der Daniell'schen und Grove'schen Kette ausdrücken. Die elektromotorische Kraft dieser Ketten war daselbst $D = 4{,}207$ und $G = 7{,}136$ gefunden, wenn als Einheit des Widerstandes ein Neusilberdraht von 0,75 m Länge und 1,5 mm Durchmesser galt, dessen Leitvermögen 12,4 mal kleiner war, als das des Silbers. Da letzteres etwa 60 mal besser leitet als Quecksilber, so würde diese Widerstandseinheit 0,08771 mal grösser sein, als die Siemens'sche Quecksilbereinheit. Als Einheit der Stromintensität I galt ein Strom, welcher in der Minute 21,08 ccm (1,888 mg, also in der Secunde 0,03145 mg) Wasserstoff abscheidet. Diese Einheit ist also 0,3145 mal grösser, als die von uns gewählte. In den neuen Einheiten wäre mithin die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette

$$D = 4{,}207 \,.\, 0{,}08771 \,.\, 0{,}3145 = 0{,}0116.$$

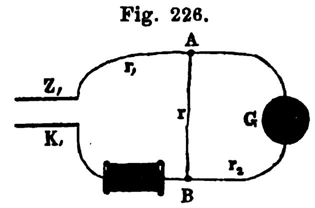
Da für den Widerstand $R = 1$ die Intensität $I = D$ ist, so sind diese 0,0116 mg auch gleich der in der Secunde durch den Strom der Daniell'schen Kette aus Wasser abgeschiedenen Wasserstoffmenge, wenn der Gesammtwiderstand der Schliessung gleich einer Quecksilbereinheit ist.

852 Denselben Werth hat auch Raoult[1]) bestimmt. Der Strom einer Säule von mehreren Daniell'schen Elementen $Z_1 K_1$, Fig. 226 (a. f. S.), wurde durch ein horizontales, 0,839 qmm im Querschnitt haltendes, 876,12 mm langes und mit Eis umgebenes Capillarrohr r geleitet, dessen Enden in zwei weitere Glasröhren A und B mittelst Korken eingesetzt waren, die, ebenso wie das Capillarrohr, Quecksilber enthielten. Das Quecksilber in A und B wurde mit den Elektroden eines Galvanometers G mit langem

[1]) Raoult, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 2, 338, 1864.

Draht verbunden, gegen dessen Widerstand der der übrigen Zweige der Leitung verschwand. In den die Säule enthaltenden Zweig war ein Rheostat eingefügt, durch welchen eine Zeit t hindurch der Strom constant erhalten wurde. Es wurde die Intensität I_1 des Stromes daselbst und zugleich die in der Zeit t in einem Element der Säule $Z_1 K_1$ abgeschiedene Kupfermenge K_1 bestimmt. Sodann wurde ein Daniell'sches Element nur durch das Galvanometer G geschlossen und wieder die Intensität I_0 des Stromes gemessen.

Fig. 226.



Sind bei der ersten Schliessung die Widerstände der Zweige $A Z_1 K_1 B$, AB und AGB gleich r_1, r und r_2, ist die elektromotorische Kraft der Säule E, so ist die Intensität I_1 des Stromes in dem die Säule enthaltenden Zweige

$$I_1 = I_2 \frac{r + r_2}{r}, \quad \text{bezw.} \quad I_1 = I_2 \frac{r_2}{r},$$

da r_2 gegen r sehr gross ist.

Scheidet der Strom I_1 in der Zeit t die Kupfermenge K_1 ab, so scheidet der Strom I_0 in der Zeit Eins die Kupfermenge

$$K_0 = K_1 \frac{1}{t} \frac{I_0}{I_1} = K_1 \frac{1}{t} \frac{I_0}{I_2} \frac{r}{r_2}$$

ab. Wird dem Schliessungskreise des Daniell'schen Elementes statt des Widerstandes r_2 des Galvanometers, gegen welchen der des Elementes selbst verschwindet, der Widerstand Eins geboten, so steigt die Intensität auf das $r_2$fache und die abgeschiedene Kupfermenge ist

$$K = K_1 \frac{r}{t} \frac{I_0}{I_2}.$$

So betrug z. B. bei Anwendung einer Kette von vier Daniell'schen Elementen

$$I_0 = \sin 75^0 6' = 0{,}9664 \qquad I_2 = \sin 16^0 21' = 0{,}2815$$
$$K_1 = 1113 \text{ mg} \qquad t = 176 \text{ Minuten}$$
$$r = 1{,}043.$$

Durch den Strom eines Daniell'schen Elementes, dessen Schliessungskreis den Gesammtwiderstand Eins (eine Quecksilbereinheit) besitzt, wird also in einer Secunde die Kupfermenge

$$K = 1113 \cdot \frac{0{,}9664}{0{,}2815} \cdot \frac{1{,}043}{176 . 60} = 0{,}377 \text{ mg}$$

abgeschieden. Als Mittel mehrerer Versuche ergiebt sich statt dieses Werthes der Werth 0,378 mg. Derselbe Strom würde aus 0,108 g Wasser in einer Secunde 0,012 mg Wasserstoff abscheiden, welcher Werth mithin

die chemisch empirische elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette wäre.

853 Sehr viel einfacher lässt sich diese Bestimmung mittelst der Poggendorff'schen Compensationsmethode ausführen, wenn man den Strom einer Daniell'schen Kette durch den einer anderen Kette, z. B. einiger Bunsen'schen Elemente, compensirt. Ist der Widerstand des Brückendrahtes in Siemens'schen Einheiten gleich r, die an der Tangentenbussole in demselben Zweige abgelesene Stromintensität I, so ist die elektromotorische Kraft (Bd. I, §. 815):

$$D = rI.$$

Leitet man vorher durch die Tangentenbussole und ein Kupfervitriolvoltameter einen Strom, so kann man die Ablenkungen an der Tangentenbussole direct auf chemische Einheiten reduciren. Auf diese Weise fand von Waltenhofen[1]) die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette im Mittel aus 14 Versuchen gleich 12,044, wenn als Einheit der Stromintensität ein Strom galt, der in einer Minute 1 ccm Knallgas, also in einer Secunde 0,000996 g Wasserstoff entwickelt. Für einen Strom, welcher in einer Secunde 1 mg Wasserstoff entwickelt, ist demnach die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette:

$$D = 12{,}044 \,.\, 0{,}000996 = 0{,}01204,$$

also dasselbe Resultat, welches Raoult und Buff erhalten haben.

Die elektromotorische Kraft der Grove'schen Kette ist hiernach in chemischen Einheiten nahezu gleich 0,020.

Elektromagnetische Grundmaasse.

854 Statt dieser auf heterogene Einheiten basirten Bestimmungen der Stromesconstanten hat man dieselben auf ein einheitliches Princip zurückgeführt, indem man sich, gestützt auf die exacten Methoden von Gauss und Weber, zur Messung des Magnetismus nach absolutem Maasse der elektromagnetischen Einheiten der Constanten des Stromes bedient.

Wir haben Bd. III, §. 403 u. f. angeführt, wie die durch elektromagnetische Apparate gemessenen Intensitäten der galvanischen Ströme auf ein gemeinsames elektromagnetisches Maass reducirt werden können.

Als elektromagnetische Einheit der Intensität haben wir ebendaselbst nach diesem Maasse die Intensität des Stromes bezeichnet, welcher, um die Flächeneinheit kreisend, auf einen Magnetpol ebenso wirkt, wie ein unendlich kleiner Magnet vom Moment Eins, dessen Axe auf seiner Ebene senkrecht steht.

[1]) v. Waltenhofen, Pogg. Ann. 133, 462, 1868.

Als **elektromagnetische Einheit der elektromotorischen Kräfte** setzen wir diejenige elektromotorische Kraft, welche von der Einheit der magnetischen Kräfte in einem geschlossenen Kreise inducirt wird, wenn derselbe sich so dreht, dass seine Projection auf eine gegen die Richtung der magnetischen Kräfte senkrechte Ebene sich in der Zeiteinheit um die Flächeneinheit verändert.

Als **elektromagnetische Einheit des Widerstandes** bezeichnen wir endlich den Widerstand eines Schliessungskreises, in welchem die definirte Einheit der elektromotorischen Kraft einen Strom erzeugt, dessen Intensität in elektromagnetischem Maasse ebenfalls gleich Eins ist[1]). — Als Einheitsmaasse sind dabei neuerdings das Centimeter, das Gramm und die Secunde gewählt.

855 Bei der Messung der Intensität I der Ströme nach elektromagnetischem Maasse durch die Tangentenbussole haben wir

$$I = \frac{R^3}{2\pi b^2} H tg\,\alpha$$

gefunden, wo b der Radius des Kreisstromes, R der Abstand seines Umfanges von der (kleinen) Nadel, H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus ist. Da nun H von den Dimensionen $[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}]$ ist, wo L, M und T die Längen-, Massen- und Zeitdimensionen bezeichnen (vergl. Bd. III, §. 270), so ist die Intensität I in elektromagnetischem Maasse von der Dimension $[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]$.

Die elektromotorische Kraft, welche durch gleichförmige Aenderung der Projection eines z. B. um eine verticale Axe drehbaren geschlossenen Drahtkreises auf die Richtung der Horizontalcomponente H des Erdmagnetismus um die Fläche F in der Zeit t inducirt wird, ist nach Bd. IV, §. 157 gleich FH, also die in der Zeiteinheit inducirte Kraft E gleich $F.H/t$. Da F von der Dimension $[L^2]$ ist, so folgt die Dimension der elektromotorischen Kraft E gleich $[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}]$. Da endlich nach dem Ohm'schen Gesetz der Widerstand $W = E/I$ ist, so ist die Dimension des Widerstandes gleich $[L T^{-1}]$, d. h. die gleiche, wie die einer Geschwindigkeit[2]).

856 Als **praktische Einheiten** hat man für die elektromotorische Kraft das 10^8 fache des elektromagnetischen Einheitspotentials, das **Volt**, für den Widerstand das 10^9 fache der elektromagnetischen Widerstandseinheit, das **Ohm**, und demgemäss für die Intensität das 10^{-1} fache der Intensitätseinheit, das **Ampère**, hingestellt, so dass also **ein Volt die elektromotorische Kraft ist, welche in einem Stromkreise vom Widerstande ein Ohm die Stromintensität ein Ampère erhält**[3]).

---

[1]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbestimmungen, Thl. II. — [2]) Vergl. Rep. Brit. Assoc. 1863, p. 130, 1867. — [3]) Congress der Elektriker zu Paris 1881.

857 Früher nannte man die elektromagnetische Einheit der Stromintensität nach dem Vorgange von Latimer Clark, welchem auch andere englische Physiker, Fl. Jenkin, Everett u. A. folgten, ein „Weber".

Indess ist die von W. Weber selbst aufgestellte elektromagnetische Einheit der Intensität von dieser Einheit verschieden. Er wählt als Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit das Millimeter, die Masse eines Milligramms und die Secunde, so dass, wenn wir mit g die Masse eines Gramms oder mit mg die eines Milligramms bezeichnen, seine Intensitätseinheit nach den oben angegebenen Dimensionen gleich $1\,\mathrm{mm}^{1/2}\,\mathrm{mg}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$ oder im C.-G.-S.-System gleich $1\,\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}\,10^{-2}$ ist. Die Weber'sche Intensitätseinheit ist also zehnmal kleiner als ein Ampère bezw. ein früheres Weber.

Wegen der bei den gleichen Namen leicht möglichen Verwechslung hat der Congress der Elektriker für die nunmehr angenommene Intensitätseinheit $\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}\,10^{-1}$ den Namen Weber mit dem von Ampère vertauscht.

858 Die in der Zeiteinheit durch einen jeden Querschnitt eines Schliessungskreises fliessende Elektricitätsmenge, dessen Widerstand ein Ohm ist und in dem die elektromotorische Kraft ein Volt wirkt, wird, im C.-G.-S.-System ausgedrückt, ein Coulomb genannt. Da die Intensität I des Stromes gleich der Quantität Q Elektricität ist, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fliesst, so ist die in der Zeit T fliessende Elektricitätsmenge gleich $I.T$. Die Dimension der Quantität Q ist also gleich (Dim. I) $T = [L^{1/2} M^{1/2}]$. Ihre Einheit ist gleich $\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,10^{-1}$.

Die Capacität eines Condensators, der durch die elektromotorische Kraft ein Volt sich mit einer Elektricitätsmenge ein Coulomb ladet, wird ein Farad genannt.

Da die Capacität gleich der durch eine elektromotorische Kraft E in den Condensator eingeführten Elektricitätsmenge Q dividirt durch die dieselbe erregende elektromotorische Kraft ist, so ist die Dimension der Capacität (Dim. Q)/(Dim. E) $= [L^{-1} T^2]$. Da ferner die Einheit von Q gleich $\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,10^{-1}$, die der elektromotorischen Kraft gleich $\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-2}\,10^{8}$ ist, so ist die Einheit der Capacität gleich $\mathrm{cm}^{-1}\,\mathrm{sec}^{2}\,10^{-9}$.

859 Eine Zusammenstellung der so angenommenen Einheiten im C.-G.-S.-System ergiebt die Einheit

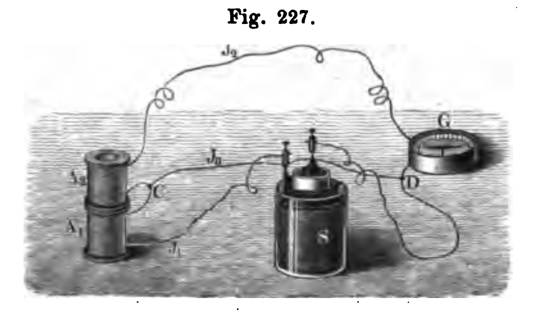
des Widerstandes	1 Ohm	$= 10^{9}\ \mathrm{cm}\ \mathrm{sec}^{-1}$
der elektromotorischen Kraft . .	1 Volt	$= 10^{8}\ \mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-2}$
der Intensität	1 Ampère	$= 10^{-1}\,\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$
der Quantität	1 Coulomb	$= 10^{-1}\,\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}$
der Capacität	1 Farad	$= 10^{-9}\,\mathrm{cm}^{-1}\ \mathrm{sec}^{2}$

Als derivirte Einheiten hat man die eine Million mal grösseren Einheiten mit dem Namen „Megohm", „Megavolt", die eine Million mal kleineren Einheiten mit „Mikrohm", „Mikrofarad" u. s. f. bezeichnet.

Neben diesen Einheiten der fundamentalen elektrischen Grössen ist noch eine Anzahl anderer Einheiten aufgestellt worden. Wir werden sie erst später im Zusammenhange besprechen und die für sie erfundenen Namen anführen.

860 Die gegebene Definition der elektromotorischen Kraft schliesst zugleich die Bestimmung in sich, dass die Inductionsconstante gleich Eins ist. In der That hat schon Kirchhoff[1]) bei einer Bestimmung der Inductionsconstante auf dieses Verhältniss aufmerksam gemacht. Er verband zwei Spiralen A_1 und A_2, Fig. 227, welche auf einander inducirend wirkten, durch die Drähte $A_1 C A_2$ und $A_2 D A_1$ zu einem geschlossenen Kreise, in welchen bei G ein Galvanometer, bei S eine galvanische Säule von der elektromotorischen Kraft E eingeschaltet war. Verbindet man noch die Punkte C und D durch einen Draht CD, und sind die Intensitäten und Widerstände in den Stromzweigen:

Fig. 227.



$CD = I_0$ und w_0, $CA_1SD = I_1$ und w_1, $CA_2GD = I_2$ und w_2,

so ist nach den Kirchhoff'schen Gesetzen der Stromverzweigung:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{w_0}{w_0 + w_2} \qquad \text{1)}$$

Entfernt man jetzt die Spiralen A_2 und A_1 um ein Bestimmtes von einander, so wird in beiden Spiralen ein Strom inducirt. Die gesammte elektromotorische Kraft des in A_2 inducirten Stromes sei e_2, die des Stromes in A_1 sei e_1, die Intensitäten der durch diese Induction in den einzelnen Zweigen der Leitung inducirten Ströme seien i_0, i_1, i_2, dann ist:

$$i_2 = \frac{e_2 (w_0 + w_1) + e_1 w_0}{w_0 w_1 + w_1 w_2 + w_2 w_0} \qquad \text{2)}$$

Es sei e die in A_1 bezw. A_2 inducirte elektromotorische Kraft, wenn durch A_2 bezw. A_1 bei der Bewegung ein Strom von der Intensität Eins flösse, dann ist: $e_1 = I_2 e$, $e_2 = I_1 e$, also nach Gl. 2 und 1, wenn ausserdem w_0 gegen w_1 und w_2 vernachlässigt werden kann: $i_2/I_2 = e/w_0$.

Ist das Potential der Spiralen A_1 und A_2 auf einander, wenn durch beide ein Strom von der Intensität Eins fliesst, vor und nach der Bewegung gleich V und V_0, ist die Inductionsconstante gleich ε, so ist

[1]) Kirchhoff, Pogg. Ann. 76, 412, 1849.

$e = \varepsilon (V - V_0)$, und wenn die Spiralen in unendliche Entfernung von einander gebracht werden, so dass $V_0 = 0$ ist, $e = \varepsilon V$, daher

$$\varepsilon = \frac{i_2}{I_2} \frac{w_0}{V}.$$

Die Werthe i_2, I_2, w_1 sind hier in beliebigen Einheiten gemessen.

861 Der Werth V lässt sich aus den Dimensionen der Spiralen berechnen. Zur Bestimmung des Werthes i_2/I_2 dient die folgende Betrachtung. Ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, das Moment, das Trägheitsmoment und die Schwingungsdauer der Magnetnadel M, K und T, das ihr durch den Strom Eins ertheilte Drehungsmoment d und die durch den constanten Strom I_2 ihr ertheilte Ablenkung α, so ist $HM\alpha = I_2 d$, oder da $HM = \pi^2 K/T^2$ ist,

$$\pi^2 K \alpha = T^2 I_2 d.$$

Wird die Nadel nach ihrer Ablenkung um α von dem momentanen Strom i_2 getroffen, so können wir annehmen, wenn α klein ist, dass der Strom i_2 auf die Nadel ebenso wirkte, wie wenn sie sich in der Ruhelage befände. Wird dabei der Ausschlag um den Werth $\beta - \alpha$ vermehrt, so ist mit Berücksichtigung der Dämpfung der Schwingungen die der Nadel durch den momentanen Strom ertheilte Geschwindigkeit:

$$C = \frac{i_2}{K} d = (\beta - \alpha) \frac{\pi}{T} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}},$$

wo λ das logarithmische Decrement der Schwingungen ist. So ergiebt sich:

$$\frac{i_2}{I_2} = \frac{\beta - \alpha}{\alpha} \frac{T}{\pi} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Da bei den Versuchen nicht immer abgewartet wurde, dass die Nadel genau den Stand α angenommen hatte, so musste in $\beta - \alpha$ statt α der Werth α_1 substituirt werden, welchem ihr Ausschlag zur Zeit des Inductionsstromes entsprach.

862 Um den Widerstand w_0 des Drahtes CD zu bestimmen, wurde derselbe bei einem zweiten Versuche vermittelst eines auf ihm verschiebbaren Quecksilbernäpfchens verlängert, so dass sein Widerstand w'_0 wurde.

Bezeichnen I'_2 und i'_2 die bei diesem Widerstande erhaltenen Intensitäten des primären und inducirten Stromes in dem Schliessungszweige CA_2GD, so ist nach Einsetzen dieser Werthe in die Gleichung 1):

$$\varepsilon = \frac{w'_0 - w_0}{\left(\frac{I'_2}{i'_2}\right) - \left(\frac{I_2}{i_2}\right)} \frac{1}{V} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Als Einheit der als Widerstände benutzten Kupferdrähte wurde der Widerstand eines Kupferdrahtes, als Einheit der Stromintensität die

elektrodynamische Einheit gewählt. Dann ergab sich für diese Einheiten $\varepsilon = 1/192$ Quadratzoll (3,522 qmm).

Nähme man als Einheit der Geschwindigkeit für die durch die elektrodynamische Wirkung gegen einander bewegten Stromelemente die Geschwindigkeit von 1000 Fuss (313 853 mm) in der Secunde; als Einheit des Widerstandes den eines Kupferdrahtes von einer Quadratlinie (4,75 qmm) Querschnitt und 0,434 Zoll (11,35 mm) Länge, so wäre die Inductionsconstante ε gleich Eins.

863 Nach den Angaben Bd. III, §. 406 hat es keine Schwierigkeit, vermittelst der Tangentenbussole die Intensität eines Stromes in absolutem elektromagnetischem Maasse zu bestimmen. Besitzen wir daher irgend einen Draht, dessen Widerstand gleichfalls in elektromagnetischem Maasse gemessen ist, so kann man die verschiedenen, in einen einfachen, einen beliebigen Elektromotor enthaltenden Schliessungskreis eingefügten Widerstände damit vergleichen, und dann durch Multiplication der Intensität des Stromes mit dem gesammten Widerstande auch die elektromotorische Kraft des Elektromotors in absolutem elektromagnetischem Maasse bestimmen.

Es handelt sich also zunächst um die Messung der Widerstände in elektromagnetischen Einheiten, bezw. Herstellung einer solchen Einheit, des Ohm.

Hierzu muss man den Widerstand irgend eines Leiters in elektromagnetischem Maasse bestimmen, mit welchem man dann etwa eine Quecksilbernormale vergleichen und so zugleich die elektromagnetische höhere Widerstandseinheit, das Ohm, in Quecksilbereinheiten, d. h. in der Länge einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt bei 0° C. ausdrücken kann. Nachher kann man auch andere Normalen von Manganin, Constantan, Neusilberdraht u. s. f. in gleichem Maasse herstellen.

864 Zu diesen Bestimmungen hat Wilhelm Weber zunächst folgende drei Methoden angegeben:

I. Ein Drahtkreis von bekannten Dimensionen wird um eine gegen die Richtung des Erdmagnetismus geneigte (verticale) Axe um einen Winkel gedreht und die Intensität des dadurch in ihm inducirten Stromes an einem Galvanometer von ebenfalls bekannten Dimensionen gemessen. Unter sonst gleichen Verhältnissen ist diese Intensität dem Widerstande der Leitung umgekehrt proportional.

II. Man versetzt einen Drahtkreis um seinen horizontalen oder verticalen Durchmesser in gleichförmige Drehung und bestimmt die Ablenkung einer in seiner Mitte schwebenden Magnetnadel in Folge der bei der Drehung im Drahtkreise durch den Erdmagnetismus inducirten Ströme.

III. In einem in sich geschlossenen Multiplicator von bekannten Dimensionen lässt man eine Magnetnadel oscilliren und bestimmt die Dämpfung ihrer Schwingungen.

Statt der Ausmessung der Dimensionen des Galvanometers bei der ersten Methode kann man nach F. Kohlrausch die Wirkung des Einheitsstromes in einem Multiplicator auf die Magnetnadel durch die Dämpfung ihrer Schwingungen bei geschlossenem Multiplicator bestimmen.

865 Erste Methode von W. Weber. Das Princip dieser Methode ist das folgende: Die Spirale des „Inductors" umfasse einen Flächenraum F. Sie werde von einer Lage, in welcher ihre Windungsebenen mit der magnetischen Meridianebene zusammenfallen, plötzlich um 180° gedreht. Ist H die in elektromagnetischem Maasse gemessene Grösse der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, so ist die inducirte elektromotorische Kraft $E = 2HF$.

Der Inductor sei mit dem Multiplicator eines Galvanometers verbunden. Der Gesammtwiderstand der Schliessung sei W, dann ist die Stromintensität $I = 2HF/W$. Das von einem Strom von der Intensität Eins auf die Nadel des Galvanometers ausgeübte Drehungsmoment sei $D = 2n\pi M/r = G \,.\, M$, wo M der Magnetismus der Nadel, n die Zahl der Windungen, r der reducirte Radius des Multiplicators, $G = 2n\pi/r$ ist. Ist ferner k das Trägheitsmoment der Nadel, so ist die ihr durch den Inductionsstrom ertheilte Geschwindigkeit $C = ID/k$, oder bei Einführung der Werthe von I und D:

$$C = \frac{2HF \,.\, G}{W} \frac{M}{k} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Ist ferner ζ die Torsionsconstante des Aufhängefadens der Magnetnadel, T die Schwingungsdauer derselben, wenn sie sich im Inductor befindet, so ist:

$$(1 + \zeta)\, MHT^2 = \pi^2 k,$$

also bei Einführung in Gleichung 1):

$$W = \frac{\pi^2}{T^2 (1 + \zeta)} \frac{F \,.\, G}{C}.$$

Die Geschwindigkeit C lässt sich unter Berücksichtigung der Dämpfung der Schwingungen der Nadel entweder aus ihrem Ausschlage bei einmaligem Umschlagen des Inductors, oder bei wiederholtem rechtzeitigem Umschlagen desselben nach der Multiplications- oder der Zurückwerfungsmethode bestimmen (vergl. Bd. III, §. 379 und 380).

866 Nach dieser Methode hat zuerst W. Weber den Widerstand eines Schliessungskreises in elektromagnetischem Maasse bestimmt, wobei als Inductor ein sechseckiger, zwischen zwei verticalen Zapfen laufender Rahmen mit 145 Windungen von mit Wolle übersponnenem Kupferdrahte diente, welche einen Flächenraum von 104 924 000 qmm umschlossen. Die Enden des Drahtes waren durch den durchbohrten oberen Zapfen zu den Windungen der cylindrischen hölzernen Multiplicatorrolle

von 303,51 äusserem Halbmesser und 202 mm Länge geführt, welche in 28 Lagen 1854 Drahtwindungen von zusammen 70,9 mm Dicke enthielt.

In dem Multiplicator, dessen Windungsebene mit der des Meridians zusammenfiel, schwebte an Coconfäden ein Messingbügel, der einen cylindrischen Stahlmagnet von 60 mm Länge und 6,2 mm Durchmesser trug. Seine Schwingungen wurden durch einen an ihm befestigten Spiegel mittelst der Spiegelablesung bestimmt, und dabei seine Schwingungsdauer durch angehängte Messinggewichte vermehrt.

Die Messungen geschahen mittelst der Zurückwerfungsmethode.

So fand z. B. Weber den absoluten Widerstand seines Schliessungskreises 216,6 . 10^8 cm/sec.

867 Später hat Wilhelm Weber in Gemeinschaft mit F. Zöllner dieselben Versuche mit sehr vervollkommneten Apparaten wieder aufgenommen. Als Inductor und Galvanometer dienten zwei Rollen von mit Oel getränktem und mehrfach verleimtem altem Mahagoniholz von 1100 mm Durchmesser und 350 mm Höhe, welche mit 12 Lagen von je 66 Windungen von etwa 3 mm dickem, doppelt mit Baumwolle übersponnenem Kupferdraht umwickelt waren. Die Dimensionen der Windungen des Inductors waren: Innerer Radius 480,414, äusserer Radius 519,461, Breite 254,20 mm. — Diejenigen der Windungen des Multiplicators waren: Innerer Radius 480,32, äusserer Radius 520,797, Breite 254,20 mm.

Der Inductor liess sich leicht in zwei Secunden um 180° drehen. In den durch Bretter mit Fenstern abgeschlossenen inneren Raum der Multiplicatorrolle war an einem System von Coconfäden ein Magnetometerschiffchen mit zwei Spiegeln an den Enden eingehängt, welches Magnetstäbe von 100 oder 200 mm Länge enthielt. Die Ablenkungen der Magnetstäbe wurden von zwei auf beiden Seiten des Apparates befindlichen Beobachtern mittelst Scala und Fernrohr abgelesen. Bei den Versuchen diente sowohl die Zurückwerfungsmethode, als auch eine combinirte Multiplications- und Zurückwerfungsmethode. Als Mittel aus den Versuchen ergab sich der Widerstand des Inductors und Multiplicators gleich 10,75384 . 10^{10} mm/sec, wobei mit dem längeren Magnet in Folge des grösseren Abstandes der Pole von der Drehungsaxe ein kleinerer Werth gefunden wurde[1]).

Die Versuche, angestellt in dem für die Aufstellung des Refractors früher verwendeten, vielfensterigen achteckigen Saal der Sternwarte auf der Pleissenburg in Leipzig, wurden nur als Vorversuche angesehen, da die Temperatur nicht hinlänglich constant erhalten werden konnte, äussere veränderliche magnetische Einflüsse nicht ausgeschlossen waren und die Aufstellung nicht genügend fest war.

---

[1]) W. Weber u. F. Zöllner, Ber. der Königl. Sächs. Ges. der Wissensch. 1880, S. 77; Beibl. 5, 694.

Diese Versuche habe ich mit vervollkommneten Hülfsmitteln und in einem sehr ruhigen Local von sehr constanter Temperatur, einem zu ebener Erde gelegenen ehemaligen Klosterrefectorium in der Universität zu Leipzig wieder aufgenommen und zu Ende zu führen versucht. 868

Statt des Magnetsystems diente eine rhombische, mit ihrer Ebene vertical und ihrer Längsdiagonale horizontal in einen Messingrahmen eingeschraubte, magnetisirte Stahlplatte, vor der an dem Rahmen ein Glasspiegel befestigt war. Unten war an demselben ein horizontaler Metallstab angebracht, an welchem zur Veränderung des Trägheitsmomentes ringförmige Gewichte verschoben werden konnten. Dieses System hing in einem besonderen, in die Galvanometerrolle gesetzten, mit einer schräg gestellten Glasplatte vor dem Spiegel versehenen Holzkasten.

Die Drehungsaxen des Inductors und Multiplicators wurden mit Hülfe einer Wasserwage und durch Unterschieben sehr spitzer Holzkeile unter die die Rollen tragenden Stative vertical gestellt. Die Einstellung der Rollen in horizontaler Richtung erfolgte durch Drehung derselben, bis das in ihnen befindliche Magnetsystem beim Hindurchleiten des gleichen Stromes nach beiden Seiten gleiche Ausschläge gab. Die Multiplicatorrolle wurde in dieser Lage durch geeignete Schraubvorrichtungen fixirt; die Inductorrolle mit Hülfe eines auf die Axe aufgesetzten rechtwinkligen Prismas um 90° gedreht, indem dabei erst in der erwähnten Stellung in der einen Kathetenfläche das Spiegelbild einer Scala mittelst eines Fernrohrs beobachtet und dann die Rolle gedreht wurde, bis dasselbe in gleicher Lage in der anderen Kathete erschien. Starke horizontale Messingschrauben, welche an einem unter der Inductionsrolle angebrachten horizontalen, kreisförmigen Brett angebracht waren und gegen einen Anschlag an dem Stativ des Apparates gegenschlugen, gestatteten, die Spirale aus dieser Lage genau um 180° und dann wieder zurückzudrehen. Diese Drehungen wurden plötzlich vorgenommen, während das Magnetsystem bei seinen von der Ruhelage beginnenden Schwingungen abwechselnd wieder durch dieselbe in der einen oder anderen Richtung hindurchging. Die Ablenkungen dabei wurden an etwa 4 m entfernten Glasscalen mittelst eines Fernrohrs beobachtet und die Drehungen des Multiplicators so oft wiederholt, bis die Schwingungsweiten die Grenzen der Scala erreicht hatten.

Ist ζ die Torsionsconstante der Aufhängung des Magnetsystems, T_g und T_i die Schwingungsdauer des Magnetsystems an der Stelle des Multiplicators und Inductors, F die von den Windungen des Inductors umspannte Fläche, G das Drehungsmoment des vom Strome Eins umflossenen Multiplicators auf das in ihm hängende Magnetsystem, λ das logarithmische Decrement des letzteren, s_n der $n$te Gesammtschwingungsbogen (nach rechts und links zusammen) desselben, x_0 die Ablenkung des Magnetsystems beim ersten Anstoss, so ergiebt sich der Widerstand des aus Inductor und Multiplicator hergestellten Schliessungskreises:

$$W = \frac{2\pi}{1+\zeta}\frac{T_g}{T_i^2}F\cdot G\cdot\frac{2-e^{-n\lambda}+e^{-(n+1)\lambda}}{1-e^{-\lambda}}\frac{1}{s_n - x_0(e^{-n\lambda}+e^{-(n+1)\lambda})}e^{\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{\lambda}}.$$

Auf diese Weise wurden je aus den sechs grössten Schwingungsbogen s_n die Werthe W und x_0 [1]) abgeleitet.

Die Bestimmung der Torsionsconstante ζ geschah durch Drehung des das Magnetsystem tragenden Torsionskopfes um eine bestimmte Anzahl Grade nach rechts und links und Beobachtung der Ablenkungen des Systems.

Die Fläche F des Inductors wurde auf zwei Weisen bestimmt, einmal durch Messung des inneren und äusseren Umfanges der Umwindung an mehreren Stellen mittelst eines Bandmaasses von Stahl, sodann durch Messung des inneren und äusseren Durchmessers an drei um je 60° gegen einander geneigten Stellen mittelst des Kathetometers. Aus den analogen Bestimmungen wurde das Drehungsmoment G des Multiplicators auf den Magnet im Galvanometer berechnet, einmal, indem die Drahtmasse desselben als ein voller Metallring betrachtet, sodann, indem die Summe der Wirkungen der einzelnen Windungslagen genommen wurde.

Zur Bestimmung des Bogens s_n bedurfte es der Messung des Abstandes der Fernrohrscala vom Spiegel des Magnets. Dieselbe geschah auf zwei Arten; einmal durch directe Bestimmung des Abstandes mittelst eines Stahlbandes mit Marken, deren Abstand durch das Kathetometer bestimmt war, und welches auf einer mit genau horizontalen Glasstreifen belegten Holzbank befestigt war. Auf den Enden des Bandes verschoben sich Schlitten mit Spitzen, welche bis zur Scala und zum Spiegel vorgeschoben wurden. Sodann wurde zwischen Scala und Spiegel genau in ihrer verticalen Mittelebene eine horizontale Hülfsscala aufgestellt und mittelst eines seitlich stehenden Kathetometers auf die Mitten des Fernrohrs und des Spiegels, sowie auf einzelne Punkte der Hülfsscala visirt, woraus wieder der Abstand zu berechnen war.

Die Schwingungsdauern T_g und T_i wurden direct, zugleich mit der Messung des logarithmischen Decrements λ der Schwingungen, bestimmt, indem die Durchgänge verschiedener Punkte der Scala durch das Fadenkreuz des Fernrohrs gleichzeitig mit den Secunden einer mit einer Normaluhr verglichenen Pendeluhr an einem Hipp'schen Chronographen registrirt wurden. Dabei war es nöthig, das Magnetsystem von dem Galvanometer zum Inductor zu übertragen. Da es indess nach dem Wechsel eine längere Zeit brauchte, um eine constante Schwingungsdauer zu erreichen, wurde auch noch das Verhältniss der horizontalen Componenten des Erdmagnetismus an der Stelle des Galvanometers und

---

1) Wegen dieser Bestimmung von x_0 siehe die Originalabhandlung, Abhandlungen der Berl. Akad. der Wissensch. 1884. Die Beobachtungen wurden nach einer sorgfältigen Controle, die einige, freilich nur in den Zehntausendteln liegende Abweichungen ergab, im Auszuge publicirt: Wied. Ann. 42, 227, 1891.

des Inductors und somit auch der Zeiten T_g und T_i mittelst eines etwas abgeänderten Variometers nach F. Kohlrausch (Bd. III, §. 290[1]) bestimmt.

Die Versuche wurden zuerst mit den von W. Weber und F. Zöllner herrührenden Umwindungen, deren Zahl auf den beiden Apparaten je 792 betrug, sodann nach einer neuen, äusserst sorgfältigen Umwickelung mit je 804 Windungen nochmals angestellt. Auch wurden sie wiederholt, nachdem in den Schliessungskreis ein Siemens'scher Normalwiderstand von 10 Quecksilbereinheiten eingeschaltet war. Sämmtliche Bestimmungen wurden bei vier verschiedenen Einstellungen der Schiebegewichte $e = 2$, 1,5, 1 und 0 cm vom Ende auf dem am Magnetsystem unten befestigten horizontalen Stabe ausgeführt und jedesmal mehrere (z) Beobachtungsreihen gemacht.

Ferner wurden die Widerstände der aus Inductor und Multiplicator bestehenden Schliessungskreise mit dem Widerstande der 10 Q.-E. mit besonderer Sorgfalt mittelst einer genau calibrirten Wheatstone'schen Brücke verglichen. Dabei wurden nach Bestimmung der erforderlichen Temperaturcoëfficienten die Beobachtungen auf die Temperaturen berechnet, bei denen die Bestimmungen der Widerstände der Schliessungskreise vorgenommen waren.

So ergaben im Mittel als Endresultat

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}06265 \text{ S.-E.}$$

Diese Beobachtungen sind auf Veranlassung von Herrn Dorn mittelst von Letzterem entwickelten Formeln von Anfang an von Herrn Peter[2]) neu berechnet worden und es ergab sich für die zuverlässigsten Versuche mit den Rollen von 804 Windungen **869**

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}06249 \text{ S.-E.}$$

Auch Mascart[3]) hat mit de Nerville und Benoit nach dieser Methode eine Reihe sorgfältiger Bestimmungen ausgeführt. **870**

Die verwendeten Spiralen waren auf vielfach zusammengeleimte Mahagonirahmen gewunden. Zwei derselben, A und B, hatten 27 cm inneren, 30 cm äusseren Durchmesser, 3 cm Breite, drei andere, a, b, c, 14 cm inneren, 17 cm äusseren Durchmesser, 3 cm Breite. Der mit weisser Seide übersponnene Draht war bezw. 1 und 0,5 mm dick. Die fünf Rollen waren theils einfach mit Drahtwindungen von derselben Drahtdicke umgeben (A, a, c), theils enthielten sie eine Anzahl von getrennten, über einander liegenden Schichtenlagen (B und b), woraus durch Combination

---

[1]) Die genauere Beschreibung siehe l. c. — [2]) Peter, Ber. d. math.-phys. Classe d. K. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig, 4. Juni 1894. — [3]) Mascart, de Nerville und R. Benoit, Résumé d'expériences sur la détermination de l'Ohm et de sa valeur en colonne mercurielle (Paris, Gauthier Villars, 1884, 71 Seiten); Beibl. 8, 719; auch Ann. de Chim. et de Phys. [6] 6, 5, 1885.

neben oder hinter einander neun Systeme hergestellt wurden. Die Berechnung der Drehungsmomente und Flächen geschah in bekannter Weise. Die Länge der Drähte wurde beim Aufwickeln bestimmt. Die zu windende Spirale war auf einer horizontalen Welle mit Federsperrung und einem Tourenzähler befestigt, so dass sie sich nur nach einer Seite drehen konnte. In grosser Entfernung von ihr war die den Draht enthaltende Spirale ebenfalls auf eine horizontale, durch ein Gewicht gebremste und nur nach einer Richtung drehbare Axe gesteckt. Zwischen der Spirale und Spule lag ein 2 m langer, horizontaler Maassstab mit Marken an den Enden. Von der Spule aus ging der Draht über ein System fester und mit constanten Gewichten belasteter beweglicher Rollen, wodurch er eine constante Spannung erhielt, und dann über den Maassstab. Entsprechend der ersten Marke wurde an dem Drahte ein Zeichen gemacht und wiederum ein solches, als letzteres über der zweiten Marke stand. Hierdurch wurden die aufgerollten Drahtlängen bestimmt. Die Enden des Drahtes gingen durch die Seitenflächen der denselben aufnehmenden Rinne. Auch wurde der Durchmesser jeder Windung mit einem Schiebemaasse gemessen. Die kleinen Spiralen konnten in einen Holzdreifuss mit zwei Böden eingesetzt werden. Oben ging die Drehungsaxe durch den oberen Boden und trug eine Kurbel, durch welche die Spiralen in einer halben Secunde um 180° gedreht wurden. Unter der Kurbel war ein an einem Nonius drehbarer Kreis befestigt mit zwei Federarretirungen im Abstande von 180°, gegen welche die Kurbel gegenschlug. Die Axe war zum grossen Theil aus einem Gehäuse gebildet, an welchem die Spirale durch feste Kupferzapfen befestigt war. In dasselbe liess sich ein kleines Magnetometer mit einem an einem Coconfaden aufgehängten Magnet mit Spiegel einhängen, welcher nur dann von seiner Arretirung losgelöst wurde, wenn der Apparat als Tangentenbussole dienen sollte.

Bei den grossen Spiralen sind ähnliche Vorrichtungen getroffen, nur sind die Arretirungen bei den Drehungen durch zwei Ohren an den Enden des horizontalen Durchmessers der Spiralen gebildet, welche in zwei mit Federn versehene Sperrhaken eingreifen. Der untere Boden trägt einen Theilkreis, auf welchem sich ein an der Spirale befestigter Zeiger dreht, um dieselbe um 90° drehen zu können.

Die benutzten Galvanometer haben zwei Rollen α, β von 6 cm innerem und 11 cm äusserem Durchmesser, zwischen denen die Magnetnadel schwebt (ein rechteckiger Spiegel, auf welchen hinten mehrere parallele harte magnetische Stahlplatten von 1 bis 2 cm Länge geklebt sind), und dessen Trägheitsmoment durch angeklebte Glas- oder Kupferplatten geändert wird. Ein drittes Galvanometer war eine Tangentenbussole mit zwei beweglichen Spiralen, den kleineren der oben beschriebenen, ein viertes wurde aus verschiedenen 12 cm weiten Rollen hergestellt. Metalltheile wurden wegen der störenden Inductionsströme sorgfältig vermieden. Die Spiegelablesung geschah an sehr schön

getheilten Glasscalen in Abständen von 3 bis 7 m. Die Schwingungen der Magnetnadel wurden durch eine kleine vom Strome durchflossene Spirale mit Schlüssel beruhigt. Die Leitungsdrähte waren alle mit Guttapercha isolirt und parallel an einander gebunden. Die Umschaltung geschah durch Quecksilbercommutatoren. Die Inductionsspirale wurde eingestellt, indem der darin hängende Magnet losgelöst und die Stellung der Spirale bestimmt wurde, bei der ein durch sie hindurchgeleiteter Strom denselben nicht ablenkte. Die Genauigkeit der Einstellung ist 15'.

Die Widerstände der Spiralen und Normalen wurden an der Wheatstone'schen Brücke mit dem eines Widerstandskastens verglichen. Die Temperatur wurde bestimmt und als Temperaturcoëfficient für das Quecksilber 0,00088, für die Neusilbernormalen 0,00032, für die Platinsilbernormalen 0,00030 genommen. Bei den Inductionsversuchen wurden die beiden extremen Lagen n_0 und n_1 des Magnetes bestimmt, während er fast in Ruhe war. Dann erhielt er beim Durchgange durch die Nulllage einen Inductionsstoss, worauf die Ausschläge n_1, n', n'', n''' nach derselben Seite bestimmt wurden. Der Werth:

$$N = n - \frac{n_0 + n_1}{2} + \frac{n - n'}{2} \mp \frac{n_1 - n_0}{2}$$

entsprach dem ersten, für die Dämpfung und die Initialoscillation corrigirten Ausschlag. Darauf wurde dieselbe Beobachtung im entgegengesetzten Sinne wiederholt. Jede Beobachtungsreihe bestand aus zehn solchen Bestimmungen. Die Ausschläge N betrugen dabei z. B. 167,76 Scalentheile, von 167,48 bis 168, also Maximaldifferenz 3,3/1000.

Die Dauer der Rotation des Inductors betrug weniger als ein Fünftel der Zeit für eine Elongation.

Die Schwingungsdauern des Magnetes wurden mittelst eines zu arretirenden Secundenzählers gemessen, welcher mit einem Chronometer verglichen war. Die Aenderungen der Declination wurden durch wiederholte Beobachtung des Nullpunktes bei weiteren Elongationen der Nadel bestimmt.

Das Drehungsmoment des Galvanometers wurde mit dem aus den Dimensionen zu berechnenden Drehungsmoment des Inductors verglichen, indem letzterer mit seiner Windungsebene in den magnetischen Meridian gebracht wurde und die Ablenkungen der Magnetnadeln in beiden Instrumenten, eventuell unter Anwendung einer Brückenleitung von bekanntem Widerstande an dem Galvanometer, abgelesen wurden.

Der Abstand der Scala von dem Spiegel des Magnetes im Inductor wurde durch Hinlegen eines grossen ebenen Brettes zwischen beiden, Verschieben von Maassstäben bis zum Coconfaden und der Scala und directe Messung des Abstandes der hinteren Enden derselben sorgfältig bestimmt. — Derselbe Abstand beim Galvanometer brauchte in Folge der soeben erwähnten Vergleichungen nicht so genau gemessen zu werden.

Die Torsion des die Magnetnadel tragenden Fadens im Galvanometer ist ohne Belang, da sie sowohl die Inductionsausschläge, wie die Ausschläge bei der Vergleichung der Drehungsmomente betrifft. Die Torsionsconstante des Fadens im Inductor wurde gemessen, indem der Magnet durch einen von aussen genäherten Magnetstab um 360° umgeschlagen und die Aenderung der Einstellung beobachtet wurde.

Zur Vergleichung der Oberflächen der Rollen wurde auch eine oder wurden mehrere hinter einander entgegengesetzt verbunden auf die Axe des Inductors gesetzt und dieselbe nach Verbindung mit dem Galvanometer rechtzeitig hin und her gedreht, wobei sich Differenzen in den Flächen stark markirten. Auch wurden die so vereinten Spiralen um eine horizontale Axe unter dem Einflusse der totalen erdmagnetischen Kraft gedreht.

Zur Vergleichung der Widerstände dienten zwei Wheatstone'sche Brücken von Elliot und Carpentier, deren letztere einen 1 m langen Messdraht von einem Ohm Widerstand enthielt. Die absoluten Widerstände wurden mit vier B.-A.-Einheiten (s. w. u.), vier Siemens'schen Quecksilbereinheiten und sechs besonders construirten Quecksilbereinheiten nahe von der Form der Siemens'schen Quecksilberspiralen verglichen. Letztere wären aus 0,1 bis 0,5 mm weiten, 2 m langen Capillarröhren gebildet, welche in weiten kugelförmigen Behältern endeten, in die Platindrähte tauchten, und im Vacuum gefüllt.

Als Normalwiderstände dienten vier im Vacuum mit Quecksilber gefüllte, bei verschiedener Drehung um ihre Axe sorgfältig calibrirte Röhren von:

Länge L	949,322	1016,754	971,616	1002,543	mm
Mittl. Durchm. D .	1,0726	1,1116	1,0864	1,1034	„
Widerstand	1,048854	1,049255	1,049197	1,048939	„

Bei der Berechnung des Widerstandes ist noch der Widerstand an den Einströmungsöffnungen hinzugezogen, welcher gleich einer Quecksilbersäule vom Querschnitt der letzteren und 0,82 ihres Durchmessers Länge gleich ist[1]). Letzterer Widerstand wurde auch direct durch Vergleichung des Widerstandes verschieden langer Röhren bestimmt.

Die Vergleichung der Widerstände wurde im Wesentlichen nach der Methode von Carey Foster[2]) vorgenommen. Der Brückendraht war dabei an einzelnen Stellen mit einem Normalwiderstand der B.-A.-U. verglichen.

Ferner wurden die Temperaturcoëfficienten der Normalen direct bestimmt und dieselben unter einander verglichen.

---

[1]) Vergl. Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick, Phil. Trans. 1883 [1], p. 175. — [2]) Diese Methode (Carey Foster, Journ. Telegr. Eng. 1874) ist die folgende. Die nahezu gleichen, mit einander zu vergleichenden Widerstände R und S, Fig. 228, werden durch einen Draht KL von der Länge l mit einander verbunden, auf welchem der eine Contact x der das Galvanometer G enthaltenden Brückenleitung schleift. Die anderen Enden von R und S sind mit den Polen der Säule und zwei gleichen Widerständen $T = U$ verbunden,

Bei Füllung der Röhren im lufterfüllten Raume wichen die Gewichte des sie erfüllenden Quecksilbers von denen bei der Füllung im Vacuum nur unmerklich ab.

Als Endresultat ergab sich:

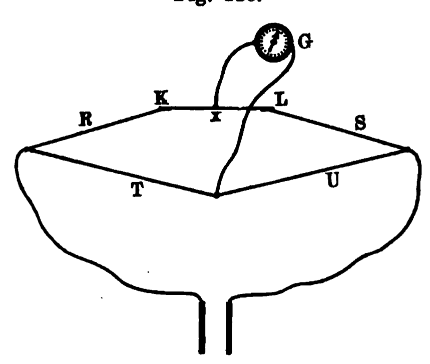
$$1 \text{ Ohm} = 1{,}0142 \text{ B.-A.-U.}$$

Die zweite Methode von W. Weber beruht darauf, dass man eine in sich geschlossene Inductionsrolle um einen verticalen oder horizontalen Durchmesser mit constanter Geschwindigkeit rotiren lässt und die Ablenkung einer in ihrer Mitte aufgehängten Magnetnadel bestimmt. Bei derselben tritt die Complication ein, dass durch die Selbstinduction der rotirenden Spirale der Verlauf der in ihr inducirten Ströme und somit auch die Einwirkung auf die Magnetnadel beeinflusst wird. 871

Es sei φ die Ablenkung des Magnetes, M sein magnetisches Moment, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, F die gesammte, von den Drahtwindungen umschlossene Fläche, n die Zahl der Windungen, ψ der Winkel der Ebene der Windungen mit dem magnetischen Meridian, D die Kraft, mit welcher die Windungen auf eine Magnetnadel vom Moment Eins in ihrer Mitte wirken, wenn ein Strom von der

mit deren Contactstelle das zweite Ende der Brückenleitung in Verbindung ist. Ist μ der Widerstand der Längeneinheit des Drahtes KL, α der Wider-

Fig. 228.



stand der Verbindung bei K, β der bei L, $Kx = \xi$, so ist, wenn das Galvanometer auf Null eingestellt ist:

$$\frac{R + \alpha + \mu\xi}{R + S + \alpha + \beta + \mu l} = \frac{T}{T + U}.$$

Werden R und S mit einander vertauscht und wird durch Verschieben des Contacts auf KL bis zu einem Punkte x^1 die Galvanometernadel wieder auf Null gebracht, so ist nun, wenn $Kx^1 = \xi^1$ ist:

$$\frac{S + \alpha + \mu\xi^1}{R + S + \alpha + \beta + \mu l} = \frac{T}{T + U},$$

also

$$R - S = \mu\,(\xi^1 - \xi).$$

Intensität Eins durch sie fliesst, E die elektromotorische Kraft, R der Widerstand, I die Stromintensität in den Windungen, L das Potential der Windungen auf sich selbst, dann ist das Potential der Windungen beim Durchfluss des Stromes Eins in Bezug auf die horizontale Componente des Erdmagnetismus

$$P = - H.F \sin\psi$$

und das Potential der Windungen auf die Magnetnadel

$$P_1 = - M.D \sin(\psi - \varphi).$$

Werden die Windungen in der Zeit dt um den Winkel $d\psi$ gedreht, so ist die dabei erzeugte elektromotorische Kraft gleich $dP + dP_1$, also

$$HF.\cos\psi\, d\psi + MD\cos(\psi - \varphi)\, d\psi.$$

Ausserdem wird beim Ansteigen des Stromes um den Werth dI in der Zeit dt ein Extrastrom in den Windungen inducirt, dessen elektromotorische Kraft $- LdI$ ist. Die gesammte, bei der Drehung um $d\psi$ in der Zeit dt inducirte elektromotorische Kraft ist also

$$Edt = IRdt = H.F\cos\psi\, d\psi + MD\cos(\psi - \varphi)\, d\psi - LdI,$$

woraus folgt, wenn wir $d\psi/dt = \omega$ setzen,

$$I = \frac{\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\{HF(R\cos\psi + L\,\omega\sin\psi) + MD[R\cos(\psi - \varphi) + L\omega\sin(\psi - \varphi)]\} + Ce^{-\frac{R}{\pi}t}.$$

Der letztere Werth verschwindet bald mit zunehmendem t. Die senkrecht gegen die Nadel gerichtete Componente der von den Windungen auf dieselbe ausgeübten Kraft ist $MDI.\cos(\psi - \varphi)$; also die mittlere, während einer Umdrehung der Windungen um 2π ausgeübte Kraft

$$\frac{MD}{2\pi}\int_0^{2\pi} I\cos(\psi - \varphi)\, d\psi = \frac{1}{2}\,\frac{MD\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\{HF(R\cos\psi + L\,\omega\sin\varphi) + MDR\}.$$

Soll die Nadel in Ruhe bleiben, so muss diese Kraft gleich sein der durch die horizontale Componente des Erdmagnetismus und die Torsion des die Nadel tragenden Fadens auf sie ausgeübten, gegen sie senkrechten Kraft. Ist die Torsion des Fadens bei der Drehung Eins gleich $MH\zeta$, so ist also

$$\frac{1}{2}\,\frac{MD\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\{HF(R\cos\varphi + L\,\omega\sin\varphi + MDR)\} - MH(\sin\varphi + \zeta\varphi) = 0.$$

Ist ζ relativ klein, wie bei den meisten Versuchen, so kann man auch schreiben:

$$R^2 - \frac{1}{2}\frac{F.D\omega ctg\varphi}{1+\zeta}\left(1+\frac{MD}{HF}sec\varphi\right)+L^2\omega^2-\frac{1}{2}\frac{F.D.L\omega^2}{1+\zeta}=0,$$

oder bei Vernachlässigung kleiner, von ζ und von MD/HF abhängiger Werthe:

$$R=\frac{1}{2}FD\omega ctg\varphi\left\{1-\frac{2L}{FD}\left(\frac{2L}{FD}-1\right)tg^2\varphi-\left(\frac{2L}{FD}\right)^2\left(\frac{2L}{FD}-1\right)^2\right\}tg^4\varphi.$$

In dieser Gleichung ist Alles bekannt; F, φ, M, H lassen sich direct beobachten, D und L lassen sich berechnen. Die Torsionsconstante ζ ergiebt sich durch Drehung des Kopfes, an dem der Magnet aufgehängt ist.

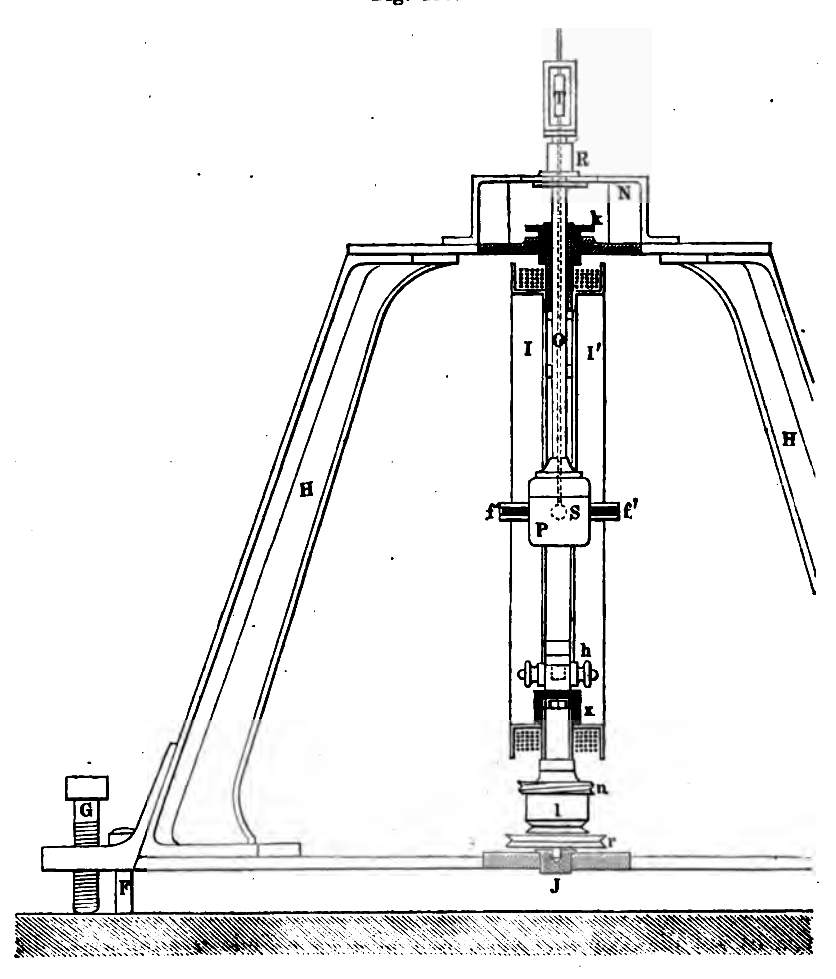
Nach dieser Methode ist zuerst im Auftrage der British Association [1]) eine Beobachtungsreihe von einer dazu bestellten Commission ausgeführt worden. 872

Ein starkes dreifüssiges Gestell H, Fig. 229 (a. f. S.) von Messing ist vermittelst dreier Schrauben in eine steinerne Unterlage eingelassen und kann durch starke Stellschrauben G horizontal gestellt werden. Zwischen einem Lager J in der Steinunterlage und einem hohlen, in die obere Platte des Gestelles eingesetzten Messingzapfen k drehen sich zwei einander parallele, fest mit einander verbundene Messingringe I und I', welche bei f und f' durch Hartgummi unterbrochen sind, um die Bildung von Inductionsströmen in ihnen zu vermeiden, und dann gemeinsam abgedreht sind. Um die Ringe sind übersponnene Kupferdrähte gewickelt. Der mittlere Radius ihrer Windungen von der Mitte der Drehungsaxe aus beträgt bei einer Versuchsreihe $a = 15{,}66$ cm, die Zahl derselben $n = 307$, also die Länge des Drahtes $l = 302{,}063$ m, die Breite der Windungsreihen, senkrecht gegen die Ebene der Windungen $b = 0{,}185$ cm, die Höhe derselben in der Ebene der Windungen 0,132 cm, der mittlere Abstand der Windungen von der Drehungsaxe $b' = 0{,}1915$ cm. Danach ist der Cosinus des Winkels α, den a mit b' macht, $cos\,\alpha = b'/a = 0{,}12245$, $\alpha = 83^0\,1'$. Die Drähte der beiden Ringe sind am einen Ende mit einander verbunden, am anderen enden sie in zwei Quecksilbernäpfen, die durch einen dicken amalgamirten Kupferdraht mit einander vereint werden können. Auf die Axe der Ringe ist unten ein Rad r aufgeschoben, in welches ein Schnurlauf eingreift, der durch ein bleiernes Schwungrad gedreht wird und zugleich einen Regulator bewegt. Ausserdem ist auf die Axe eine kurze Schraube ohne Ende n aufgesetzt, die in ein Zahnrad einfasst. Dasselbe trägt einen Knopf, der bei jeder Umdrehung des Zahnrades, entsprechend 100 Umdrehungen des Ringes, eine Feder mit einem Hammer gegen eine Glocke gegenschlägt. — Durch die Durchbohrung des Zapfens k geht eine Röhre O, an welcher unten eine hölzerne, cylindrische Büchse P hängt. Ueber dem Zapfen k ist auf dem

[1]) Rep. Brit. Assoc. 1863, p. 111; 1864, p. 350.

Gestell ein Ständer N angebracht, der auf der Röhre R einen Glaskasten T trägt. In der Büchse P schwebt der Stahlmagnet, eine Stahlkugel von etwa 7,8 mm Durchmesser, welche nicht völlig bis zur Sättigung magnetisirt ist, also ein äusserst geringes Moment (kleiner als das einer Nähnadel von 0,03 g Gewicht) besitzt, so dass ihre Inductionswirkung auf

Fig. 229.



die rotirenden Spiralen ganz zu vernachlässigen ist. Sie ist durch einen steifen Messingdraht mit einem in dem Kasten T befindlichen Spiegel verbunden. Letzterer hat 30 mm Durchmesser, also einen nicht geringen Luftwiderstand, und hängt an einem 2,45 m langen, an einem Torsionskopf befestigten Coconfaden. Die Schwingungsdauer des Magnetes beträgt über neun Secunden. Die Ablenkungen desselben werden an einer

2,9853 m entfernten Scala mittelst eines Fernrohres abgelesen. Bei 400 Umdrehungen der Spiralen in der Minute nimmt der Magnet mit seinem Spiegel eine vollkommen feste Stellung an, da seine Schwingungsdauer im Verhältniss zu der Rotationszeit der Spirale sehr gross (200 mal so gross) ist; indess differiren die Ausschläge bei den Rotationen nach beiden Seiten doch bis zu 8,5 Proc.

Vor und nach jeder Versuchsreihe wurde der Widerstand der Drahtwindungen vermittelst des Jenkin'schen Widerstandsmessers mit dem einer Neusilberdrahtspirale verglichen, welche nachher als Normalmaass diente. Sein Widerstand betrug nach der Berechnung der Versuche (s. u.) 10 762 011 600 cm/sec und die Genauigkeit der später (1864) unter geänderten Verhältnissen wiederholten Versuche wird auf 0,1 Proc. angegeben.

Nach dieser Bestimmung sind Normalen hergestellt worden, welche einer Einheit entsprechen, und früher als Ohmad oder Ohm bezeichnet wurden, indess wegen bedeutender Fehlerquellen (siehe den folgenden Paragraphen) von dem wirklichen Ohm abweichen. Diese Einheit wird jetzt mit dem Zeichen B.-A.-U. (British Association Unit) bezeichnet.

Die B.-A.-Einheit ist mit grosser Sorgfalt durch Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick[1]) mit der Siemens'schen Quecksilbereinheit verglichen worden. Die benutzten, möglichst cylindrischen und sorgfältigst gereinigten (vier) Glasröhren von etwa 1 und $^1/_2$ B.-A.-U. Widerstand waren an den Enden convex geschliffen, um darauf zwei mittelst Mikrometerschrauben verstellbare Mikroskope mit Fadenkreuz einzustellen. Die Messungen geschahen bei vier verschiedenen Drehungen der Röhren um ihre Axe. Die Röhren wurden dann durch einen Messingstab ersetzt und der Abstand der Einstellungen des Mikroskopes von den nächsten Theilstrichen bestimmt. Neben den Röhren lag ein Thermometer. Sie wurden darauf in eine Rinne voll Quecksilber gelegt, durch Saugen mit Quecksilber gefüllt, längere Zeit in der Rinne behufs des Temperaturausgleiches gelassen, mit den in Quecksilber abgekühlten Fingern (welche nur in einem Falle mit Leder bedeckt waren) verschlossen und herausgenommen. Das aussen adhärirende Quecksilber wurde abgebürstet und das im Rohr befindliche in einen kleinen Porcellantiegel gewogen. Auch wurde die Länge des Quecksilberfadens in der Röhre nach der Widerstandsbestimmung wiederholt gemessen, wobei die Enden derselben durch kleine, in die Enden der Röhre gedrückte Ebonitnadeln verschlossen wurden, um die Schwierigkeit der Messung in Folge der Krümmung der Quecksilberoberflächen zu vermeiden. Wiederum lag ein Thermometer neben der Röhre. Nach der Längenbestimmung wurde das Quecksilber herausgeblasen und gewogen.

873

1) Lord Rayleigh u. Mrs. Sigdwick, Phil. Trans. 1883, 1, 173; Beibl. 8, 56.

Die Röhren wurden in hohle, L-förmige Ebonitgefässe mittelst Kautschukstöpseln eingefügt, durch langsames Eingiessen von möglichst reinem Quecksilber in das eine Gefäss gefüllt, und in einem Holztrog mit Eis bedeckt. Ebonit ist statt Glas für die Gefässe gewählt, um die Condensation von leitendem Wasserdampf an ihren oberen Stellen zu vermeiden. Dabei kühlten sich aber die Endstücke nicht ganz vollständig ab. Die Röhren wurden mit der Wheatstone'schen Brücke durch amalgamirte Kupferstäbe verbunden, welche bis auf den Boden der Ebonitgefässe reichten und etwas von den Enden der Röhren entfernt waren. Bei den Widerstandsmessungen wurden die Widerstände in den beiden, den graduirten Draht enthaltenden Zweigen der Brücke nach der Methode von Carey Foster gewechselt. Der Draht der Brücke bestand aus Platiniridium. Bei der Ausmessung der Widerstände der Röhren I und IV mussten Widerstände aus einem Widerstandskasten als Parallelschliessungen zu dem Normalwiderstande verwendet werden, mit welchem die Röhren verglichen wurden.

Die Normalwiderstände lagen im Wasser. Bei Messung der ihnen nahezu gleichen Quecksilberwiderstände wurden ihre Enden direct mit den Quecksilbernäpfen der Brücke verbunden, oder auch mit besonderen Quecksilbernäpfen, welche erst durch Kupferdrähte von etwa 0,00017 Ohm Widerstand mit den ersteren verbunden waren. Alle Messungen wurden mit abwechselnder Stromschliessung vorgenommen.

Sehr kleine Irrthümer können durch Temperaturänderungen der Kupferdrähte (für 4° etwa 0,00003 B.-A.-U.) und der Normalen (für 0,1° C. 0,00003 B.-A.-U.) und verschiedene Füllung bedingt sein.

Der mittlere Widerstand der Siemens'schen Quecksilbereinheit beträgt hiernach 0,95412 B.-A.-U. (von 0,95386 bis 0,95449).

874 Gegen die Zuverlässigkeit der von der Commission der British Association erhaltenen Resultate können manche Bedenken erhoben werden, so z. B. das geringe Moment des Magnetes im Verhältniss zu der den Luftströmen ausgesetzten Fläche des daran befestigten Spiegels und dem grossen Trägheitsmoment beider zusammen; die nicht geringen Abweichungen der durch abwechselnd entgegengesetzt gerichtete Ausschläge gemessenen Widerstände (bis 8,55 Proc.) in Folge einer dauernden Torsion des Fadens oder einer elastischen Nachwirkung, welche bei der schwachen Magnetisirung der Magnetkugel besonders hervortreten; die Abweichungen in den Resultaten bei schneller und langsamer Rotation (0,5 Proc., bei einzelnen Beobachtungen bis 2,3 Proc.); die Schwierigkeit, den Flächeninhalt der Windungen genau zu messen, eventuelle Inductionsströme in den starken Messingrahmen u. s. f.[1]). Bei Anwendung stärkerer

---

[1]) F. Kohlrausch, Göttinger Nachr., 23. Nov. 1870, S. 513; Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 6, 1.

Magnete können dieselben auf die gedrehte Spirale inducirend wirken und somit auch den Gang der Inductionsströme beeinflussen.

875 Lord Rayleigh und Schuster[1]) haben deshalb wiederholt Versuche mit dem Apparat der British Association unter wesentlichen Abänderungen angestellt, die mehr als Vorversuche für die später von Lord Rayleigh allein ausgeführten Bestimmungen anzusehen sind, bei welchen letzteren die bei jenen gesammelten Erfahrungen in Betreff der Drehung der Inductionsrolle und der Zählung ihrer Umdrehungen verwerthet wurden. Bei diesen Vorversuchen ergab sich der Werth der British Association Unit gleich 0,9893 theoretischen Ohms.

876 Die Versuche von Lord Rayleigh[2]) wurden mit einem neuen Apparat ausgeführt, dessen Stativ auf drei Stellschrauben stand, durch isolirende Zwischenstücke unterbrochen, und auf eine Steinplatte festgeschraubt war. Der drehbare Ring trug oben und unten Stücke von Kanonenmetall, deren unteres auf einer Achatplatte ruhte, deren oberes eine Röhre von 3,1 cm Durchmesser bildete und in einem verticalen Messinglager lief. Die aus zwei parallelen Hälften bestehende Drahtspirale selbst war auf einen Messingring gewunden, der in der Richtung seines Horizontaldurchmessers durchschnitten war und Flantschen trug, welche unter Zwischenlegung von Ebonit zusammengeschraubt waren. Die Metalldicke des Ringes betrug 0,95 cm unterhalb der zur Aufnahme der Windungen eingedrehten Nuthen, neben denselben 15,2 cm, seine Breite 12,2 cm.

Der aus vier, an den einander parallelen Kanten eines Hollundermarkwürfels befestigten Stahlnadeln von etwa 1,3 cm Länge bestehende Magnet schwebte in einem luftdichten Glasgehäuse mit Glasfenstern an einem Coconfaden, welcher an einem auf und nieder zu stellenden Messingstab befestigt war. Ein Ring von 1,9 cm Durchmesser diente zur Vermehrung des Trägheitsmomentes, die Schwingungsdauer betrug $5^1/_2$ Sec. Das Gehäuse hing an einer, an einem besonderen Stativ befestigten, 2,5 cm weiten Messingröhre, welche durch die obere hohle Axe des rotirenden Ringes hindurchging.

Die Drehungen der sorgfältigst gewundenen Inductionsspirale wurden durch einen Wassermotor bewirkt, welcher durch Wasser von constanter Druckhöhe getrieben wurde. Die Geschwindigkeit der Rotation wurde bestimmt, indem auf die Axe ein Pappkreis aufgesetzt war, der in fünf concentrischen Kreisen in 60, 32, 24, 20, 16 schwarze und weisse Abtheilungen getheilt war und durch ein Fernrohr beobachtet wurde, vor welchem dünne, an den Zinken einer elektromagnetisch bewegten Stimmgabel befestigte Metallplatten oscillirten, so dass 127 mal in der Secunde der Blick auf die Pappscheibe verdeckt wurde. Bei

[1]) Lord Rayleigh und Schuster, Proc. Roy. Soc. 32, 104, 1881; Beibl. 5, 697. — [2]) Lord Rayleigh, Phil. Trans. [2] 1882, p. 661; Beibl. 7, 122.

einer Geschwindigkeit, bei welcher gerade ein weisses Feld der Scheibe bis zu der Lage des folgenden in $^1/_{127}$ Secunde vorrückt, scheint die Scheibe stillzustehen. So kann man durch Regulirung des Wasserzuflusses und gelindes Anziehen des den Motor mit dem Apparate verbindenden Seiles irgend einen Kreis der Scheibe zum scheinbaren Stillstande bringen und aus der Anzahl der Felder des betreffenden Kreises die Geschwindigkeit berechnen.

Der Widerstand der Drahtrolle (etwa 25 Einheiten) wurde mit einem Platin-Silbernormalwiderstande von etwa 24 Ohm verglichen. Da ferner die Drähte der benutzten Fleming'schen Widerstandsbrücke nur $^1/_{20}$ Ohm Widerstand besassen, wurde zu dem Drahtring ein kleiner Ergänzungswiderstand von Neusilber zugefügt, der in Quecksilbernäpfe eingelegt wurde, in welche die Enden des rotirenden Gewindes bis auf den Boden eintauchten, und die mit durchbohrten Kautschukstöpseln geschlossen waren. Später wurden die Verbindungen durch Klemmschrauben hergestellt und die Ergänzungswiderstände zwischen den einen Enden der beiden vereinten Drahtrollen eingeschaltet, während die anderen Enden entweder fest unter sich durch einen verschwindend kleinen Widerstand (ein Ω förmiges Kupferstück) oder mit der Brücke verbunden wurden.

Der äussere Umfang der zwei vereinten Drahtrollen betrug 148,97 und 148,69 cm, nach der Correction für die Dicke des Drahtes 148,53 und 148,35 cm, also der mittlere Umfang 148,44, der mittlere Radius 23,625 cm. Die axiale Dimension der Gewinde betrug 1,99 cm, die radiale 1,59 und 1,54 cm, der Abstand der Mittelebenen beider Gewinde 6,595 cm. Jede Rolle hatte 288 Windungen, 16 Lagen zu 18, eine zu 17 Windungen und eine Windung darüber. Der Umfang jeder einzelnen Windung wurde gemessen und nach Maxwell's Vorschlag beim Aufwinden des Drahtes gleichzeitig ein Faden auf einen Holzstab gewickelt um Irrthümer zu vermeiden.

Ausser den erforderlichen Berechnungen der in den Formeln vorkommenden Werthe, auch der in den Ringen erzeugten Inductionsströme, wurde der Coëfficient L der Selbstinduction der Spirale mittelst der Wheatstone'schen Drahtcombination bestimmt (vergl. Bd. IV, §. 137). Der Strom einer constanten Kette theilte sich in zwei Zweige, welche die Spirale vom Widerstand P und einen gleichen Widerstand Q enthielten. Die Enden derselben waren mit der Brückenleitung verbunden. In dieselbe war ein Spiegelgalvanometer von 70 Ohm Widerstand eingefügt, dessen Nadel das logarithmische Decrement von nur 0,0142 besass, also zu ballistischen Versuchen geeignet war. Die Ablesescala war 218 cm vom Spiegel entfernt. Nachher ging der Strom durch die beiden anderen Parallelzweige der Brücke, welche einem Widerstandskasten von Gebrüder Elliot entnommen und je gleich 10 Ohm waren. Als Säule wurden drei neben einander verbundene Daniell'sche Ketten (mit Zinkvitriol) verwendet.

Ist $Q = P$, so giebt die Galvanometernadel keinen Ausschlag. Wird aber der Strom im Hauptzweige der Kette umgekehrt und so die Intensität des Stromes in dem die Spirale enthaltenden Zweige um $2\,i$ geändert, so entsteht in der Spirale in Folge der Selbstinduction eine elektromotorische Kraft Li, durch welche die Nadel des Galvanometers in der Brücke um den Winkel α ausschlägt. Wird P um δP vermehrt, und fliesst durch die Spirale ein constanter Strom i', so wird dadurch dieselbe Wirkung hervorgebracht, wie wenn in dem Spiralzweige noch eine neue elektromotorische Kraft $i'\delta P$ wirkte. Die constante Ablenkung der Galvanometernadel hierbei sei gleich ϑ. Ist T ihre Schwingungsdauer von Ruhelage zu Ruhelage, so wird:

$$\frac{Li}{i'\delta P} = \frac{T}{\pi}\,\frac{\sin {}^1/_2\,\alpha}{tg\,\vartheta}.$$

$\delta P/P$ wurde gleich $^1/_{800}$ genommen.

Da es bei Einschaltung des Widerstandes Q nahe gleich $P = 24$ Ohm sehr schwierig ist, denselben um hinlänglich kleine Grössen zu ändern, um P genau zu compensiren, wurde dazu neben Q eine Parallelleitung eingefügt, welche 753 Ohm betragen musste. Durch Vergrösserung auf 853 Ohm erhielt man eine Wirkung, welche der Vergrösserung um $\delta Q = 0{,}07453$ Einheiten gleich war und dem Zwecke einer hinlänglichen Ablenkung entsprach. Dieselbe Aenderung würde durch Erwärmen der Spirale von nur 1° C. bewirkt worden sein.

Die Beobachtungen von α und ϑ wurden abwechselnd vorgenommen. Erst wurde α bestimmt, und wenn die Nadel durch die Nulllage ging, der Strom umgekehrt und wieder der Ausschlag beobachtet. Ist α_0 der Ausschlag vor der Umkehrung, α der Ausschlag durch die Induction und β der Unterschied der beiden Nulllagen, so ist die folgende Schwingung durch $^1/_2\,(\alpha \pm \alpha_0)\,\sin nt \pm \beta \cos nt$ bestimmt, wo die Zeit von der Umkehrung an gemessen und die Dämpfung vernachlässigt ist. So wird der Schwingungsbogen φ, d. h. die Differenz der beiden der Umkehrung folgenden Elongationen:

$$\varphi = 2\sqrt{[{}^1/_4\,(\alpha \pm \alpha_0)^2 + \beta^2]} \text{ oder annähernd } = \alpha \pm \alpha_0 + \frac{2\beta^2}{\alpha},$$

woraus α zu berechnen ist. Meist war β sehr klein.

Statt den Widerstand δP in den Zweig P einzuführen, wurde ein Widerstand δQ in den Zweig Q eingeführt. Man erhält dann:

$$\frac{L}{Q} = \frac{L}{P} = \frac{\delta Q x'}{Q x}\,\frac{T}{\pi}\,\frac{\sin {}^1/_2\,\alpha}{tg\,\vartheta},$$

welcher letztere Werth noch mit $1 + \lambda$ zu multipliciren ist, wo λ das logarithmische Decrement ist, um die Dämpfung zu berücksichtigen.

Die Spirale war bei diesen Versuchen, um Temperaturänderungen zu vermeiden, in dicke Tücher eingehüllt.

So ergab sich der Coëfficient der Selbstinduction $L = 2{,}4028 \,.\, 10^8$ cm, während die Berechnung zu dem Werthe $2{,}400 \,.\, 10^8$ führte. Die Differenz beträgt also weniger als $^1/_{1000}$.

Für den Einfluss etwaiger Abweichungen der Drehungsaxe von der Verticalstellung wurde nach der Nivellirung eine Correctur eingeführt, ebenso für die Torsion des Aufhängefadens der Nadel, wobei der Aufhängungspunkt in beiden Richtungen um je 5 . 360° gedreht wurde. Beide Correctionen sind fast verschwindend. — Der Abstand des Magnetspiegels des Rotationsapparates von der Scala wurde wiederholt gemessen. Erst wurde mit einem Maassstabe der Abstand der Scala und eines Striches auf dem Glasfenster der Magnetometerhülle und dann mit einem auf einer Scala verschiebbaren Mikroskop der Abstand des Striches von der Mitte des Spiegels bestimmt. Die Versuche wurden mit vier Drehungsgeschwindigkeiten von etwa zwei bis vier Umdrehungen in der Secunde angestellt.

Der Widerstand des Platin-Silbernormalmaasses ergiebt sich hiernach bei den besten Beobachtungen gleich 26,612 absolute Einheiten; bei abnehmender Geschwindigkeit der Drehung im Verhältniss von 60 : 45 : 35 : 30 zu 23,613, 23,610, 23,612, 23,613. Bei Vergleichung der B.-A.-Einheit mit jenem Normalmaasse war letzteres im Mittel gleich 23,9354 B.-A.-U., so dass eine British Association-Einheit gleich 0,98651 theoretische Ohms ist.

Die B.-A.-Einheit wurde mit vier Quecksilberröhren von 87 bis 194 cm Länge verglichen, deren Durchmesser 1 bezw. 2 mm betrug. Danach war der Widerstand einer Quecksilbereinheit bezw. 0,95416, 0,95419, 0,95416, 0,95427 B.-A.-U., wobei die extremsten Werthe 0,95386 und 0,95440 waren. Aus diesem und dem obigen Verhältniss ergiebt sich: 1 Quecksilbereinheit gleich 0,9410 Ohm oder

$$1 \text{ Ohm} = 106{,}3 \text{ mm Hg } 0^0 \text{ C.}$$

877 Bei dieser Methode hat die Inductionswirkung der Magnetnadel auf den rotirenden Ring einen gewissen kleinen, aber zu berechnenden Einfluss.

Man kann denselben beseitigen, wenn man nach dem Vorschlage von Wilhelm Weber die Inductionsrolle um einen horizontalen Durchmesser rotiren lässt und dabei den Inductor durch Drehung um eine verticale Axe so einstellt, dass seine horizontale Drehungsaxe mit der magnetischen Axe der Magnetnadel zusammenfällt.

In dieser Weise sind von Heinrich Weber Versuche ausgeführt worden.

Der Inductor, eine Drahtrolle aus zwei von einander getrennten Windungsreihen, welche in zwei je um 69,05 mm von einander entfernte je 43,25 mm breite Nuthen eingewunden sind und aus je 87 Windungen in sechs über einander liegenden Schichten von übersponnenem Drahte (Dicke mit Ueberspinnung 2,88 mm) bestehen, dreht sich mittelst einer Kurbel um horizontale, hohle Zapfen, welche in einem festen, auf einer runden Sandsteinplatte von 150 mm Dicke und 1200 mm Durchmesser aufgestellten Holzgestelle ruhen und durch eine Schraube auf der einen

Seite gehoben und gesenkt werden können [1]). Der Radius der Drahtaxe der innersten Windung beträgt 257,18, der der äussersten sechsten 270,04 mm. Diese Werthe wurden durch Herumlegen eines Papierstreifens um die einzelnen Windungsreihen, Durchstechen mit einer Nadel und Messen seiner Länge bei gleicher Belastung an einem Normalmaassstabe bestimmt. Durch Zufügung einer Länge von um einander gewundenen Kupferdrähten wurde der Widerstand des Inductordrahtes dem einer B.-A.-Einheit gleich gemacht, wie an einem Differentialgalvanometer constatirt wurde. In dem Inductor steht ein Magnetometer auf einer Messingplatte, welche von einem 20 mm dicken Messingstabe getragen wird, der durch die Höhlung des einen Zapfens hindurchgeht und an einem besonderen Steine befestigt ist. Das Magnetometer besteht aus einem cylindrischen, 100,8 mm langen und 8,2 mm dicken, in der Axe einer 300 mm langen und etwa 11 mm weiten Spirale unter Vorlegung von Eisenankern magnetisirten Stahlstabe, welcher an beiden Enden Spiegel trägt und an den zur Vermehrung des Trägheitsmomentes mittelst zweier Messinghaken ein an beiden Enden mit Bleigewichten belastetes Holzstäbchen aufgehängt ist, welches in seiner Mitte einen zur Ablesung der Ablenkungen des Magnetes bestimmten verticalen Spiegel trägt. Das ganze Gewicht des in einem Gehäuse mit aufgesetztem Glasrohre mittelst vier Coconfäden an einem Torsionskopf hängenden Systems beträgt 145,39 g, seine Schwingungsdauer 20,573 Secunden.

Der den Inductor tragende Sandstein dreht sich mittelst einer Messingaxe auf einem zweiten gleichen, welcher bis auf einen 100 mm breiten, mit Paraffin und Graphit bestrichenen Rand ausgemeisselt war. Mit dem oberen Steine fest verbunden ist ein Gestell angebracht, auf welches ein Fernrohr mit Scala so aufgestellt ist, dass durch die hohle Inductoraxe der eine Endspiegel des Magneten beobachtet werden kann. Mittelst eines im Inneren auf den Hohlzapfen an der Kurbelseite des Inductors aufgesteckten Spiegels lässt sich die Fernrohraxe und die Drehungsaxe des Inductors in dieselbe Verticalebene bringen. Man stellt zu dem Zwecke das Fernrohr so auf, dass sein Fadenkreuz auf den Mittelwerth der Scalentheile einsteht, welche bei verticaler Stellung der Inductorflächen und nach Drehung um 180° in dem Fernrohr erscheinen. Wird dann nach Entfernung des aufgesteckten Spiegels der Inductor dauernd gedreht und dabei der obere Stein mit dem Inductor, wie bei einer Sinusbussole, der Nadel nachgedreht, so giebt die Ablesung an der Scala den immer sehr kleinen Winkel zwischen der Drehungsaxe und der magnetischen Axe der Nadel. Der Ablenkungswinkel der Nadel aus dem Meridian wird durch ein zweites auf den Spiegel des Gehänges gerichtetes Fernrohr gefunden. Aus beiden Winkeln findet sich der Winkel zwischen der Drehungsaxe des Inductors bei seiner der Nadel

---

[1]) Heinrich Weber, Der Rotationsinductor, Leipzig, Teubner, 1882, S. 76. Nach einer gefälligen Originalmittheilung.

nachgedrehten Stellung und dem Meridian. Um die horizontale Drehungsaxe des Inductors mit der Axe des Magnetes in seiner Ruhelage conaxial zu stellen, wird im Inneren auf den Hohlzapfen des Inductors an der Kurbelseite ein Spiegel aufgesteckt, der durch ein Fernrohr mit Scala, welches auf einem mit dem oberen Steine verbundenen Gestell aufgestellt war, bei Drehung um 180° beobachtet wird. Der Inductor wird so lange durch ein Gestänge mit Holzschrauben gedreht, bis nach Fortnahme des Spiegels der mittlere Ausschlag an der Scala beim Hineinblicken in den einen Endspiegel des Magnets der gleiche ist, der Magnet in der Ruhelage also nahezu mit der Axe der Rolle zusammenfällt.

Der Inductor wurde in einer Secunde je einmal nach dem Schlagen einer Uhr herumgedreht, wobei die Kurbel jedesmal gegen eine Feder anschlug.

Die Ablesungen geschahen an gewöhnlichen Papierscalen.

Die Inclination wurde ein- für allemal mittelst eines Erdinductors von Meyerstein, dessen äusserer Durchmesser 168 mm, dessen Breite 86 mm war, bestimmt. Sie betrug von 66° 36′ 34″ bis 66° 40′ 35″, d. h. $^1/_{1000}$ Unterschied. Die Ausschläge der Nadel des Rotationsinductors betrugen etwa 520 Theilstriche bei einem Abstande der Scala vom Spiegel gleich etwa 2400 Theilstrichen (mm).

Besondere Sorgfalt wurde den Windungen des Inductors zugewendet. Der Draht wurde von der Seite in die Nuth des aus vielen alten Mahagonistücken zusammengesetzten und sorgfältig abgedrehten Holzrahmens eingeführt, und dann in eine in die Grundfläche der Nuth gearbeitete, an Tiefe anfangs der Drahtdicke gleiche und dann bis zum Abstande von 180° bis zur Oberfläche der Grundfläche ansteigende Rinne eingewunden, von wo aus er in Schraubenwindungen weiter geführt wurde. Bei der ersten Windung, sowie den späteren an den Wänden anliegenden wurde dies durch kleine Stücke Holz erreicht, welche von einem der Drahtdicke gleich dicken Holzcylinder abgespalten waren und zwischen den Draht und die Wand eingelegt wurden.

Die Ablenkung der Nadel beim Drehen des Inductors ist auch hier bedeutend von der Selbstinduction desselben beeinflusst, während der Magnetismus der Nadel selbst keinen Einfluss hat. Berechnet man dieselbe nach Maxwell, indem man nur die Inductionswirkung jeder einzelnen Windung auf die benachbarten, nicht aber die der einzelnen Theile einer Windung unter einander berücksichtigt, so erhält man die Selbstinduction $L = 0{,}028751 \,.\, 10^{10}$. Die Bestimmung derselben mittelst der Wheatstone'schen Brücke nach Maxwell nach den Correctionen für Temperatur und Polarisation der Kette ergab $L = 0{,}02259 \,.\, 10^{10}$ [1]).

---

[1]) Der bedeutende Unterschied findet seine Erklärung in einem bei der numerischen Berechnung von L untergelaufenen Fehler. Nach einer Berechnung von Weinstein (Wied. Ann. **21**, 354, 1884) ist der Coëfficient der Selbstinduction nach der verbesserten Formel von Maxwell gleich $0{,}0205845 \,.\, 10^{10}$.

Der Widerstand w des Inductors berechnet sich nach folgender Formel:

$$w = \frac{1}{1 + \left(\frac{L\gamma}{w}\right)^2} \frac{\pi\gamma}{\sin(1+\zeta)\psi}\left(A + \frac{\lambda^2 B}{5}\right)$$

$$\left[F\left(tg\, J + \frac{L\gamma}{w}\sin x\right) - 2\pi\frac{m}{H}\frac{L\gamma}{w}\sin\omega\left(A + \frac{\lambda^2 B}{5}\right)\right],$$

wo die Grösse $L\gamma/w$ durch besondere Versuche gefunden wird. Hierin ist:

L der Coëfficient der Selbstinduction der Spirale,
γ die constante Rotationsgeschwindigkeit,
ζ der Torsionscoëfficient des Fadens,
ψ die Ablenkung der Magnetnadel,
x der Winkel zwischen der Drehungsaxe des Inductors und dem Meridian,
ω der Winkel zwischen der Drehungsaxe und der magnetischen Axe,
λ die halbe Länge des Magnetes,
F die Fläche des Inductors,
J die Inclination,
$m = 2\lambda\mu$ das Moment des Magnetes,
H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus,
ϱ der Radius eines Ringes,
e das vom Mittelpunkte des Inductors auf die Ebene eines Ringes gefällte Loth,

$$A = \sum\sum \frac{\varrho^2}{(\varrho^2 + e^2)^{3/2}},$$

$$B = \frac{15}{4}\sum\sum \frac{\varrho^2(\varrho^2 - 4e^2)}{(\varrho^2 + e^2)^{7/2}},$$

Nach demselben ist das Correctionsglied in der Formel für die Selbstinduction, wenn $x = b/c$ gesetzt wird, also zu schreiben:

$$n^2 f\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{n^2\pi c^2}{24a}\left\{\left[\log\frac{8a}{c} - \frac{1}{2}\log(1+x^2)\right](1 + 3x^2) + 3{,}45\,x^2\right.$$

$$\left. + \frac{221}{60} - 1{,}6\,\pi x^3 + 3{,}2\,x^3 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{10}\frac{1}{x^2}\log(1+x^2) + \frac{1}{2}x^4\log\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right\}.$$

Ist $b = 0$, so wird das Correctionsglied:

$$\frac{n^2\pi c^2}{24a}\left(\log\frac{8a}{c} + \frac{43}{13}\right).$$

Ist $c = 0$, so wird dasselbe:

$$\frac{n^2\pi b^2}{8a}\left(\log\frac{8a}{b} + \frac{1}{4}\right),$$

wie auch Lord Rayleigh (Proc. Roy. Soc. 32, 118, 1881) und Niven (Maxwell, Treatise, 2. ed., 2, 321) gefunden haben.

Ebenso wie Weinstein hat auch Stefan (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. 88, 2. Abth., Jahrg. 1883, S. 1201) das Correctionsglied berechnet und für die Berechnung des Potentials von Rollen auf sich selbst sehr bequeme Tafeln aufgestellt. Derselbe findet für den Coëfficienten der Selbstinduction 0,0206200 . 10^{10}.

wo die Summationen über alle Ringe auszudehnen sind. Der daraus berechnete Werth einer B.-A.-Einheit schwankt bei positiver und negativer Drehung von 0,98915 bis 0,99138 und von 0,98347 bis 0,98733 Ohm, so dass die Differenzen je 0,004 bis 0,006, d. h. etwa $^1/_2$ Proc. ausmachen. Das Mittel ist

$$1 \text{ B.-A.-U.} = 0{,}9877 \text{ Ohm}.$$

878 Die dritte Methode von W. Weber beruht darauf, dass man eine Magnetnadel in einem Multiplicator schwingen lässt, einmal, während er geöffnet, sodann, während er geschlossen ist.

Das Drehungsmoment D, welches ein Multiplicator auf die in ihm schwingende Nadel vom Momente M ausübt, ist, wenn durch ihn ein Strom von der Intensität Eins fliesst, $D = 2n\pi M/r$, wo der Multiplicator durch n kreisförmige Windungen vom Radius r ersetzt ist. Bezeichnen wir die Länge des Magnetes mit $2l$, den Magnetismus an den Polen mit $\pm m$, so ist die von jedem Pol desselben auf den Multiplicator ausgeübte, auf der Ebene der Windungen normale Kraft gleich $D/2l = 2n\pi m/r$. Wird der Magnet in sehr kleine Schwingungen versetzt, so dass sich während derselben jene Kraft nicht ändert, und der Multiplicator in sich geschlossen, so inducirt jeder Magnetpol in ihm die gleiche elektromotorische Kraft, wie wenn der Magnet ruhte, der Multiplicator aber mit der entgegengesetzten Geschwindigkeit sich gegen den Magnetpol hinbewegte. Ist die Drehungsgeschwindigkeit Eins, also die Geschwindigkeit der Magnetpole l, so ist die durch die Bewegung beider Pole inducirte elektromotrische Kraft $E = 4n\pi ml/r = 2n\pi M/r$.

Ist die Intensität des durch diese elektromotorische Kraft erzeugten Stromes im Multiplicator in elektromagnetischem Maasse gleich i, also die Intensität des Stromes bei der Drehungsgeschwindigkeit $d\varphi/dt$ gleich $i\,d\varphi/dt$, so ist wiederum das von demselben auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment gleich $-(2n\pi Mi/r).(d\varphi/dt)$. Das von dem Erdmagnetismus H und der Elasticität des die Nadel tragenden Fadens auf sie ausgeübte Drehungsmoment ist gleich $-MH(1+\zeta)\varphi$ zu setzen. Ist also k das Trägheitsmoment der Nadel, so ist die Bewegung derselben bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + (1+\zeta)\frac{MH}{k}\varphi + \frac{2n\pi}{r}\frac{Mi}{k}\frac{d\varphi}{dt} = 0,$$

also

$$\varphi = Ae^{-\frac{n\pi Mi}{kr}t}\sin t\sqrt{(1+\zeta)\frac{MH}{k} - \left(\frac{n\pi Mi}{kr}\right)^2} \quad \cdot \cdot \quad 1)$$

Ist t_1 die Dauer der Schwingungen der Nadel, λ ihr logarithmisches Decrement, so folgt:

$$t_1 = \pi\left[(1+\zeta)\frac{MH}{k} - \left(\frac{n\pi Mi}{kr}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \text{ und } \lambda = \frac{n\pi Mit_1}{kr} \qquad 2)$$

also

$$i = \frac{kr}{n\pi Mt_1}\lambda.$$

Der Widerstand des Multiplicators in absolutem elektromagnetischem Maasse ergiebt sich daher:

$$w = \frac{E}{i} = \left(\frac{n \pi M}{r}\right)^2 \frac{2 t_1}{k \lambda} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

Entwickelt man aus den Gleichungen (2) den Werth $1/k$ und setzt ihn in w ein, so erhält man:

$$w = \frac{2 n^2 \pi^4 M}{H r^2} \cdot \frac{\pi^2 + \lambda^2}{(1 + \zeta) \lambda t_1},$$

in welcher Formel sich alle Werthe bestimmen lassen.

So fand W. Weber z. B. den Widerstand seines Multiplicators (§. 866) bei zwei Versuchsreihen, bei denen als Magnet einmal ein längerer Magnetstab und sodann ein kleiner, sehr starker natürlicher Magnet diente, gleich $189{,}9 \,.\, 10^8$ cm/sec.

Ein ganz ähnlicher Werth ($190{,}3 \,.\, 10^8$) ergab sich, als durch die im §. 866 zu beschreibende Methode die Widerstände des §. 867 beschriebenen Erdinductors und Multiplicators mit einander verglichen wurden, und dann das Resultat mit dem der ersten Beobachtungsreihe combinirt wurde.

879 Nach dieser Methode ist eine Auswerthung eines Siemens'schen Normalwiderstandes in elektromagnetischem Maasse durch Fr. Weber[1]) vorgenommen worden.

Zwei gleiche Spiralen von 14,443 cm innerem, 18,446 cm äusserem Radius von je 691 Windungen und 5,364 cm Breite wurden conaxial in der magnetischen Ostwestrichtung aufgestellt. Genau in der Mitte zwischen ihnen, mit seinem Mittelpunkte in der Axe, war ein möglichst starker parallelepipedischer Magnet von 8 cm Länge, 2,01 cm Breite und 2,11 cm Höhe an einem 3 m langen dünnen Messingdraht aufgehängt. Die elektromagnetische Kraft G, welche der vom Strome Eins durchflossene Multiplicator auf die magnetische Masseneinheit ausübt, die in den Polen des Magnetes concentrirt gedacht werden kann, ergiebt sich aus den Dimensionen der Spiralen und der Lage der Magnetpole gegen dieselben nach der Formel:

$$G = \frac{2 \pi n R^2}{\varrho^3} \left\{ \begin{aligned} & 1 + \frac{h^2}{R^2} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{5}{2} \frac{R^2}{\varrho^2} \left(1 - \frac{R^2}{\varrho^2}\right) \right\} - \frac{b^2}{\varrho^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2} \frac{D^2}{\varrho^2}\right) \\ & - \frac{3}{4} \frac{l^2}{\varrho^2} \left[\frac{4 D^2 - R^2}{\varrho^2} - \frac{h^2}{\varrho^2} \left\{ \frac{5}{3} - \frac{14}{3} \frac{R^2}{\varrho^2} \right. \right. \\ & \left. + \frac{4 D^2 - R^2}{\varrho^2} \left(\frac{21}{6} + \frac{21}{4} \frac{D^2}{\varrho^2} \right) \right\} \\ & \left. + \frac{b^2}{\varrho^2} \left\{ \frac{4}{3} - \frac{56}{3} \frac{D^2}{\varrho^2} - \frac{4 D^2 - R^2}{\varrho^2} \left(\frac{7}{6} - \frac{21}{2} \frac{D^2}{\varrho^2} \right) \right\} \right] \end{aligned} \right\},$$

[1]) H. F. Weber in Zürich, Absolute elektromagnetische und calorimetrische Messungen (Zürcher und Furrer, Zürich), Beibl. 2, 499, 1878.

wo R der mittlere Radius, n die Anzahl der als kreisförmig angesehenen Windungen des Multiplicators, $2D$ der Abstand der Mittelebenen beider Spiralen, $2h$ und $2b$ die Höhe und Breite des von den Windungen erfüllten Raumes, $\varrho = \sqrt{R^2 + D^2}$ und $2l$ der Polabstand des Magnetes ist. Die Ausschläge α sind so klein genommen, dass $\cos\alpha = 1$ und $5 \sin^2\alpha$ gegen 1 als verschwindend angesehen werden kann.

Ist dann das logarithmische Decrement der Schwingungen des Magnetes vor und nach der Schliessung des Multiplicators gleich λ_1 und λ_2, T_1 die Schwingungsdauer im ersten Falle, M das Moment des Magnetes, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, ζ das Torsionsmoment des Aufhängedrahtes, so ergiebt sich der Widerstand des Multiplicators in absolutem Maasse:

$$w = G^2 \left(\frac{M}{H}\right) \frac{1}{2 T_1 \left(1 + \frac{\zeta}{MH}\right)} \cdot \frac{\pi^2 + \lambda_1^2}{\lambda^2 \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_1^2}{\pi^2 + \lambda_2^2}} - \lambda_1}.$$

Die Werthe λ_1, λ_2, T_1, $1 + \zeta/MH$ und M/H wurden nach dem Gauss'schen Verfahren bestimmt; darauf der Widerstand des Multiplicators mittelst einer Brückenmethode mit dem einer Widerstandseinheit (S. Q.-E.) von W. Siemens verglichen, wobei sorgfältig alle Störungen durch Temperatureinflüsse, Uebergangswiderstände, Extraströme u. s. f. vermieden waren.

I. Sechs Versuche bei möglichst naher Aneinanderschiebung der Spiralen ($D = 39,2$ mm), wobei $\lambda_2 - \lambda_1 = 0,0296$, ergaben danach:

1 S. Q.-E. $= 0,95535 \times 10^{10}$ (von $0,9532 - 0,9570 \times 10^{10}$).

II. Bei sechs anderen Versuchen war $2D$ möglichst dem mittleren Radius der Windungen gleich ($2D = 164,4$), wobei $\lambda_2 - \lambda_1 = 0,0172$, und G nahezu von der Poldistanz des Magnetes unabhängig sind. Es war:

1 S. Q.-E. $= 0,95388 \times 10^{10}$ (von $0,9528 - 0,9555 \times 10^{10}$).

III. Endlich wurde der Multiplicator neu gewickelt und der Magnet nach bedeutender Schwächung benutzt ($\lambda_2 - \lambda_1 = 0,0161$). Wiederum war bei sechs Versuchen (Anordnung wie in II):

1 S. Q.-E. $= 0,95430 \times 10^{10}$ (von $0,9527 - 0,9551 \times 10^{10}$).

Als Mittel der 18 Bestimmungen I. bis III. folgt:

1 S. Q.-E. $= 0,95451 . 10^{10}$,

oder 1 Ohm $= 1,04768$ S. Q.-E.

880 Dorn[1]) hat diese Methode in der Weise mit Vortheil abgeändert, dass er das Drehungsmoment des Galvanometers durch Vergleichung der Ablenkungen bestimmte, welche ein constanter Strom in demselben (bezw.

[1]) Dorn, Wied. Ann. 17, 773, 1882, und nach einer gef. Originalmittheilung.

nach Einfügung einer Brücke vor demselben) und in einer gleichzeitig in den Schliessungskreis eingeschalteten Tangentenbussole von leicht bestimmbaren Dimensionen erzeugte.

Ist der Widerstand des Galvanometers w_g, der daran angebrachten Brücke w_b, I die Intensität des durch die Tangentenbussole geleiteten Stromes, α die Ablenkung seiner Nadel, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, R der mittlere Radius der Windungen der Tangentenbussole, n ihre Zahl, so ist die Intensität des Stromes im Galvanometer:

$$i = \frac{w_b}{w_b + w_g} I = \frac{w_b}{w_b + w_g} \frac{HR}{2\pi n} tg\,\alpha.$$

Erzeugt der stationäre Strom i im Galvanometer die kleine, durch Spiegelablesung im absoluten Bogenmaasse gemessene Ablenkung φ, ist p das Empfindlichkeitsmaass des Galvanometers für constante Ströme, so ist:

$$pi = \varphi.$$

Ist ferner q das durch den Strom Eins auf den Magnet des Galvanometers ausgeübte Drehungsmoment, so ist nach Bd. III, §. 369:

$$p = \frac{T_0^2}{\pi^2 k} q,$$

wo T^0 und k die Schwingungsdauer der Nadel bei geöffnetem Multiplicator des Galvanometers, k ihr Trägheitsmoment ist.

Lässt man die Nadel im geöffneten und geschlossenen Multiplicator schwingen und beobachtet ihre Decremente λ_0 und λ, und ist dabei der Widerstand in absoluten Einheiten w, so ist (Bd. III, §. 368):

$$q^2 = \frac{2wk}{T_0}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0\right).$$

Ist ferner 1 Quecksilbereinheit $= \sigma$ absoluten Einheiten, und W der Werth des Widerstandes w in Quecksilbereinheiten, so ist:

$$w = W\sigma,$$

und es wird unter Benutzung der früheren Gleichungen:

$$\sigma = \frac{2\pi^6 n^2}{H^2 R^2} \frac{\varphi^2}{tg^2\alpha}\left(\frac{w_g + w_b}{w_b}\right)^2 \frac{k}{T_0^3 W\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0\right)}.$$

Hierbei sind also die Werthe H, R, α, φ, T_0, W, k, λ_0 und λ, sowie das Verhältniss von w_g zu w_b zu bestimmen. Ausserdem sind Correctionen wegen der Abhängigkeit der Empfindlichkeit und Dämpfung des Galvanometers von der Amplitude der Nadel desselben [mit Hülfe der von Schering[1]) gegebenen Formeln], sowie wegen der Länge der Nadel

[1]) Schering, Wied. Ann. 9, 287, 1880.

in der Tangentenbussole und der bei den Schwingungsbeobachtungen zur Messung des Erdmagnetismus eintretenden temporären Längs- und Quermagnetisirungen des Magnetes durch die Horizontalcomponente selbst anzubringen, welche alle einzeln berücksichtigt wurden. Ferner wurde die Selbstinduction im Galvanometer in Rechnung gezogen, wofür eine praktisch verwerthbare Formel abgeleitet ist[1]). Ist L das Potential der Galvanometerspirale auf sich selbst, so ist dem Klammerwerthe im Nenner des Ausdrucks für σ noch die Grösse

$$-\frac{L}{w}\frac{\lambda^2}{T_0}\frac{\pi^2}{\pi^2+\lambda^2}$$

beizufügen. L wurde nach einer der §. 137 beschriebenen ähnlichen Methode direct experimentell ermittelt.

Die Versuche wurden in einem sehr fest gebauten Locale in Breslau fast ausschliesslich bei Nacht vorgenommen, die Zeitmessungen auf richtigen Gang der Uhr corrigirt. Die Scalen waren auf Spiegelglasplatten geklebt, der Scalenabstand wurde durch Verschiebung eines Perreaux'schen Meters unter zwei Mikroskopen mit Fadenkreuz und Anschieben von Glasscalen an den Spiegel bezw. an das Loth vor der Scala bestimmt. Das Meyerstein'sche Magnetometer zur Bestimmung von H wurde genau an die Stelle der Tangentenbussole gebracht. Locale erdmagnetische Einflüsse wurden beachtet. Das Trägheitsmoment wurde in bekannter Weise durch Schwingungsbeobachtungen mit Auflage von Gewichten festgestellt. Die Tangentenbussole hatte vier Windungen von 1 mm dickem Kupferdraht, dessen mittlerer Radius (25,377 cm) durch ein umgelegtes Stahlband, sowie durch mikroskopische Vergleichung von acht äquidistanten Durchmessern mit dem Perreaux'schen Meter gemessen wurde. Der kupferne Dämpfer desselben hatte keine localen Einflüsse. Das Galvanometer hatte einen 100 mm breiten, länglichen Multiplicatorrahmen mit 276 Windungen von 3 mm dickem Kupferdrahte in 12 Lagen; in zwei seitlichen Abtheilungen waren noch 150 Windungen von dünnerem Drahte, durch welche der Strom eines Daniell'schen Elementes mittelst eines Commutators zur Erregung der Schwingungen des Magnetes geleitet wurde. Der 16,95 cm lange, 1,42 cm dicke Magnetstab lag mit zwei Nuthen in den Doppelgabeln eines Bügels im Inneren eines Multiplicators. Zur Aufhängung diente ein an einem Torsionskreise befestigter Stahldraht[2]). An den Enden des Bügels waren zwei verticale Stifte zum Aufstecken von Gewichten für die Bestimmung des Trägheitsmomentes angebracht. Der ganze Apparat wurde durch einen Kasten mit Spiegelglaswänden und Pappdeckeln geschützt. Der Magnet wurde im Multiplicator centrirt und die zur Reduction der Ablenkungen und Dämpfungen auf unendlich kleine Schwingungsbogen

[1]) Näheres hierüber siehe Dorn, Wied. Ann. 22, 265, 1884. — [2]) Vergleiche die Beschreibung des Galvanometers von F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 6, 24, 1874.

erforderlichen Beobachtungen wurden vorgenommen, indem die Schwingungsdauer und das logarithmische Decrement für die natürliche und zwei nach beiden Seiten gleiche Ablenkungslagen bestimmt wurde. Die erstere Correction wurde auch durch Vergleichung der Ablenkungen mit denen in der Tangentenbussole, sowie der Ablenkungen durch verschieden starke Ströme bei Einschaltung verschiedener Widerstände festgestellt.

Bei den Hauptbeobachtungen wurde erst das Galvanometer mit der Tangentenbussole verglichen, dann die Schwingungsdauer aus 3 × 10 Durchgangszeiten in Intervallen von je 10 Minuten bestimmt, darauf das logarithmische Decrement für vier Widerstände gemessen, die Schwingungsdauer nochmals beobachtet und dann die ersterwähnte Vergleichung wiederholt.

Als Widerstände wurden zwei Universalwiderstände und eine Widerstandsscala von Siemens verwendet, von denen die ersteren auch als Messbrücke zu verwenden waren. Der Widerstand der Stöpsel wurde berücksichtigt.

Als Resultat ergiebt sich der Widerstand einer Quecksilbereinheit im Mittel gleich 0,94825 Ohm (0,94797 bis 0,94865), also

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}0546 \text{ Q.-E.}$$

Neuere, ganz besonders sorgfältige und ausgedehnte Bestimmungen nach dieser Methode sind von Dorn[1] in einem mit den Fenstern nach Norden gelegenen Parterreraume des physikalischen Instituts der technischen Hochschule zu Darmstadt nach Entfernung der eisernen Oefen angestellt. Wir können hier nur einen allgemeinen Ueberblick über dieselben geben und müssen sonst auf die Originalabhandlung verweisen. 881

Der Mahagonirahmen des für die Schwingungsversuche benutzten Galvanometers hatte für den Magnet einen Raum von 246 mm Länge und 55,5 cm Höhe; die äusseren Dimensionen waren 266 mm und 76,3 mm; die Breite des Wickelungsraumes 115 mm. Der schwach diamagnetische, mit weisser Seide übersponnene, 2,3 mm dicke Kupferdraht war in 18 Lagen von 50 Windungen und einer darüber befindlichen Lage von 48 Windungen (um den Magnet in Bewegung zu setzen oder zu beruhigen) aufgewickelt. Der Gesammtwiderstand war 3,908 S.-E. (vor dem Aufwinden, also vor der Drehung und Härtung durch dasselbe 3,833 S.-E.).

Der Magnet, eine glasharte, vor und nach dem Magnetisiren längere Zeit gekochte, auf ihren Temperaturcoëfficienten und ihr Trägheitsmoment untersuchte Röhre, von 209,97 mm Länge, 8,82 mm innerem und 17,60 mm äusserem Durchmesser und 298,53 g Gewicht, trug oben in einer Fassung von elektrolytischem Kupfer einen durch Stellschrauben von demselben Kupfer vertical zu stellenden Planparallelspiegel und war an einem an der Decke befestigten Torsionskreise aufgehängt. Das

[1]) Dorn, Wied. Ann. 36, 22, 398, 1889.

Galvanometer befand sich in einem Glaskasten mit Mahagoniboden. Unter demselben lag eine Drahtrolle von demselben Drahte und gleicher Dicke wie die Galvanometerwindungen, welcher magnetisch indifferent war. Das Galvanometer stand auf einem in verticaler Richtung mittelst eines cylindrischen Stieles in einem dreibeinigen Stativ verstellbaren Tische von doppeltem Mahagoniholz.

An dem Stativ waren durch schräge Stützen getragene Ansätze von 77 mm Höhe und 64 mm Breite angebracht, welche zusammen nach beiden Seiten 3 m lang und ebenso wie der untere Tisch des Stativs mit Spiegelglasstreifen belegt waren. Sie dienten zum Auflegen des Magnetes bei den Ablenkungsversuchen. Hierzu war ein Brettchen mit eingehobelter dreieckiger Rinne auf die Glasplatte gekittet, über welche quer eine Glasplatte geleimt war, gegen welche der Ablenkungsmagnet geschoben wurde.

Die Tangentenbussole bestand aus einer sorgfältig abgedrehten und auf ihre Dimensionen genau geprüften Scheibe von weissem Marmor von 497 mm Durchmesser, auf welche fünf Windungen von etwa 1 mm dickem Kuferdraht, getrennt durch Windungen von etwas dünnerem, mit weisser Seide besponnenem Kupferdraht, aufgewunden waren. Seine Enden wurden in Löcher im Marmor eingekittet. Der Marmor war schwach diamagnetisch. Zwischen zwei 10 cm langen und 2 mm von einander entfernten, auf die Marmorscheibe gepressten Stanniolstreifen erwies sich bei Verbindung mit den Polen einer Säule bei Einschaltung eines Galvanometers der Widerstand der Scheibe mehr als 20 Millionen S.-E.; die Leitung durch den Marmor ist also gegenüber der durch die Kupferdrahtwindungen ganz unmerklich. Der Einfluss der Durchführung des Drahtes durch den Marmor wurde besonders berechnet.

Als Magnetometer diente meist ein solches nach F. Kohlrausch, bestehend aus einem 24,1 mm langen, 5,7 mm breiten und 0,5 mm dicken, in einem vorn und hinten durch Glasplatten geschlossenen, mit Schwefelsilber geschwärzten Elfenbeingehäuse schwebenden Magnet, der auf einen Planparallelspiegel von 25,2 mm Durchmesser unter Zwischenfügung eines Schellackstabes geklebt war. Der Polabstand desselben wurde gleich $^5/_6$ seiner Länge gesetzt. Das Gehäuse diente als Luftdämpfung.

Ein zweites Magnetometer, ebenfalls nach F. Kohlrausch[1]), hatte einen ziemlich dicken, 21,4 mm langen Magnet, der einen besonderen mit Seidenpapier beklebten Luftflügel trug. Das Torsionsverhältniss des Coconfadens wurde besonders berechnet. Die Tangentenbussole stand auf einem ähnlichen Stativ mit Glasstreifenbelegungen wie das Galvanometer; auf demselben waren Lager für den Galvanometermagnet. Für Vergleichung namentlich kleinerer Widerstände diente die Methode des über-

---

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 15, 100, 1882.

greifenden Nebenschlusses mittelst eines Differentialgalvanometers nach F. Kohlrausch[1]) (Bd. I, §. 470).

Die örtlichen und zeitlichen Aenderungen der Horizontalintensität des Erdmagnetismus waren mittelst zweier Localvariometer von F. Kohlrausch bestimmt.

Ausserdem wurden ein Widerstandssatz von Neusilber, zwei Doseneinheiten von Siemens und zu Widerstandsvergleichungen zwei bifilar gewickelte Neusilberwiderstände von etwas mehr als 1 S.-E. und 0,5 S.-E. benutzt, die in zugeschmolzenen Glasröhren von 30 cm Länge und 3,5 cm Durchmesser lagen und durch Korke mittelst 4 mm starker Drähte mit Klemmen communicirten. Die Röhren befanden sich in einem Wasserbade. Ihre innere Temperatur stimmte bis auf $0,02^0$ mit der desselben überein.

Die Pendeluhr mit Holzpendel schnitt fortdauernd mittelst eines an der Pendelstange befestigten Platinmessers durch eine Quecksilberkuppe und stellte somit, mit einem hierzu vorgerichteten Morse'schen Telegraphenapparate, einen Chronographen dar. Die zwei verwendeten Leclanché-Elemente wurden indess nur so lange eingeschaltet, als zu den Zeitbeobachtungen nöthig war. Der Gang der Uhr war durch eine Sonnenuhr controlirt; alle Längenmessungen sind auf ein berichtigtes Normalmeter bezogen. Für die Längenmessungen wurde ein aus einem starken Eisenprisma mit zwei Mikroskopen hergestellter Comparator verwendet; als Scalen dienten Glasscalen von Hartmann; die Thermometer waren vielfach mit einem Normalthermometer verglichen. Die Unterlegscheiben waren aus elektrolytischem Kupfer.

Die Widerstände wurden mittelst einer Wheatstone'schen Drahtcombination unter Anwendung eines Doppelschlusses mit Quecksilbercontacten calibrirt, der zuerst den Zweig mit dem Elemente, dann die Galvanometerleitung schliesst; die Widerstandskästen waren mit besonders gutem Erfolge in eine mit trockenen Sägespänen gefüllte Kiste gesetzt. Nach mehreren Stunden waren die Temperaturen auf $^1/_{10}{}^0$ constant. Auch der Widerstand der Stöpsel wurde bestimmt[1]).

Die verwendete Doseneinheit (Nr. 1195) erwies sich unverändert.

Der Widerstand des Galvanometers wurde durch verschieden starkes Heizen des Zimmers für verschiedene Temperaturen controlirt.

Die Aenderung der Galvanometerfunction wurde durch Beobachtung der Dämpfung für verschiedene Winkel zwischen der Ruhelage des Magnetes und der Windungsebene des Multiplicators bestimmt. Die logarithmischen Decremente der Schwingungen wurden auf unendlich kleine Amplituden reducirt.

Bei den Ablenkungsbeobachtungen für die Bestimmung von M/H wurde mit grosser Sorgfalt der Magnetabstand mittelst der erwähnten Lage für zwei Lagen bestimmt, ebenso hiernach die Polabstände des auf

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 20, 76, 1883.

das Magnetometer der Tangentenbussole wirkenden Hohlmagnetes, ferner die Temperaturcoëfficienten für den Hohlmagnet des Galvanometers, sowie das Verhältniss des durch die magnetisirende Kraft Eins in ihm erzeugten Längs- und Quermomentes [1]), sowie sein Trägheitsmoment.

Die Anordnung der endgültigen Versuche geschah in folgender Weise:

Das Stativ des Galvanometers wurde, nachdem die Ablenkungsschiene horizontal gemacht war, unter den Torsionskreis gebracht, so dass der Drehpunkt der oberen Platte mittelst eines Lothes genau unter denselben fiel. Dann wurde der magnetische Meridian durch Verschiebung eines 75 cm langen Magnetes auf der Tischplatte bestimmt, bis er das 45 cm seitlich von ihm aufgestellte erste Magnetometer nicht mehr, auch nicht bei Drehung um 180° um seine Axe, ablenkte. Das Galvanometer selbst wurde auf das Stativ genau centrisch unter den Torsionskreis gebracht. Darauf wurde der Aufhängedraht von Torsion befreit und der in das Schiffchen gebrachte Magnet mit dem ihn tragenden mittleren Stab des Torsionskreises in verticaler Richtung verschoben, bis er sich in der Mitte des Multiplicatorrahmens befand, und um eine horizontale Axe gedreht, bis er in verticaler Lage war. Die Windungsebene des Multiplicators wurde in den Meridian gebracht. Um Veränderungen zu erkennen, wurde in dem Galvanometergehäuse ein Spiegel *b* befestigt, in welchem mittelst Fernrohr eine an ihm angebrachte Scala gesehen wurde. Darauf wurde das Fernrohr und die Scala auf seiner Axe senkrecht eingestellt. Aehnlich wurde das Stativ der Tangentenbussole und das zugehörige Fernrohr nahezu im gleichen Scalenabstande, wie beim Galvanometer, justirt.

Bei den Hauptbeobachtungen folgten auf einander: 1. die Messung des Scalenabstandes für Galvanometer und Tangentenbussole; 2. Controle des Abstandes der Marken auf den Magnetlagern; 3. Bestimmung des Galvanometerwiderstandes; 4. Dämpfungsbeobachtungen für vier Widerstände des Galvanometerkreises; 5. Bestimmung der Galvanometerfunction (je zweimal); 6. Bestimmung der Schwingungsdauer (je zweimal 15 Minuten), sowie der Luftdämpfung; 7. Bestimmung von M/H aus der Ablenkung des Magnetometers der Tangentenbussole durch den Galvanometermagnet in zwei Abständen; 8. die entsprechende Beobachtung am Orte des Galvanometers; 9. Vergleichung der Horizontalintensität am Orte des Galvanometers und dem der Tangentenbussole; 10. Ablesung der Variometer zwischen den verschiedenen Beobachtungen; 11. ebenso der Temperaturen. Zwischen den Beobachtungen 4, 5, 6 blieb der Magnet unberührt im Schiffchen ohne Einwirkung stärkerer magnetisirender Kräfte. Sodann wurden auch die gegenseitigen Einflüsse der einzelnen Apparate controlirt. Die Scalenabstände wurden ebenfalls gemessen.

---

[1]) Dorn, Wied. Ann. 22, 565, 1884.

Die sehr ausgedehnten einzelnen Daten lassen sich hier unmöglich in extenso geben; für dieselben muss auf die Originalabhandlung verwiesen werden.

Als Hauptmittel aller Beobachtungen ergiebt sich die Länge einer Quecksilbersäule von 0° und 1 qmm Querschnitt gleich

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}06243 \text{ m/qmm Hg von } 0^{\circ}.$$

882

Wild[1]) hat seine Versuche im Allgemeinen nach derselben Methode angestellt. Der Empfindlichkeitscoëfficient des Galvanometers wurde auch hier durch Vergleichung mit einer Tangentenbussole bestimmt und die Aenderung desselben mit wachsendem Ausschlage[2]) nach den Berechnungen von Chwolson[3]) berücksichtigt. Auch wurde der Einfluss des Eisengehaltes des Multiplicators in Betracht gezogen. Bei Drehung desselben um $\pm 3^1/_2{}^{\circ}$ aus der Symmetrielage gegen die Magnetnadel wurde dieselbe um etwa 1′ abgelenkt, was das Endresultat um 0,4 Proc. beeinflusst. Ferner wurde ganz besonders der Einfluss der magnetischen Einwirkung der Erde auf die Magnetnadel berücksichtigt, indem dieselbe bifilar aufgehängt und in die transversale Lage gebracht wurde, welche durch Drehen des zuerst mit dem Magnet belasteten Gehänges nach Entfernung desselben und Einlegen eines messingenen Torsionsstabes um 90° erzielt wurde. Der ebenso gestellte Multiplicator bestand aus einem rechtwinkligen Mahagonirahmen von 3 mm Wandstärke, mit einem Hohlraume von 138 mm Breite, 35 mm Höhe und 310 mm Länge, welcher einen Raum von 110 mm Breite zur Aufnahme eines 2 mm dicken, mit Wolle umsponnenen und paraffinirten Kupferdrahtes in acht sehr sorgfältig gewundenen Lagen von abwechselnd 33 und 32 (im Ganzen 260) Windungen bot. Der rechtwinklige parallelepipedische Magnet ist 290 mm lang, 36 mm breit, 12 mm dick und nach der Methode von Strouhal und Barus durch wiederholtes Erhitzen in Dampf möglichst constant permanent magnetisirt. Der Magnet liegt in fixirter Lage in einem Messingtroge, welcher durch einen Messingbügel mit Gegengewicht mit einem mit Spiegel versehenen, verticalen Stabe verbunden ist, der wiederum an einem Querstück an den zwei Suspensionsfäden aufgehängt ist. Diese aus zehn einzelnen Coconfäden bestehenden Fäden gehen oben über eine Rolle. Der Apparat ist durch einen Kasten aus Glas und Holz geschützt. — Wie bei dem Apparate von Dorn dient ein besonderer, um den Multiplicator gelegter Draht, durch welchen ein Strom mittelst eines Commutators in der einen oder anderen Richtung geleitet wird, zum Beruhigen oder Antreiben des Magnetes.

Zur Bestimmung des Verhältnisses M/H wurde der Magnet im Multiplicator durch einen unifilar aufgehängten, in einem ganz gleichen

[1]) Wild, Mém. de St. Pétersb. [7] 32, Nr. 2, p. 122, 1884; Auszug: Wied. Ann. 23, 665, 1884. — [2]) Vergl. Wild, Mém. de St. Pétersb. 26, Nr. 8, 1878. — [3]) Chwolson, Mém. de St. Pétersb. 26, Nr. 14, April 1879; 28, Nr. 3, April 1880.

Lager befindlichen ersetzt, in welches zur Ermittelung der Localeinflüsse am Orte des Multiplicators und der Tangentenbussole beide Magnete hineinpassten, und derselbe durch den ersten Magnet abgelenkt. Die Ablenkungsversuche geschahen in üblicher Art mit besonderen Vorsichtsmaassregeln, indem der ablenkende Magnet in Mahagonirinnen in verschiedene Abstände von dem unifilar aufgehängten Magnete genau in die Höhe desselben gelegt wurde. Dabei wurden die Längendimensionen der Magnete so gewählt, dass in der Formel für M/H die Summe der ersten zwei von der Entfernung abhängigen Correctionsglieder Null wurde. Auch wurde nach den Berechnungen von Chwolson[1]) die Quermagnetisirung berücksichtigt.

Die nach dem Principe von Helmholtz gebaute Tangentenbussole hat zwei auf möglichst kreisrunde Räder von altem Eschenholz mit eingedrehten Schraubengängen gewundene Spiralen von je 15 Windungen von 1 mm dickem Kupferdraht, deren Durchmesser (im Mittel 1011,6 mm) mittelst eines Kathetometers mit Mikrometerfernröhren bestimmt worden war. Der Abstand der Spiralen von der Mittelebene zwischen ihnen, in welcher der Magnet hing, betrug nach ähnlichen Messungen 505,9 mm.

Der Abstand von Scala und Spiegel für die Bifilar-, die Unifilaraufhängung und bei der Tangentenbussole wurde durch Messung mit einem Kalibermaassstab von etwa 4 m Länge bestimmt. Die Scalen und Maassstäbe waren alle verificirt. Der Torsionscoëfficient wurde durch Drehung des den bifilar aufgehängten Magnet tragenden Schraubenkopfes um $\pm$ 360°, sowie bei Drehung der einzelnen Fäden bestimmt.

Auch wurde der Einfluss der in dem Local befindlichen Magnete besonders in Betracht gezogen, ebenso bei der Bestimmung des Verhältnisses der Horizontalintensität an der Stelle des Galvanometers und der Tangentenbussole der Einfluss des Eisengehaltes des Dämpfers in ersterem auf die Schwingungsdauer. Die Zeiten wurden auf Normalzeit reducirt.

Die Vergleichung der Widerstände w_g und w_b (vgl. §. 880) geschah wesentlich nach der Methode von Carey Foster (vgl. §. 870, Anm.), wobei indess der verschiebbare Contact an dem einen Ende des Batteriezweiges, nicht an dem des Galvanometerzweiges angebracht war. Die dazu verwendete Brücke enthält einen auf einen Marmorcylinder gewickelten Messdraht, wie ihn später auch F. Kohlrausch (Bd. I, §. 487) benutzt hat[2]). In alle Zweige sind Widerstandskästen eingefügt. Die Verbindungen geschahen durch Quecksilbernäpfe, bestehend aus einer Schale von Buchsbaumholz, in welche unten eine 2 mm dicke amalgamirte Kupferplatte eingelegt war, auf die ein Buchsbaumcylinder mit verticalen Durchbohrungen gesetzt war, wohinein die Leitungsdrähte passten. Zur Calibrirung des Rheostatendrahtes, welcher beim Hin- und Herdrehen,

[1]) Chwolson, Mém. de St. Pétersb. 31, Nr. 10, Mai 1883. — [2]) Vergl. Chwolson, Bullet. de St. Pétersb. 22, 409, Oct. 1876.

Veränderung der Quecksilberverbindungen und Stöpselungen seinen Widerstand nicht änderte, wurde mit und ohne Einschaltung eines Widerstandes von etwa 0,025 S.-E. bei verschiedener Einstellung das Galvanometer in der Brücke auf Null gestellt. Auch wurden die Siemens'schen Einheiten und der Widerstandskasten controlirt.

Die benutzten Thermometer waren mit einem Normalthermometer verglichen.

Als Resultat aller Messungen (9 Reihen) ergiebt sich nach einer späteren Correction wegen der Selbstinduction 1 S.-E. = 0,94627 Ohm mit einem wahrscheinlichen Fehler des Endresultates von 0,000081, abgesehen von constanten, in der Theorie nicht berücksichtigten Fehlern. — Nach Dorn ist hierbei noch eine doppelte Correction anzubringen, einmal eine kleine wegen einer nicht ganz richtigen Behandlungsweise der Selbstinduction [1]), wodurch der Werth sich auf 0,94597 reducirt; sodann eine grössere, wegen einer besonderen Einrichtung der Siemens'schen Stöpselrheostaten, bei welchem an jedem Metallstücke zwischen den Stöpseln ein Kupferdraht hängt, an den die Enden zweier auf einander folgender Widerstände befestigt sind, so dass, wenn diese z. B. gleich sind, beim Ziehen des Stöpsels zwischen ihnen der Widerstand nicht genau der doppelte wird (vergl. Bd. I, §. 418, Anm.). Die hiernach corrigirten Beobachtungen ergeben nach Wild [2]):

1 S.-E. = 0,94315 Ohm,

oder 1 Ohm = 1,06027 Q.-E.

Baille hat nach einem eingehenden Studium der Dämpfungsmethode [3]) eine Reihe von definitiven Messungen [4]) angestellt. Der Magnet war inmitten einer kreisförmigen Spirale an einem weichen, ziemlich dicken Messingdraht (also mit starker elastischer Nachwirkung, siehe Wied. Elektr. 1, §. 42, Anm.), in einen mit einem Spiegel versehenen Bügel eingelegt, welcher mit einem längeren horizontalen Stabe behufs Anbringung von Gewichten zur Veränderung des Trägheitsmomentes versehen war (Gesammtgewicht 870 g). Die Spirale hatte 39,6 cm inneren, 48,8 cm äusseren Durchmesser; die Dicke des Drahtes war 0,23 cm; er machte 1933 Umwindungen. Der mittlere Radius war 22,1 cm. Zur grösseren Sicherheit wurde zur Bestimmung der Constante des Apparates ein Thermostrom durch die Spirale und eine sehr sorgfältig gearbeitete Tangentenbussole von 12 197 cm Radius mit 36 Drahtwindungen in zwei Lagen geleitet und gleichzeitig die Ablenkungen abgelesen, wobei indess die Declinationsänderungen störten. Deshalb wurden die Kreise

883

[1]) Siehe Dorn, Wied. Ann. 22, 265, 1884. — [2]) Wild, Wied. Ann. 23, 665, 1884. Nach Lord Rayleigh (Wied. Ann. 24, 214, 1885) können bei dieser Methode auch die in der Masse des Magnetes inducirten Ströme Störungen verursachen. Vergl. über diese Methode auch Fr. Kohlrausch, Wied. Ann. 20, 87, 1884. — [3]) Baille, Ann. télégr. März, Avril 1884, p. 89. — [4]) Ibid. Mai, Juni 1884, p. 131; Beibl. 8, 600; 9, 355.

der Apparate und die Magnete durch Drehen des Aufhängefadens in die Ebene des magnetischen Apparates gebracht und die Schwingungsdauern der Nadeln möglichst gleich gemacht. Die Länge der Magnete schwankte zwischen 3, 5 bis 8 bis 10 cm. Sie hatte nach dem Verfasser keinen Einfluss auf die Dämpfung. Das Resultat dieser Versuche war: ein Ohm ist gleich dem Widerstande von 105,57 cm einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt bei 0° C.

Bei einer zweiten Reihe oscillirte der Magnet, um von der Länge unabhängig zu sein, in einem 50 cm langen, 8 cm breiten und 10 cm hohen Multiplicator mit 476 Windungen, in welchem der Magnet parallel der Länge desselben hing.

Die magnetischen Momente wurden bei der ersten Reihe einige Stunden nach den Versuchen, bei der zweiten unmittelbar vor und nach den Schwingungsbeobachtungen bestimmt.

Das Torsionsmoment wurde zugleich an zwei ganz gleichen Drähten, deren einer den Magnet in der Spirale, deren anderer eine ganz gleiche Aufhängevorrichtung mit einem Kupferdraht trug, durch Schwingungen bestimmt. Das Verhältniss zwischen den Resultaten an beiden Apparaten blieb das gleiche. Die Correction für die Selbstinduction war bei der zweiten Reihe zu vernachlässigen.

Die Ablenkungen des Magnetes zur Bestimmung der Constante der Apparate wurden gemessen, indem ein horizontales Goniometer an denselben angebracht und das Spiegelbild des von dem Collimatorspalt kommenden Lichtes in dem geeignet gedrehten Ocularfernrohr beobachtet wurde.

Als Resultat ergab sich:

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}0567 \text{ cm}.$$

884 Um die Schwierigkeit der Bestimmung des magnetischen Momentes M der Nadel und des reducirten Radius des Multiplicators zu umgehen, combinirt Fr. Kohlrausch[1]) die beiden §. 859, Nr. 2 und 3 angeführten Methoden zu einer vierten Methode.

Lässt man zuerst die Nadel eines Galvanometers schwingen, wenn dasselbe mit einem ruhenden Erdinductor verbunden ist, so gilt die Bd. III, §. 668 gefundene Gleichung für den Empfindlichkeitscoëfficienten q des Galvanometers, d. h. das Drehungsmoment, welches ein momentaner Strom Eins auf die den Drahtwindungen parallele Nadel ausübt:

$$q^2 = 2\,\frac{wk}{T_0}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_0^2}{\pi^2+\lambda_1^2}}-\lambda_0\right) \quad \cdots\cdots \quad 1)$$

wo w den Widerstand des durch den Inductor geschlossenen Galvanometers, k das Trägheitsmoment, T_0 und λ_0 die Schwingungsdauer und

[1]) Fr. Kohlrausch, Pogg. Ann., Ergänzungsband 6, 1, 1873; Gött. Nachr. 1870, 5. Nov.

das logarithmische Decrement der Nadel bei geöffneter Schliessung, λ_1 das Decrement bei geschlossenem Galvanometer angiebt. Wird durch letzteres der Strom eines Erdinductors geleitet, den man aus der auf dem magnetischen Meridian senkrechten Lage um 180° dreht und ist H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, F die von dem Drahte umschlossene Fläche des Inductors, so ist die bei jeder Umdrehung durch jeden Querschnitt gehende Elektricitätsmenge $\int i\,dt = 2\,FH/w$. Die Winkelgeschwindigkeit der Nadel wird hierdurch:

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\,qFH}{wk}, \text{ also } q^2 = \frac{\gamma^2 w^2 k^2}{F^2 H^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Aus 1) und 2) folgt der Widerstand w in absolutem Maasse:

$$w = \frac{1}{\gamma^2}\,\frac{8\,F^2H^2}{T_0 k}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0\right).$$

Die Winkelgeschwindigkeit γ kann mittelst der Zurückwerfungsmethode bestimmt werden (vergl. Bd. III, §. 380).

Nach der Bd. III, §. 258 erwähnten Methode hat Fr. Kohlrausch[1]) den Flächenraum seiner Inductionsspirale zu 38,72 qm (statt früher nach W. Weber durch directe Messung beim Aufwinden 38,28) bestimmt. Schon früher hatte er den in der erwähnten Weise in absolutem Maasse gemessenen Widerstand des Inductionskreises mit dem eines Siemens'schen Normalwiderstandes verglichen, indem er beide in die Parallelzweige eines Differentialgalvanometers einschaltete, den Strom des Erdinductors hindurchleitete und die Ablenkungen bei Vertauschung beider Einschaltungen bestimmte. Er fand mit Benutzung der neueren Zahl für den Flächenraum des Inductors:

1 Q.-E. = 0,9442 Ohm, bezw. 0,9899 B.-A.-U.

(während erstere Zahl nach den früheren Angaben 0,9717 Ohm war), also

1 Ohm = 105,9 cm Hg.

885 Eine spätere, sehr sorgfältige Bestimmung von Fr. Kohlrausch[2]) mit Berücksichtigung aller Fehlerquellen geschah nach der Weber'-

---

[1]) Fr. Kohlrausch, Gött. Nachr. 6. Sept. 1882, S. 660. — [2]) Zahrada (Jahresber. d. deutsch. Landes-Oberrealschule in Brünn 1886/87; Beibl. 12, 400) hängt eine Rolle von Neusilberdrähten bifilar auf, und versetzt sie in Schwingungen. Hierbei werden durch den Erdmagnetismus in ihr Inductionsströme erzeugt, welche durch ein Galvanometer geleitet werden; aus dem Verhältniss der gleichzeitig beobachteten Schwingungsweiten des Inductors und der Magnetnadel des Galvanometers lässt sich der Widerstand W des Stromkreises in absolutem Maasse bestimmen. Die Methode ist also eine Art Dämpfungsmethode.

Die in einem Locale an einer sehr belebten Strasse ausgeführten und dadurch in ihrer Genauigkeit beeinträchtigten Resultate ergaben:

1 Ohm = 105,38 m Hg,

also wiederum eine sehr kleine Zahl.

Wegen der Einzelheiten sind die Originalarbeiten nachzusehen.

[2]) Fr. Kohlrausch, Wied. Ann. 35, 700, 1888.

schen Dämpfungsmethode mit der Modification von Dorn. Die Versuche wurden nach einander mit Unterstützung der Herren Kreichgauer, Sheldon und Heydweiller ausgeführt. Die Schwingungsdauer und Dämpfung einer Galvanometernadel in einem geschlossenen Galvanometer dient zur Bestimmung des absoluten Widerstandes des Galvanometers. Ist G die Galvanometerconstante, d. h. das Verhältniss des absolut gemessenen Nadelausschlages zu der Stromstärke für das Magnetfeld Eins; M der Magnetismus der Nadel, H die horizontale Feldstärke im Multiplicator, τ die Schwingungsdauer, λ das logarithmische Decrement der Nadel; so ist, abgesehen von anderen Umständen, der Widerstand der Multiplicatorleitung:

$$W = \frac{\pi^2}{2} \frac{1}{\tau} G^2 \frac{M}{H} \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}.$$

Der Multiplicator des Galvanometers hat einen 35 cm langen, 16 cm hohen Rahmen aus 1,4 cm dickem Mahagoniholz mit einem 24 cm langen, 6 cm hohen Ausschnitt, der an den Enden durch zwei Halbellipsen von 12 cm grosser und 6 cm kleiner Axe begrenzt ist. Das die beiden Seitenflächen verbindende Mittelstück ist 25 cm lang, 6,8 cm hoch, hat 57 cm Umfang und eine lichte Breite von 12 cm. Der einfache Stiel, an welchem der Magnet hängt, tritt oben durch die Drahtwindungen, welche deshalb daselbst um 3 mm nach aussen gebogen sind. Der Draht aus elektrolytischem Kupfer war 2 mm dick, eine kleine Spur diamagnetisch und wurde in sieben Lagen, insgesammt in 372 Windungen aufgewunden. Ein in Fünftel Grade getheiltes Thermometer in einer Höhlung des Verbindungsstückes gestattet, die Temperatur zu bestimmen.

Der Magnet ist kreiscylindrisch, 20 cm lang und 1,5 cm dick, der kupferne Stiel 4 mm stark, 16 cm lang. Er trägt einen äquilibrirten Glasspiegel von 4 cm Durchmesser, dessen horizontaler Durchmesser etwa in der mittleren Höhe des Magnetes ihm parallel liegt. Das Moment des ausgekochten Magnetes ist etwa 7000 (cm, g), die Schwingungsdauer des belasteten Magnetes etwa 8,2 Sec., das Dämpfungsverhältniss 4. Zur Aufhängung diente ein 0,09 mm, nach der Belastung ein 0,12 mm dicker Messingdraht. Zwei aufgeschlitzte Messinggewichte von je 87 g konnten auf die Enden des Magnetes aufgeschraubt werden, um die Schwingungsdauer zu vergrössern. Sie war jetzt 13,6 Sec., das Dämpfungsverhältniss 2,2.

Der Multiplicator ruht auf einer horizontalen, auf einem Kupferzapfen über einer Kreistheilung drehbaren Kreisscheibe. Der Aufhängedraht des Magnetes ist in eine auf dem Multiplicator mit drei Stellschrauben befestigte, der Länge nach getheilte Kupferhülse eingesetzt. So kann der Magnet beliebig gehoben und gesenkt und mit dem Multiplicator gedreht werden.

Der Strom i' geht ungetheilt durch eine Tangentenbussole. Von ihm

zweigt sich ein Theil i durch den Multiplicator ab. Durch zwei Commutatoren wird der Strom entweder im Multiplicator allein oder in beiden Apparaten zusammen umgekehrt. Ein Rheostat ist in den ungetheilten Strom, ein anderer in die Verzweigung eingeschaltet. Die zehn Neusilberwiderstände des letzteren, je 10 000 bezw. 100 S.-E., befinden sich in einem Holzkasten und lassen sich durch dicke Kupferbügel von $^1/_{20\,000}$ S.-E. Widerstand hinter und neben einander verbinden.

Die Zuleitungdrähte waren paraffinirt, die Klemmen auf paraffinirtes Holz, die Galvanometer auf Hartkautschukplatten gestellt. Die Widerstände wurden mit der üblichen Differentialverzweigung mit einander verglichen.

Als Tangentenbussole diente eine Tangentenbussole mit dickem Kupferreif. Dann wurde 1887 ein grosser, durch Querleisten versteifter, aus 48 Streben von altem Langholz durch Messingschrauben zusammengefügter Holzreifen von nahe 160 cm Durchmesser, von 3 cm Dicke und 5,5 cm Breite verwendet, dessen Theile in Paraffin gekocht waren. Geleimt war nichts.

In eine 1 mm tiefe cylindrische Nuth auf der Aussenfläche des Reifens wurden 34 Windungen von seidenbesponnenem Kupferdraht in 2,4 cm Breite aufgewunden. Die Empfindlichkeitsconstanten von Multiplicator und Tangentenbussole stehen nahe im Verhältniss 100:1.

Der grosse Ring ruht auf einem dreibeinigen Stativ von 140 cm Höhe, welches durch Querleisten und ein dreieckiges, zum Tragen des Multiplicators bestimmtes Querbrett versteift war.

Um die Empfindlichkeitsconstanten G und G' beider Instrumente zu vergleichen, wird der Strom i' durch den grossen Ring, i durch den Multiplicator in entgegengesetzter Richtung geleitet. Ist der kleine Nadelausschlag in der dem Multiplicator entsprechenden Richtung x_0, ist beim alleinigen Leiten von i' durch den grossen Ring derselbe x', so ist nahezu:

$$x_0 = C(Gi - G'i'), \qquad x' = CG'i',$$

also

$$G = G'\frac{i'}{i}\left(1 + \frac{x_0}{x'}\right).$$

Zur Messung des Verhältnisses M/H dienten fünf Magnetometer, von denen vier bereits beschrieben sind[1]); das fünfte ist ein Cylindermagnetometer, aus einem 11 mm dicken Tiegel von elektrolytischem Kupfer bestehend, in dem ein Ringmagnet von 2 mm Dicke, 18 mm innerem und 22 mm äusserem Durchmesser an einem Stabe schwebt, der über dem gegen ihn beliebig drehbaren kreisförmigen Glasspiegel befestigt ist. Dieses Instrument zeichnet sich durch seinen symmetrischen Bau aus, wodurch Störungen in ihm selbst vermieden sind.

[1]) Beschrieben in Wied. Ann. 15, Taf. VIII, Fig. 1, 1882; 27, 28, 1886.

Der ablenkende Magnet wirkt stets einmal von links, das andere Mal von rechts vor und nach der absoluten Widerstandsbestimmung. Die Abstände wurden von dem den Magnetometerspiegel tragenden Coconfaden mittelst eines Zweimeterglasmaassstabes gemessen. Die übrigen Scalenabstände wurden mittelst Senkeln an Millimetertheilungen auf dem Steinfussboden bestimmt, deren Abstand mittelst des Zweimeterstabes gemessen war.

Die Quecksilbervergleichung geschah stets bei 10° C. an einem Rohre [1]) von der Länge 1,23409 m, dessen Endhalbmesser $r_1 = 0,0_3544$ und $r_2 = 0,0_3525$ mm betrugen. Der Ausbreitungswiderstand ist nach Maxwell und Lord Rayleigh $Aw = 0,80\,\sigma/r\pi$, wo σ der specifische Leitungswiderstand ist. Directe Messungen mittelst Wechselströmen zwischen zwei Platinelektroden enthaltenden Gefässen, die mit verticalen Glasplatten an seitlichen horizontalen Ansätzen versehen, entweder dicht neben einander oder in einem Abstande von 12 cm in einem mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Glastroge standen, entsprachen genau der Formel.

Die Röhre wurde von Strecker und Kreichgauer calibrirt und ausgewogen. Als Elektroden dienten gereinigte und ausgeglühte Platinbleche, die sich im Quecksilber amalgamirten. Die auf $^1/_{100}{}^0$ getheilten Thermometer waren auf das Luftthermometer zurückgeführt.

Der Widerstand der Quecksilbernormale betrug 1,37268 m/qmm S.-E. bei 10° C. und bei t^0:

$$\gamma_t = \gamma_{10}\,[1 + 0,0_3884\,(t - 10) + 0,0_645\,(t^2 - 100)].$$

Die Widerstandsvergleichungen mit dem Quecksilber geschahen mittelst des Differentialmultiplicators mit übergreifendem Nebenschluss (s. Thl. I, §. 470). Ausser dem Quecksilberwiderstand wurden mit ihm verglichene Neusilbernormalen hergestellt, deren Temperaturcoëfficient $\beta = 0,0_3323$ war und deren Widerstände mit der Zeit ϑ verzögert, im Ganzen um etwa 0,002 S.-E. oder 0,14 pro Mille anwachsen, nach der Formel $w = w_0\,(1 - a\,10^{-b\vartheta})$.

Der Factor Π, der mit der Geschwindigkeit der Stromänderung multiplicirt, die elektromotorische Kraft des Extrastromes ergiebt, findet sich nach der Methode der plötzlichen Verschiebung einer Galvanometernadel durch den Stoss eines Differentialinductors [2]) für den Multiplicator gleich $171,10^5$.

Der Polabstand des Magnetes, nach der Methode von F. und W. Kohlrausch [3]) bestimmt, ergab sich zu $A = 16,08$, der Temperaturcoëfficient zu $0,0_346$, der Inductionscoëfficient beim Drehen einer 40 cm langen, den Magnet enthaltenden Spule um 180° zu $\mu = 69,6$. Der Magnetismus ändert sich hierbei so schnell, dass eine magnetische Nach-

---

[1]) Siehe Strecker, Wied. Ann. 25, 252, auch 456, 1885. — [2]) Fr. und W. Kohlrausch, Wied. Ann. 31, 595, 1887. — [3]) Ibid. 27, 45, 1886.

wirkung nicht in Betracht kommt. Auch der Quermagnetismus des Stabes wurde nach Dorn berücksichtigt.

Die Nadellängen der Magnetometer haben, wie nachgewiesen, keinen wesentlichen Einfluss auf das Resultat.

Endlich wurden auch die Torsionsverhältnisse des Aufhängefadens des Magnetes im Multiplicator und in den Magnetometern bestimmt.

Danach wurde auch der magnetische Einfluss der Instrumente selbst auf die Nadeln untersucht, ebenso die localen und zeitlichen Variationen des Erdmagnetismus vermittelst des Localvariometers.

Bei Stromstärken von 0 bis 0,01 (cm,g) bleibt die Dämpfung merklich ungeändert, so dass Localinductionsströme in den Apparaten sich nicht wesentlich ändern.

Die Untersuchung betraf ferner die Galvanometerconstante G, d. h. das Verhältniss eines kleinen Nadelausschlages zu der Stromstärke für das magnetische Feld Eins und ohne Fadentorsion [1]), für die Tangentenbussole und das Magnetometer, deren Dimensionen ohne Neigung, Excentricität, Nadellänge, Veränderlichkeit genau studirt wurden. Ebenso wurde der gegenseitige Einfluss des Multiplicators und der Tangentenbussole beachtet. Zuletzt wurden nach den erforderlichen Correcturen für Längs- und Querinductionscoëfficienten in der zweiten und ersten Hauptlage die Werthe M/H beobachtet und berechnet.

Die Schwingungsdauer τ und das logarithmische Decrement wurden meist in abwechselnder Reihenfolge und bei verschiedenen Temperaturen auf kleine Schwingungswerthe nach Schering [2]) reducirt, bestimmt und controlirt; sowohl bei offener wie bei geschlossener Kette.

Abwechselnd mit den Dämpfungsbeobachtungen wurde der Multiplicator mit der Quecksilbernormalen und den Neusilberwiderständen durch die Methode mit übergreifendem Nebenschlusse verglichen.

Aus der ganzen höchst sorgfältigen und mühevollen Arbeit ergiebt sich aus den Beobachtungen von:

1886 . . . . 1 Ohm = 1,06405 m/qmm Quecksilber bei 0^0
1887 . . . . „ = 1,06274 „ „ „ 0^0

Indem dem zweiten Resultate in Folge der vollkommeneren Hülfsmittel und des kleineren Einflusses des Polabstandes eine grössere Genauigkeit und somit ein doppeltes Gewicht beigelegt wird, folgt als Endresultat:

1 Ohm = 1,0632 m/qmm Quecksilber.

Die B.-A.-U. ist danach nach Messungen von Glazebrook gleich 1,0489 S.-E. oder = 0,9866 Ohm. Durch Angabe einer anderen Normaltemperatur für die Rheostaten lassen sie sich auf das richtige Ohm reduciren.

---

[1]) Fr. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27, 19, 1886. — [2]) Schering, Wied. Ann. 9, 471, 1880.

886 Eine weitere **fünfte Methode** beruht darauf, dass man zwei Spiralen einander parallel und conaxial gegenüberstellt, durch die eine einen Strom von bekannter Intensität in absolutem Maasse I leitet und die Intensität i des in der zweiten Spirale erzeugten Inductionsstromes beim Oeffnen des ersten Stromes an einem Galvanometer von bekanntem Reductionsfactor abliest. Da die Inductionsconstante bei den absoluten Maassen gleich Eins[1]) ist, so ist, wenn w der Widerstand des Inductionskreises, M das Potential beider Spiralen auf einander ist:

$$i = \frac{IM}{w} \quad \text{oder} \quad w = \frac{I}{i} M.$$

Solche Versuche sind von Rowland, Glazebrook und Sargent, Fr. Weber, sowie von Mascart ausgeführt worden.

887 Rowland[2]) verwendete für alle Apparate ganz dünnen, seidenbesponnenen Kupferdraht, der in genau gedrehte Messingrinnen gewunden war, in welche gerade eine Drahtlage hinein passte. Jede Schicht hatte die gleiche Windungszahl ohne Zwischenlage von Papier. Correctionen wurden für die Einsenkung der oberen Schichten zwischen die Drähte der unteren, für die Fehler des Dickenmaasses u. s. f. angebracht.

Die in den inducirenden Kreis eingeschaltete Tangentenbussole war ganz von Messing und hatte einen Kreis von 50 cm Durchmesser. Die mit einem Aluminiumzeiger versehene und insgesammt 1 bis 2 g schwere Nadel von 2,7 cm Länge schwebte über einem auf 15 Minuten getheilten Kreise von 20 cm Durchmesser auf einer Spitze, was wohl die Genauigkeit der Einstellung wesentlich beeinträchtigen musste. Sie stellte sich nach den Ablenkungen auf eine bis zwei Minuten genau ein, was auch der wahrscheinliche Beobachtungsfehler war, und war so weit von allem Messing entfernt, dass dessen etwaige magnetische Einwirkung verschwand.

Das Galvanometer im Inductionskreise war ganz von Messing, ausser dem Grundbrette, und wog 20 bis 25 Pfund. Die zwei Spiralen desselben waren auf einen messingenen, zur Verminderung der Dämpfung aufgeschlitzten Kreiscylinder von etwa 8,2 cm Länge und 11,6 cm Durchmesser in zwei Rinnen von etwa 3 cm Tiefe und 2,5 cm Breite eingewunden. Die Oeffnung in der Mitte zur Aufnahme der Nadel hatte 5,5 cm Durchmesser. (Verhalten sich die Tiefe und Breite der Windungsschichten wie 108 : 100 und sind ihre mittleren Querschnitte um ihren Radius von einander entfernt, so ist das Magnetfeld in der Mitte nahezu gleichförmig.) Der Messingcylinder ruhte auf einer auf einem Kreise drehbaren Messingsäule, deren Einstellung durch zwei Nonien auf 30 Secunden genau bestimmt wurde. Unter der Nadel ging durch die

---

[1]) Wegen dieses Verhältnisses nennt man diese Methode zuweilen die Methode von Kirchhoff. — [2]) Rowland, Sillim. Amer. Journ. [3] **15**, 15, 281, 325, 430, 1878; Beibl. **2**, 508.

Oeffnung ein dünner, 95 cm langer, 2 cm breiter Messingstab, der am Ende ein kleines Fernrohr trug, um mittelst desselben den Apparat zugleich als Sinusbussole benutzen zu können. Die Spiralen enthielten 1790 Drahtwindungen von etwa 2,5 kg seidenbesponnenem Kupferdraht Nr. 22.

Die zwei verwendeten Nadeln waren so construirt, dass ihre magnetischen Axen constant blieben. Dazu wurden zwei dünne Blättchen von magnetisirtem, glashartem Stahl von 1,27 und 1,2 cm Länge auf den beiden Seiten eines mit einem Spiegel versehenen quadratischen Brettes mit ihren Flächen vertical befestigt. Das Trägheitsmoment der Nadeln wurde durch Messinggewichte in der Verlängerung der magnetischen Axe vermehrt; ihr Gewicht betrug 5,1 und 5,6 g, ihre Schwingungsdauer 7,8 und 11,5 Secunden. Sie hingen an drei je 43 cm langen einfachen Coconfäden.

Der äussere Radius der Spiralen betrug $R = 5{,}6212$, der innere $r = 3{,}0212$ cm; die Abstände der äusseren und inneren Endflächen der Spirale von dem Mittelpunkte waren $X = 3{,}475565$ und $x = 0{,}935565$ cm. Daraus lässt sich die axiale Componente ihrer Wirkung auf die Nadel berechnen. Auch wurde dieselbe durch Vergleichung mit einer grossen, auf einen Messingcylinder gewundenen Spirale von 27,5 cm Durchmesser und 240 Windungen, von einem durch Rechnung gefundenen, 23 mal kleineren Drehungsmomente bestimmt, wobei die erste Spirale nach dem Princip der Sinusbussole, die zweite nach Art der Tangentenbussole unter Ablesung der Ablenkungen mittelst Scala und Fernrohr verwendet wurde. Um die Unterschiede des Erdmagnetismus an den Orten beider Instrumente zu eliminiren, wurden ihre Stellen mit einander vertauscht. Die Spiralen selbst bestanden aus einem äusseren und inneren Paare, deren Drehungsmomente einzeln und vereint beobachtet werden konnten. Der Fehler hierbei wird höchstens auf $^1/_{2000}$ bis $^1/_{3000}$ angegeben.

Um das Verhältniss der horizontalen Intensitäten des Erdmagnetismus an den Orten der Tangentenbussole im inducirenden und des Galvanometers im inducirten Kreise zu bestimmen, war letzteres von einem grossen Drahtkreise von $^1/_{10}$ mm dickem Kupferdrahte umgeben, welcher auf einen grossen Holzring von 82,7 cm Durchmesser, 0,5 cm Breite und 1,8 cm Dicke gewunden war. Derselbe war conaxial mit den Rollen des Galvanometers und 1,1 cm nach der einen Seite aufgestellt, um die die Coconfäden tragende Glasröhre vorbeizulassen. Aus der zu 259,58 cm gemessenen Länge des Drahtes wird der mittlere Radius gleich 41,31344 cm berechnet. Aus den Ablenkungen, welche ein durch diesen Kreis geleiteter Strom den Nadeln der beiden erwähnten Apparate ertheilt, kann das obige Verhältniss abgeleitet werden.

Die Inductionsrollen selbst waren auf Messingcylinder gewunden, welche mit ihren Endflächen genau auf einander geschliffen waren. Dadurch, dass sie in der einen oder anderen Weise auf einander gelegt wurden, konnten sie vier Abstände von einander erhalten, die bei 12 je

auf $^1/_{20}$ mm genauen Beobachtungen an verschiedenen Stellen bis auf $\pm$ 0,001 mm bestimmt sein sollen. Der mittlere Radius der drei benutzten Spiralen betrug $A = 13{,}710$, $B = 13{,}690$, $C = 13{,}720$ cm; die Windungszahl war 154.

Die Intensität des inducirenden Stromes wird aus dem constanten Ausschlage, die des inducirten aus der ersten Ablenkung abgeleitet.

Um die Nadel des Galvanometers im Inductionskreise auf Null zu bringen, befand sich im Kreise eine kleine Spirale, die auf einem Hufeisenmagnete rechtzeitig hin- und hergeschoben wurde.

Der Widerstand des Kreises wurde durch eine Wheatstone'sche Brücke mit dem eines willkürlichen Widerstandes von Neusilberdraht und eines Drahtes von Platinsilberlegirung verglichen, welcher wiederum mit Copien der B.-A.-U., bezw. mit Widerstandseinheiten von 10 und 100 B.-A.-U. (von Elliot Brothers und von Warden, Muirhead and Clark) verglichen war.

Die Inductionsrollen lagen horizontal in gleicher Höhe mit dem Galvanometer, um keine magnetische Wirkung darauf auszuüben.

Alle Verbindungsdrähte waren so zusammengewunden, dass der Strom in ihnen keine magnetische Wirkung nach aussen hatte.

Die Versuche wurden sowohl bei directer Oeffnung, als auch nach der Zurückwerfungsmethode gemacht; beide gaben die gleichen Resultate; etwaige Extraströme in dem primären Kreise, oder Aenderungen der elektromotorischen Kraft der Säule durch dieselben waren bis zur Maximalelongation der Nadel (4 bis 6 Sec.) völlig abgelaufen.

Zuerst wurde die Schwingungsdauer der Nadel beobachtet, dann der Strom durch den grossen Kreis geleitet und gleichzeitige Ablesungen an beiden Galvanometern gemacht; ebenso nach Umkehrung der Stromesrichtung für das Tangentengalvanometer oder den grossen Kreis und bei drei Stromintensitäten. Die Inductionsspiralen wurden dabei in der einen oder anderen Richtung eingefügt. Dann wurde der Widerstand des Schliessungskreises dem der willkürlichen Normale gleich gemacht, der grosse Kreis aus der Schliessung ausgeschaltet und nun durch Oeffnen die Intensität der Inductionsströme bei entgegengesetzten Stromrichtungen und bei drei verschiedenen Stromintensitäten gemessen. Darauf wurde der Widerstand mit der Normale verglichen und regulirt, die Inductionsrollen wurden in die anderen Lagen gebracht, welche sie einnehmen konnten; die Widerstände wieder verglichen, die Vergleichung des grossen Kreises und des Tangentengalvanometers von Neuem vorgenommen und die Schwingungsdauer der Nadel beobachtet. Bei Anwendung der Zurückwerfungsmethode wurde dieselbe Reihenfolge eingehalten.

Die Widerstände der Normalen betrugen im Mittel 34,7192.

Die Vergleichung mit den Copien der B.-A.-U. ergiebt den Werth einer B.-A.-U. gleich

Widerstandsrolle von Elliot	. . . .	0,99257 Ohm
Widerstand von 10 B.-A.-U. von Elliot	. . . . .	0,98963 „
„ „ 10 „ „ Warden u. s. f.	. .	0,99129 „
„ „ 100 „ „ „ „	.	0,99098 „

888 F. Weber[1]) hat nach dieser Methode zwei Versuchsreihen ausgeführt. Bei der ersten wurden die § 879 erwähnten Spiralen mit ihren Windungen in der magnetischen Meridianebene conaxial in einem Abstande D von einander aufgestellt und die eine, die inducirende, mit einem einfachen Ringe von 165,7 mm Radius in den Schliessungskreis einer äusserst constanten Daniell'schen Säule eingeschaltet. In den Schliessungskreis der anderen, der inducirten, war eine aus $n = 370$ Windungen gebildete Spirale von 154,2 mm innerem, 172,22 mm äusserem Radius eingeschaltet, die aus zwei neben einander liegenden, nur durch einen kleinen Zwischenraum getrennten Hälften von je 33,5 mm Breite bestand, deren Mittelebenen um 20,75 mm von einander abstanden. Gerade zwischen beiden Hälften lag ihnen conaxial der einfache Ring und in ihrer Mitte schwebte an einem Coconfaden ein kleiner, mit Spiegel versehener Magnet von 40 mm Länge. Zuerst wurde der inducirte Kreis geöffnet und die Stärke I des Stromes im inducirenden mittelst der Ablenkung des Magnetes durch den einfachen Ring bestimmt. Dann wurde der inducirende Kreis nach Ausschaltung des Ringes ebenso wie der inducirte Kreis geschlossen, und beim plötzlichen Oeffnen des inducirenden der dabei inducirte Integralstrom i gemessen. Die inducirte elektromotorische Kraft wurde berechnet. Die Intensitäten I und i ergaben sich in absolutem Maasse aus den Formeln:

$$I = \frac{1}{2\pi} R.H \left(1 - \frac{\zeta}{MH}\right)\left(1 - \frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right) tg\,\alpha,$$

wo α der Ausschlagswinkel des Magnetes ist,

$$i = \frac{H}{G}\frac{a}{\pi} T \left(1 + \frac{\zeta}{MH}\right) e^{\frac{\lambda}{2}},$$

wo a der vom Magnet beschriebene Bogen ist und die übrigen Werthe dieselbe Bedeutung wie in §. 879 haben. G berechnet sich aus den Dimensionen; dazu hat man $n = 370$, $r = 163{,}2$, $\varrho = 164{,}5$, $D = 20{,}7$, $2h = 18{,}0$, $2b = 33{,}5$, $2l = 33{,}0$ mm.

Da nun, wenn das zu berechnende Potential der Spiralen auf einander P ist, $wi = PI$ ist, so folgt:

$$w = \frac{1}{2aT} PRG \left(1 - \frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right) e^{-\frac{\lambda}{2}} tg\,\alpha.$$

Nun wurde 1) der Widerstand w wie früher nach der Brückenmethode in Siemens'schen Einheiten ausgedrückt, sodann wurde 2) in den inducirten Kreis ein ganz gestöpselter Siemens'scher Rheostat

[1]) Fr. Weber, l. c. §. 879.

eingeschaltet, Bogen a bestimmt, dann wurden noch 10 S. Q.-E. des Rheostaten ausser den vorhandenen Widerständen w eingefügt und wiederum der Ausschlag a_1 bestimmt, der, in obige Formel eingesetzt, den Widerstand w_1 misst. Die Differenz der in beiden Fällen erhaltenen Werthe $w_1 - w$ entspricht 10 S. Q.-E. Nach beiden Methoden wurden zwei Reihen von je sechs Beobachtungen ausgeführt, erst (A) bei Nahestellung der Spiralen (grosses P und kleines I), dann (B) bei fernerer Stellung (kleines P und grosses I). Die Reihen ergaben:

1) A 0,9559 $\times 10^{10}$ (0,9536 — 0,9581),
1) B 0,9550 $\times 10^{10}$ (0,9525 — 0,9581),
2) A 0,9549 $\times 10^{10}$ (0,9516 — 0,9575),
2) B 0,9559 $\times 10^{10}$ (0,9541 — 0,9589).

Das Gesammtmittel aller dieser Bestimmungen ist demnach:

1 S. Q.-E. = 0,9554 Ohm.

Nach einer späteren Correction[1]) wegen einer Ungenauigkeit der benutzten Quecksilbereinheit wird dieser Werth:

1 S. Q.-E. = 0,9529 Ohm bezw. 1 Ohm = 1,051 S. Q.-E.

889 Bei neueren Versuchen (l. c.) (1880 und 1882) wurde die Induction in einer Spirale beim Oeffnen oder Schliessen des Stromes in einer benachbarten Spirale verwendet.

Die Spiralen A und B sind auf Bronzerahmen mit vollkommen ebenen Seitenflächen und in genau gleiche rechteckige, an einer Stelle radial aufgeschlitzte Rinnen gewickelt. Die Zahlen der Windungen betragen bei A 644 in 28 Lagen zu 23 Windungen, bei B 643 in 28 Lagen, wobei die oberste Lage nur 22 Windungen enthält. Der Schlitz gestattet die Bestimmung des mittleren Radius. Die Drahtdicke beträgt 0,186 cm, der Radius der cylindrischen Bodenfläche 12,9 cm, der (an fünf neben einander liegenden Stellen gemessene) Radius der Oberfläche der äussersten Windungsschicht, bezw. 17,618 und 17,670, die Breite derselben 4,30 und 4,31 cm.

Die eine Spirale wurde auf die horizontale Oberfläche eines Steinpfeilers gelegt und darauf mittelst dreier gleich langer Kupferstützen genau conaxial die andere. Das Potential derselben auf einander wurde berechnet.

Der inducirte Strom wurde durch einen aus zwei gleichen Spiralen C und D von 12,870 cm innerem, 17,432 cm äusserem Radius, von 4,33 und 4,36 cm Breite und 568 Windungen von 0,196 cm dickem Drahte bestehenden Multiplicator geleitet, welche Spiralen mit ihren ebenen

---

1) H. Fr. Weber, Der absolute Werth der Siemens'schen Quecksilbereinheit und der Grösse des Ohms als Quecksilbersäule (Resultate von Messungen aus den Jahren 1880, 1882, 1883, 1884). Zürich, Zürcher und Furrer, 1884, 49 Seiten; Beibl. 8, 838.

Wänden (von 0,58 cm und 0,57 cm Dicke) mit ihren Axen in horizontaler Lage an einander gestellt und einzeln oder vereint benutzt wurden. Der kleine Galvanometermagnet hing genau in der Berührungsebene beider Spiralen. Zur Messung der Intensität des inducirenden Stromes war in die innere Seitenwand der Spiralen C und D eine Rinne mit halbkreisförmigen Querschnitten eingedreht, in welche ein wohl isolirter Drahtkreis von 17,82 cm Radius eingelegt war. Der inducirende Strom wurde durch einen oder beide Drahtkreise geleitet und die Ablenkung der Nadel bestimmt. Kurz nach den Versuchen wurde der Widerstand des inducirten Kreises mittelst einer Brückenvorrichtung mit dem einer Siemens'schen Normaleinheit verglichen, wobei die Temperatur bei jeder Versuchsreihe sich um nicht mehr als $0,1^0$ änderte.

Als Mittel der übereinstimmenden Versuche vom Jahre 1880 ergab sich 1 Q.-E. gleich 0,9498, aus denen vom Jahre 1882 gleich 0,9500 Ohm, also ein etwa $^1/_4$ Proc. kleinerer Werth als mit den früheren weniger vollkommenen Apparaten.

Bei den Versuchen vom Jahre 1883 wurden vier grössere Spiralen, zwei, A und B, für den Inductor, zwei, C und D, für das Galvanometer verwendet, deren Rinnen einen inneren Durchmesser von 65,949 bis 65,976 cm, und 4,498 bis 4,500 cm Breite hatten und 1041 bis 1056 Windungen in je 32 Lagen aufnahmen, deren äusserer Durchmesser 73,720 bis 73,684 cm betrug. Die Dicke des mit doppelter Seide übersponnenen Drahtes war 0,136 cm. Der Widerstand jeder der Spiralen betrug bei 15 bis 20^0 etwa 36 Q.-E. Die Isolation der Spiralen gegen den metallischen Rahmen und der Windungen unter einander wurde untersucht; zwei leitende Stellen hatten einen so hohen Widerstand, 83 000 und 187 000, dass die Leitung daselbst zu vernachlässigen war.

Die Aufstellung der Spiralen war die frühere; die Inductionsspiralen wurden durch Stützen von etwa 15,02, 29,93 und 45,02 cm Höhe von einander gehalten, die Abstände der Mittelebenen durch Kathetometerablesungen von verschiedenen Seiten her bestimmt. Die Galvanometerspiralen wurden in einer cylinderförmigen, ihrem Umfange genau entsprechenden Höhlung auf ein Fussgestell von Bronze gestellt, und dann mit einander verschraubt. Als Magnete dienten zwei kurze Stahllamellen von $3^1/_2$ mm Dicke, 31 bis 31,6 mm Poldistanz und 10 bis 11 und 20 bis 26 Secunden Schwingungsdauer. Secundäre elektromagnetische Wirkungen der Leitungen wurden vermieden. Zur Controle wurde auch das Drehungsmoment der Spiralen auf einen entfernten Magnetpol beim Durchgang eines constanten Stromes bestimmt; die Resultate stimmten mit den direct beobachteten überein. Ferner wurde die Isolation der Strombahn von der inducirten Spirale zum Galvanometer sorgfältig geprüft, und endlich auch die Constanten des den inducirenden Strom messenden Galvanometers, sowie des den inducirten Strom messenden sowohl berechnet, als auch direct mit einander verglichen, indem durch eingeschaltete Widerstände bei der Verzweigung eines Stromes eines

Daniell'schen Elementes durch die beiden Drahtwindungen die Galvanometernadel auf Null gebracht wurde. Auch hier stimmen Berechnung und Beobachtung bis auf $^1/_{2000}$ mit einander überein.

Der Widerstand des inducirten Stromkreises wurde mittelst der Widerstände 10_1, 10_2 und 20 eines Siemens'schen Stöpselrheostaten mit Platin-Silberdrähten auf den der Siemens'schen Quecksilbereinheit reducirt, von welcher drei Copien mit obigen Rheostatenwiderständen verglichen waren.

Das mittlere Resultat von 50 Beobachtungen, bei denen abwechselnd die Spiralen A und B als inducirende oder inducirte Spiralen, C oder D oder auch C und D als Galvanometerspiralen dienten, das Potential der ersteren auf einander, bezw. 0,17663 und $0,34415 . 10^9$ war, ergab:

$$1 \text{ S.-E.} = 0,9496 \text{ Ohm},$$

wobei der höchste und niedrigste beobachtete Werth 0,9509 und 0,9486 war. Danach entspricht 1 Ohm dem Widerstande einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 105,32 cm Länge bei 0^0, also:

$$1 \text{ Ohm} = 105,32 \text{ cm}.$$

890 Endlich hat auch Mascart bei den §. 865 erwähnten Bestimmungen Versuche nach dieser Methode angestellt.

Eine der erwähnten grossen Spiralen wird als inducirende auf einen Tisch gelegt und ihr parallel und conaxial eine kleinere mittelst Holzkeilen in einer Lage befestigt, bei welcher die Induction ein Maximum ist und Verschiebungen parallel der Axe sie möglichst wenig ändern. Durch einen Commutator wird der Strom in der inducirenden Spirale umgekehrt, in deren Schliessung eines der Galvanometer eingeschaltet ist; dann wird der Inductionsstrom beobachtet und werden, wie bei den oben erwähnten Versuchen, die Galvanometerconstanten verglichen. Endlich wird der Widerstand des inducirten Kreises mit dem der Normalen verglichen. Die Ausschlagswinkel, Schwingungsdauer der Nadel u. s. f. werden wie bei Anwendung der ersten Methode bestimmt. So waren z. B. bei zehn Beobachtungen die Ausschläge durch den inducirenden Strom im Mittel 1062,64 (1062,05 bis 1063,11, Maximaldifferenz 1/1000), die durch den inducirten Strom 170,43 (170,13 bis 170,65, Maximaldifferenz 3,2/1000). Die Potentiale der Spiralen auf einander wurden in bekannter Weise berechnet.

Zur Ausmessung der Spiralen wurden auch zwei achteckige Spiralen, deren Seiten je 1 m lang waren, und welche je 174 Drahtwindungen enthielten, in 1 m Entfernung horizontal über einander befestigt. Das Magnetfeld zwischen ihnen war dann sehr gleichförmig. Conaxial zu ihnen wurden die Spiralen aufgestellt und so verbunden, dass die Induction in ihnen beim Oeffnen und Schliessen des Stromes in den achteckigen Spiralen Null war; auch bei wiederholter rechtzeitiger Umkehrung des Stromes.

Als Endresultat ergab sich aus acht Combinationen der Rollen:

1 Ohm = 1,0141 B.-A.-U.;

also im Mittel dieser und der nach der §. 865 erwähnten Methode erhaltenen Resultate:

1 B.-A.-U. = 9,9861 Ohm.

Aus der Vergleichung der Widerstände der verschiedenen Normalen folgt:

	1 Quecksilbereinheit = 0,95374 B.-A.-U.,
also:	1 Quecksilbereinheit = 0,9405 Ohm,
oder:	1 Ohm . . . . . . = 106,33 cm.

891 Bei den Versuchen von Glazebrook und Sargent[1]) wird die Intensität des primären Stromes nicht durch eine besondere Tangentenbussole gemessen, sondern aus der constanten Ablenkung berechnet, welche ein etwa $^1/_{3073}$ desselben betragender, durch eine Zweigleitung zu dem in den Inductionskreis eingeschalteten Galvanometer geführter Theil darin hervorbrachte. Hierdurch ist die Bestimmung der Galvanometerconstante eliminirt.

Die von Professor Chrystal gewundenen Spiralen befanden sich auf zwei sorgfältig gedrehten, quer durchschnittenen und durch ein isolirendes Material verbundenen Messingringen von etwa 50 cm Durchmesser mit rechteckigen Messingrändern auf der äusseren Fläche. In die isolirende Masse waren die Klemmschrauben an den Enden der Drahtverbindungen eingeschraubt. Beim Winden wurde die Isolirung beständig geprüft, indem die Pole eines Leclanché-Elementes unter Einschaltung eines Galvanometers mit dem Messingringe und dem Drahte verbunden waren. Wo sie unsicher war, wurde sie durch Paraffinpapier und Paraffin gesichert. Der Boden der Rinne war mit einem mit geschmolzenem Paraffin getränkten Seidenstreifen belegt. Die Zahl der Windungen jeder Schicht und vier Durchmesser derselben wurden mit dem Kathetometer bestimmt; der eine durch den Schlitz, die anderen je um 45^0 dagegen geneigt. Dieselben betrugen von 50,108 bis 50,169 cm. In jeder Spirale sind 30 Schichten von etwa 26 Windungen, die Gesammtzahl derselben ist in der Spirale A 797, in B 791. Der Durchmesser des Bodens der Rinne bei A war $d = 49{,}565$ cm und bei $B = 49{,}728$ cm. Ist $26 + n_1$, $26 + n_2$ die Zahl der Windungen jeder Schicht, ist $d_1, d_2 \ldots$ der äussere Durchmesser derselben, C der mittlere Radius der Spirale, δ die Dicke des Drahtes mit der Umspinnung, so ist bei der ersten Spirale:

$$797\,(2\,C + \delta) = 26\,(d_1 + d_2 + \cdots) + n_1 d_1 + n_2 d_2 \ldots$$

[1]) Glazebrook und Sargent, Phil. Trans. 1, 252, 1883; Beibl. 8, 58; auch Glazebrook, Dodds und Sargent, Proc. Roy. Soc. 34, 86, 1882; Beibl. 6, 954.

Aus $d_1 - d$ folgt $\delta = 0{,}0815$ cm und $C = 25{,}753$ cm; ebenso für die zweite Spirale gleich 25,766 cm, welches die die Dicke der Bespinnung enthaltenden Werthe auf $^1/_{1000}$ cm bestimmt.

Die Spiralen wurden mit ihren vier Flächen $A_1 A_2 B_1 B_2$ in den vier ungleichen Lagen A_1 auf B_1 und B_2, A_2 auf B_1 und B_2 horizontal über einander gelegt und durch verticale cylindrische Stützen von einander getrennt. Da die Längen derselben (drei Systeme von 12,182, 15,416, 23,586 cm Länge) und die Dicken der Seitenflächen der Messingringe für A 0,478, 0,488, für B 0,446 und 0,465 cm, die axialen Dimensionen der Rinnen für A 0,96, für B 0,95, und die radialen für A und B 0,95 cm bekannt waren, so waren auch alle zur Berechnung der Potentiale der Spiralen auf einander erforderlichen Constanten gegeben. Dieselben waren bei den vier Stellungen und den drei verschieden langen Stützensystemen im Mittel $1{,}55587 . 10^8$, $1{,}25758 . 10^8$ und $0{,}761921 . 10^8$. Da der Radius der Spiralen etwa 25 cm beträgt, bedingt der Unterschied der Länge der Stützen jedes Systemes (höchstens 0,05 mm) nur eine ganz verschwindende Neigung ($^1/_{7500}$).

Das Galvanometer ist ebenfalls von Professor Chrystal gewunden; die Dimensionen sind in Zollen angegeben: Tiefe der Rinnen $1^1/_{16}$, Breite $^7/_8$, äusserer Durchmesser der Spirale 4, Abstand der beiden neben einander liegenden rechteckigen Rinnen $^{23}/_{32}$. Jede Rinne enthält 20 Schichten von dünnem und 16 von dickem Kupferdraht, so dass jede Rinne etwa 465 Windungen von dünnem, 200 von dickem Draht enthält. Die Durchmesser der Drähte betragen 0,014 und 0,029 Zoll, die Dicke sämmtlicher Windungen beträgt $1^3/_8$ bis $1^1/_6$ Zoll, der Widerstand des Galvanometers ist 60 B.-A.-U. bei 13,2° C.

Die Galvanometernadel ist eine harte Stahlnadel von 1,5 cm Länge, 0,6 cm Breite, 0,12 cm Höhe; sie wiegt 0,708 g und hängt an einem Messingbügel mit dem 1,5 cm im Quadrat grossen Spiegel, welcher von drei einzelnen, 60 cm langen Coconfäden getragen wird. Senkrecht zum Spiegel ist ein 5,6 cm langer horizontaler Draht an dem Bügel befestigt, an welchen Messinggewichte angeschraubt werden können. Bügel und Spiegel wiegen 6,6 g. Die Spirale des Galvanometers kann um eine verticale Axe auf einem Theilkreise gedreht werden, um sie im Meridian festzustellen. Die mit dem Normalmeter des Cavendish-Laboratoriums in Cambridge verglichene Scala bestand aus Papier, war in Millimeter getheilt und stand auf einem Holzstativ. Der Abstand von Scala und Spiegel hat nur auf das Verhältniss des Sinus des halben Ausschlages zur Tangente der Ablenkung Einfluss.

Die Widerstandsrolle V zur Brückenleitung für das Galvanometer bei Messung des Stromes in A war aus etwa 456 cm langen, mit Seide übersponnenem Neusilberdraht hergestellt; ihre Enden waren an dicke Kupferdrähte gelöthet, welche in Quecksilbernäpfe tauchten; der Werth von V wurde bei 15° C. gleich 1,0015 durch Vergleichung mit einer B.-A.-Einheit gefunden.

Der in den Galvanometerzweig eingeschaltete Widerstand S war eine Platinsilberspirale von 3072,38 B.-A.-U. Widerstand bei 13,2°.

Die Widerstände der verbindenden Kupferdrähte wurden ebenfalls bestimmt; danach durchströmten von dem die primäre Spirale durchlaufenden Strom 1,0167/3073,39 die Galvanometerwindungen.

Das für die Brücke gebrauchte Galvanometer hatte etwa 150 Ohm Widerstand. Das Fernrohr mit der unter dem Objectiv befindlichen Scala wurde vor dem Magnet des Galvanometers aufgestellt, so dass man den gerade unter dem Objectiv liegenden Theilstrich sah; dann wurde ein langer gerader Magnet vor die Scala gehängt und dieselbe so lange gedreht, bis sie ihm nahe parallel war. So wurde sie in den magnetischen Meridian gestellt.

Auf dem Galvanometer war ein Spiegelglas nahe parallel den Spiralen befestigt. Es wurde gedreht, bis das Bild einer gerade unter dem Fernrohr befindlichen Lampe in demselben gesehen wurde. Auf diese Weise wurde die Ebene der Spiralen nordsüdlich gestellt. Der etwaige Fehler fällt bei den Berechnungen heraus. Durch Beobachtungen rechts und links kann der Einfluss der Schiefstellung der Scala gegen die Axe des Fernrohres eliminirt werden.

Die Schwingungsdauer der Nadel wurde gemessen, indem die Zeiten von acht bis zehn Durchgängen des den Ruhelagen entsprechenden Scalentheiles durch den Faden des Fernrohres wiederholt in Abständen von je 10 bis 12 Schwingungen zweimal bestimmt wurde. Der Werth wurde auf einen unendlich kleinen Bogen reducirt. Das logarithmische Decrement wurde durch wiederholte Beobachtung der Ruhelagen bei geschlossenem secundärem Kreise bestimmt. Es ergab sich $\lambda = 0{,}0159$; die Dauer einer vollen Schwingung betrug etwa $T = 23{,}2$ Secunden.

Der Widerstand R des Inductionskreises ist, wenn β der erste Ausschlag der Galvanometernadel durch den Inductionsstrom bei Umkehrung der Richtung des primären Stromes, ϑ der permanente Ausschlag derselben durch den hindurchgeleiteten Antheil des constanten Stromes ist:

$$R = \frac{2\pi M}{T(1 + {}^1/_2\lambda)} \frac{S + V}{V} \frac{tg\,\vartheta}{\sin {}^1/_2\beta}.$$

Die Reduction der beobachteten Scalenablenkungen auf Winkel ist bekannt. Die Reihenfolge der Beobachtungen war die folgende: 1. Beobachtung der Schwingungsdauer bei geschlossenem Inductionskreis; 2. Vergleichung des Widerstandes desselben mit der Normaleinheit R, wobei die dem Inductionskreis entsprechenden Widerstände aus einem Widerstandskasten eingefügt wurden, ohne dass sie bei dem Wechsel der Verbindungen durch einen Commutator in den primären Kreis eintraten, zugleich Ablesung der Temperaturen der Spiralen und des Galvanometers. 3. Bestimmung der Ruhelage der Galvanometernadel aus fünf Umkehrpunkten. 4. Beruhigung der Nadel durch einen abgezweigten Theil des abwechselnd gerichteten Stromes eines Leclanché'schen Elementes in

einer der Nadel genäherten Spirale. 5. Umkehrung des Batteriestromes und Beobachtung des Ausschlages der Nadel (bei verschiedenen Versuchen etwa 220 Scalentheile). 6. Beruhigung der Nadel und wiederholte Messung des Ausschlages in entgegengesetzter Richtung und Wiederholung der Beobachtung der Ausschläge. 7. Neue Bestimmung des Nullpunktes. 8. Messung des constanten Ausschlages durch den hindurchgeleiteten Antheil des primären Stromes in entgegengesetzten Richtungen (etwa 140 Scalentheile). 9. Wiederholte Messung der Inductionsausschläge. 10. Zweite Vergleichung des Widerstandes des secundären Kreises mit dem der Normalrolle. Der mittlere Werth des Widerstandes der Normalrolle ergab sich zu 158,626 Erdquadrantsecunden, wobei als mittlerer procentischer Fehler 0,023 Proc. angegeben wird.

Die Vergleichung der Widerstände wurde vorgenommen, indem zuerst die Widerstände eines Widerstandskastens mit den Normal-B.-A.-Einheiten verglichen wurden. Hierzu wurden zwei Rollen von bekanntem Widerstande mit den Enden des Brückendrahtes verbunden und die zu vergleichenden Widerstände in die anderen beiden Zweige der Brücke eingeschaltet, sodann wurde der Contact verschoben, bis kein Strom durch das Galvanometer ging. Erst wurden die beiden Widerstände I und I_a, dann $I + I_a$ mit II u. s. f. verglichen. Der störende Einfluss der Stöpselung wird auf $^1/_{1500}$ geschätzt, und endlich wurde der Widerstand von S und V bestimmt. — Zuletzt ergiebt sich:

$$1 \text{ B.-A.-Einheit} = 0{,}98635 \text{ Ohm}.$$

Ein gegen die Methode gemachter Einwand, dass der durch V fliessende Strom diese Spirale stark erwärmt, ergiebt sich als hinfällig, wenn man die darin pro Minute durch den Strom der Batterie (5 Volts in 80 B.-A.-Einheiten Widerstand) erzeugte Wärme berechnet.

Bei späteren Versuchen von Glazebrook mit Sargent wurde die Spirale V direct mit den zur anderen Leitung führenden Quecksilbernäpfen verbunden, statt dass, wie früher, ein Kupferdraht von zu bestimmendem Widerstande an der einen Seite die Leitung vermittelte.

Drei Stützensysteme zwischen der primären und secundären Rolle wurden benutzt. Dabei wurden bei dem ersten drei verschiedene elektromotorische Kräfte, 4 Daniells, 2 Daniells, 5 Thomson'sche flache Daniells, bei dem zweiten die fünf letzterwähnten, bei dem dritten dieselben und auch sechs derselben verwendet. Die Resultate für den Widerstand R der Normaleinheit schwanken bei den neun verschiedenen Combinationen zwischen 158,171 und 158,676 Ohm, im Mittel 158,386 Ohm, weichen also im Maximum um etwa 5/1583, d. h. um circa $^1/_3$ Proc. von einander ab, während der mittlere procentische Fehler zu 0,08 berechnet wird. Der Widerstand der B.-A.-Einheit ergiebt sich im Mittel gleich 0,986706 Ohm.

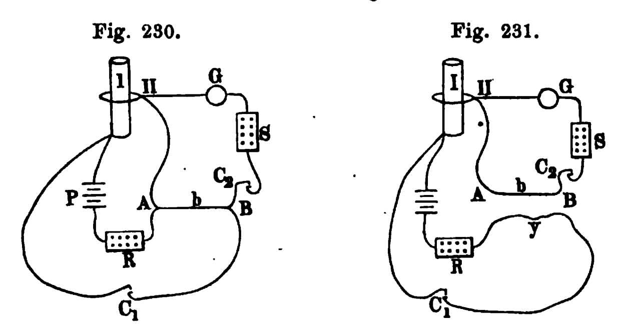
Versuche zeigten, dass die Zeit des Umschlagens der Wippe auf die Resultate keinen Einfluss hat.

Indem den Resultaten der ersten Reihe nur das halbe Gewicht von denen der zweiten Reihe beigelegt wird, ergiebt sich als Mittel von allen Beobachtungen:

1 B.-A.-Einheit = 0,98665 Ohm.

Roiti[1]) verwendet die folgende sechste Methode zur Bestimmung des Ohm. Der Strom einer Säule P, Fig. 230, wird durch den Leiter 892

Fig. 230. Fig. 231.



AB geleitet, dessen Widerstand in absolutem Maasse bestimmt werden soll; sodann durch einen Rheostaten R, einen Schlüssel C_1 und durch eine inducirende Spirale I. Die Enden des Widerstandes AB sind durch eine Zweigleitung verbunden, welche die inducirte Spirale II, ein Galvanometer G, einen Rheostaten S und einen zweiten Schlüssel C_2 enthält.

Wird der inducirende Strom zunächst ohne Unterbrechung durch die Schliessung geführt und erzeugt er am Galvanometer G die Ablenkung I_c, sind b und c die Widerstände von AB und $AGSB$, so ist die Intensität des inducirenden Stromes im unverzweigten Theile:

$$I = I_c\left(1 + \frac{c}{b}\right) \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Wird sodann die Verbindung der Säule mit A und B gelöst, Fig. 231, dafür aber in den Schliessungskreis des inducirenden Stromes ein Widerstand $y = bc/(b + c)$ eingefügt, so dass seine Intensität unverändert bleibt, und bei $n$maliger Unterbrechung in der Secunde die Ablenkung des Galvanometers durch die in Spirale II inducirten Ströme gemessen, so ist die jetzt beobachtete Intensität, wenn V das Potential der Spiralen I und II auf einander ist:

$$i = n\,\frac{VI}{b + c} \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

[1]) Antonio Roiti, Bestimmung des elektrischen Widerstandes eines Drahtes in absolutem Maasse. Vorläufige Mittheilung. Turin, Löscher, 1884, 20 Seiten; Atti di Torino **17**, 30. April 1882; **19**, 6. April 1884; Beibl. **6**, 815; **8**, 724.

Aus Gleichung 1) und 2) folgt:

$$b = \frac{n V I_c}{i}.$$

Während früher Roiti an Stelle der inducirenden Spirale ein in sich geschlossenes, ringförmiges Solenoid, an Stelle der inducirenden eine dasselbe an einer Stelle umgebende Spirale zu nehmen vorschlug, wobei sich das Potential V leicht berechnen lässt, verwendet er bei den definitiven Versuchen als inducirende Spirale einen 127 cm langen, 30,9588 cm dicken, 260 kg schweren, sehr sorgfältig abgedrehten Cylinder vom besten carrarischen Marmor, dessen Durchmesser an verschiedenen Stellen nicht um mehr als 0,06 mm differirten und der auf 116,7 cm Länge mit 2 km von 0,33 mm dickem, durch einen Rubin gezogenen Draht in 1871 Windungen bedeckt war. Aus der Länge des Drahtes ergiebt sich der mittlere Durchmesser der Windungen zu 30,99334 cm. Die Differenz gegen den Durchmesser des Marmorcylinders (0,03454 cm) entspricht der mittleren Dicke des Drahtes (0,0341 cm). Der Cylinder ruht auf einem festen Dreifuss aus Holz und Messing und kann damit vertical gestellt werden. Die Inductionsspirale ist auf einen Bronzering gewunden; sie besteht aus zwei gleichen, durch eine Ebonitschicht getrennten Hälften. Die eine ist mit einem 1 mm dicken, mit weisser, nachher mit Lösung von Paraffin in Terpentin getränkter Seide bedeckten Draht umwunden, welcher sechs Schichten von 77 bis 78 Windungen, im Ganzen 465 Windungen bildet. Der mittlere Durchmesser ergab sich aus der Länge des Drahtes und mittelst des Kathetometers zu 40,54 cm. Die mittlere Höhe der Rolle (zwischen den Mitten der äussersten Windungen) ist 8,383 cm. Der Draht der zweiten Rolle ist doppelt mit Seide besponnen, nicht paraffinirt, und bildet 432 Windungen in sechs Schichten; ihre Höhe ist 8,428 cm, der mittlere Durchmesser 41,759 cm.

Das Potential der inducirenden Rolle auf die eine oder andere Inductionsrolle mit Berücksichtigung, dass erstere nicht unendlich lang ist, beträgt bei der ersten $669\,133 \, . \, 10^2$, bei der zweiten $619\,666 \, . \, 10^2$ C.-G.-S. mit einem etwaigen Fehler von 0,00008.

Das Spiegelgalvanometer enthält 804 Windungen vom Widerstande von etwa 11 Ohm; das astatische System hat eine Schwingungsdauer von 17 Secunden. Die Fernrohrscala ist von dem Spiegel 6 m entfernt; die Ablenkungen übersteigen nicht 74 cm.

Als Säule dienten 1 bis 40 Daniell'sche Elemente, deren Lösungen das specifische Gewicht 1,15 hatten und jeden Tag erneuert wurden. Die Zinklösung war mit kohlensaurem Zink gekocht und enthielt dieses Salz suspendirt. Der Strom der Säule im inducirenden Kreise (Widerstand etwa 352 Ohm) hatte die Intensität 0,001 bis 1 Ampère. Zuweilen wurde nur ein Theil ihres Stromes durch denselben geleitet. Der Interruptor (C_1 und C_2 vereint) besteht aus zwei starken Hebeln mit täglich frisch amalgamirten Kupferhämmern, welche durch starke Federn gegen eine

ebene amalgamirte Kupferplatte gedrückt werden. Unter ihrer Drehungsaxe haben sie Ansätze, welche in Quecksilbernäpfe tauchen. Sie werden mittelst zweier auf eine gemeinsame Axe gesetzter Excentrica durch einen mit Bremsvorrichtung versehenen Hydromotor von Schmidt gehoben und gesenkt. Durch Verstellung der Excentrica können die Oeffnungs- oder die Schliessungsströme aufgenommen werden. Die Zahl der Inductionsströme wird durch einen Chronographen von Hipp registrirt.

Gewöhnlich werden sechs Versuche bei abnehmender und zunehmender Geschwindigkeit in einer halben Stunde angestellt. Leider wurden dieselben häufig durch Verschiebung von Eisenmassen in benachbarten Localitäten gestört.

Als störende Umstände, welche den Widerstand zu klein erscheinen lassen, wirkt der Magnetismus des Solenoids, der durch eine Inductionswage bestimmt wurde; derselbe ist sehr klein; sodann die Polarisation der Säule, die im Solenoid entwickelte Wärme, die Dämpfung der Schwingungen bei Verminderung der Schnelligkeit der Unterbrechungen und der Paramagnetismus der Substanz zwischen den Windungen und der Nadel, welcher langsamer als die Stromintensität wächst. Vergrössert erscheint der Widerstand durch die paramagnetischen Substanzen zwischen der inducirenden und der Inductionsspirale, durch die Wärmeentwickelung in der Abzweigung von dem primären Kreise, sowie in dem zu untersuchenden Widerstande, ebenso durch die Peltier'sche Wirkung daselbst und die Mängel der Isolirung. Der in den Nadeln des Galvanometers vertheilte Magnetismus kann vergrössernd und verkleinernd wirken.

Durch Vergleichung von vier Widerstandsnormalen, einer Copie der B.-A.-Einheit, einer Siemens'schen Einheit und zweier Widerstände von Strecker[1]), ergab sich:

1 B.-A.-Einheit = 1,04862 Q.-E. von Siemens,
1 „ = 1,04859 „ „ Strecker

und ferner aus den 591 Hauptversuchen:

1 B.-A.-Einheit = 0,99024 Ohm,
1 Q.-Einheit = 0,94432 „
1 Ohm = 1,05896 Quecksilbereinheiten,

mit einem wahrscheinlichen Fehler von ± 0,00016[2]).

893

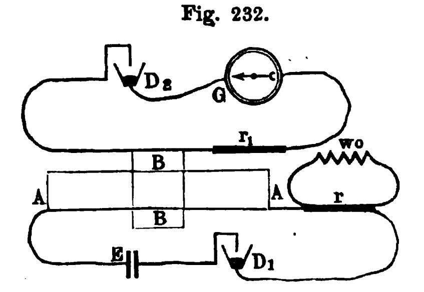
Bei ähnlichen Versuchen von Himstedt[3]) besteht der primäre Stromkreis (Fig. 232 a. f. S.) aus der Stromquelle E, der inducirenden Rolle A,

---

[1]) K. Strecker, Sitzungsber. der phys.-med. Gesellschaft zu Würzburg, 1884. — [2]) Ueber die Einrichtung zweier zu diesen Versuchen dienlichen selbstthätigen Disjunctoren mit zwei selbstthätigen Stimmgabeln, mit Regulirung durch das phonische Rad von La Cour (Das phonische Rad, deutsch von Kareis, Leipzig 1880; Beibl. 2, 584, 1878) siehe Himstedt, Wied. Ann. 22, 276, 1884. — [3]) Himstedt, Wied. Ann. 26, 547, 1883.

zwei parallel geschalteten Widerständen r und w_0, sowie dem Unterbrecher D_1. Der secundäre Kreis ist zusammengesetzt aus der Inductionsrolle B, dem Widerstande $r_1 = r$, dem Galvanometer G, dessen Reductionsfactor G sei, und dem Unterbrecher D_2. Der gesammte Widerstand des secundären Kreises sei $w_1 = r_1 + w_2$, wo $w_2 = w_0$ ist. Der primäre Strom i wird durch Unterbrecher D_1 in der Secunde n mal geschlossen und unterbrochen und Unterbrecher D_2 so regulirt, dass entweder nur die Schliessungs- oder nur die Oeffnungsströme durch das Galvanometer gehen. Ist α_1 die Ablenkung desselben, G sein Reductionsfactor, V das Potential der Rollen auf einander, so ist:

Fig. 232.



$$G \, tg \, \alpha_1 = \frac{n i V}{w_1}.$$

Wird ferner aus dem secundären Kreise r_1 ausgeschaltet, der Hauptstrom dauernd geschlossen, und w_0 durch w_2 ersetzt, so dass Rolle B und das Galvanometer im Nebenschlusse zu r sind, so ist nunmehr bei dauerndem Schlusse des primären Kreises der Galvanometerausschlag α_2 und

$$G \, tg \, \alpha_2 = \frac{r i}{r + w_2} = \frac{r i}{w_1},$$

also

$$r = n V \frac{tg \, \alpha_2}{tg \, \alpha_1}.$$

Ist die inducirende Rolle A ein nur mit einer Drahtlage bezw. k Drahtwindungen auf der Längeneinheit umwickeltes Solenoid vom Radius R, der gegen die Länge derselben, ebenso wie gegen die Dimensionen der inducirten Rolle klein ist, so ist:

$$V = 4 \pi^2 R^2 k b n (1 + 2 a) \frac{tg \, \alpha_2}{tg \, \alpha_0},$$

wo b die Gesammtzahl der Windungen der inducirten Spirale, $2a$ ein Correctionsglied ist.

Bei dieser Methode fallen namentlich die schwer mit genügender Genauigkeit zu erzielenden Bestimmungen der Variationen des Erdmagnetismus und Stabmagnetismus, des Reductionsfactors des Galvanometers, des Trägheitsmomentes und logarithmischen Decrementes, sowie der Windungsflächen der Spiralen bei mehreren über einander liegenden Windungslagen der Drähte und der Widerstände der Kupferdrähte fort.

Hier tritt der Fehler in der Bestimmung des mittleren Radius R der Drahtwindungen quadratisch im Endresultate auf. Die Messung der

Abstände der inducirenden Rollen braucht nicht sehr genau ausgeführt zu werden, sondern tritt nur im Correctionsgliede a auf.

Das Correctionsglied a ergiebt sich durch Berechnung der Potentiale $2\,V_1$ der mit entgegengesetzten magnetischen Massen belegten Endglieder des Solenoides auf die Windungen der Inductionsrollen und des Solenoides, wo die Rollen als conaxial und mit gleichen Mittelpunkten angesehen werden [1]).

Das Solenoid, ein doppelt mit weisser Seide überzogener und mit einer Paraffinlösung in Petroleum lackirter, eisenfreier Kupferdraht, ist auf eine vielfach verleimte und abgeschliffene hohle Holzwalze gewickelt, deren Durchmesser an 13 über die Walze vertheilten Punkten zu je 6 in demselben Querschnitte vermittelst eines Sphärometers von Breithaupt mit der Länge eines Glasstabes verglichen wurde. Zur sicheren Einstellung dienen zwei auf der Fussplatte des Sphärometers über einander liegende Glasplatten, zwischen denen Newton'sche Ringe entstehen, wenn ihre Entfernungen geändert werden. Sodann wurde der Umfang der Holzwalze auch an 13 Stellen durch einen 4 cm breiten, mit 250 g belasteten, über die Walze gezogenen Streifen Pauspapier bestimmt. Die dabei beobachtete Verlängerung desselben hatte nur geringen Einfluss. Endlich wurde der Durchmesser aus der Länge des aufgewickelten Drahtes berechnet, wobei zugleich an 332 Stellen die Dicke desselben durch ein Mikroskop mit Ocularmikrometer bestimmt wurde. Der Draht wurde von einer der Walze nahe gleich dicken, in Spitzen laufenden Spirale auf die Solenoidwalze übergewickelt. Er lief dabei über einen 13 m langen, mit Paraffin überzogenen Tisch. An den Enden desselben befand sich je ein Glas-Millimetermaassstab, dessen Abstände für die verschiedenen Theilstriche nach Art der Basismessungen bestimmt war. Auf dem Drahte wurden über dem ersten Maassstabe drei feine Marken mittelst Asphaltlack markirt und dann über dem zweiten wieder abgelesen.

Die Dicke der Walze ergab sich nach den einzelnen Methoden zu verschiedenen Zeiten.

I. 23,3252 und 23,3244; II. 23,3227 und 23,3231; III. 23,3242, später 23,3194; IV. mit Stahlband 23,3204 cm.

Der Radius ist hiernach im Mittel $R = 11{,}6841$, die Länge der mit Windungen bedeckten Stelle der Walze betrug $2\,l = 135{,}125$ cm; die Zahl der Windungen auf derselben 2864.

Diese Prüfung geschah mittelst der Methode von Lord Rayleigh [2]).

Die Inductionsrolle war ebenfalls aus doppelt mit weisser Seide übersponnenem Kupferdrahte gewickelt und hatte 3848 Windungen in 15 Abtheilungen. Die Zahl der Windungen war bei der Wickelung bestimmt, und dann wurden noch nach der Methode von Bosscha [3])

1) Siehe Maxwell, Electricity and Magnetism 2, 281. — 2) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. London 1884, p. 142. — 3) Bosscha, Wied. Elektr. 3, 256, 1885.

die mittleren Radien der einzelnen Abtheilungen mit einander verglichen.

Die Disjunctoren wurden durch ein phonisches Rad getrieben und arbeiteten sehr regelmässig, wie aus der Constanz der Galvanometerausschläge zu ersehen war.

Die auf absolutes Maass zu messenden Widerstände von 1 bezw. $^1/_2$ oder 2 S.-E. wurden aus zwei einzelnen, oder auch hinter oder neben einander geschalteten Einheiten von Siemens und Halske hergestellt, deren Metallbüchsen mit Kaiseröl gefüllt waren.

Das Galvanometer war nach dem System von Meissner und Meyerstein gebaut, hatte Windungen von mit weisser Seide übersponnenem Kupferdrahte.

Das inducirende Solenoid war $^1/_2$ m über dem Fussboden, 1 m von den Wänden entfernt aufgestellt und sorgfältig justirt. Metall befand sich ausser Thürklinken und Schlössern nicht in dem Experimentirraum. Alle Leitungsdrähte waren mit Kautschuk überzogen und zusammengedreht, alle Stromwender aus Paraffin, Siegellack und reinem Quecksilber gefertigt, die Solenoide sorgfältig amalgamirt und die Stromwender mit Kästen bedeckt.

Die Enden des Widerstandes r waren mit amalgamirten Kupferstangen von 6 mm Durchmesser als Elektroden versehen, an welche die ebenfalls amalgamirten Ableitungsdrähte angelegt und durch Kupferdrähte festgeschnürt waren.

Die Widerstände $r_0 + w_2$ bei der Messung der Inductionsströme sollen dem Widerstande $r + w_2$ bei Messung des constanten Stromes gleich sein. Die Umschaltung geschah durch eine einzige Drehung eines besonderen Commutators, wobei die Commutatoren D_1 und D_2 durch ihnen gleiche Drahtwiderstände und w_0 durch die Leitung des secundären Kreises nach Entfernung von r_1 aus demselben ersetzt wurde. Etwaige Unregelmässigkeiten hierbei störten die Versuche nicht.

Es wurden 67 Versuche ausgeführt, wobei einzelne Abtheilungen der Inductionsrolle auch zu 2 bis 5 vereint, d. h. 359 bis 2020 Windungen derselben, angewandt wurden. Auch wurde die Inductionsrolle um 10 cm vom Mittelpunkte verschoben. Die Zahl der Stromunterbrechungen betrug 5 bis 13 in der Secunde. Anwendung verschieden dicker Magnete am Galvanometer ergab keine verschiedenen Resultate. Der inducirende Strom, theils Oeffnungs-, theils Schliessungsstrom, hatte eine Stärke von 0,0008 bis 0,01 Amp. Um etwaige Aenderungen der elektromotorischen Kraft der benutzten Elemente bei periodischer und dauernder Schliessung zu eliminiren, wurden ein bis vier Daniell'sche Elemente, eine Abzweigung von vier bis sechs Bunsen'schen Elementen und eine Thermosäule von 130 Eisen-Neusilberelementen verwendet. Jeder Versuch dauerte je nach der Schwingungsdauer des Galvanometers 30 bis 70 Minuten. Als Mittel ergiebt sich:

1 Q.-E. = 0,94356 Ohm

oder 1 Ohm = 1,0598 Q.-E.[1]).

Die vorigen Bestimmungen von Himstedt[2]) sind dadurch nicht ganz 894 einwurfsfrei, dass die zu Grunde liegenden Widerstandsnormalen eine Aenderung erfahren haben. Dasselbe dürfte bei den Resultaten von Roiti gelten. Auch war die Holzwalze eingetrocknet. Sie wurde deshalb durch zwei Glasröhren von je 110 cm Länge, 24 cm äusserem Durchmesser und etwa 1 cm Wandstärke ersetzt. Sie waren schwach diamagnetisch. Eine derselben wurde vorzüglich abgeschliffen und dann mittelst eines nur 0,004 cm dicken Stahlbandes auf ihren Radius ausgemessen. Sodann wurde über sie genau in einer Diametralebene ein beiderseits mit gleichen Gewichten belasteter Draht gehängt, der Abstand beider Drahtenden mittelst eines Kathetometers gemessen und ebenso bei Drehung der Walze um 90°. Das Mittel betrug für 30 solche Messungen in äquidistanten Diametralebenen 11,6135 cm. Der Radius betrug 11,6439 cm, im Mittel also 11,6437 cm, woraus sich der Radius des auf die Walze gewundenen Solenoids gleich 11,6569 ergab, während die mittelst Ocularmikrometer und Mikroskop an 106 Stellen während des Umwickelns gemessene Dicke des Drahtes $d = 0{,}022$ cm betrug. Das Solenoid hat 3190 Windungen, so dass der Abstand der Ebenen der ersten und letzten Windung $2L = 96{,}722$ cm oder mit dem Kathetometer gleich 96,705 cm sich ergab. Bei Messung der von 300 neben einander liegenden Windungen bedeckten Längen mittelst der Theilmaschine waren dieselben 9,066 bis 9,071. Bei Anwendung von zwei Lagen statt dreier folgten ebenso gute Resultate. Der Radius des Solenoids R ergab sich durch ähnliche Messungen gleich 11,6570 und $2L = 96{,}935$.

Auch für die secundäre Rolle wurde in einen Glasring von 6 cm axialer, 1,5 cm radialer Dicke eine rechteckige Nuth von etwa 3 cm Breite und 1 cm Tiefe eingeschliffen, in welche ein schwach diamagnetischer, doppelt mit Seide umsponnener Kupferdraht in zwei Abtheilungen eingewickelt war. Die erste und beide Abtheilungen zusammen wurden auf ihre Dimensionen ausgemessen. Sodann wurde nach der Methode von F. Kohlrausch die Windungsfläche bestimmt (s. Bd. III, §. 258). Der mittlere Radius ergab sich in beiden Fällen zu $\rho = 12{,}670$ und 12,7281. Der Selbstinductionscoëfficient war ebenso $1{,}950 \cdot 10^7$. Eine zweite Inductionsrolle wurde ebenso hergestellt, in welcher sich aber der Draht schwach magnetisch ergab und die fast 0,2 Proc. höhere Resultate lieferte.

Ausserdem wurde in den secundären Kreis eine der von Passavant hergestellten Quecksilbernormalen eingeschaltet und direct auf ihren absoluten Widerstand bestimmt. Die Vergleichung mit anderen Queck-

[1]) Siehe Lord Rayleigh, der eine Anzahl näher zu beleuchtender Punkte in dieser Methode hervorhebt. Phil. Mag. [5] 21, 10, 1886; Beibl. 10, 302. — [2]) Himstedt, Wied. Ann. 54, 305, 1895.

silbernormalen von Benoit, der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und Siemens'schen Quecksilbernormalen ergaben sehr gut übereinstimmende Resultate. Als Galvanometer diente ein solches mit rechteckigem Rahmen von 8,5 cm Länge und 3,5 cm Breite mit 25 Lagen von je 58 bis 60 Windungen von 0,5 cm dickem Drahte. Das astatische Nadelpaar bestand aus zwei 0,15 cm dicken Stücken von Stricknadeln, welche an einem zweimal rechtwinkelig gebogenen Aluminiumdraht an einem sehr dünnen Quarzfaden aufgehängt und so sehr wenig gedämpft waren. Die Ablenkungen wurden durch Beobachtung der Umkehrpunkte ermittelt. Die Schwingungsdauer war 16,3 Sec., der Widerstand etwa 40 Ohm, der Selbstinductionscoëfficient 0,8135.10[8]. — Auch mit einem Siemens'schen Galvanometer mit Glockenmagnet und einem grossen Meissner-Meyerstein'schen Galvanometer mit Nadeln von 10 cm Länge wurde beobachtet. Der Abstand der Milchglasscala vom Spiegel war mindestens 400 cm.

Der Disjunctor ist dem früher benutzten ähnlich. Die Abänderungen sind in der Originalabhandlung einzusehen.

Bei den Versuchen wurden zwei verschiedene Solenoide und verschiedene secundäre Rollen, auch Theile derselben, verschiedene Zahlen der Stromunterbrechungen in der Secunde durch den Disjunctor, verschiedene Galvanometer und verschiedene Stromstärken benutzt, es wurde mit Schliessungs- und Oeffnungsinductionsströmen experimentirt, der Widerstand des primären und secundären Kreises durch Zusatzwiderstände möglichst weit geändert. Für die in absolutem Maasse zu bestimmenden Widerstände wurden verschiedene Normalen benutzt; die mannigfaltige Abänderung der Versuchsbedingungen bot also eine grosse Garantie für die Richtigkeit der Endresultate. Die Anordnung der Beobachtungen war im Wesentlichen die gleiche, wie bei den früheren.

Das Endresultat mit dem Solenoid I lag zwischen 1,06217 und 1,06299, Mittel 1,06273 und mit Solenoid II zwischen 1,06270 und 0,16324, Mittel 1,06287. Das Gesammtmittel ist also:

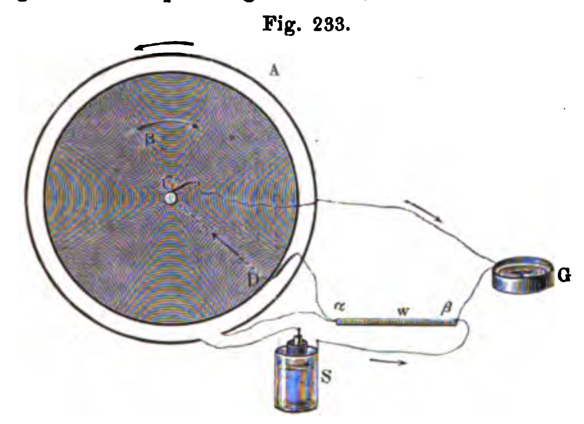
$$1 \text{ Ohm} = 1{,}06282 \,.\, \text{m/qmm Hg}.$$

895 Eine sehr sinnreiche siebente Methode zur Bestimmung des Widerstandes von Körpern in absolutem elektromagnetischem Maasse hat Lorenz[1]) angegeben. In einer aus zwei Rollen von 205,6 mm innerem und 237,6 mm äusserem, sowie 237,6 mm innerem und 266,0 mm äusserem Durchmesser gebildeten Spirale A (Fig. 233), die 36,5 mm Breite hat und mit ihrer Axe horizontal gestellt ist, rotirt conaxial eine Kupferscheibe B von 3,4 mm Dicke und 200 mm Durchmesser. Durch die Spirale A wird von der Säule des Elementes S aus ein Strom geleitet, in dessen Kreis der auf seinen Widerstand w zu untersuchende Körper $\alpha\beta$ eingeschaltet wird. Gegen die metallische Axe, sowie gegen den Rand der rotirenden Scheibe

[1]) Lorenz, Pogg. Ann. 149, 251, 1873.

schleifen Metallfedern C und D, welche unter Einschaltung eines Galvanometers G (einer Spiegelbussole) mit den Enden von w verbunden sind. Wird die Scheibe gedreht, so entsteht durch die Induction zwischen ihrem Centrum und ihrem Rande eine Spannungsdifferenz. Wird durch die Richtung und Schnelligkeit der Drehung dieselbe gleich und entgegengesetzt der Spannungsdifferenz, welche an den Enden von w durch den hindurchgeleiteten Strom entsteht, so zeigt das Galvanometer G keinen Ausschlag und man kann den absoluten Widerstand von w berechnen.

Fig. 233.



Ist die elektromotorische Kraft der den Strom liefernden Säule S gleich E, die Intensität des Stromes gleich I, der Gesammtwiderstand seiner Schliessung SwA gleich W, so ist die Potentialdifferenz am Ende des Körpers w gleich $E.w/W = wI$. Ist die Umdrehungszahl der Scheibe n, der Radius derselben r, ist R der Radius einer Windung der Spirale, a der Abstand der Ebene der Scheibe von der der Windung, so ist die erzeugte elektromotorische Kraft bei einmaliger Umdrehung des Radius, wenn die Intensität des inducirenden Stromes gleich Eins ist:

$$E_1 = 2\pi \int_0^{2\pi} \frac{rR\cos\varphi}{\sqrt{R^2 + r^2 + a^2 - 2rR\cos\varphi}}\, d\varphi,$$

vorausgesetzt, dass die Inductionsconstante $\varepsilon = 1$ gesetzt, also E_1 in elektromagnetischem Maasse gemessen wird. Durch Integration dieses Ausdruckes und Summation über sämmtliche Windungen und Dickenelemente der Scheibe erhält man die gesammte, in der Zeiteinheit inducirte elektromotorische Kraft E_n in absolutem Maasse. Ist bei n Umdrehungen und der Intensität I des inducirenden Stromes die Ablenkung des Galvanometers gleich Null, so ist

$$nIE_n = wI, \quad \text{also } w = nE_n.$$

Unter Anwendung eines Chromsäure- oder vier Bunsen'scher Elemente und Drehung der Scheibe durch ein mit den Händen bewegtes Uhrwerk nach den Schlägen einer Pendeluhr ergaben sich gleiche Resultate. Ohne Strom zeigte das Galvanometer bei der Rotation der Scheibe kaum eine Ablenkung, so dass die inducirende Wirkung des Erdmagne-

tismus verschwindend war, und Thermoströme an den Contactstellen der Federn kaum störend einwirkten.

Mittelst dieser Methode ergab sich bei vorläufigen Versuchen der Werth von einer B.-A.-Einheit gleich 0,95451 Ohm.

896 Dieselbe Methode hat L. Lorenz[1]) mit grossen Hülfsmitteln und mit Hülfe von Dr. Topsöe im Jahre 1885 wiederholt angewendet; namentlich mit Aenderungen des Rotationsapparates[2]). Derselbe bestand aus einem 1,068 m langen Cylinder von 0,333 m äusserem, 0,322 m innerem Durchmesser, in dessen äussere Fläche ein Schraubengang von 472 Windungen eingeschnitten war, welche zusammen 998,7 mm hoch waren. In denselben war ein aus 7 je $^1/_2$ mm dicken Kupferdrähten gebildetes, mit Seide übersponnenes Kabel eingewunden, dessen Enden 14 auf dem Fussgestell angebrachte Klemmschrauben aufnahmen. Im Inneren des Cylinders drehte sich vermittelst einer Dynamomaschine bis zu 30, gewöhnlich 6 bis 12 Umgängen in der Secunde, je nach dem Widerstande einer Zweigleitung zur Dynamomaschine, zwischen zwei in den Endflächen des Cylinders angebrachten isolirten Lagen mittelst conischer Zapfen eine auf einer Axe befestigte, 11,8 mm dicke Messing- oder Kupferscheibe. Zwei Contacte drückten, der eine vor einer an einer Feder befestigten Messingspitze gegen die Mitte der Axe auf einer kaum 1 qmm grossen Fläche, der andere, ein 1 cm breiter, an einer Metallstange befestigter Streifen von dem Metall der Scheibe sehr leicht gegen den Rand derselben. Der Zwischenraum zwischen ihm und dem Cylinder war mit Filz ausgefüllt, die Stange war ausserhalb desselben befestigt. Durch Oelschmiere blieben die Contacte hinlänglich constant und wurden Thermoströme beseitigt. Die Contacte der Hauptleitung sind mit den Enden der auf ihren Widerstand zu messenden, etwa 1 m langen und 2 bis 3 cm weiten, mit Quecksilber gefüllten verticalen Glasröhre und einem Galvanometer verbunden. Die Röhren waren mit 2 bis 4 conisch gegen die Innenwand zulaufenden, je mit einer kleinen Platinplatte luftdicht verschlossenen Löchern versehen, welche mittelst die Röhren theilweise umfassende Uhrfedern gegengedrückt wurde. Sie waren mit der einen unteren Rolle eines Thomson'schen Galvanometers in der Leitung verbunden. Die Rolle hatte 0,7 Ohm Widerstand, die einfache Schwingungsdauer betrug etwa 3 Secunden, $^1/_{1\,000\,000}$ Volt entsprach 120 mm der Scala; bei den Messungen des Widerstandes einer Quecksilbersäule von $0,0_3 24$ Ohm betrug die Intensität des Hauptstromes 2,9 Amp., also die zu messende elektromotorische Kraft etwa $700 . 10^{-6}$ Volt, entsprechend 34 000 mm der Scala. Die Abweichungen vom Nullpunkte

[1]) L. Lorenz (in Kopenhagen), Wied. Ann. 25, 1, 1885. Das Resultat siehe in Conférence internationale pour la détermination de l'Ohm, 2. Session, Paris 1884, p. 34. Siehe auch Vorschläge von Lorenz zur Abänderung dieser Methode, ibid., 1. Session, 1882, p. 25. — [2]) Siehe Journ. de Phys. [2] 1, 477, 1882.

während der kurzen Zeitdauer der Messung der Stromgeschwindigkeit überstiegen nicht 10 mm, so dass der Fehler einer Messung höchstens $^1/_{84}$ Proc. betrug.

Ueber dem Cylinder befand sich auf derselben Axe eine zweite Scheibe, welche auch mit der ersten vertauscht wurde. Sie diente zur Zeitmessung. Um sie wird ein in etwa 940 Theile getheiltes Papierband gelegt, welchem die Enden zweier Platindrähte gegenüberstanden, die mit der inducirten Rolle eines Inductoriums verbunden waren und von denen alle zwei Secunden Funken zur Scheibe durch das Papierband übersprangen, wo sie Marken verzeichneten. Um diese Zeit zu bestimmen, war vor einem Pendelchronometer eine zweite einfache Pendeluhr aufgestellt, deren Gang mit dem des ersteren verglichen war. An dem unteren Ende des Pendels derselben war ein 1 bis $1^1/_2$ m langer Seidenfaden angeknüpft, dessen anderes Ende so befestigt war, dass er bei jeder Doppelschwingung des Pendels einmal stark gespannt wurde. In seiner Mitte trug er an einem kurzen Faden einen Kupferdrahtbügel, dessen Enden in ein ganz und ein halb mit Quecksilber, darüber mit Alkohol gefülltes Glasgefäss eintauchten. Beide Gefässe waren in den Schliessungskreis des Hauptstromes des Inductoriums eingeschaltet. Wurde der erste Faden gespannt, so hob sich der Bügel und der Strom wurde unterbrochen, die Inductionsfunken schlugen auf die rotirende Scheibe über.

Die Röhren, zwei engere von 0,606 und 0,273 cm und drei weitere von 1, 2 und 3 cm Durchmesser, welche letzteren für die Messung der absoluten Widerstände verwendet wurden, waren von Dr. Topsöe sorgfältigst calibrirt. Die genauesten Resultate wurden mit den kleinsten Widerständen erhalten, so dass die weiteste Röhre nicht zur Verwendung kam.

Die Widerstände der engeren Röhren betragen 1,26612 und 7,42910 Quecksilbereinheiten, die der weiteren I. 0,0015418 und II. zwischen den Durchbohrungen $0,0_325836$, $0,0_325964$, $0,0_326279$ Quecksilbereinheiten.

Der Temperaturcoëfficient der scheinbaren Widerstandszunahme betrug pro Grad zwischen 0 und 27,32° bezw. $0,0_39013$, zwischen 8,32 und 35,31° bezw. $0,0_3916$.

Die Capillarität hatte einen jedenfalls $^1/_{10\,000}$ des ganzen Widerstandes nicht übersteigenden Einfluss. Der Ausbreitungswiderstand beträgt für Röhre II 0,82 — 0,35 d_i/d_s, wo d_i und d_s der innere und äussere Durchmesser der Röhre sind. Es wurde dies durch Anwendung verschieden langer Stücke der mit Quecksilber gefüllten Röhre bestimmt.

Ist d die Höhe des um den Cylinder gehenden Schraubenganges, r der Radius der Drahtwindungen, ϱ der Halbmesser der Scheibe, sind a_1 und a_2 die Entfernungen der Scheibe von den Endflächen der Drahtwindungen, C die Constante des Rotationsapparates, n die Umdrehungszahl der Scheibe, R der Widerstand der abgeleiteten Quecksilbersäule, so ist:

$$R = n C,$$

wo

$$C = \frac{2\pi}{d} \int_{a_2}^{a_1} \int_0^{2\pi} d\vartheta \frac{r \varrho \cos\vartheta}{\sqrt{x^2 + r^2 + \varrho^2 - 2 r \varrho \cos\vartheta}}$$

und wenn $\varrho = q r$, $x^2 + r^2 = \alpha r^2$ und entsprechend $a_1^2 + r^2 = \alpha_1 r^2$, $a_2^2 + r^2 = \alpha_2 r^2$ und

$$Q_\alpha = \int_1^\alpha \frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha - 1}} \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta \cos\vartheta}{\sqrt{\alpha + q^2 - 2 q \cos\vartheta}}$$

gesetzt wird:

$$C = \frac{\pi q r^2}{d} \left(Q_{\alpha_1} + Q_{\alpha_2}\right),$$

woselbst mit hinreichender Genauigkeit:

$$Q_\alpha = 2\pi q \sqrt{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} \left[1 + \frac{3 q^2}{8 \alpha^2} + \frac{5 q^4}{16 \alpha^4} \left(\frac{7}{4} - \alpha\right) + \frac{35 q^6}{128 \alpha^6} \left(\frac{33}{8} - \frac{9}{2} \alpha + \alpha^2\right)\right].$$

Als Endresultat ergiebt sich bei abwechselnder Richtung der zum Rotationsapparat führenden Leitung, bei Versuchen mit der Messingscheibe bei Röhre I 1 Q.-E. = 0,94455 Ohm, bei solcher mit Kupferscheibe bei Anwendung verschiedener Längen der Röhre II 1 Q.-E. = 0,94391, 0,94410 und 0,94391 Ohm. Als wahrscheinlichster Werth ist also

1 Q.-E. = 0,9440 Ohm,
1 Ohm = 1,0593 Q.-E.

897 Diese Methode ist zunächst auch von Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick, sodann von Lenz zu definitiven Bestimmungen verwendet worden.

Bei den Messungen von Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick[1]) wurden die bereits §. 891 erwähnten, von Professor Chrystal gewundenen Rollen von 50 cm Durchmesser benutzt. Die Scheibe war von Messing und rotirte um die verticale feste Messingaxe, welche zu den früheren Versuchen mit einer rotirenden Spirale gedient hatte und in gleicher Weise (vgl. §. 871) getrieben wurde. Ihre Dicke betrug 4,5 mm, ihr Durchmesser im Mittel 310,72 mm, sie war etwas conisch, so dass die obere Fläche den Durchmesser 310,8, die untere 310,58, die Mitte 310,75 hatte. Gegen ihre Cylinderfläche, sowie gegen eine Stelle der Axe etwas unterhalb der Scheibe schleiften Metallbürsten. Die Geschwindigkeit der Rotation wurde wie früher bestimmt und regulirt. Die Spiralen waren in horizontaler Lage auf Holzstücken befestigt, welche an der

[1]) Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick, Phil. Trans. 1883, 1, 295; Beibl. 8, 53; auch Chem. News 47, 21, 1883; Beibl. 7, 319.

inneren Seite der verticalen Ständer eines Rahmenwerks angebracht waren. Das Reflexionsgalvanometer hat etwa $^1/_2$ Ohm Widerstand.

Schon ohne Batterie erhält man bei geschlossener Bahn an dem eingeschalteten Galvanometer einen Ausschlag in Folge thermoelektrischer Erregungen an den Schleifstellen und der Induction durch den Erdmagnetismus. Durch Einführung einer elektromotorischen Gegenkraft, welche zwei Punkten des Schliessungskreises eines Sägemehl-Daniell'schen Elementes entnommen wurde, wurde diese Induction compensirt.

Bei zwei Reihen lagen die Spiralen festgeklemmt auf einander, nur getrennt durch einen Glasstreifen. Die Spiralen waren genau centrirt. Die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe wurde im Verhältniss von 16 : 10 geändert.

Bei der dritten Reihe wurden die Spiralen durch zwischengestellte Stützen von 27,8598 cm Länge von einander gehalten, bei welcher Entfernung das Resultat von einer genauen Kenntniss des mittleren Radius nahezu unabhängig ist. Dabei wurden die Spiralen in abwechselnd umgekehrten Lagen benutzt, in denen die Abstände des mittleren Schnittes bezw. 30,681 cm und 30,710 mm betrugen.

Der Inductionscoëfficient in Bezug auf die Scheibe wurde in beiden Fällen (Reihe I, II) und Reihe III berechnet.

Die vollständige Nullstellung der Galvanometernadel wurde nicht abgewartet, sondern es wurden Reihen von Beobachtungen mit Umkehrungen des Stromes der Batterie (20 Daniells) angestellt, wobei nach einander zwei Widerstände R_1 und $^{100}/_{101}$ R_1 eingefügt waren, von denen der erste nicht viel von dem zu untersuchenden Normalwiderstande differirte. Die Ablesungen wurden wiederholt abwechselnd gemacht. Einzelne unregelmässige Ablesungen in Folge mangelhaften Contactes kamen vor; sie sollen sich durch die Reihen von Beobachtungen eliminiren. Die Zahl der jedesmaligen schnell hinter einander angestellen Beobachtungen war nahezu umgekehrt proportional den beobachteten Werthen. — Der Hauptstrom hatte eine Intensität von etwas weniger als $^1/_{10}$ Ampère.

Um nicht einen allzu kleinen Widerstand als Normalwiderstand R in absolutem Maasse messen zu müssen, wie dies bei der directen Anwendung der Methode von Lorenz der Fall ist, wurde der Normaldraht etwa von $a = {}^1/_2$ Ohm Widerstand genommen und der Hauptstrom durch ihn geleitet. Die Quecksilbernäpfe α und β, in welche seine Enden tauchten, wurden mit zwei Quecksilbernäpfen a_1 und c_1 verbunden, welche wiederum durch einen Draht mit einander vereint waren, und von denen aus die Leitungen zu dem die rotirende Scheibe und das Galvanometer enthaltenden Zweige geführt waren.

Ist der Widerstand von $R = w$, von αa_1 und $\beta c_1 = c$, von $a_1 c_1 = b$, die Intensität des Hauptstromes im unverzweigten Kreise i, so ist die Potentialdifferenz in α und β gleich $iwb/(w + b + c)$, an Stelle des Widerstandes w von $\alpha\beta$ tritt der „effective" Widerstand $wb/(w + b + c)$,

welcher im vorliegenden Falle, wenn z. B. $w = {}^1/_2$ Ohm, $b = 1$, $c = 100$ ist, nur ${}^1/_{200}$ des Widerstandes w von R ist.

Der Widerstand w war aus drei parallelen Widerständen gebildet, zweien von je 1 Ohm (Normaletalon) und einem von 7 Ohm aus einem Widerstandskasten. Letzterer Widerstand hat nur einen secundären Einfluss. Der Widerstand c wurde variirt von 10 zu $10 + 5 + 1 = 16$ und $10 + 5 + 5' = 20$; die einzelnen Widerstände waren durch Quecksilbernäpfe mit einander verbunden. Der Werth des 10 Ohm repräsentirenden Widerstandes [10] wurde bestimmt, indem drei Neusilberdrähte von sehr nahe je 3 B.-A.-U.-Widerstand parallel neben einander aufgewickelt wurden und ihr Widerstand $(1 + \gamma)$ bei Parallelschliessung mit der einen Normaleinheit verglichen wurde. Die Drähte wurden nun hinter einander geschaltet, wobei ihr Widerstand nahe $9 + 9\gamma$ wird, dahinter die Normaleinheit eingefügt und der jetzige Widerstand $10 + 9\gamma$ mit dem Widerstande [10] verglichen, welcher so auf mindestens ${}^1/_{10000}$ genau gemessen sein soll. Die [5] Einheiten wurden bestimmt, indem erst ihre Summe mit den [10] verglichen, dann ihre Differenz durch Vergleichung unter einander festgestellt wurde. Der Widerstand [${}^1/_{10}$] wurde gemessen, indem in die einander entsprechenden Parallelzweige einer Wheatstone'schen Brücke die Normalwiderstände 1 und 10, sowie der Widerstand [${}^1/_{10}$] und ein Normalwiderstand Eins gebracht wurden und zu letzterem als Parallelschliessung so viel Widerstand aus einem Widerstandskasten hinzugefügt wurde, bis die Galvanometernadel auf Null stand.

Die Temperaturen sind genau beobachtet. So ergab sich der Widerstand der B.-A.-Einheit aus der ersten, zweiten und dritten Reihe zu

$$1 \text{ B.-A.-U.} = 0{,}98674, \quad 0{,}98669, \quad 0{,}98683 \text{ Q.-E.}$$

898 Mittelst derselben Methode hat Lenz den Werth

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}0613 \text{ Q.-E.}$$

erhalten [1]).

899 Auch V. Jones [2]) hat das Ohm nach der Methode von Lorenz bestimmt. Er bedient sich dabei eines mehr oder weniger mit Quecksilber gefüllten Troges als Widerstand, um den Einfluss der Capillarität zu beseitigen.

Die Spirale besteht aus doppelt umsponnenem Kupferdraht von 0,05 cm Durchmesser in Spiralwindungen von 0,063 cm Steigung, welche auf einen Messingcylinder von etwa 25 cm innerem und 26 cm äusserem Radius gewunden ist.

---

[1]) Das Endresultat siehe Conférence internationale pour la détermination des Unités électriques, 2. Session, p. 30, 1884. — [2]) Viriamus Jones, Electrician **25**, 552, 1890; **35**, 231, 253, 1890; Lum. électr. **38**, 379, 1890; Brit. Assoc. Leeds., Phil. Trans. Roy. Soc. London **182**, 1, 1891; Beibl. **14**, 1170; **15**, 134; **17**, 470; **20**, 152.

Der Trog, welcher das Hg enthält, war aus Paraffin gebildet. In demselben wurde eine Rinne von etwa 108,7 cm Länge, 3,7 cm Breite, 7,59 cm Tiefe ausgeschnitten. Luftblasen wurden durch Aufstreichen einer dünnen Schicht Paraffinwachs auf die Seiten und den Boden des Troges und wiederholtes Ausschneiden beseitigt.

Der Radius der aus Phosphorbronze bestehenden rotirenden Scheibe war 0,61605 von dem der Spirale. Dieselbe war durch gut paraffinirten Ebonit von der Axe getrennt. Die den inducirten Strom von der Scheibe ableitenden Bürsten bestanden ebenfalls aus Phosphorbronze. Sie waren aus einem Draht gebildet, durch den ein 0,076 cm weiter centraler Canal ging, durch welchen Hg zur Contactstelle floss. Als Motor diente eine Siemens'sche Dynamomaschine mit einem Schwungrad, welche durch Accumulatoren getrieben war. Der Strom konnte durch Widerstandsrollen und Schleifwiderstände von Platinoïddraht regulirt werden. Die Umdrehungsgeschwindigkeit wird mittelst einer Stimmgabel von 64 Schwingungen gemessen, an deren Zinken Messingstücke mit longitudinalen Schlitzen geschraubt sind, durch die ein auf die Axe aufgesetzter, geschwärzter Cylinder beobachtet wird, auf welchen 11 Reihen weisser äquidistanter Zähne von 7 bis 21 an der Zahl gemalt sind. Die Schwingungsdauer der Stimmgabel wurde bestimmt, indem ein Excentricum, welches auf der Axe des Cylinders befestigt war, einem kleinen Hebel eine oscillatorische Bewegung in verticaler Richtung ertheilte, der dabei durch Herstellung von Zeichen auf dem Papierstreifen eines Telegraphen verzeichnete, neben denen eine zweite, durch eine Normaluhr bewegte Feder Zeitzeichen angab. Die durch die Stimmgabel auf dem rotirenden Cylinder beobachtete Figur muss während dieser Zählung constant bleiben. In Bezug auf die Einstellung der Apparate und die Beobachtungen muss auf die Originalarbeit verwiesen werden.

Das Endresultat ist:

$$1 \text{ Ohm} = 106{,}307 \text{ cm Hg}.$$

900 L. Duncan, G. Wilkes und C. T. Hutchinson[1]) haben ebenfalls den Werth der B.-A.-Einheit und des Ohm in absolutem Maasse bestimmt.

Die Methode und die Anordnung der Widerstände von Lord Rayleigh wurden benutzt. Der sorgfältig gearbeitete Apparat war sehr gross. Die Dimensionen waren für den Cylinder: 66 cm Länge, 100 cm Durchmesser, 1 cm Dicke, für die Scheibe: 21,5 cm Durchmesser. Die vier Spiralen waren in Nuthen gewickelt, die in schwere, in die äussere Oberfläche des Cylinders eingegossene Flantschen eingedreht waren. Der Radius der Scheibe war so gewählt, dass der Fehler in der Bestimmung des mittleren Radius der Rollen möglichst wenig Einfluss hatte. Die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe betrug zwischen 26

---

1) L. Duncan, G. Wilkes und C. T. Hutchinson, Phil. Mag. [5] 28, 17, 98, 1889; Beibl. 13, 903, 904.

und 47 Umdrehungen in der Secunde und wurde mittelst eines Chronographen bestimmt. Besondere Vorsichtsmaassregeln waren getroffen, um regelmässige Schwingungen der Contactbürsten zu vermeiden. Die Isolation der Spiralen wurde sorgfältig untersucht. Die Widerstandsrollen wurden auf gleichförmiger Temperatur erhalten, indem Bleiröhren, durch welche Wasserleitungswasser floss, in die Wasserbäder gesenkt waren, welche die Spiralen umgaben. Das Resultat war:

1 B.-A.-Einheit = 0,9863 Ohm.

Da nach früheren Bestimmungen von Hutchinson und Wilkes 1 Quecksilbereinheit gleich 0,95341 B.-A.-U. ist, so folgt:

1 Ohm = 106,34 cm Hg 0°.

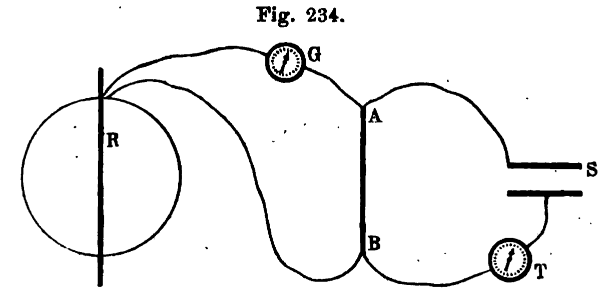
901 Mittelst der Methoden von Kirchhoff und Lorenz findet Rowland[1]) den Werth der B.-A.-Einheit gleich $0,98646 \pm 40$ und $0,9864 \pm 18$, und den Widerstand einer Siemens'schen Einheit gleich 0,95349 B.-A.-Einheiten. Danach wäre der Widerstand von

1 Ohm = 1,063 cm Hg 0°.

902 Ausser diesen Methoden ist noch eine Reihe anderer zu erwähnen, nach welchen indess zum Theil bisher nur Vorversuche angestellt oder die nur vorgeschlagen worden sind, ohne dass sich bisher daran definitive Versuchsreihen knüpften. In ersterer Beziehung ist eine achte Methode erwähnenswerth, welche fast gleichzeitig von Carey Foster[2]) und mit geringen Modificationen von Lippmann[3]) angegeben worden ist.

Nach Carey Foster wird der Strom einer Thermosäule *S*, Fig. 234, durch eine Tangentenbussole *T* und den zu untersuchenden Leiter *AB*

Fig. 234.



geführt. Die Enden des letzteren sind mittelst eines Commutators mit einer zweiten Schliessung verbunden, welcher eine unter dem Einflusse des Erdmagnetismus rotirende Rolle *R* und ein empfindliches Galvano-

[1]) H. A. Rowland, Brit. Assoc. Manchester, Lum. électr. **26**, 187, 1887; Beibl. **12**, 82. — [2]) Carey Foster, Electrician **7**, 266, 1881; Rep. Brit. Assoc. 1881, p. 426; Beibl. **6**, 133. — [3]) Vergl. Lippmann, Compt. rend. **93**, 713, 955; **94**, 36, 1881. Brillouin, ibid. **93**, 845, 1069, 1881; **94**, 36, 1882; Beibl. **6**, 43, 258, 1882.

meter G enthält. Wird die Rotationsgeschwindigkeit so regulirt, dass während der Schliessung durch den Commutator letzterer auf Null steht, so ist die durch die Thermosäule an den Enden des Leiters erzeugte Potentialdifferenz gleich der durch die rotirende Rolle erzeugten.

Ist H_i die Horizontalintensität des Erdmagnetismus an der Stelle der rotirenden Rolle, F die von der rotirenden Rolle umschriebene Fläche, ω die Winkelgeschwindigkeit derselben und 2α der Bogen, auf welchem durch den Commutator die Rolle in die Schliessung eingefügt ist, E die inducirte elektromotorische Kraft, so ist $E = FH_i\omega \sin\alpha/\alpha$. Ist ferner G der Reductionsfactor der Tangentenbussole, H_g die Horizontalintensität des Erdmagnetismus an ihrer Stelle, ϑ die Ablenkung der Nadel der Bussole, so ist die Stromstärke in der den Leiter, dessen Widerstand w sei, enthaltenden Schliessung der Thermosäule $I = GH_g tg\vartheta/M$. Demnach ist:

$$w = \frac{E}{I} = \frac{H_i F\omega \frac{\sin\alpha}{\alpha} G}{H_g tg\vartheta} = \frac{H_i}{H_g} \frac{2\pi F \frac{\sin\alpha}{\alpha} G}{T tg\vartheta},$$

wo T die Zeit einer Umdrehung der Rolle ist. In vielen Fällen kann $H_g = H_i$ gesetzt werden.

Die vorläufigen Versuche wurden mit einer Rolle ausgeführt, welche der von der Commission der British Association früher gebrauchten ähnlich war, nur war der Rahmen u. s. f. solider gebaut. Auch war derselbe aus zwei Hälften gebildet, um Inductionsströme zu vermeiden. Er hatte nur eine Rinne zur Aufnahme der Windungen (32 Lagen von je 30 Windungen, welche 713,914 qcm umfassten). Die Helmholtz'sche Tangentenbussole hatte zwei Ringe, jeder mit 22 Lagen von je 20 Windungen, im Ganzen also 880 Windungen. Ihre Nadel war aus drei kurzen gehärteten, auf die Hinterseite eines Glasspiegels geklebten Uhrfederstückchen hergestellt.

Der Commutator der rotirenden Rolle bestand aus einem Elfenbeincylinder von 7,6 cm Durchmesser, in welchen diametral einander gegenüber zwei Platinplatten eingelegt waren, die mit den Enden der Rolle verbunden waren. Auf den Platten schleiften 15 cm grosse horizontale Platinrädchen, welche mit der übrigen Leitung durch Quecksilbernäpfchen verbunden waren, mit denen das obere Ende ihrer Axen vereint war. Die Breite der Platincontacte betrug 20° 3', so dass die Rolle nur etwa während 1/9 ihres Umlaufs in der Leitung und die Selbstinduction möglichst vermieden war. Die Axen der Contacträdchen befanden sich im magnetischen Meridian; die Verbindung geschah also während des Maximums der Intensität und des Minimums der Aenderung der elektromotorischen Kraft in der Rolle, welche dabei nur von 1 : 0,9817, also um weniger als 2 Proc. schwankte. Die Geschwindigkeit der Drehung der Rolle wurde bestimmt, indem drei Glasfedern auf einem Papierstreifen auf einer rotirenden Walze Striche zogen. Bei jeder hundertsten Um-

drehung der Rolle wurde mittelst eines Zahnrades und eines Triebes durch eine leichte Contactfeder ein Elektromagnet erregt, welcher die eine Feder zur Seite zog. Die zweite Feder wurde ebenso durch eine Uhr in jeder Secunde mittelst eines Elektromagnetes angedrückt. Die dritte Feder wurde vom Beobachter durch einen Schlüssel und einen Elektromagnet bewegt, wenn die Nadel des Galvanometers gerade auf Null stand. Auf diese Weise wurde der absolute Widerstand zweier Neusilberdrähte bestimmt.

Die correspondirenden Beobachtungen stimmen auf etwa 0,4 Proc. Bei Vergleichung des Widerstandes der Neusilberdrähte mit der Einheit der B.-A.-U. ergab sich der Widerstand der letzteren gleich 1,003 bis $0{,}999 \cdot 10^9$ Ohm.

Gegen diese Methode wendet Brillouin ein, dass auch in dem geöffneten Stromzweige durch die Induction auf sich selbst, durch die Erde u. s. f. noch Inductionsströme entstehen, deren Intensität von einem zum anderen Querschnitt des Zweiges sich ändert und nur an seinen Enden Null ist. Dadurch wird nicht in der ohne Berücksichtigung dieser Induction bestimmten Zeit die Intensität ein Maximum. Auch treten Oscillationen ein. Die Erscheinung ist also complicirt.

Lippmann berechnet indess, dass bei zweckmässiger Anordnung der Fehler hierbei weniger als $2 \cdot 10^{-13}$ des Resultates betragen dürfte.

903 Zwei weitere Methoden (Nr. 9 und 10) sind von Lippmann[1]) vorgeschlagen.

Neunte Methode. Man lässt einen kleinen Magnetstab vom Moment m um eine auf der Verbindungslinie seiner Pole senkrechte Axe n mal in der Secunde gleichförmig inmitten einer Spirale rotiren, deren Dimensionen gegen die des Magnets bedeutend sind. Man verbindet die Enden der Spirale unter Einschaltung eines empfindlichen Galvanometers mit den Enden einer Quecksilbersäule oder eines Widerstandes w, welchen man bestimmen will, in dem Momente, wo die in der Spirale inducirte elektromotorische Kraft e ein Maximum ist. Dann leitet man einen durch eine Tangentenbussole gemessenen Strom von solcher Intensität i durch den Widerstand w, dass das Galvanometer in der Schliessung auf Null steht, also $e = iw$ ist.

Sind K und K' Constanten, welche von den Dimensionen der Spirale und der Tangentenbussole abhängen, ist H die auf die Nadel der Bussole wirkende Richtkraft, α ihre Ablenkung, so ist: $e = 2\pi n m K$; $i = K' H \operatorname{tg} \alpha$, also:

$$w = \frac{K}{K'} \frac{2\pi n m}{H \operatorname{tg} \alpha}.$$

Hierin sind n, $\operatorname{tg}\alpha$, m/H (letzteres nach der Methode von Gauss) direct zu beobachten, K und K' zu berechnen. Man kann auf diese Weise

[1]) Lippmann, Compt. rend. 95, 1154, 1882; Beibl. 7, 127.

bei leicht herstellbaren Dimensionen des Apparates Normalen von 1 bis 5 Ohm Widerstand mit einem kleineren Fehler als $^1/_{10000}$ prüfen [1]).

Bei der **zehnten Methode** [2]) rotirt ein Drahtgewinde um seinen Durchmesser im Inneren einer festen Spirale, durch welche ein Strom i fliesst, der durch den zu messenden Widerstand geleitet wird. Der innere inducirte Drahtkreis wird nur einen sehr kurzen Moment in der Zeit geschlossen, wo die inducirte elektromotorische Kraft e ein Maximum ist, und in diesem Moment der Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten A und B der Hauptleitung entgegengestellt, so dass Gleichgewicht an einem empfindlichen Elektroskop zu beobachten ist. Ist r der Widerstand zwischen A und B, n die Zahl der Umdrehungen des Inductionskreises, F die vom inducirten Draht umspannte Fläche, C eine Constante, so ist Gleichgewicht, wenn $r = 2\pi n C F$ ist. Hat der drehbare Rahmen p Windungen, so ist die in ihm inducirte elektromotorische Kraft p mal so gross, als bei der rotirenden Scheibe von Lorenz, die thermoelektrischen Störungen treten mehr zurück. 904

Um die Berechnung von C zu vermeiden, verwendet man eine im Verhältniss zu ihrem Durchmesser unendlich lange Spirale. Ist dann d der mittlere Abstand zwischen zwei Drahtwindungen, so ist $C = 4\pi/d$. Da eine unendlich lange Spirale nicht herzustellen ist, wird eine z. B. 2 m lange Spirale erst so gestellt, dass der drehbare Rahmen in ihrer Mitte rotirt, und der Abstand AB bestimmt. Darauf wird die Spirale in der Richtung ihrer Axe verschoben und ein zweiter Abstand BB_1 in der Fortsetzung von AB bestimmt, bei dem wieder die Compensation der Inductionsströme und des Stromes i erfolgt u. s. f. Man kann so die Correction für eine unendlich lange Spirale erhalten.

Die nach dieser Methode unter Leitung von Lippmann von Wuilleumier angestellten Versuche ergaben:

$$1 \text{ Ohm} = 106{,}267 \text{ cm Quecksilber.}$$

Wird dieser Werth wegen der Enden des 34 m langen als Widerstand r dienenden Neusilberbandes corrigirt und so zu seiner Länge 1,6 cm hinzugefügt, so erhält man nach Leduc [3]):

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}0632 \text{ cm Quecksilber.}$$

Nach einer **elften Methode** beabsichtigt J. Fröhlich [4]), das Ohm mittelst des Elektrodynamometers zu bestimmen, indem z. B. bei ruhender beweglicher Rolle der Strom in der festen Rolle geschlossen und beim Durchgange der ersteren durch die Gleichgewichtslage geöffnet wird, wobei das Verfahren wiederholt und so die Multiplicationsmethode 905

---

[1]) Aehnliche Methoden mit besonderen Stromverzweigungen siehe Brillouin, Compt. rend. **96**, 190, 1883; Beibl. **7**, 318. — [2]) Lippmann, Compt. rend. **95**, 1348, 1882; Beibl. **7**, 128. — [3]) Leduc, Compt. rend. **118**, 1246, 1894; Beibl. **18**, 874. — [4]) J. Fröhlich in Budapest, Vorläufige Mittheilung der Berechnung und einiger Versuche. Wied. Ann. **19**, 106, 1883.

angewendet werden kann. Auch kann der inducirende Strom einmal im ersten, dann im zweiten Leiter fliessen, während die Widerstände derselben gleich sind u. s. f.

Mengarini[1]) lässt einen Magnet in eine Spirale von isolirtem Leitungsdraht fallen, in deren Stromkreis ein Elektrodynamometer eingeschaltet ist. Mit einem dem Atwood'schen ähnlichen System wird die vom Magneten erlangte Geschwindigkeit in einem beliebigen Punkte seines Verlaufes, und zwar einmal bei geöffnetem, das andere Mal bei geschlossenem Stromkreise gemessen.

906 Eine fernere zwölfte Methode von Joubert[2]) beruht auf Benutzung des Quadrantelektrometers. Die Nadel desselben ist permanent mit dem einen Quadrantenpaar verbunden. Dann werden die Quadrantenpaare abwechselnd verbunden 1) mit den beiden Enden A und B des zu messenden Widerstandes R, durch welchen ein constanter Strom fliesst, dessen Intensität an einer Tangentenbussole gemessen wird; 2) mit den beiden Enden eines inducirten Kreises, welcher beständig geöffnet bleibt und der sich gleichförmig in einem constanten Magnetfelde dreht, z. B. unter Einfluss des Erdmagnetismus, so dass an seinen Enden eine elektromotorische Kraft entsteht, die der Formel $e = A \sin(2\pi t/T)$ entspricht. Die Ablenkung ist im ersten Falle proportional dem Quadrat der Potentialdifferenz E zwischen A und B, im zweiten dem Mittel der Quadrate von e. Sind die Ablenkungen d des Elektrometers in beiden Fällen gleich, so ist, wenn I die Intensität des an einer Tangentenbussole gemessenen Stromes, α die Ablenkung ihrer Nadel, H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus und K eine Constante ist:

$$\sqrt{d} = KE = KIR = K.R \frac{H}{G} tg\alpha,$$

wo G der Reductionsfactor der Tangentenbussole. Andererseits wird, wenn F die Fläche, T die Umdrehungszeit des Inductors ist:

$$\sqrt{d} = K \frac{\pi\sqrt{2}}{T} FH, \quad \text{daher: } R = \frac{\pi\sqrt{2}}{T} \frac{FG}{tg\alpha}.$$

Wendet man einen Sinusinductor an, dessen Spirale die Constante G_1, und dessen Magnet das Moment M hat, so ist:

$$\sqrt{d} = K \frac{\pi\sqrt{2}}{T} G_1 M \quad \text{und} \quad R = \frac{\pi\sqrt{2}}{T} \frac{G G_1}{tg\alpha} \frac{M}{H}.$$

Im ersten Falle sind T und α zu beobachten, F und G zu bestimmen, im zweiten sind ausser T und α noch G, G_1, und M/H zu messen. Da der Inductionskreis geöffnet bleibt, hat die Selbstinduction und der Widerstand desselben keinen Einfluss.

---

[1]) Mengarini, Atti della R. Accad. dei Lincei [3] 8, 318, 1884; Beibl. 9, 280. — [2]) Joubert, Compt. rend. 94, 1519, 1882; Beibl. 6, 892.

Endlich kann man auf indirectem Wege nach einer dreizehnten Methode durch Messung der durch einen constanten Strom von der in elektromagnetischem Maasse gemessenen Intensität i in der Zeit z in einem Leiter erzeugten Wärmemenge W den Widerstand w desselben in gleichem Maasse bestimmen. Ist $\mathfrak{A}$ das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit, so ist $w = \mathfrak{A}\, W/i^2 z$. 907

Schon Joule[1]) hatte im Jahre 1866 Versuche angestellt, um umgekehrt aus der Erwärmung eines Drahtes von Platinsilberlegirung, dessen Widerstand nahe einer B.-A.-Einheit gleich war, durch einen Strom von bekannter Intensität das mechanische Wärmeäquivalent zu bestimmen, und fand es gleich 783 Fusspfund.

Aus diesen Versuchen, welche indess damals noch nicht mit der jetzt erreichbaren Genauigkeit angestellt werden konnten, lässt sich unter Annahme des richtigen Wärmeäquivalentes berechnen, dass der Widerstand einer B.-A.-Einheit 0,9887 Ohm beträgt, also wenn eine Quecksilbereinheit gleich 0,95384 B.-A. ist, eine Quecksilbereinheit gleich 0,9413 Ohm ist[2]).

Weitere Versuche dieser Art hat F. Weber (l. c. §. 879) ausgeführt. 908
In die Bahn eines mittelst der erwähnten einfachen Tangentenbussole mit stark gedämpftem Magnet in elektromagnetischem Maasse gemessenen Stromes wurde ein dünner, im Zickzack auf einen Hartgummirahmen aufgewundener Platindraht von etwa 15 Q.-E. Widerstand mittelst dicker Kupferdrähte als Zuleiter eingeschaltet. Der Rahmen befand sich in einem Wassercalorimeter von dünnstem Kupferblech, dessen Wasserwerth incl. Rahmen, Draht, eingesenktem, mit einem Luftthermometer sorgfältig verglichenen Thermometer etwa 3 g betrug, während dasselbe mit etwa 250 g Wasser gefüllt war. Die erdmagnetische Kraft wurde vor und nach jedem Versuche bestimmt, die Einflüsse der Aenderung der Declination auf die Stellung des Magnetspiegels durch Umlegen der Stromesrichtung eliminirt. Die Stromstärke wurde mittelst eines du Bois'schen Reochords bis auf $^1/_{500}$ bis $^1/_{600}$ constant erhalten und der absolute Werth des Widerstandes w nach der §. 879 erwähnten Methode bestimmt.

Nimmt man an, dass die Wärmeabgabe des Calorimeters an die

---

1) Joule, vergl. Bd. 2, §. 515, p. 438.

2) Eine Abänderung dieser Methode ist von Lippmann (Compt. rend. 95, 634, 1882; Beibl. 6, 955) vorgeschlagen. Der Draht, dessen absoluten Widerstand man bestimmen will, wird in ein Calorimeter gebracht und durch ihn ein Strom von in absolutem Maasse bekannter Intensität i geleitet, bis das Calorimeter eine constante, durch ein empfindliches Thermoskop zu beobachtende Temperatur hat. Darauf wird der Strom unterbrochen und durch einen Motor eine Reibung in dem den Draht enthaltenden Gefässe erzeugt, bis die frühere Temperatur erreicht ist. Dann ist die auf die Reibung verwendete Arbeit $T = i^2 r$. Letzteren Versuch könnte man besser vor dem ersten anstellen, auch könnte man statt der constanten Temperatur das Ansteigen derselben beobachten.

Umgebung dem Newton'schen Gesetze entspricht, die specifische Wärme c_a des Wassers, ebenso wie der Widerstand w_a des Platindrahtes mit der Temperatur t_a proportional steigen; sind γ und q die betreffenden Coëfficienten der Zunahmen für 1°; ist der Wasserwerth des Calorimeters M, t seine Temperatur, t_a die seiner Umgebung, h die von demselben bei der Temperaturdifferenz von 1° an letztere abgegebene Wärme, z die Zeit, so folgt:

$$Mc_a[1 + \gamma(t - t_a)]dt = \frac{i^2 w_a}{\mathfrak{A}}[1 + q(t - t_a)dz - h(t - t_a)dz].$$

Ist $K = i^2 w_a / \mathfrak{A} M c_a$, $B = (\mathfrak{A} h - (q - \gamma) i^2 w)/\mathfrak{A} M c_a$, so ist danach:

$$t - t_0 = \left(\frac{K}{B} - t_0 + t_a\right)(1 - e^{-Bz}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

und wenn t die mittlere Temperatur des Calorimeters ist:

$$\mathfrak{A} Mc_a[t - t_0 + B(t - t_a)z] = i^2 w_a z.$$

$B(t - t_a)z$, die Temperaturcorrection wegen der secundären Einflüsse, wurde möglichst klein $[^1/_{200}$ bis $^1/_{300}$ $(t - t_a)]$ gemacht, die Zeit z so lang genommen, dass die Temperaturerhöhung etwa 15° betrug. Die Temperatur wurde alle fünf Minuten abgelesen, woraus B nach Formel 1) zu berechnen ist.

Der Widerstand des Platindrahtes war:

	in absolutem Maasse:	in S. Q.-E.:
bei 23°	$14{,}468 \cdot 10^{10}$	15,146
bei 0°	$14{,}131 \cdot 10^{10}$	14,781

woraus folgt:

bei 23° 1 S. Q.-E. $= 0{,}9552 \cdot 10^{10}$; bei 0° $= 0{,}9560 \cdot 10^{10}$.

Der Coëfficient der Widerstandszunahme betrug für die absoluten Messungen $q = 0{,}001035$, für die relativen $q = 0{,}001074$, also ist der absolute Widerstand bei der Temperatur t gleich:

$$w = 14{,}131\ (1 + 0{,}001054\,t) \times 10^{10}\ (\text{mm/sec.}).$$

Nach einer Reihe von 24 Versuchen, während deren Ströme von der Stärke 4 bis 6 (abs.) Stunden lang hindurchgingen, blieb der Widerstand des Drahtes völlig constant.

Bei Bestimmung der Erwärmung durch schwächere Ströme in längerer Zeit (I) und durch stärkere Ströme in kürzerer Zeit (II) ergab sich bei je 12 Beobachtungen:

I. $\mathfrak{A} = 427{,}76 \pm 0{,}23$ (426,46 bis 429,93),
II. $\mathfrak{A} = 428{,}42 \pm 0{,}25$ (427,45 bis 430,31).

Aus einer dritten Reihe, bei welcher die Wärmeabgabe des Calorimeters vier- bis fünfmal so gross war, folgte:

III. $\mathfrak{A} = 428{,}28 \pm 0{,}18$ (426,92 bis 429,10).

Als Mittel aller Beobachtungen ergiebt sich das mechanische Wärmeäquivalent:

$$\mathfrak{A} = 428{,}15 \pm 22\,\text{mkg}.$$

Hat man nach diesen Feststellungen den Widerstand w eines Theiles eines Schliessungskreises und sein Verhältniss zum Gesammtwiderstande $w + w_1$ desselben bestimmt, so folgt aus der Messung der Stromintensität i in absolutem Maasse die elektromotorische Kraft E. Wird dann auf anderem Wege die letztere, z. B. mit Hülfe einer Siemens'schen Einheit (e), bestimmt, so erhält man wieder:

$$1\ \text{S. Q.-E.} = \frac{E}{e}.$$

Bei derartigen Versuchen war der erwähnte zickzackförmige Platindraht, dessen Widerstand w für alle benutzten Temperaturen bestimmt war, in den Schliessungskreis von 7 bis 10 Bunsen'schen oder Daniell'schen Elementen eingeschaltet. Das Verhältniss seines Widerstandes zu dem w_1 der übrigen Stromesbahn wurde zugleich mit der elektromorischen Kraft nach einer ähnlichen Methode wie die von Mance (Bd. I, §. 508) bestimmt. Nun wurde der Strom der Säule unter Einschaltung der einfachen Tangentenbussole mit dem Platindrahte zu einem Kreise (Widerstand $w_1 + w$) geschlossen, und die Wärmeerzeugung Q in der Zeit z unter Beobachtung der Stromintensität gemessen. Letztere änderte sich sehr wenig. Nach dieser Messung wurden nochmals w_1 und e bestimmt und der Mittelwerth der vor- und nachher erhaltenen, sehr wenig von einander verschiedenen Werthe genommen. Es ist dann:

$$A\,Q\left(1 + \frac{w_1}{w}\right) = i E z.$$

So wurde gefunden:

Bunsen's Element

1) $E = 18{,}885 \,.\, 10^{10} \left(\frac{\text{mm}^{3/2}\,\text{mg}^{1/2}}{\text{sec}^2}\right)$, d. h. 1 S. Q.-E. = 0,9536 Ohm

2) $E = 19{,}150 \,.\, 10^{10} \left(\frac{\text{mm}^{3/2}\,\text{mg}^{1/2}}{\text{sec}^2}\right)$, d. h. 1 S. Q.-E. = 0,9552 „

Daniell's El. amalg. Zn, conc. $Zn\,SO_4$, conc. $Cu\,SO_4$, Cu

$E = 10{,}954 \,.\, 10^{10} \left(\frac{\text{mm}^{3/2}\,\text{mg}^{1/2}}{\text{sec}^2}\right)$, d. h. 1 S. Q.-E. = 0,9565 Ohm

Desgl.; statt $Zn\,SO_4$ verd. H_2SO_4, spec. Gew. 1,035

1) $E = 11{,}286 \,.\, 10^{10} \left(\frac{\text{mm}^{3/2}\,\text{mg}^{1/2}}{\text{sec}^2}\right)$, d. h. 1 S. Q.-E. = 0,9526 Ohm

2) $E = 11{,}317 \,.\, 10^{10} \left(\frac{\text{mm}^{3/2}\,\text{mg}^{1/2}}{\text{sec}^2}\right)$, d. h. 1 S. Q.-E. = 0,9579 „

Mittel 0,9550 Ohm

Als Wärmeeinheit ist hier diejenige genommen, welche erforderlich ist, um 1 kg Wasser von 0° auf 1° C. zu erwärmen. Auch hier stimmt unter der Annahme, dass 1 Q.-E. = 0,9550 Ohm bei 0° ist, das aus den thermischen Wirkungen des Stromes abgeleitete mechanische Wärmeäquivalent mit dem auf anderen Wegen gefundenen nahe überein.

Diese thermischen Messungen dürften indess kaum mit derselben Genauigkeit ausgeführt werden können, wie die elektromagnetischen Messungen zur Bestimmung des Ohm in Quecksilbereinheiten, und somit mehr zur Bestätigung des Werthes des Wärmeäquivalentes auf elektromagnetischem Wege dienlich sein, als für obigen Zweck.

909 Um den Einfluss des Umstandes zu eliminiren, dass der in Wasser liegende, durch den Strom erhitzte Draht immer wärmer ist, als das Wasser, hat Fletcher[1]) nach dem Vorschlage von Rowland einen Strom durch einen spiralförmig gewundenen, an dicke Kupferdrähte gelötheten lackirten Platin-Iridiumdraht von etwa 1,8 Ohm Widerstand geleitet, welcher in einem cylindrischen Calorimeter von dünnem Kupferblech und etwa 800 ccm Inhalt mit Rührvorrichtung und Thermometer in der Mitte auf drei, auf einem Kupferblechrahmen befestigte verticale Glasstäbe gewickelt war. Der Deckel des Calorimeters berührte das Wasser darin. Dasselbe stand in einem Kupfergefässe mit doppelten Wänden und ebenfalls doppeltwandigem Deckel, dessen cylindrischer Raum mit Wasser gefüllt war. Die 2,5 mm dicken, paraffinirten Kupferdrähte waren um einander gewickelt und führten zu einem eine Tangentenbussole mit einfacher Windung von 80 cm Durchmesser und eine Bichromatzelle enthaltenden Kreise. In der Mitte der Tangentenbussole stand eine Sinusbussole, deren Nadel 1 cm von der Ebene der Tangentenbussole abstand. Die Spirale der Sinusbussole war durch eine Leitung von etwa 30 000 Ohm Widerstand mit den Calorimeterelektroden verbunden. In beiden Kreisen befanden sich Commutatoren. Die Einstellung der Nadel, bestehend aus zwei dünnen, 1,2 cm langen, durch ein 0,6 cm dickes Stück Holz getrennten Stahlnadeln, wurde durch ein an einem Arm befestigtes Fernrohr mit kurzer Scala bestimmt.

Ist die Intensität des Stromes im Galvanometer gleich c, R der Widerstand des Drahtes, $\mathfrak{A}$ das mechanische Wärmeäquivalent, so ist die in der Zeit t im Drahte erzeugte Wärme $h = c^2 R t / \mathfrak{A}$. Ist ferner R' der Widerstand des Kreises der Sinusbussole, c' die Stromintensität in demselben, so ist $cR = c'R'$, also $\mathfrak{A} = cc'R't/h$. Der Einfluss der Aenderungen des Widerstandes von R durch die Temperaturänderungen hat also keinen Einfluss.

Bei dem Versuch wirkt auf die Galvanometernadel der Strom $c + c'$ in dem Ringe der Tangentenbussole, welcher Werth, da $c' < 0{,}000\,07\,c'$ ist, gleich c zu setzen ist, und der Strom c' in dem drehbaren Gewinde

---

[1]) Laurence B. Fletcher, Sillim. Journ. [3] 30, 22; Phil. Mag. [5] 20, 1, 1885; Beibl. 10, 50.

der Sinusbussole. Ist G die Constante des Ringes, G' die des Gewindes, H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, sind ϑ und ϑ' die Ablenkungen der Nadel bei Wirkung der Ströme in beiden in gleichem und entgegengesetztem Sinne, so ist:

$$G c \cos\vartheta + G'c' = H \sin\vartheta; \quad G c \cos\vartheta' - G'c = H \sin\vartheta',$$

woraus c und c' zu entwickeln ist. Ist l die Länge des Drahtes des Ringes, b der Abstand der Nadel von seiner Ebene, so ist $G = 4\pi^2/l\,(1 + 6\pi^2 b^2/l)$ und:

$$\mathfrak{A} = \frac{R'l\left(1 + \frac{6\pi b^2}{l^2}\right)}{4\pi^2 G'} \frac{H^2 t}{h} \frac{tg\,{}^1/_2(\vartheta + \vartheta')\,\sin{}^1/_2(\vartheta - \vartheta')}{\cos{}^1/_2(\vartheta + \vartheta')}.$$

Der Widerstand des Kreises der Sinusbussole wurde mittelst der Wheatstone'schen Brücke mit Ohmnormalen bei 22,3° gleich $R' = 30052$ festgestellt; die Länge des Drahtes der Tangentenbussole durch ein mit Normalmaassstäben verglichenes Stahlband vor dem Umwinden zu $l = 264{,}49$ cm gemessen, die Excentricität der Nadel $b = 1{,}2$ cm, ebenfalls durch das Stahlband gemessen. G' war früher von Rowland direct und durch Vergleichung mit anderen Spiralen zu 1832,24 und 1833,67, im Mittel zu 1833,19 bestimmt. H wurde gleich 0,11069 durch gleichzeitiges Einschalten eines Elektrodynamometers und vier dünnerer, um die Tangentenbussole gelegter Drahtwindungen in allen möglichen Combinationen in den Schliessungskreis einer Säule bestimmt. Ist k das aus Schwingungsversuchen mit hinzugefügten Metallstäben berechnete Trägheitsmoment der beweglichen Rolle des Dynamometers, T die Schwingungsdauer derselben, C das ebenso aus den Dimensionen berechnete Drehungsvermögen des Elektrodynamometers für den Strom Eins, so ist:

$$H = 4\pi^2 n C \sqrt{k}\left(1 - \frac{6\pi^2 b_1^2}{l_1^2}\right)\frac{\sqrt{\sin\alpha}}{l\,T\,tg\,\varphi},$$

wo α und φ die mittleren Ablenkungen am Elektrodynamometer und Galvanometer, l_1 die mittlere Länge einer Windung, b_1 der mittlere Abstand der Ebene derselben von der Nadel ist.

Die Correctionen für die Wärmeausgabe der Thermometer wurden durch Beobachtungen der Thermometer während und nach dem Oeffnen des Stromes angestellt; die Thermometer selbst waren sorgfältig verglichen. So ergab sich als Endresultat $\mathfrak{A} = 42{,}068\,000$ von dem Werthe der B.-A.-Einheit in Erdquadrant/Secunden. Die Combination dieses Werthes mit dem Werthe des mechanischen Wärmeäquivalents nach Rowland $\mathfrak{A} = 41{,}664\,000$ giebt:

1 B.-A.-U. = 0,9904 Erdquadrant/Secunde.

Bei der Beurtheilung der verschiedenen bisher zur Anwendung gekommenen Methoden ist sowohl nach den in Rechnung kommenden Formeln die Abhängigkeit des Resultates von den Fehlern zu betrachten, als auch die praktische Möglichkeit, dieselben zu vermeiden. Den **910**

ersteren Punkt hat Lord Rayleigh[1]), den zweiten habe ich[2]) selbst besprochen.

Bei der ersten Methode von W. Weber (Drehung des Inductors um eine verticale Axe um 180°, Messung des Stromes am Galvanometer) erhält man unter Fortlassung der auf die Fadentorsion und Dämpfung bezüglichen Glieder den Widerstand W der Schliessung:

$$W = 2\pi \frac{T_g}{T_i^2} F G \cdot \frac{1}{s_n},$$

wo T_i und T_g die Schwingungsdauern am Inductor und Galvanometer, F die Fläche des Inductors, G die Galvanometerconstante, s_n die Summe des n ten und $n + 1$ ten Ausschlages sind.

Hier ist also weder die schwer zu bestimmende Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, noch das Trägheitsmoment der Nadel im Galvanometer, sondern es sind nur die Schwingungsdauern derselben T_g und T_i, bezw. der eine dieser Werthe und das Verhältniss beider zu einander zu messen, was keine besonderen Schwierigkeiten darbietet. Ist r_i der mittlere Radius des Inductors, r_g der des Galvanometers, so ist $F = n r_i^2 \pi$, $G = 2 m\pi / r_g$, wo n und m die Windungszahlen der Rollen sind; danach wird:

$$W = 4\pi^3 n m \frac{T_g}{T_i^2} \frac{r_i^2}{r_g} \pi^2.$$

Der mittlere Radius des Inductors tritt demnach im Quadrat, der des Galvanometers in der ersten Potenz in die Formel ein.

Es handelt sich also um besonders genaue Bestimmung beider Grössen, namentlich der ersteren. Eine solche ist aber direct nur möglich, wenn die Dimensionen der Rollen gross sind. Ist der Durchmesser gleich 1 m, wie bei den Versuchen von W. Weber und Zöllner, sowie den meinigen, so bedingt ein Fehler von 0,5 mm in der Messung des Durchmessers des Inductors schon einen Fehler von $^1/_{1000}$ in der der Fläche; in der der Galvanometerconstante von $^1/_{2000}$. Bei den Versuchen von Mascart, bei welchen die Rollen etwa 27 bis 30 cm und 14 bis 17 cm Durchmesser haben, musste also, um eine Genauigkeit von $^1/_{1000}$ zu erzielen, der Durchmesser des Inductors bis auf etwa 0,15 bezw. 0,07 mm auf die eine oder andere Weise genau gemessen werden. Bei den Schwierigkeiten, welche die Messung des Umfanges bezw. des Durchmessers der Rollen wegen der Unebenheiten der Bespinnung, wegen des unvermeidlichen Ueberganges der Windungen einer Schicht über die der vorhergehenden an einer Stelle darbietet, dürfte daher die Wahl recht grosser Dimensionen ganz besonders rathsam sein. Sonst ist es zweckmässig, die Drehungsmomente der Rollen mit denen des Ringes einer Tangentenbussole von bekannten Dimensionen nach der Bd. III, §. 258 erwähnten

[1]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. [5] 14, 329, 1882. — [2]) G. Wiedemann, Elektrotechn. Zeitschr. 3, 260, 1882.

Methode zu vergleichen. Freilich werden auch hierdurch neue Messungen und somit neue Fehlerquellen eingeführt. Diese Bemerkungen gelten nicht nur für diese, sondern auch für die übrigen Methoden.

911 Die Methode von Carey Foster und Lippmann (§. 902), welche sich dieser Methode anschliesst, giebt nach Fortlassung der Correctionen den Widerstand:

$$W = nm\pi \frac{r_i^2}{r_g} \cdot \omega \, ctg \, \vartheta,$$

wo wiederum n und m, sowie r_i und r_g die Windungszahlen und reducirten Radien des Inductors und Galvanometers, ω die Drehungsgeschwindigkeit des ersteren, ϑ die Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole ist. Die Bedingungen in Bezug auf r_i und r_g sind also dieselben, wie bei der Methode §. 910. Die Selbstinduction kann hier bei geeigneter Anordnung der Versuche kaum störend auftreten (s. §. 902).

912 Bei der zweiten Methode von W. Weber (Inductor um eine verticale Axe rotirend, Ablenkung des darin schwebenden Magnetes) ergiebt sich der Widerstand nach Fortlassung der Correctionen für die Fadentorsion, die Selbstinduction u. s. f.:

$$W = \pi^2 n^2 r \omega \, ctg \, \varphi,$$

wo n die Zahl der Windungen, r der mittlere Radius, ω die Drehungsgeschwindigkeit, φ die Ablenkung der Nadel ist.

Ist der Durchmesser der Rollen, wie bei den Versuchen von Lord Rayleigh, nur 470 mm, so bedingt ein Fehler von 0,25 mm in der Messung des Durchmessers, oder von 0,7 mm in der des Umfanges, schon einen Fehler von $^1/_{1000}$ im Resultat.

Hier tritt freilich der Radius der Rolle nur in der ersten Potenz auf; auch dürfte die Bestimmung von ω keine grossen Schwierigkeiten darbieten. Dagegen ist die Selbstinduction der Rolle sehr störend. Eine Berechnung derselben ist wegen der grossen Nähe, in welcher die Windungen auf einander inducirend wirken, wobei eine kleine Lagenänderung einen grossen Einfluss hat, immerhin nicht allzu sicher; die experimentelle Bestimmung involvirt neue Fehlerquellen. Trotz des zuerst erwähnten Vortheils dürfte danach diese Methode doch kaum der erstgenannten vorzuziehen sein, abgesehen von der Schwierigkeit, Luftzüge, Erschütterungen u. s. f. zu vermeiden; namentlich bei Benutzung sehr kleiner Magnete, welche anzuwenden sind, um ihre Inductionswirkung auf die rotirende Spirale zu vermeiden. Letztere Fehlerquelle fällt bei der Rotation um eine horizontale Axe fort, indess ist dabei die sehr schwierige Bestimmung der Inclination erforderlich.

913 Die Methode der Induction zweier Drahtkreise auf einander und Messung des Inductionsstromes an einem Galvanometer bedingt zunächst

die Ausmessung dreier Drahtrollen, des Inductors, des inducirten Kreises und des Galvanometers, bezw. noch des um letzteres gelegten Gewindes zur Messung des inducirenden Stromes; ist also in dieser Beziehung weniger günstig, als die erstgenannten Methoden; dagegen wirkt die Selbstinduction bei ihr nicht mit, wie bei der zweiten Methode.

Ist M das Potential der Spiralen auf einander, ϑ die Ablenkung der Galvanometernadel durch den Inductionsstrom, α dieselbe durch den inducirenden Strom, h das Verhältniss der Drehungsmomente der im ersten und letzten Falle verwendeten Gewinde des Galvanometers, T die Zeitdauer der Schwingung der Nadel desselben, so ist, wiederum abgesehen von Nebenumständen, der Widerstand:

$$W = \frac{\pi}{T} \frac{tg\,\alpha}{\sin {}^1/_2\,\vartheta} \frac{M}{h}.$$

Aus den Formeln für M ergiebt sich, dass ein Fehler in der Messung des mittleren Abstandes der Spiralen linear, dass der Fehler in der Bestimmung des mittleren Radius (bei Rowland etwa 26 cm, bei Glazebrook 49 cm, bei Fr. Weber etwa 32, bei den neueren Versuchen desselben etwa 69 cm) quadratisch im Endresultate auftritt. Bei geringen Abständen der inducirenden Rollen ist der Abstand also sehr genau zu messen, bezw. durch Aenderung desselben eine grössere Genauigkeit zu erzielen.

Aehnliche Betrachtungen gelten für die Methode von Roiti, §. 892.

914 Bei der scheinbar ausserordentlich einfachen dritten Methode von W. Weber der Dämpfung der Schwingungen einer Magnetnadel in einem geschlossenen Multiplicator ist der Widerstand, abgesehen von der Fadentorsion:

$$W = \frac{2\,n^2 \pi^2 m}{H r^2} \frac{\pi^2 + \lambda^2}{\lambda\,T},$$

wo T die Schwingungsdauer, λ das logarithmische Decrement, m das Moment der Nadel, r der reducirte Radius des Multiplicators, n seine Windungszahl ist. Bei dieser Methode tritt der mittlere Radius quadratisch im Nenner auf. Direct ist er sehr schwer hinlänglich genau zu bestimmen, da der Multiplicator die Nadel behufs hinreichender Dämpfung eng umgeben muss; eine indirecte Bestimmung ist deshalb angezeigt. Zugleich ist aber die Kenntniss des Momentes der Nadel bezw. ihres Trägheitsmomentes und namentlich der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus erforderlich, welche Bestimmungen Schwierigkeiten bereiten. Auch ist die Selbstinduction zu berücksichtigen, deren experimentelle Bestimmung auch hier eine Quelle für neue Fehler herbeiführen kann. Ferner können die Inductionsströme in der Masse des Magnetes sowie der Eisengehalt der Multiplicatorwindungen störend einwirken, bezw. permanenter Magnetismus in der Nadel zurückbleiben [1]).

---

[1]) Siehe Lord Rayleigh, Wied. Ann. 24, 214, 1885.

Zu beachten ist, dass fast alle Bestimmungen des Ohm nach dieser Methode kleiner ausfallen, als nach den übrigen.

Es sind hierbei übrigens noch Correctionen des Coëfficienten der Selbstinduction, welche nur halb so gross ist, wie gewöhnlich angenommen wird, und die Transversalmagnetisirung zu berücksichtigen [1]).

Aehnliche Fehler treten bei der Combination der §. 864 erwähnten und der eben besprochenen Methode durch F. Kohlrausch (§. 884 und 885) auf.

915 Endlich ist die Methode von Lorenz besonders empfohlen worden. Ist die Umdrehungszahl der Scheibe n, das Potential der Spiralen auf ihren Umfang gleich P, so ist der Widerstand des zu untersuchenden Drahtes:

$$W = n \,.\, P.$$

Ein Vortheil dieser Methode ist, dass sich bei ihrer Ausführung im Gegensatze zu den anderen Methoden ein constanter Gleichgewichtszustand herstellt. Die Schwierigkeit der Bestimmung des Potentials P bleibt bestehen, obgleich sich die dabei einfliessenden Störungen in Folge unrichtiger Stellung der inducirenden Spiralen durch Wahl eines geeigneten Abstandes von der rotirenden Scheibe vermindern lassen. Indess ist die in der Scheibe inducirte elektromotorische Kraft E, von welcher die Empfindlichkeit der Methode abhängt, nur klein, die an den sich erwärmenden Schleifcontacten an der Scheibe auftretenden thermoelektrischen Erregungen sind dagegen nicht unbedeutend und wegen der variablen Reibung nicht ganz constant. Sie müssen deshalb durch Umkehrung der Richtung des inducirenden Stromes eliminirt werden. Auch ist, eben weil E klein ist, der bestimmbare Widerstand ($W = n \,.\, E$, wo n die Umdrehungszahl der Scheibe) nur äusserst klein ($^1/_{200}$ Ohm) zu nehmen. Theilt man den Hauptstrom, so ist in der Ausmessung des Verhältnisses der Theilung ein neuer Fehler gegeben. Somit dürfte diese im Princip vortreffliche Methode doch nicht ohne Weiteres allen übrigen vorangehen.

916 Dorn [2]) hat sich der grossen Mühe unterzogen, die einzelnen Beobachtungen sowohl in ihren Specialitäten und Fehlerquellen, als auch rechnerisch zu verfolgen und so weit wie möglich die Resultate der Autoren nach seiner Ueberzeugung zu corrigiren. Die umstehende Tabelle ergiebt die Resultate dieses Verfahrens mit Angabe der nach Dorn zu berücksichtigenden Fehlerquellen.

[1]) Siehe Dorn, Wied. Ann. 17, 783, 1882; 22, 265, 1884; auch Mascart, Compt. rend. 100, 309, 701, 1885; Beibl. 9, 472. — [2]) E. Dorn, Ueber den wahrscheinlichen Werth des Ohm nach den bisherigen Messungen. Berlin, Springer, 1893.

		Widerstandsnormale	Resultat d. Autors 1 Ohm = m/mm² Hg bei 0°	Corrigirtes Endergebniss	Correctionen, Fehlerquellen
Methode der Dämpfung von Weber (III).					
1884	Wild	Siemens u. Halske	1,06027	1,06192	Inducirter Magnetismus, Eisengehalt des Multiplicators.
1888	F. Kohlrausch	Strecker-Kohlrausch	I. 1,06405 II. 1,06274	1,06310	— 0,0001 Temperaturcoëfficient des Hg.
1889	Dorn	Strecker-Kohlrausch	1,06243	1,06235	— 0,00008 Temperaturcoëfficient d. Hg.
Methode von Weber (I): Grosser Erdinductor und grosses Galvanometer.					
1885	G. Wiedemann	Siemens und eigene Normalröhre	1,06249	1,06249	Neu berechnet von Peters und revidirt von Dorn.
Methode von Lorenz.					
1885	Lorenz	eigene Normalröhre	1,05930	—	Vielleicht mangelhafte Isolation, Magnetismus der Apparate.
1883	L. Rayleigh und Mrs. Sidgwick	B.-A.-U.	1 B.-A.-U. = 0,98677 Ohm 1 Ohm = 1,06214	1,06255 1,06288 nach Glazebrook	+ $0,0_{3}38$ bis $0,0_{3}71$ wegen Verhältniss von B.-A.-U. zu Q.-E. — $0,0_{4}3$ wegen Inductionscoëfficient. — ? wegen Magnetismus der Apparate.
1884	Rowland, Kimball, Duncan	—	—	1,0629	—
1887	Rowland	Normalröhren von Hutchinson und Wilkes	1,0632	1,0632	—
1889	Duncan, Wilkes und Hutchinson	Normalröhren von Hutchinson und Wilkes	1 B.-A.-U. = 0,98687 Ohm 1 Ohm = 1,0634	1,06352	+ $0_{3}12$ wegen Normalröhre, — ? wegen Magnetismus der Apparate, die einzelnen Beobachtungen stimmen nicht besonders.
1890	Jones	Quecksilbertrog von Jones	1,06307	1,06307 (1,06281)	Formänderung des Quecksilbertroges. () wahrscheinlicher.

		Methode von Kirchhoff.			
1883	Glazebrook, Dodds und Sargent	B.-A.-U.	1 B.-A.-U. = 0,98665 Ohm	1,06265 [1]) (1,06299 [2])	[1]) mittelst des von Dorn verbesserten Werthes von Lord Rayleigh; [2]) mittelst eines Werthes von Glazebrook.
1884	Mascart, de Nerville und Benoit	eigene Normalröhre	1,0630	1,06293	— wegen zu geringer Schätzung der Drahtlänge. Starke Differenzen der Einzelbeobachtungen.
1886	Himstedt	Siemens u. Halske	1,0601 — 1,0616	1,06257	Inducirte Ströme nicht hinlänglich abgelaufen.
1802	Himstedt	Normalröhre von Passavant	1,06259	1,06257	$0{,}0_4 2$ wegen Quecksilbereinheit.
1884	Roiti	B.-A.-U., Siemens u. Halske, Strecker	1,05896	?	Unvollständiger Ablauf der inducirten Ströme und ungleichmässige Vertheilung der Windungen im Solenoid.
1878	Rowland	B.-A.-U.	1 B.-A.-U = 0,9911	1,0616	Zuerst die B.-A.-U. unsicher.
1883	Kimball	?	1,0625	—	—
1884	Rowland und Kimball	?	1,0631	—	—
		Methode der rotirenden Rolle von W. Weber.			
1881	Rayleigh und Schuster	B.-A.-U.	1 B.-A.-U. = 0.9893 Ohm	1,0598 — 1,0601	Je nach der Feststellung der B.-A.-U.
1882	Rayleigh	B.-A.-U.	1 B.-A.-U. = 0,9865 Ohm	1,0628 — 1,06312	— Luftströmungen, mittlerer Rollendurchmesser zu gross geschätzt.
1882	H. Weber	B.-A.-U.	1 B.-A.-U. = 0,9877 Ohm	1,0615	B.-A.-U. nach Rayleigh, fehlerhafte Bestimmung der Inclination (+) und der Selbstinduction (—).
		Methode von Lippmann.			
1890	Wuilleumier	Normalröhre von Benoit	1,06267	etwa 1,06285	— ? wegen Schwingungsdauer der Stimmgabel und des Temperaturcoëfficienten des Widerstandes (+). Ungleichmässigkeit der Windungen.

+ und — bezeichnen, dass der Werth des Ohm als Quecksilbersäule zu vergrössern bezw. zu vermindern ist, event. (?) um einen nicht angebbaren Betrag. ? bedeutet eine wahrscheinliche, nicht zu bestimmende Fehlerquelle. Fehlen die Zahlen in der letzten Columne, so ist ein bestimmter Werth als wahrscheinlich nicht zu bezeichnen.

917 Nach diesen Betrachtungen bildet **Dorn** Mittelwerthe und theilt die Beobachtungen in solche, die er wegen ihrer offenbaren Minderwerthigkeit mit halbem Gewicht rechnet, und solche, die vollwerthig zu rechnen sind.

Resultate mit halbem Gewicht.

Wild	1,06192
Duncan, Wilkes und Hutchinson	1,06352
Mascart, de Neville und Benoit	1,06293
Kimball (1883)	1,06250
Mittel	1,06272

Resultate mit vollem Gewicht.

	kleinere Werthe	grössere Werthe
F. Kohlrausch	1,06264	1,06310
Dorn	1,06235	1,06235
G. Wiedemann	1,06249	1,06249
L. Rayleigh, Mrs. Sidgwick	1,06255	1,06288
Rowland, Kimball, Duncan	1,06290	1,06290
Rowland (1887)	1,06320	1,06320
Jones	1,06281	1,06307
Glazebrook, Dodds, Sargent	1,06265	1,06299
Himstedt	1,06257	1,06257
Rowland und Kimball	1,06310	1,06310
Lord Rayleigh	1,06280	1,06312
Wuilleumier	1,06265	1,06285
Mittel	$1,06272_6$	$1,06288_5$

Mit Hinzuziehung der Resultate mit halbem Gewicht ist hiernach das Mittel aller Werthe:

1,0628.

Das Resultat anderer Beobachtungsreihen von **Fr. Weber** (1 Ohm = 1,0531 m Hg) liegt so weit von denen der übrigen ab, dass es für die Berechnung des Mittels kaum zu verwenden ist.

918 Wenngleich diese Werthe noch ziemlich unter einander differiren, so hat man doch im Interesse der Praxis einen mittleren **abgerundeten** Werth als **gesetzliches** Ohm eingeführt, ohne dadurch die Grösse des eigentlichen, wissenschaftlichen Ohms selbst und der anderen Einheiten bestimmen zu wollen.

Nachdem man früher den Werth 106 angenommen, ist nach obigen Resultaten jetzt das **gesetzliche Ohm der Widerstand einer Quecksilbersäule** von 0,01 qcm Querschnitt und

106,3 cm Länge

bei einer Temperatur von 0° C.

Zur Annahme dieses Werthes dürfte um so grössere Berechtigung vorhanden sein, als der von **Dorn** berechnete Mittelwerth etwas zu klein sein möchte, da zwischen Glasröhre und Quecksilber eine nicht genau in ihrer, wenn auch sehr geringen Dicke, zu bestimmende adhärirende

Luftschicht verbleibt, und eine sehr kleine Erwärmung der Quecksilbersäule durch den Strom nicht wohl ganz zu vermeiden ist.

Gleich nach den ersten Bestimmungen der Commission der British Association (§. 872) hat man geglaubt, die so erhaltene British Association-Einheit (B.-A.-U.) ohne sorgfältigste Prüfung und Genehmigung von anderen amtlichen Seiten als Normalmaass des Widerstandes zunächst in England einführen zu können, was dann wegen der internationalen Bedeutung auch in den anderen Staaten hätte angenommen werden müssen. Durch die eingehenden Untersuchungen von vielen sehr competenten Seiten, namentlich in Folge des Elektrikercongresses in Paris, hat sich indess herausgestellt, dass die B.-A.-U. kleiner ist als ein Ohm und etwa nur 0,986 des letzteren beträgt [1]). **919**

Die B.-A.-U.-Einheit muss deshalb unbedingt verlassen und durch das dem wissenschaftlichen Ohm sehr nahe liegende gesetzliche Ohm ersetzt werden. Da die B.-A.-U. indess vielfach in England eingeführt und im Verkehre benutzt worden ist, erschien es zweckmässig, den Werth der in dieser Einheit hergestellten Normalen, ihre Veränderlichkeit u. s. f. sorgfältig zu prüfen, ohne dass damit ihre Beibehaltung irgendwie gestützt werden konnte [2]).

Ueber die Herstellung von Normalwiderständen aus Glasröhren voll Quecksilber haben wir Bd. I, §. 410 u. flgde. schon das Erforderliche angeführt. Wir wollen hier noch die betreffenden Untersuchungen kurz erwähnen, einmal, soweit sie mit den Ohmbestimmungen in Zusammenhang stehen und dann zur Construction von Gebrauchsnormalen geführt haben. Wegen der vielen in Betracht kommenden Einzelheiten müssen wir auf die der Sache entsprechend sehr ausführlichen Originalabhandlungen verweisen. **920**

---

[1]) Neuere Angaben von Benoit siehe Compt. rend. **99**, 864, 1884; Ann. télégr. Sept.-Oct. 1884; Beibl. **9**, 191, 596. — [2]) Derartige sehr gründliche Versuche sind von Glazebrook (Phil. Mag. [5] **20**, 343, 1885; Beibl. **9**, 806) und von Glazebrook und Fitzpatrick (Phil. Trans. London, Roy. Soc. **179**, 351, 1888; Beibl. **13**, 423; siehe auch Chem. News **50**, 256, 1884; Beibl. **9**, 472) angestellt worden. Der Widerstand einer Quecksilbereinheit m/mm bei 0° C. war gleich 0,98335 B.-A.-U. Verschiedene Drahtwiderstände aus Platin-Iridium, Platin, Platin-Silber (am wenigsten geeignet) und Gold-Silber (nach Matthiessen siehe Bd. I, §. 537) waren vom Jahre 1867 bis 1888 constant geblieben. Eine B.-A.-U. entspricht 0,9866 legalen Ohm (Electrician **27**, 615, 1891; Beibl. **16**, 93). — Nach Hutchinson und Wilkes (Phil. Mag. [5] **28**, 17, 1889; Beibl. **13**, 903) entspricht eine Quecksilbereinheit 0,95341 B.-A.-U. — Durch Vergleichung mit seinen von Salvioni selbst gefertigten Normalen aus Glasröhren voll Quecksilber ergiebt sich eine Quecksilbereinheit nach Strecker-Kohlrausch = 0,95413 B.-A.-U.; nach Siemens und Halske vom Jahre 1882 bis 1885 = 0,95404; desgleichen von dem Jahre 1885 bis 1889 = 0,95427; nach Benoit = 0,95443; nach Glazebrook = 0,95404 (siehe Salvioni, Rendiconti Lincei [5] **2**, 145, 1889; desgleichen Memorie **6**, 1889, 7. April; Beibl. **14**, 667; **15**, 381).

Passavant[1]) hat sehr sorgfältige Bestimmungen der Widerstände von sechs Quecksilbernormalen, hauptsächlich auch für die Ohmbestimmungen von Himstedt, ähnlich wie die von Siemens, unter Auswiegen der Röhren von 850,609 bis 998,17 Länge, Berücksichtigung des Ausdehnungscoëfficienten des Glases und Quecksilbers mittelst der nach der Methode von Carey Foster (Bd. I, §. 459) calibrirten Messbrücke von Siemens vorgenommen, die gut mit einander übereinstimmen.

Auch Strecker[2]) hat Normalwiderstände von Quecksilber hergestellt, die auf $0,0_8 1$ genau sein sollten. Sie wurden mittelst der Methode des übergreifenden Nebenschlusses von Fr. Kohlrausch[3]) mit Widerstandsrollen verglichen, welche auf den unteren Theil einer Holzbüchse von 15 cm Höhe und 5 cm Durchmesser bifilar gewickelt waren. Durch den oberen Theil der Büchse und den Deckel gingen 3 mm dicke Kupferdrähte als Elektroden und ein Thermometer. Ueber das Ganze war ein Glas gekittet. Frisch destillirtes und längere Zeit aufbewahrtes, lufthaltiges Quecksilber gab dieselben Resultate. Bei der Temperatur t ergab sich der specifische Widerstand des Quecksilbers bis auf $0,0_4 15$ genau

$$s_t = 1 + 0,0_3 900\, t + 0,0_6 45\, t^2$$

und bis auf 0,04 genau

$$s_t = 1 + 0,0_8 907\, t.$$

921 Weitere auf die Ohmbestimmung bezügliche Messungen für die thermische Aenderung des Widerstandes des Quecksilbers von Guillaume[4]) (G.) und von Kreichgauer und Jäger (K. u. J.) ergaben:

$$\text{G.} \quad s_t = s_0\,(1 - 0,0_8 8881\, t + 0,0_5 101\, t^2)$$

$$\text{K. u. J.} \quad s_t = s_0\,(1 - 0,0_8 8827\, t + 0,0_5 126\, t^2).$$

Zwischen $+ 25^0$ und $+ 80^0$ betragen die Differenzen nur $0,0_4 3$ [5]). Andere Bestimmungen s. Bd. I, §. 586 u. flgde.

922 Zur Herstellung der Normalen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt wurden zuerst von W. Jäger[6]) solche von Quecksilber mit

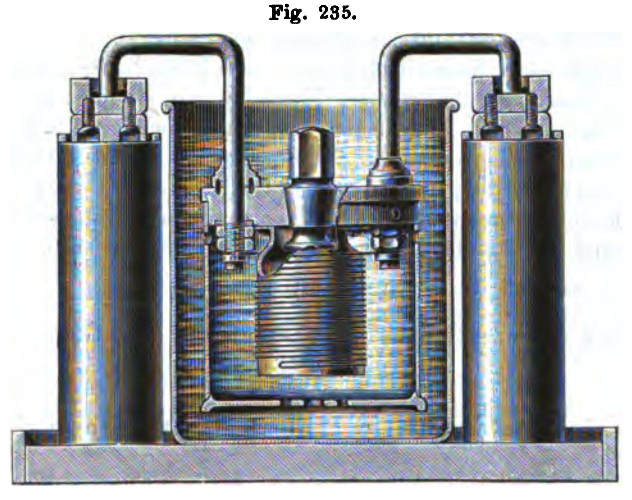
1) Passavant, Wied. Ann. 40, 505, 1890; 46, 336, 1892. — 2) Strecker, Wied. Ann. 25, 252, 456, 1884. — 3) Fr. Kohlrausch, Bd. I, §. 470, 76, 1882. — 4) Guillaume, Compt. rend. 115, 414, 1892; 116, 51, 1893; Beibl. 17, 63, 469. — 5) Ueber die Berechnung des Widerstandes von Quecksilberröhren als Systeme conischer Theile nach Siemens (Bd. I, §. 418, Anm.) siehe Weinstein, Elektrotechn. Zeitschr. 9, 25, 1888; Beibl. 12, 400; entgegen der Annahme von Benoit von Cylinderstücken (Lum. électr., 4. Juni 1887). Auch Guillaume hält die Rechnung mit Cylinderstücken für einfacher (Lum. électr. 27, 323, 1888; Beibl. 12, 400). — Ueber die Graduirung der Röhren siehe Berthelot, Compt. rend. 105, 591, 1887; Beibl. 12, 405. — Wie Theil I, §. 591 erwähnt, ist der Widerstand von durch Sieden von Luft befreitem und lufthaltigem Quecksilber nicht verschieden. Er sinkt bei kleinen Druckänderungen für 1 Atmosphäre um 0,03 Proc. (Laas, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 12, 267, 1892; Beibl. 17, 137, s. auch Bd. I, §. 580). Ueber den Werth der Widerstandseinheiten verschiedener Herkunft siehe auch Glazebrook, Rep. Brit. Assoc. Edinb. 1892, p. 132; Beibl. 17, 782. — 6) Jäger, Phys.-Techn. Reichsanstalt 2, 379, 1895; Beibl. 20, 785.

ganz besonderer Sorgfalt ausgemessen. Alle absoluten Messungen geschahen bei 0°. Die Calibrirung der Röhren fand wie bei Thermometern von 2 zu 2 cm statt. Sie wurden zur Auswägung im Vacuum mit Quecksilber gefüllt und nur bei Stromstärken nicht über $^1/_{100}$ Amp. untersucht, um Erwärmung zu vermeiden. Die mittelst der Methoden des übergreifenden Nebenschlusses (s. Bd. I, §. 470) nach Fr. Kohlrausch mit der Normalröhre verglichenen, im Vacuum gefüllten und dann zugeschmolzenen Quecksilbercopien und Drahtwiderstände aus Manganin und Patentnickel waren relativ auf $^1/_{1000000}$ genau. Auch nach zwei Jahren war die Einheit auf ein bis zwei Hunderttausendstel constant geblieben.

Die Ermittelung der Calibercorrection der Widerstandsröhre ist insbesondere noch von Leman[1]) behandelt.

Ueber die elektrischen Normal-Drahtwiderstände der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt haben K. Feussner und St. Lindeck[2])

Fig. 235.



Bericht erstattet. Die Untersuchungen datiren vom Jahre 1888. Unter den Legirungen zeichnet sich namentlich Constantan (40 Proc. Ni, 60 Proc. Cu) wegen geringerer thermoelektrischer Wirkung gegen Kupfer und grosser Beständigkeit und ebenso wie auch Manganin (84 Proc. Cu, 12 Proc. Mn, 4 Proc. Ni) durch einen sehr geringen und zwar negativen Temperaturcoëfficienten aus. Der Widerstand nimmt bis 20 bis 30° ein wenig zu, dann wieder ab.

Die Drahtnormalen von 0,1 Ohm und bis zu 10000 Ohm haben im Wesentlichen die gleiche Construction[3]). Wir erwähnen die Einrichtung

---

[1]) Leman, Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt 2, 379, 1895; Beibl. 20, 784. — [2]) K. Feussner und St. Lindeck, Bd. I, S. 546; Phys.-Techn. Reichsanstalt 2, 501, 1895; Beibl. 20, 991. — [3]) K. Feussner, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 10, 6, 1890.

für 1 Ohm (Fig. 235 a. v. S.). Der Widerstandsdraht von Manganin ist bifilar in einer Lage auf einen mittleren, 4 cm weiten Messingcylinder gewickelt. Bei den Apparaten von 0,1 Ohm ist parallel zum Hauptdraht noch ein zweiter Nebendraht von $^1/_{10}$ des Querschnittes und 10facher Länge geschaltet. An demselben wird die feinere Abgleichung vorgenommen, indem von vornherein der Widerstand des Hauptdrahtes etwa um 1 Proc. grösser gemacht wird, als sein Sollwerth ist.

Die Drahtenden werden mit den Seitenflächen kleiner quadratischer Kupferstückchen mit Silber stumpf verlöthet, welche gegen die Endflächen der Zuleitungen mit einer Schraube zusammengepresst und dann durch Erhitzen mit dem Löthkolben bis zum Schmelzen des Lothes verlöthet werden. Die Enden der Zuleitung liegen mit ihren ebenen Flächen auf dem Boden der Quecksilbernäpfe, unter denen die Verzweigungspunkte zur Parallelschliessung liegen. Der Zuleitungswiderstand beträgt bei den Büchsen von 0,1 Ohm etwa nur 70, bei den übrigen etwa 140 Mikrohm. Die Manganindrähte werden einmal fünf Stunden lang auf 150° erwärmt, um sie constant zu machen[1]).

Die englischen Normalwiderstände nach Fleming[2]) haben sehr viel kürzere Spiralen, als die früheren Normalen, um sie ganz in schmelzendes Eis zu senken. Sie liegen flach zwischen zwei auf einander geschraubten Messingringen mit auf einander passenden Nuthen; die verticalen dicken Zuleitungsdrähte sind in Röhren eingeschlossen, von denen sie durch Luft getrennt sind. Nach oben enden die Röhren in Becken, die während der Benutzung mit Paraffinöl gefüllt werden[3]).

Reduction der empirischen Einheiten auf elektromagnetische Einheiten.

923 Als elektromagnetische Einheit der Stromintensität hatten wir (§. 857) ein Ampère aufgestellt.

Mit dieser Einheit vergleichen wir die empirischen Einheiten der Stromintensität.

Soweit jene Einheiten auf Bestimmung der Ablenkung von Magnetnadeln in Galvanometern u. dergl. m. beruhen, lassen sie sich durch Vergleichung mit den Ausschlägen einer gleichzeitig in den Schliessungskreis eingeschalteten Tangentenbussole auf elektromagnetisches Maass reduciren. Hat sie z. B. einen einfachen Ring von 30,2 cm Radius, ist die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus 0,208, so bringt darin ein Strom von 10 Ampères eine Ablenkung von 45° hervor[4]).

---

[1]) Nach Lindeck, Wied. Ann. 46, 515, 1892. — Nach Milthaler werden sie dazu etwa 30 mal einige Stunden einer Temperatur von 110° ausgesetzt, Wied. Ann. 46, 297, 1892. — [2]) Fleming, Phys. Soc., 10. Nov. 1888; Lum. électr. 30, 382, 1888; Beibl. 13, 107. — [3]) Vergl. auch Bd. I, §. 417, Fig. 149. — [4]) Kessler, Zeitschr. d. Wien. elektrotechn. Vereins 2, 260, 1884; Beibl. 8, 718.

Auch die §. 850 erwähnten chemischen Einheiten der Intensität eines Stromes lassen sich auf die elektromagnetische Einheit der Intensität reduciren, wenn man weiss, welche Quantität Wasser ein in elektromagnetischem Maasse gemessener Strom in der Zeiteinheit zersetzen kann. Man nennt die Quantität Wasser, welche durch einen Strom von der elektromagnetischen Einheit der Intensität (ein Ampère) in einer Secunde zersetzt wird, das elektrochemische (eigentlich das elektromagnetisch-chemische) Aequivalent des Wassers. — Früher bezog man dieses Aequivalent auf die Weber'sche Einheit der Intensität. **924**

Ganz analog kann man die elektrochemischen Aequivalente anderer Stoffe, z. B. des durch den Strom abgeschiedenen Silbers, direct bestimmen und event. das des Wassers durch Multiplication der gefundenen Zahl mit dem Verhältniss der gewöhnlichen chemischen Aequivalente des Wassers und des betreffenden Stoffes berechnen.

Das elektrochemische Aequivalent des Wassers ist von W. Weber[1]) zuerst bestimmt worden. Er leitete den Strom durch ein Voltameter, bestehend aus einem S-förmig gekrümmten Rohre, in welches zwei Platindrähte als Elektroden eingeschmolzen waren, und das mit einigen Tropfen verdünnter Schwefelsäure gefüllt war. Die Gase wurden über Quecksilber aufgefangen und gemessen. Der Strom floss alsdann durch eine bifilar aufgehängte Drahtrolle, deren Axe senkrecht gegen den magnetischen Meridian gestellt war. Die Rolle war aus 1130 Umwindungen von Kupferdraht gebildet, ihr Umfang betrug 164 mm, so dass der Flächeninhalt, den der Draht umkreiste, $F = 4\,638\,330$ qmm betrug. Ihr Trägheitsmoment war $k = 779\,400\,000$, ihre Schwingungsdauer etwa $t = 8{,}08''$, so dass sich ihre Directionskraft im Mittel $D = \pi^2 k/t^2 = 117\,817\,000$ ergab. Die horizontale Componente des Erdmagnetismus war $H = 1{,}7026$. Bei fünf Versuchen war die absolute Intensität I des Stromes aus der vermittelst der Spiegelablesung bestimmten Ablenkung φ der Rolle nach der Formel $I = D\,tg\,\varphi/FH$, und die während der Zeit t gleichzeitig zersetzte Wassermenge W: **925**

W . .	14,2346	14,2026	14,0872	14,0182	13,9625 mg
t . . .	1168	1280	1137	1154 .	1263 Sec.
$I.t$ . .	1522,44	1504,94	1506,46	1501,43	1484,90

Hiernach berechnet sich die durch einen Strom von der Weber'schen elektromagnetischen Einheit der Intensität in einer Secunde zersetzte Wassermenge gleich 0,009376 mg, wovon die grösste Abweichung im Versuche 2 nur 0,000061 beträgt.

---

[1]) W. Weber, Resultate des magnetischen Vereins 1840, S. 91.

926 Bunsen[1]) hat ebenfalls den Strom von vier Bunsen'schen Elementen durch ein Voltameter und den Drahtkreis einer Tangentenbussole geleitet, dessen Radius = 99,5 mm war, und aus den Ablenkungen α der Nadel der letzteren die absolute Grösse der Stromintensität I in Weber'schen Einheiten bestimmt, wobei er die horizontale Componente des Erdmagnetismus (für Marburg) $H = 1,88$ setzte. Die im Voltameter entwickelte Knallgasmenge wurde gewogen. Dadurch ergab sich im Mittel aus vier Versuchen, bei denen die Stromintensität zwischen den Werthen 7,0204 und 96,87 geändert wurde, das elektrochemische Aequivalent des Wassers für die Weber'sche Einheit gleich 0,0092705 mg.

Das elektrochemische Aequivalent des Zinks war bei unmittelbarer Bestimmung des in der Säule selbst aufgelösten Zinks bei zwei Versuchen in derselben Einheit gleich 0,03300, woraus sich das des Wassers zu 0,009261 mg berechnet.

927 Casselmann[2]) hat in ganz analoger Weise die absolute Intensität des Stromes an einer Tangentenbussole bestimmt, deren Ringdurchmesser 403 mm betrug, und zugleich die durch den Strom zersetzte Wassermenge aus dem Gewichtsverlust eines Voltameters berechnet, aus welchem die Gase durch ein Glasrohr voll Bimsstein und Schwefelsäure entwichen. Hiernach war das elektrochemische Aequivalent des Wassers für die Weber'sche Einheit bei der Zersetzung von

verdünnter Schwefelsäure (spec. Gew. 1,088) sechs Versuche . .	0,009360
Lösung von Phosphorsäure (spec. Gew. 1,056) zwei Versuche . .	0,009421
Lösung von schwefels. Natron (spec. Gew. 1,056) ein Versuch . .	0,009339
Mittel	0,009371

Als Casselmann Kochsalzlösung unter Anwendung einer positiven Elektrode von amalgamirtem Zink zersetzte, fand er die durch die Weber'sche elektromagnetische Einheit des Stromes aufgelöste Zinkmenge bei zwei Versuchen 0,033445, wonach das elektromotorische Aequivalent des Wassers gleich 0,009406 ist.

Als Mittel aus allen diesen Versuchen ergiebt sich das elektrochemische Aequivalent des Wassers für die Weber'sche Einheit etwa gleich 0,009331 mg.

928 Mittelst der gleichen Methode fand Joule[3]) bei der Elektrolyse von schwefelsaurem Zink, schwefelsaurem Kupfer und Wasser das elektrochemische Aequivalent des Zinks, Kupfers und Wasserstoffs für die Weber'sche Intensitätseinheit bezw. gleich 0,03358, 0,03252, 0,001015, woraus sich die durch einen Strom von der Weber'schen Intensität Eins

[1]) Bunsen, siehe Reiset, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 8, 33, 1843. — [2]) Casselmann, Kohlenzinkkette. Marburg 1843. — [3]) Joule, Phil. Mag. [4] 2, 442, 1851.

zersetzte Wassermenge bezw. gleich 0,009291, 0,009239, 0,009135 mg berechnet.

Mascart[1]) verband zwei Voltameter, das eine mit Platindrähten, das andere mit Platinplatten, mit einer Töpler'schen Luftpumpe ohne Hähne und evacuirte dieselben vollständig. Durch beide wird derselbe Strom geleitet und das in jedem entwickelte Gas nach dem Trocknen über Perlen mit concentrirter Schwefelsäure über Quecksilber aufgefangen. Die Gasmenge im Voltameter mit den Drähten ist dabei im Verhältnisse von 66 : 65,35 grösser als in den mit den Platten. Ersteres ist demnach vorzuziehen. **929**

Die besten Resultate erhält man indess nach Mascart bei der **Elektrolyse von salpetersaurem Silber** ($^{15}/_{100}$) zwischen Silberplatten, wobei die gelöste und abgeschiedene Silbermenge wesentlich die gleichen sind. Aus Kupfersulfatlösungen scheidet sich eine im Verhältniss zum Aequivalentgewichte (Cu = 31,78, Ag = 107,93) etwas zu kleine Menge Metall ab (vgl. Bd. II, §. 637 und 669). Die Stromstärke wurde an einer elektrodynamischen Wage gemessen. Zwei flache Spiralen von 14 Lagen von je 30 Windungen, 19,5 mm Höhe, 10,8 mm Dicke und 150 mm innerem Radius liegen horizontal über einander. In ihrer Mitte hängt an einer Wage mit ihrer unteren Fläche gerade zwischen beiden Spiralen eine längere verticale Spirale von 0,5 m Länge, 54 mm äusserem Durchmesser und vier Windungslagen. Die Verbindungen mit letzterer geschehen durch dünne spiralförmige Platindrähte, welche den Stand der Wage bei ihren Schwingungen nicht wesentlich beeinflussen. Ist L die Länge des Nmal um die flachen Spiralen gewundenen Drahtes, a ihr mittlerer Radius, L', H' und N' die Länge, Höhe und Zahl der Windungen der cylindrischen Spirale, I die Stromintensität, so ist die auf ihre untere Fläche ausgeübte Kraft annähernd $K = \pi N'^2 L'^2 I^2 / L N^2 H'$. An dieser Formel sind noch Correctionen anzubringen, weil die Windungen der flachen Spiralen nicht in der Ebene jener unteren Fläche liegen, die Basis der cylindrischen Spirale nicht unendlich klein ist und die Wirkung auf ihre obere Fläche nicht vernachlässigt werden kann. Hierdurch vermehrt sich obiger Werth von K auf das 1,0193fache.

Die während 25 bis 45 Minuten abgeschiedenen Silbermengen Q variirten zwischen 700 und 800 mg, wobei die elektromagnetische Wirkung an der Wage sich zwischen 1500 und 4000 mg änderte. Die Werthe $\sqrt{K}/Q$ schwankten dabei nur zwischen 132,79 und 132,94. Nach allen Correctionen ergiebt sich die durch den Strom von der Intensität 1 $cm^{1/2} g^{1/2} sec^{-1}$ in einer Secunde abgeschiedene Silbermenge, das elektrochemische Aequivalent des Silbers im C.-G.-S.-System gleich 0,011156 g, und die zersetzte Wassermenge gleich 0,0009297 g, d. h. die von einem

[1]) Mascart, Journ. de Phys. [2] 1, 109, 1882; auch Compt. rend. 93, 50. 1881; Beibl. 5, 693.

Ampère ($10^{-1} cm^{1/2} g^{1/2} sec^{-1}$) in einer Secunde abgeschiedene Silbermenge gleich 1,1156 mg und die dadurch zersetzte Wassermenge gleich 0,09297 [1]).

930 Fr. und W. Kohlrausch [2]) haben zwei Beobachtungsreihen mit lauter verschiedenen Apparaten ausgeführt. Die erdmagnetische Horizontalcomponente wurde an dem Beobachtungsorte im physikalischen eisenfreien Observatorium in Würzburg vermittelst des von Fr. Kohlrausch construirten Bifilargalvanometers und Bifilarmagnetometers [3]) in absolutem Maasse bestimmt. Die Instrumente rührten fast alle aus der Werkstatt von E. Hartmann her.

Zur Massen- und Längenmessung dienten ein 100 g-Stück und ein in Millimeter getheilter und von der Normalaichungscommission auf $^1/_{200}$ mm geaichter Maassstab. Durch einen Comparator, einen auf Silber getheilten Kathetometermaassstab, wurden die verwendeten Scalen für die Tangentenbussole, ein auf 0,06 mm genauer, auf den Normalmaassstab gelegter Glasmaassstab von Wiegand, mit dem Normalmaassstabe verglichen. Die Entfernungen der Spiegel von den Scalen wurden an einem 4 m langen, 3,5 × 7 cm im Querschnitt haltenden fichtenen, an einzelnen Stellen in Millimeter getheilten Maassstabe gemessen, der an zwei um $^1/_5$ mm von den Enden gestützt, hochkant hingelegt und mit dem Comparator verglichen war. Der Abstand selbst wurde durch zwei kleine gläserne, in Millimeter getheilte, an den einen Enden zugespitzte Maassstäbe gemessen, welche auf die Enden des fichtenen Maassstabes gelegt, gegen Spiegel und Scala mit den Spitzen geschoben und mit der Theilung an dem Hauptmaassstabe verglichen wurden. — Von den vom Licht durchlaufenen Glasdicken wurde nur der 1,52ste Theil zum Scalenabstand gerechnet. Die Neigung und Krümmung der Spiegel wurden zum Scalenabstand gerechnet.

Magnetische Metalle, Messingschrauben, Kupfer u. s. f. an der Kleidung u. s. f. waren sorgfältig in der Nähe der Magnetnadeln vermieden. Sie wurden alle durch Berührung mit einem Deckglase, das dicht vor dem einen Pol des Magnetes eines Bifilarmagnetometers angebracht war, geprüft. Deshalb wurden nicht zu stark magnetische Magnetstäbe und Stäbe von höchstens 16 cm Länge verwendet. Meist war dieser Einfluss bei den Magnetometern zu vernachlässigen.

Die localen und zeitlichen Veränderungen des Erdmagnetismus wurden durch Variometer, ein Localvariometer mit vier Ablenkungsstäben [4]), sowie mit dem transportablen Bifilarmagnetometer [5]) und dem Ablenkungsvariometer [6]) ermittelt.

---

[1]) Nach einer Correctur der Berechnung der Wechselwirkung der Spiralen vom Jahre 1884 (Journ. de Phys. [2] 3, 83, 1884; Beibl. 9, 58). Die früheren Berechnungen hatten die Silbermenge 1,124 mg, die Wassermenge 0,09373 mg ergeben. — [2]) Fr. u. W. Kohlrausch, Sitzungsber. der phys.-med. Gesellsch. zu Würzburg, Jan. 1884; Beibl. 8, 530. Wied. Ann. 27, 1, 1886. — [3]) Siehe Wied. Ann. 17, 737, 1882. — [4]) Fr. Kohlrausch, Wied. Ann. 19, 130, 1888. — [5]) Ibid. 15, 533, 1882. — [6]) Ibid. 15, 548, 1882; 19, 130, 1882.

Als Voltameter dienten drei Instrumeute; das eine mit einem Platintiegel von 20 qcm wirksamer Oberfläche nach Poggendorff, bei dem unter dem Silberstabe ein an drei über den Rand des Tiegels gebogenen Glasstäbchen hängendes Glasschälchen das Herabfallen von Silbertheilchen verhinderte. Das zweite Voltameter bestand aus zwei Gläsern mit verbindendem kurzem und 15 mm weitem Heberrohr. Durch Anwendung starker Säulen (25 Volts) und Einschaltung eines Widerstandsballastes von 100 S.-E. liess sich das anfängliche schnelle Ansteigen des Stromes genügend einschränken.

Zuletzt wurde ein Becherglasvoltameter angewendet, mit einem einzigen Becherglase, und mit einer in einem kreisförmigen Glasschälchen stehenden Kathode, mit der dieselbe gleichzeitig herausgezogen wurde.

Vor dem Versuche wurde auf der Kathode von Silberblech ein frischer Silberniederschlag erzeugt, um immer gleiche Oberflächen zu haben. Der Niederschlag wurde erst kalt, dann heiss ausgewaschen, bis Salzsäure keinen Niederschlag mehr gab. Die Kathode stand dabei in einem Becherglase, um die herabfallenden Körnchen aufzufangen. Dann wurde das Blech an der Luft bei 150° getrocknet und nach dem Erkalten gewogen. Eine Aenderung des Gewichtes trat nicht mehr ein.

Die Silberlösungen waren chemisch rein.

Ein Einfluss der Concentration der Lösungen liess sich ausser in einem Falle nicht constatiren.

Die bei der ersten Versuchsreihe verwendete Tangentenbussole hatte einen $h = 0{,}41$ cm dicken und $b = 0{,}86$ cm breiten Kupferring von 40 cm Durchmesser, der durch ein Holzdreieck versteift war. Der Durchmesser wurde an sechs Stellen mittelst des Comparators bestimmt. Der mittlere Durchmesser betrug $R = 20{,}1440$ cm, der Reductionsfactor ist durch die auf den Mittelpunkt vom Strome i auf den Magnetpol Eins ausgeübte Kraft

$$i \frac{2\pi}{R}\left(i + \frac{1}{6}\frac{h^2}{R^2} - \frac{1}{8}\frac{b^2}{R^2}\right)$$

gegeben. Der Ring ist an einer Stelle aufgeschnitten und daselbst mit zwei dicht neben einander liegenden radialen Zuleitungsstücken von der Länge l und dem Abstande a ihrer Mittelpunkte versehen. Dadurch wird obige Kraft um

$$i \frac{al}{R^2}\frac{R + {}^1\!/_2\, l}{(R + l)^2}$$

vermindert. Von da führen zwei gleichmässig um einander gewundene Drähte weiter.

Die Nadel ist ein kreisförmiger Stahlspiegel vom Durchmesser δ, dem eine äquivalente Nadellänge von $2\varrho = 0{,}80\,\delta$ entspricht. Der Correctionsfactor wegen der Nadellänge ist

$$1 + \frac{3}{4}\frac{\varrho^2}{R^2} = 1 + 0{,}12\,\frac{\delta^2}{R^2}.$$

Tritt die Nadel aus der mittleren Stromebene bei Ablenkung um den Winkel ω heraus, so ist der Correctionsfactor hierfür

$$1 - 0{,}45 \frac{\delta^2}{R^2} \sin^2 \omega.$$

So wird das Drehungsmoment auf die Nadel vom Moment M

$$i M . \cos \omega \; (1 - 0{,}0048 \sin^2 \omega),$$

wo das Glied in der Klammer höchstens $0{,}0_4 13$ wird.

Das die Nadel rücktreibende Drehungsmoment der Horizontalcomponente H des Erdmagnetismus ist $MH(1 + \vartheta) \sin \omega$, wo der Torsionscoëfficient $\vartheta = 0{,}0_3 21$ ist.

Bei der zweiten Versuchsreihe wurde eine 8 cm dicke, kreisrunde, 40 cm Durchmesser haltende Glasscheibe mit eingedrehter sehr flacher Nuth mittelst Kautschukbacken mit kupfernen Muttern von 0,058 mm dickem, erst durch einen Strom erhitztem Kupferdraht umgeben, der sich bei der Abkühlung fest umlegte. In der auf 5,8 cm kreisförmig ausgebohrten Mitte der Scheibe hängt in einem kreisförmigen Kasten von Elfenbein ein leichter Glasspiegel, an dem auf der Hinterseite ein kleiner, aus einer Uhrfeder hergestellter Magnet mittelst eines Schellackköpfchens aufgeklebt ist. Zum Aufhängen dient ein sehr dünner, etwas vor der Glasscheibe in das Elfenbeinkästchen eintretender Coconfaden, so dass der Spiegel etwas ausserhalb der Stromebene hängt. Durch zwei Elfenbeinstäbchen, die bis $^3/_4$ mm vorn und hinten an den Spiegel heranreichen, wird eine starke Luftdämpfung erzeugt, die den Spiegel in wenigen Secunden beruhigt.

Die Glasscheibe steht auf einem Holzfuss mit Stellschrauben.

Ein feiner harter, 0,06 cm dicker, über Rollen geführter Messingdraht wurde durch ein Gewicht von 50 bezw. 75 g vertical und horizontal gespannt und mit zwei Marken, einem herumgewundenen Coconfaden versehen. Der Abstand derselben wurde am Comparator abgelesen. Dasselbe geschah beim Herumlegen des Drahtes um die Scheibe. An einer Theilung auf der Scheibe konnte man bestimmen, wie viel der Abstand der Marken kürzer war, als der Umfang der Scheibe. So fand sich die Drahtlänge, welche die Rinne in der Scheibe gerade umschloss, im Mittel gleich 124,5297 cm bei 15°.

Der um 0,052 mm dickere kupferne Leitungsdraht hat danach für 15° einen Durchmesser seiner Mittellinie von $2R = 39{,}6912$ cm. Directe Messungen des Durchmessers der Scheibe ergaben $2R = 39{,}7577$ cm, also nach Abrechnung der Drahtdicke (0,058 cm) im Mittel $R = 19{,}8474$.

Der Reductionsfactor ist, auch wegen der seitlichen Aufhängung der Nadel um $l = 0{,}41$ cm von der Mitte

$$\left(1 - \frac{3}{2} \frac{l^2}{R^2}\right),$$

wo ihre Länge $l = 1{,}88$ cm, zu corrigiren. Der Torsionscoëfficient ist $\vartheta = 0{,}0_44$. Danach ist die aus der Ablenkung berechnete Stromstärke

$$i = 3{,}15739\, H tg\, \omega\, (1 + 0{,}0058 \sin^2 \omega).$$

Als Magnetometer diente eine 1,88 cm lange Stahlfeder, die auf einen kleinen Spiegel von 2,5 cm Durchmesser geklebt wird, welcher in einem Elfenbeingehäuse ähnlich wie vor der zweiten Tangentenbussole schwebte.

Die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus wurde nach der Methode von W. Weber und der bifilarmagnetometrischen Methode, sowie nach der von Gauss bestimmt.

Wir müssen in Bezug auf diese äusserst sorgfältigen Messungen auf die Originalabhandlung verweisen.

Endlich wurde eine 20 procentige Lösung von Silbernitrat im Bechervoltameter, eine 30 procentige im Hebervoltameter, beide im Tiegelvoltameter elektrolysirt.

Als Mittel ergab die Beobachtungsreihe von 1881 für das elektrochemische Aequivalent des Silbers 0,0111833 g, die zweite von 1883 bezw. 0,0111822 g.

Als Gesammtresultat folgt dasselbe zu

$$E = 0{,}011183 \text{ g}.$$

Ein Strom von der Intensität eines Ampère scheidet also in einer Secunde

1,1183 mg Silber[1])

ab, oder 0,3280 mg Kupfer oder 0,01036 mg Wassertoff aus 0,09327 mg Wasser, bezw. 0,174 ccm Knallgas von 0° C. und 760 mm Druck.

Bei den Versuchen von Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick[2]) 931 wurden die Stromintensitäten mittelst der Wage durch die Anziehung kreisförmiger Spiralen gemessen, indem die Ströme in den festen Rollen umgekehrt wurden. Die halbe Differenz der Gewichte entspricht der Anziehung, unabhängig von den Verbindungen mit den aufgehängten Rollen. Bei früheren Versuchen wurde, um den Niederschlag compacter zu machen, der Lösung im Silbervoltameter essigsaures Silber zugesetzt, indess ist der Hauptfehler das durch die Dichtigkeit des Niederschlages gesteigerte, sehr starke Festhalten der Salze in demselben, welches bei reinem Nitrat weniger hervortritt. Es wurden etwa 2 bis 3 g Silber niedergeschlagen. Das elektrochemische Aequivalent des Silbers ergab sich gleich

0,01118 g.

1) Frühere, indess nicht als definitiv betrachtete Vorversuche von Fr. Kohlrausch (Göttinger Nachr., Febr. 1873. Pogg. Ann. 169, 170, 1873) hatten den mehrfach benutzten Werth 1,11363 mg Silber ergeben. — 2) Lord Rayleigh u. Mrs. Sidgwick, Proc. Roy. Soc. 37. 144, 1884; Beibl. 8, 530; ausführlicher Phil. Trans. London Soc. 2, 411, 1884.

Danach ist die Stromintensität, welche erforderlich ist, um in einer Secunde 1 mg Wasserstoff abzuscheiden, gleich 96,63 Ampère.

Die Hauptschwierigkeit bei diesen Bestimmungen liegt in der schon erwähnten starken Adhäsion der zersetzten Silbersalze an dem abgeschiedenen Silber, von welchem sie durch Auswaschen nur sehr schwer zu entfernen sind.

932 Unter Benutzung der elektromagnetischen Wage von H. v. Helmholtz findet Köpsel[1]) das elektrochemische Aequivalent des Silbers zu

$$0{,}111740 \pm 0{,}0_5 22\ \mathrm{g}.$$

933 Bei den Versuchen von Pellat und Potier[2]) ging der Strom von 20 Daniell'schen Elementen durch Widerstände und ein Voltameter mit 15 procentiger salpetersaurer Silberlösung, so dass seine Intensität etwa gleich $^1/_{10}$ Ampère war. Die Silberanode desselben von fingerhutartiger Form hatte 2,6 cm Durchmesser und tauchte 4 cm tief in das Bad; die Kathode war ein zu der Anode conaxiales cylindrisches Blech von 5 cm Durchmesser, welches 5 cm tief in die Flüssigkeit tauchte. Die Oberfläche der Anode betrug 43 qcm, die der Kathode 78,5 qcm. Von einem der eingeschalteten Widerstände (Nickellegirung) von 0,08 cm Durchmesser, dessen Temperaturcoëfficient $0{,}0_3 22$ war, und der in Petroleum lag, wurde eine Nebenleitung abgezweigt, die ein Lippmann'sches Elektrometer und ein in kaltem Wasser stehendes Quecksilbersulfat-(Clark-)Element enthielt. Der Strom wurde so regulirt, dass das Quecksilber des Elektrometers auf Null stand. Das Clark-Element wurde auf absolutes Maass mittelst des absoluten Elektrodynamometers von Pellat geaicht, die Verbindung war dabei der vorigen ähnlich. Dieselbe Säule war durch das Elektrodynamometer, die Widerstände und den Rheostat geschlossen, eine Zweigleitung zu ersteren enthielt das Lippmann'sche Elektrometer, welches auf Null erhalten wurde, und das Sulfatelement. Ist J die Stromstärke, r der Widerstand, so ist die elektromotorische Kraft des Elementes rJ und die Stromstärke im Voltameter rJ/R. r/R blieb bis auf $0{,}0_3 1$ constant; dabei können sich durch die Stromregulirung die Fehler höchstens bis auf $0{,}0_3 5$ erhöhen.

Bei zwei Versuchen ergab sich für 742,85 und 755,08 Coulomb die abgesetzte Silbermenge 0,8312 und 0,8453 g in 6850 und 6948 Sec., woraus sich die durch den Strom von 1 Ampère in einer Secunde abgeschiedene Silbermenge gleich 1,1189 und 1,1195 mg ergiebt.

934 Wird durch einen Strom von der Intensität i in der Zeit t die Menge Silber oder Wasserstoff g in Grammen abgeschieden, also in der Zeit-

---

[1]) Köpsel, Wied. Ann. **31**, 268, 1887. — [2]) Potier und Pellat, Lum. électr. **32**, 88, 1889; Beibl. **13**, 571; **14**, 1178. Journ. de Phys. [2] **9**, 381, 1890.

einheit die Menge g/t, so ist die Dimension des elektrochemischen Aequivalents

$$\frac{[\mathrm{g\,sec^{-1}}]}{[i]} = \frac{[\mathrm{g\,sec^{-1}}]}{[\mathrm{cm^{1/2}g^{1/2}sec^{-1}}]} = [\mathrm{cm^{-1/2}g^{1/2}}]$$

oder in beliebigen Längen und Maasseinheiten

$$[L^{-1/2}M^{1/2}].$$

935 Ein anderes empirisches Maass der Stromintensität beruht auf der **elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene.** Dasselbe ist mit dem elektromagnetischen Grundmaass der Intensität zu vergleichen.

Ist durch eine Rolle von der Windungszahl n, durch welche ein Strom I fliesst, eine als unendlich lang zu betrachtende, mit einer Flüssigkeit, z. B. Schwefelkohlenstoff, gefüllte Röhre gesteckt, so ist die Potentialdifferenz zwischen zwei auf der Axe beiderseits in der Unendlichkeit liegenden Punkten gleich $4\pi In$. Findet man die einfache Drehung gleich D in Bogenmaass, so ist die sogenannte Verdet'sche Constante w die in der Richtung der Axe zwischen zwei Punkten erzeugte Drehung, deren Potentialdifferenz gleich Eins ist, $\omega = D/4\pi In$.

Nach den Beobachtungen von Gordon, Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick, Henry Becquerel und Köpsel (Bd. III, §. 1480 u. flgde.) beträgt dieselbe für Schwefelkohlenstoff und Natriumlicht bei 18°

$$\omega_{18} = 0{,}0413,\ 0{,}0420,\ 0{,}0413,\ 0{,}0420 \,.\, 10^{-5},$$

also im Mittel

$$0{,}0465 \text{ Minuten.}$$

Für Wasser wurde dieselbe, nach L. Arons bei 23° für 0, Natriumlicht im Bogenmaass

$$\omega_{23} = 0{,}3767 \,.\, 10^{-5}$$

gefunden, während aus den Versuchen von Gordon und H. Becquerel 0,3692 folgt.

Die Dimensionen der Constanten ω sind:

$$[\text{Bogenlänge}]/[I] = [\mathrm{cm}]/[\mathrm{cm^{1/2}g^{1/2}sec^{-1}}] = [\mathrm{cm^{1/2}g^{-1/2}sec}].$$

936 Wir haben ferner die **empirischen Einheiten der elektromotorischen Kraft** mit dem Volt zu vergleichen.

Schon Bd. I, §. 791 haben wir das Element von Latimer Clark als sehr constant und von nur geringem Temperaturcoëfficienten für ein empirisches Normalelement sehr geeignet bezeichnet. Die sichere Herstellung eines solchen mit einer gleichen elektromotorischen Kraft ist um so nöthiger, als wir noch kein genau einem Volt entsprechendes Element besitzen.

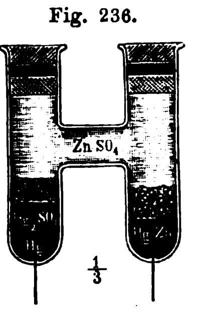
Namentlich die Bd. I, §. 792 von Lord Rayleigh angegebene H-Form (Fig. 236 a. f. S.) dürfte besonders zweckmässig sein. Die Art der Füllung des Elementes haben wir schon Bd. I, §. 793 angegeben.

937 Für transportable Elemente verwendet Kahle[1]) nach Studien in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg Gläser von der beigezeichneten Form (Fig. 237). Die Schenkel derselben haben mindestens 2 cm Durchmesser und 3 cm Länge. Der Hals ist wenigstens 1,5 cm weit und 2 cm lang. Die unten in die Schenkel eingeschmolzenen Platindrähte sind 0,4 mm dick. Nach der Füllung wird das Element unter Zurücklassung einer kleinen Luftblase am oberen Rande mit einer alkoholischen Schellacklösung bestrichen und ein eingeschliffener Glasstöpsel fest eingedreht. Durch den Stöpsel geht ein möglichst tief in das Element hineinragendes Thermometer. Für den Transport wird an Stelle des Quecksilbers ein mit dem Leitungsdraht vernietetes, 0,1 mm dickes, kreisförmiges Platinblech von 1 cm Durchmesser gebraucht. Das Zinkamalgam an der negativen Elektrode wird mit einer 1 cm hohen Schicht von Zinksulfatkrystallen bedeckt und der sonstige Inhalt des Gefässes bis an den Glasstöpsel mit der Paste von Quecksilberoxydulsulfat gefüllt.

Fig. 237.



Fig. 236.



Das Element ist in eine verschlussfähige Metallkapsel eingeschlossen, mit der es in ein Petroleumbad gesenkt werden kann. Auf dem Deckel befinden sich zwei mit den Platindrähten des Elementes durch Platindrähte verbundene Klemmschrauben.

938 Die elektromotorische Kraft des Clark-Elementes ist nach Bd. I, S. 793 für den Werth des Ohms gleich 106, nach Lord Rayleigh gleich 1,438; und für das Ohm gleich 106,3 gleich 1,433 bei 15° C., nach Glazebrook und Skinner 1,4342.

Nach acht Vergleichungen mittelst eines mit einem Silbervoltameter verglichenen Galvanometers findet von Ettingshausen[2]) diesen Werth gleich 1,433 Volts bei 13,5°.

Nach neueren Versuchen von Kahle mittelst des absoluten Elektrodynamometers von Helmholtz ist die elektromotorische Kraft des Clark-Elementes 1,4322 bei 15°.

---

[1]) Kahle, Mittheilung aus der I. Abth. der Phys.-Techn. Reichsanstalt, Wied. Ann. 59, 532, 1896. — [2]) Siehe Bd. I, §. 793.

Dieselbe nimmt nach Clark für einen Grad Temperaturerhöhung um 0,06, nach v. Helmholtz und Kittler um 0,08 Proc. ab.

Bei verschiedenen Temperaturen ist die elektromotorische Kraft nach Lord Rayleigh[1]):

$$E_t = 1{,}435\,[1 - 0{,}0_3 77\,(t - 15)];$$

nach Carhart[2]):

$$E_t = E\,[1 - 0{,}0_3 387\,(t - 15) + 0{,}0_6 8\,(t - 15)];$$

nach Alder Wright[3]):

$$E = 1{,}433\,[1 - 0{,}0_3 41\,(t - 15)].$$

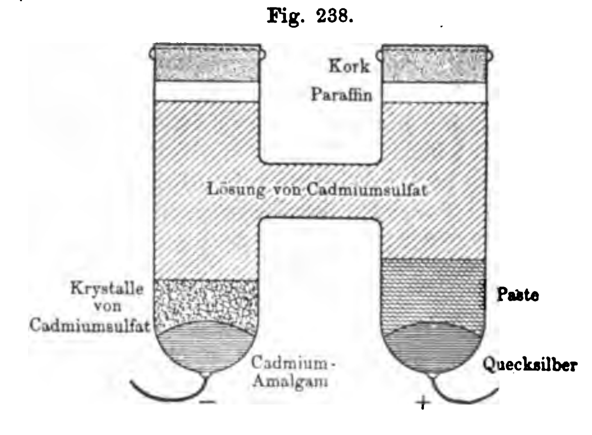
Nach Kahle beträgt von 15° bis 0° die Zunahme 0,0166 Volt.

Die Elemente behalten bei Vermeidung von grösseren Temperaturschwankungen ihre elektromotorische Kraft lange Zeit unvermindert bei.

939 Noch unabhängiger von der Temperatur sind die zuerst von Czapski[4]) im Jahre 1884 und dann von Weston vorgeschlagenen Cadmiumelemente. Dieselben sind ganz wie die Clark-Elemente eingerichtet, nur dass darin das Zink durch Cadmium ersetzt ist.

Versuche über diese Elemente sind von Jäger und Wachsmuth[5]) angestellt worden. Die Form derselben (Fig. 238) entspricht der der H-förmigen Clark-Elemente von Lord Rayleigh. Ueber dem Quecksilber in dem einen Schenkel befindet sich die Paste von Quecksilberoxydulsulfat, über dem Cadmiumamalgam (1 Gew.-Thl. Cadmium und 6 Thle. Quecksilber bei 100° flüssig), im anderen eine Anzahl von Krystallen von Cadmiumsulfat und darüber in beiden Schenkeln durch längeres Stehen mit gepulvertem Cadmiumsulfat ($3\,CdSO_4 + 8\,aq.$) concentrirte Lösung von Cadmiumsulfat. Das Quecksilbersulfat darf nicht durch die Cadmiumsulfat-

Fig. 238.



[1]) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. 40, 79, 1881; Beibl. 10, 433. — [2]) Carhart, ibid. — [3]) Alder Wright s. Bd. I, S. 815. — [4]) Czapski, Wied. Ann. 21, 235, 1884. Weston siehe Dearlove, Electrician 31, 645, 1893; Beibl. 14, 122. — [5]) Jäger und Wachsmuth, Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, auch Wied. Ann. 59, 574, 1896.

krystalle zum Amalgam gelangen, daher ist die Paste recht zähe zu nehmen.

Die elektromotorische Kraft ergab sich durch Vergleichung mit der von Clark-Elementen mittelst des Helmholtz'schen Dynamometers

$$\frac{\text{Clark } 0^0}{\text{Cadmium } 20^0} = 1{,}4226 \text{ und danach}$$

$$E_{20} = 1{,}0184 \text{ Volt}$$

bezogen auf eine absolut gemessene Stromstärke und das internationale Ohm. Der Temperaturcoëfficient ist durch die Formel gegeben:

$$E_t = E_{20} - 3{,}8 \, . \, 10^{-5} \, (t - 20) - 0{,}65 \, . \, 10^{-6} \, (t - 20)^2.$$

Chemische Reinheit der verwendeten Materialien ist auch hier Bedingung.

940 Die erwähnten Normalelemente dürften jetzt weit überwiegend in die Praxis eingeführt sein, namentlich soweit elektrostatische Bestimmungen in Betracht kommen, bei denen eine Polarisation nicht zu befürchten ist. Andere derartige sehr constante Elemente, so namentlich das Calomelelement von H. v. Helmholtz (elektromotorische Kraft 1,047); von Negbaur (elektromotorische Kraft 1 Volt); Gouy mit gelbem und rothem Quecksilberoxyd elektromotorische Kraft 1,381 und 1,388 Volts; Baille und Féry haben wir schon ausführlich Bd. I, §. 794 u. flgde. erwähnt [1]).

941 In früheren Zeiten hat man hauptsächlich als Normalelement das Daniell'sche Element benutzt. Auf seine elektromotorische Kraft sind deshalb auch in diesem Werke die meisten elektromotorischen Kräfte anderer Elemente bezogen. Die hierzu verwendeten Constructionen des Daniell-Elementes sind Bd. I, §. 797 bis 802 beschrieben.

Quantitative Bestimmungen bei verschiedenen Verhältnissen, verschiedener Concentration der Lösungen, verschiedener Reaction der Metalle [2]) sind ferner Bd. I, §. 916 u. s. f., insbesondere §. 927 bis 932 angeführt.

942 Setzen wir nach Raoult und v. Waltenhofen [3]) die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette in chemischem Maasse gleich 0,012, indem wir als Intensitätseinheit die eines Stromes annehmen, welcher in 1 Secunde 1 mg Wasserstoff abscheidet, und als Widerstandseinheit die Quecksilbereinheit, und ist nach dem Vorhergehenden die

---

[1]) In dem Normalelemente von Gaiffe (Bullet. de la Soc. Intern. des Electr. 2, 256, 1885; Beibl. 9, 753) geben reines amalgamirtes Zink, reine Lösung von Chlorzink (5/100) bei 18° C. vom spec. Gewicht 1,07, und reines geschmolzenes Chlorsilber eine Kette von der sehr constanten elektromotorischen Kraft 1,01 (C.-G.-S.), wenn man nicht mit kleineren Widerständen als 5000 Ohm experimentirt. Genauere Untersuchungen scheinen nicht angestellt zu sein. — [2]) Aehnliches A. Jenkin, Phil. Mag. [5] 20, 126, 1885; Beibl. 10, 41. — [3]) Raoult und v. Waltenhofen, l. c., §. 847, 848, mit Abänderung der Zahlen nach den neueren Bestimmungen.

zur Abscheidung von 1 mg Wasserstoff in der Secunde erforderliche Stromintensität gleich 96,6 Ampère, das Ohm gleich 1,06 Quecksilbereinheiten, so ist die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette gleich

$$D_m = 0{,}012 . 96{,}6/1{,}06 = 1{,}093 \text{ Volts.}$$

943 Denselben Werth hat Bosscha[1]) bestimmt, indem er den Strom eines Daniell'schen-Elementes durch eine Tangentenbussole, deren Reductionsfactor für chemisches Intensitätsmaass durch Vergleichung der Ablenkungen mit der gleichzeitig in einem Kupfervoltameter abgeschiedenen Kupfermenge festgestellt war, mit und ohne Einschaltung einer in elektromagnetischem Maasse bekannten Widerstandsnormale leitete. Als Mittel mehrerer Versuche ergab sich nach den erforderlichen Correcturen

$$D_m = 1{,}0258 \text{ Volts.}$$

Wegen der Unsicherheit der Richtigkeit des Widerstandsetalons ist diese Zahl weniger zuverlässig.

944 Durch Vergleichung mit dem Element von Latimer Clark, dessen elektromotorische Kraft nach Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick gleich 1,434 bei 15° gesetzt ist, ergiebt sich aus den Versuchen von Kittler[2]) die mittelst des Elektrometers gemessene elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette[3]) wie folgt:

1) Normalelement, reines amalgamirtes Zink in verdünnter Schwefelsäure, specif. Gew. 1,075 bei 18°; chemisch reines Kupfer in concentrirter Kupfervitriollösung, specif. Gew. 1,197; Flüssigkeiten durch Heber verbunden

$$E = 1{,}177 \text{ Volts.}$$

Sind die Flüssigkeiten durch einen Thoncylinder getrennt, so ist die elektromotorische Kraft höchstens 1,122, meist zwischen 1,081 und 1,113.

2) Element mit denselben Metallen in concentrirter Zinkvitriollösung, specif. Gew. 1,463, und concentrirter Kupfervitriollösung, specif. Gew. 1,197

$$E = 1{,}042 \text{ Volts.}$$

945 Riecke[4]) findet die elektromotorische Kraft des Grove'schen Elementes nach Bestimmung der Stromintensität in elektromagneti-

---

[1]) Bosscha, Pogg. Ann. 101, 523, 1857. — [2]) Kittler, Wied. Ann. 17, 890, 1882. — [3]) Umgerechnet nach obigem Werthe, während die Zahlen von Kittler für die beiden erwähnten Elemente (1,195 und 1,059 Volts) auf den älteren Werth der elektromotorischen Kraft des Elementes von L. Clark 1,457 bei 15,5° bezogen sind. Die elektromotorische Kraft des als Normalelement bezeichneten Elementes ist sehr constant. Erst nach 24 Stunden erscheint eine Abnahme von 0,5 bis 0,8 Proc. Temperaturänderungen von 17,5 bis 24° ändern die elektromotorische Kraft nicht merklich, während die des Latimer Clark-Elementes davon stark beeinflusst wird. In Betreff der Wirkung anderer Flüssigkeiten im Daniell'schen Elemente siehe in den Nachträgen. — [4]) Riecke, Wied. Ann. 3, 51, 1878.

schen Weber'schen Einheiten an einem elliptischen Tangentenmultiplicator und nach der Ohm'schen Methode bei vier Grove'schen Elementen (specif. Gew. der Schwefelsäure bei 10° gleich 1,084, der Salpetersäure gleich 1,392) im Mittel gleich 19,80, also nahe 20 Siemens-Weber-Einheiten bei Stromstärken zwischen 2,56 und 0,86 Weber'schen Einheiten (siehe den folgenden Paragraphen).

Da ein Ohm gleich 1,063 Siemens'sche Einheiten, eine Weber'sche Intensitätseinheit gleich $^1/_{10}$ Ampère ist, so wäre hiernach die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette in dem jetzt angenommenen Maasse gleich 1,094 Volts, die der Grove'schen gleich 1,892 Volts.

946 In einer nicht gerade rationellen Combination des absoluten elektromagnetischen Maasses der Intensität (Weber's elektromagnetischer Einheit) und der Siemens'schen Widerstandseinheit hat man früher als Siemens-Weber'sche Einheit der elektromotorischen Kraft (S.-W. oder Q.-W.) diejenige Kraft definirt, welche in einem Schliessungskreise von dem Widerstande einer Quecksilbereinheit einen Strom von der Intensität einer Weber'schen Einheit erzeugt. In diesem Maasse ist nach den Bestimmungen von Fr. Kohlrausch[1]) die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes gleich 11,71, nach von Waltenhofen[2]) gleich 11,43, im Mittel also 11,57; die elektromotorische Kraft des Bunsen(Grove)'schen Elementes gleich 19,98, also fast genau 20[3]).

947 Statt der Bestimmung der Constanten des Stromes, der Stromintensität I, der elektromotorischen Kraft E und des Widerstandes R, in den erwähnten Einheiten, von denen die eine durch die beiden anderen definirt ist ($I = E/R$), schlug Werner Siemens[4]) vor, die Capacität eines Condensators als zweite Constante zu verwenden, da sich die Capacitäten sehr gut durch Ladung und Entladung desselben durch einen grossen Widerstand bestimmen lassen[5]). Diese Methode beruht auf Folgendem: Ist K die Capacität des Condensators, P das Anfangspotential der Ladung zur Zeit $t = 0$, wird der Condensator durch einen Leiter vom Widerstande r mit der Erde verbunden und ist p das Potential zur Zeit t, so ist die Intensität des Stromes in der Leitung zur Zeit t:

$$i = \frac{p}{r} = -K\frac{dp}{dt},$$

oder da für $t = 0$ bezw. $p = P$ ist,

$$\frac{p}{P} = e^{-\frac{t}{Kr}}.$$

---

1) Fr. Kohlrausch, Pogg. Ann. 141, 458, 1870. — 2) von Waltenhofen, Pogg. Ann. 133, 477, 1868. — 3) Fr. Kohlrausch, l. c. — 4) Siemens und Halske, Vorschlag einer Lichteinheit und Bemerkungen über die elektrischen Einheiten (für die elektrische Conferenz in Paris am 28. April 1884 gedruckt), 9 Seiten; Beibl. 8, 600. — 5) W. und C. Siemens, Rep. Brit. Assoc. Oxford 1866.

Beobachtet man also die Zeit zur Reduction des Potentials, bezw. der Stromintensität in der Ableitung auf einen bestimmten Bruchtheil (p/P) und ist der Widerstand r in Ohms gemessen, so ist auch die Capacität K in absolutem Maasse bestimmt. Misst man die Zeiten t_1 und t zur gleichen Reduction des Potentials, bezw. der Stromintensität bei einem Normalcondensator von der Capacität K_1, und bei einem damit zu vergleichenden von der Capacität K, so ist

$$K : K_1 = t : t_1.$$

Als Normalcondensator dient ein System von über einander liegenden Metallscheiben in trockener Luft bei etwa 20° C., welches hermetisch und sorgfältig isolirt in einen Kasten eingeschlossen ist, durch den während der Versuche ein trockener Luftstrom geleitet wird. Die angewandten Widerstände bestehen aus Graphit, welcher in polirte Rinnen in Ebonitcylinder eingerieben ist. Man kann so leicht Widerstände von 1000 Megohms darstellen, in welchen die Entladung mehrere Minuten andauert. Wiederholte Versuche mit demselben Condensator gaben bis auf 1 Proc. übereinstimmende Resultate in Betreff der Capacität.

948 In §. 854 haben wir die im elektromagnetischen C.-G.-S.-System gültigen Grundeinheiten der elektromotorischen Kraft, der Stromintensität und des Widerstandes, sowie der Quantität der Elektricität und der Capacität festgestellt, und dazu die für die Praxis gültigen Einheiten, welche einfache Vielfache derselben sind, das Volt, das Ampère, das Ohm, das Coulomb und das Farad definirt.

Wir haben sodann in den vorhergehenden Paragraphen den durch möglichst sorgfältige Untersuchungen bestimmten Werth dieser Grössen angeführt.

Es bedarf danach noch der Angabe der amtlichen Bestimmungen über dieselben.

Nach den Beschlüssen des Curatoriums der Physikalisch-Technischen Reichanstalt in Charlottenburg sind es die folgenden [1]).

949 §. 1. Die Einheit des elektrischen Widerstandes ist das Ohm (Ω). Die Einheit der elektrischen Stromstärke ist das Ampère (A.). Die Einheit der elektromotorischen Kraft und der elektrischen Spannungs- oder Potentialdifferenz ist das Volt (V.).

Diese Einheiten stehen in solchem Verhältnisse zu einander, dass der Unterschied der elektrischen Spannungen an den Enden eines Leiters von 1 Ω Widerstand, durch welchen ein unveränderlicher Strom von 1 A. Stärke fliesst und in welchem stromerregende Kräfte nicht wirken, 1 V. beträgt.

[1]) Elektrotechn. Zeitschr. 14, 246, 1893.

§. 2. Als Ohm gilt der elektrische Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem Querschnitt 106,3 cm und deren Masse 14,452 g beträgt, was einem Quadratmillimeter Querschnitt der Säule gleich geachtet werden darf.

§. 3. Als Urnormal des Widerstandes gilt der Widerstand der Quecksilberfüllung einer von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgewählten und aufzubewahrenden Glasröhre, dessen Werth in Ohm nach der Festsetzung von §. 2 durch Calibrirung und Längenmessung der Röhre, sowie Auswägung ihrer Quecksilberfüllung ermittelt ist und von Zeit zu Zeit in gleicher Weise controlirt wird.

Um die Auffindung etwaiger Veränderungen des Urnormals zu erleichtern und bei Beschädigung oder Verlust desselben einen sofortigen Ersatz zu ermöglichen, hat die Physikalisch-Technische Reichsanstalt eine beschränkte Anzahl von passenden Glasröhren auszuwählen, den Widerstand ihrer Quecksilberfüllungen durch Vergleichung mit dem Urnormal zu ermitteln und die Aufbewahrung der einzelnen Röhren an räumlich getrennten Orten zu sichern.

Als Hauptnormal für die amtliche Beglaubigung der in den Verkehr gelangenden Widerstände sind solche aus geeigneten Metallverbindungen zu verwenden, deren Widerstandswerth in Ohm durch Anschluss an das Urnormal ermittelt und durch alljährlich wenigstens einmal zu wiederholende Vergleichungen mit demselben sicher gestellt wird.

§. 4. Ein unveränderlicher Strom hat die Stärke von 1 A., wenn der Strom bei dem Durchgang durch eine wässerige Lösung von salpetersaurem Silber unter Einhaltung der für die Abscheidung günstigsten Bedingungen 0,001118 g Silber in einer Secunde mittlerer Sonnenzeit niederschlägt.

§. 5. Um die Ermittelung der Stromstärken und Spannungsdifferenzen auch unter Zuhülfenahme galvanischer Normalelemente zu ermöglichen, hat die Physikalisch-Technische Reichsanstalt die elektromotorische Kraft solcher Elemente unter Zugrundelegung der Festsetzungen von §. 2 und §. 4 in Volt zu ermitteln und für die Ausgabe amtlich beglaubigter Normalelemente Sorge zu tragen.

§. 6. Als Stärke eines Wechselstromes gilt die Quadratwurzel aus dem zeitlichen Mittelwerthe der Quadrate der momentanen Stromstärken.

Als elektromotorische Kraft bezw. Spannungsdifferenz eines Wechselstromes gilt die Quadratwurzel aus dem zeitlichen Mittelwerthe der Quadrate der momentanen elektromotorischen Kräfte bezw. Spannungsdifferenzen.

§. 7. Die in der Secunde geleistete Arbeit eines elektrischen Stromes von 1 A. Stärke in einem Leiter, an dessen Enden ein Spannungsunterschied von 1 V. besteht, heisst das Watt oder das Volt-Ampère.

Als die in der Secunde geleistete Arbeit eines Wechselstrómes gilt dabei entsprechend den Festsetzungen in §. 6 der zeitliche Mittelwerth aus den momentanen Arbeitsleistungen.

§. 8. Die Elektricitätsmenge, welche gleich derjenigen ist, die in einer Secunde bei einem unveränderlichen Ströme von 1 A. Stärke durch den Querschnitt eines Leiters fliesst, heisst das Coulomb.

§. 9. Die elektrische Capacität eines Condensators, welcher durch die Elektricitätsmenge von 1 Coulomb auf die Spannungsdifferenz von 1 V. geladen wird, heisst das Farad.

§. 10. Das Millionenfache einer Einheit wird durch Vorsetzen von Mega oder Meg vor den Namen derselben bezeichnet, das Tausendfache durch Vorsetzen von Kilo, der tausendste Theil durch Vorsetzen von Milli, der millionste Theil durch Vorsetzen von Mikro oder Mikr.

Die Angabe des Gewichtes bezw. der Masse der Quecksilbersäule an Stelle des Querschnittes geschieht, weil der Querschnitt nicht mit genügender Sicherheit auf 0,01 Proc. durch Längenmessung bestimmt werden kann, sondern durch Auswägen festgestellt wird, so dass die Angabe der hierdurch erhaltenen Werthe der Masse voranzustellen geeignet erscheint. Das specifische Gewicht des Quecksilbers wird gleich 13,5956 bei 0^0 angenommen.

Die in diesen Bestimmungen noch fehlende genauere Angabe über die elektromotorische Kraft dürfte durch die neueren Bestimmungen derselben für die Clark-Kette und Cadmiumkette ergänzt worden sein; die Kraft der ersteren ist nach §. 936 bis 938 gleich 1,435, die der letzteren nach §. 939 gleich 1,0184, bei genauer Beobachtung der Angaben über ihre Zusammensetzung.

Die praktischen Unterweisungen für die Herstellung der Normalen sind im Allgemeinen schon an den geeigneten Orten gegeben.

950 Die durch Vereinbarung mit H. v. Helmholtz mit einer Commission der British Association erzielten englischen Vorschäge schliessen sich vollständig den §. 2 und 3 des deutschen Entwurfes an. Sie sind so auch von der Sachverständigencommission der englischen Regierung im Jahre 1892 angenommen worden [1]).

Die diesen Bestimmungen beigefügte Angabe über die B.-A.-U. (= 0,9866 Ohm) dürfte jetzt nicht mehr erforderlich sein.

951 In Betreff der alternirenden Ströme stimmen ebenfalls die englischen Bestimmungen mit den deutschen.

Ein alternirender Strom von 1 Ampère soll heissen ein Strom, so dass die Quadratwurzel des mittleren Quadrats seiner Stärke in jedem Moment in Ampères gleich der Einheit ist.

[1]) Electrical Standards, Nature **44**, 434, 1891; Beibl. **16**, 235.

Als Strommesser sollen elektrische Waagen eingeführt werden mit bestimmten Normalgewichten.

Die elektromotorische Kraft einer nach genaueren Angaben zu construirenden Clark-Kette bei 62° F. (!) = 16,67° C. soll als 1,433 Volt genommen werden.

Der abwechselnde Druck von 1 Volt soll ein Druck sein, so dass die Quadratwurzel des mittleren Druckes in jedem Moment gleich 1 Volt ist.

Die eigenthümliche Bezeichnung des Druckes (pressure), also die Einführung eines nicht unmittelbar mit den elektrischen Erscheinungen in Beziehung stehenden Verhältnisses, dürfte die Bezeichnung Potentialdifferenz für das allgemeine Verständniss nicht wohl ersetzen.

Auch hier sind Ausführungsbestimmungen beigefügt.

952 Auch die durch den internationalen Elektrikercongress in Paris 1889 [1]) angenommenen Definitionen entsprechen den gleichen Werthen, zuweilen mit etwas anderen Namen. Hierzu kommt eine Anzahl weiterer brauchbarer und auch in die Praxis eingeführter Bezeichnungen, welche zum Theil auch schon früher benutzt wurden und zum Theil mit den §. 5 erwähnten Definitionen zusammenfallen:

1. 1 Joule ist die praktische Arbeitseinheit. Es ist gleich 10^7 C.-G.-S.-Einheiten, die Energie, welche der durch 1 Ampère in 1 Ohm in einer Secunde erzeugten Wärme äquivalent ist.

2. 1 Watt ist die praktische Einheit der Arbeitsleistung (puissance), d. h. die Arbeitsleistung eines Joule in der Secunde. Ein Watt ist gleich 1 Joule pro Secunde, gleich 10^7 C.-G.-S.-Einheiten.

3. Für die Praxis wird die Leistung von Maschinen in Kilowatts, statt in Pferdekräften, ausgedrückt.

4. 1 Quadrant ist die praktische Einheit der Selbstinduction (vergl. Bd. IV, §. 100); sie ist eine Länge von 10^9 cm.

5. Periode eines alternirenden Stromes ist die Dauer einer ganzen Schwingung.

6. Die Frequenz eines alternirenden Stromes ist die Zahl der Perioden in der Secunde.

7. Mittlere Intensität I_m in der Zeit T ist gleich $1/T . \int_0^T I dt$.

8. Die wirksame (efficace) Intensität eines alternirenden Stromes ist die Quadratwurzel aus dem Mittel der Quadrate der Intensitäten (siehe §. 949, Nr. 6).

9. Die wirksame elektromotorische Kraft ist die Quadratwurzel aus dem mittleren Quadrat der elektromotorischen Kräfte.

10. Der scheinbare Widerstand einer Schliessung ist der Factor, mit welchem die wirksame Energie zu multipliciren ist, um die wirksame elektromotorische Kraft zu erhalten.

[1]) Compt. rend. **109**, 393, 1889; auch Lum. électr. **33**, 485; Beibl. **13**, 974.

11. In einem Accumulator ist die positive Platte diejenige, welche mit einem positiven Pol der Maschine während der Ladung verbunden ist und bei der Entladung der positive Pol ist.

Die kaiserliche japanische Commission [1]) hat Vorschläge ausgearbeitet, die nur wenig von den übrigen abweichen. So soll die praktische Einheit des Stromes, ein Ampère einer Einheit des Stromes, die des Widerstandes 10^8 und die des Volts 10^8 Einheiten der elektromagnetischen Kraft im C.-G.-S.-System entsprechen. Ein Coulomb hat den Werth einer Einheit der Elektricitätsmenge, das Farad 10^{-8} Einheiten der Capacität, das Joule die praktische Einheit der Arbeit, 10^8 Einheiten der Arbeit, die des Effects für das Watt 10^8 Einheiten, ein Henry ist 10^8 Einheiten der Inductanz und überall wird das Wort universal vorgesetzt. 953

Diese Vorschläge dürften kaum allgemein angenommen werden.

Elektrodynamische Maasseinheiten.

Ausser den erwähnten Einheiten der Constanten des Stromes kann man ein vollkommen in sich abgeschlossenes System von dergleichen Einheiten auch von den elektrodynamischen Wirkungen des Stromes ableiten [2]). 954

Nach Bd. III, §. 30 besitzt ein Strom die elektrodynamische Einheit der Intensität, wenn er durch ein Element fliesst, dessen Länge der Längeneinheit gleich ist, und dabei auf ein gleiches, vom gleichen Strome in gleicher Richtung durchflossenes, dem ersteren paralleles und auf der Verbindungslinie beider Elemente senkrechtes, in der Entfernung Eins von ersterem Element befindliches Element eine Anziehungskraft ausübt, welche der Krafteinheit gleich ist.

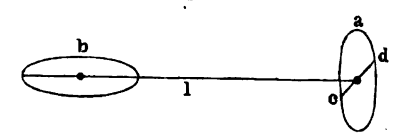
Befinden sich im Abstande l von einander zwei kleine Magnete von den Momenten M und m und steht die Axe von m auf der von M senkrecht, und halbirt man dieselbe bei ihrer Verlängerung, so ist nach Bd. III, §. 268 das von M auf m ausgeübte Drehungsmoment Mm/l^3. Aus Bd. III, §. 154 u. flgde. folgt, dass, wenn die Magnete durch kleine, in sich geschlossene Ströme von den Flächenräumen λ und λ_1 und den (in elektrodynamischem Maasse gemessenen) Intensitäten i und i_1 ersetzt werden, das nun von dem ersten auf den zweiten ausgeübte Drehungsmoment $i i_1 \lambda \lambda_1 / 2 l^3$ ist. Ist $i = i_1 = 1$ und $\lambda = \lambda_1 = 1$, so ist letzteres Drehungsmoment gleich $1/2 l^3$. Wir können also auch als elektrodynamische Einheit der Stromintensität die Intensität eines geschlossenen Stromes definiren, welcher, um die Flächeneinheit fliessend, auf einen zweiten gleichen und auf ihm senkrechten, in einem grossen Abstande l von ihm entfernten Strom, dessen Ebene seine Ebene halbirt, das Drehungsmoment $1/2 l^3$ ausübt.

---

[1]) Kaiserliche japanische Commission in Japan, Proc. Tokyo Math. Phys. Soc. Journ. 7, 31, 1895; Beibl. 20, 724. — [2]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbestimmungen 2, 259 u. f.

955 Die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft begründet sich nach W. Weber (l. c.) also: Ein die Flächeneinheit umschliessender Leiter a, Fig. 239, befindet sich in grossem Abstande l von einem zweiten, die Flächeneinheit umschliessenden Leiter b, dessen Ebene auf der des Leiters a senkrecht steht und sie halbirt. Durch den Leiter b fliesst ein Strom, dessen Intensität sich zu der elektrodynamischen Einheit der Stromintensität wie $2l^3 : 1$ verhält. Wird der Leiter a um seine Durchschnittslinie cd mit der Ebene von b mit der Drehungsgeschwindigkeit Eins gedreht, so ist die in ihm erzeugte elektromotorische Kraft nach elektrodynamischem Maasse gleich Eins.

Fig. 239.



Nehmen wir vorläufig an, die Leiter a und b haben den Flächenraum λ_a und λ_b, die Ströme in ihnen haben die Intensität i_a und i_b, so können wir dieselben in ihrer elektrodynamischen Wechselwirkung auf einander durch zwei kleine, auf ihren Ebenen senkrechte Magnete ersetzen, deren Momente $M_a = i_a \lambda_a \sqrt{\frac{1}{2}}$ und $M_b = i_b \lambda_b \sqrt{\frac{1}{2}}$ sind (Bd. III, §. 161). Dann ist das vom Strom b auf Strom a ausgeübte Drehungsmoment (vergl. Bd. III, §. 268) gleich $M_a M_b / l^3 = i_a i_b \lambda_a \lambda_b / 2 l^3$. Setzen wir $i_b = 1$, $\lambda_a = \lambda_b = 1$, fliesst durch Leiter a kein Strom und dreht sich derselbe in der Zeiteinheit um einen kleinen Winkel φ um seine Halbirungslinie cd, so ist die in ihm erzeugte elektromotorische Kraft je nach der Drehungsrichtung $E = \pm \varepsilon i_a \varphi / 2 l^3$, wo ε die Inductionsconstante ist. Ist die Drehungsgeschwindigkeit des Leiters $\varphi = 1$, $i_a = 2 l^3$, so ist

$$E = \varepsilon.$$

Die eben gegebene Definition der elektromotorischen Kraft schliesst also die Bedingung in sich, dass die Inductionsconstante gleich Eins sei.

956 Als elektrodynamische Einheit des Widerstandes bezeichnen wir den Widerstand eines Schliessungskreises, in welchem die eben definirte Einheit der elektromotorischen Kraft einen Strom von der elektrodynamischen Einheit der Intensität erzeugt.

957 Diese elektrodynamischen Einheiten sind mit den elektromagnetischen zu vergleichen.

Umfliesst ein Strom, dessen Intensität in elektrodynamischem Maasse gleich Eins ist, einen Flächenraum $\lambda = 1$, und wirkt er auf einen eben solchen Strom, so können wir nach Bd. III, §. 161 Magnete vom Moment $m = \sqrt{\frac{1}{2}}$ an Stelle der Ströme setzen. Wäre aber die Intensität der Ströme in elektromagnetischem Maasse gleich Eins, so würden ihnen Magnete vom Moment Eins entsprechen. Haben wir also die Intensität

eines Stromes in elektrodynamischem Maasse gleich I_d gefunden, und ist dieselbe in elektromagnetischem Maasse gleich I_m, so ist

$$I_d = I_m \sqrt{2}.$$

Um also die nach elektromagnetischem Maasse gemessene Intensität auf elektrodynamisches Maass zu reduciren, müssen wir die erstere mit $\sqrt{2}$ multipliciren. Die elektrodynamische Einheit i_d der Intensität verhält sich zur elektromagnetischen Einheit i_m derselben wie $i_d : i_m = 1 : \sqrt{2}$.

Dasselbe Resultat ergiebt sich aus der Vergleichung der Wirkung eines kleines Magnetes auf einen Magnetpol und eines kleinen geschlossenen Stromes auf ein einseitig unendlich verlängertes Solenoid.

958 Befindet sich an Stelle des Leiters b, Fig. 239, ein Magnet vom Moment $M = em$, so ist die von jedem Pole desselben an dem Orte des Leiters a ausgeübte elektromagnetische Kraft m/l^3. Dreht sich der Magnet um den kleinen Winkel φ in der Zeiteinheit, so hat jeder seiner Pole die Geschwindigkeit $\frac{1}{2} e \varphi$, und in dem Leiter a, dessen Fläche der Einheit gleich sei, wird eine elektromotorische Kraft inducirt, welche in elektromagnetischem Maasse $E_m = 2 . me\varphi / 2 l^3 = M\varphi / l^3$ ist.

Dieselbe Kraft wird inducirt, wenn der Magnet ruht und der Leiter a mit derselben Drehungsgeschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung um die Linie cd gedreht wird.

Wird der Magnet M durch einen Strom vom Flächenraume Eins ersetzt, so muss derselbe nach elektrodynamischem Maasse die Intensität $I = M\sqrt{2}$ besitzen. Die durch diesen bei der Drehung des Leiters a um den Winkel φ inducirte elektromotorische Kraft ist in elektrodynamischem Maasse $E_d = M\sqrt{2}\,\varphi / 2 l^3 = M\varphi / l^3 \sqrt{2}$. Es verhält sich also $E_d : E_m = 1 : \sqrt{2}$, also $E_d = E_m / \sqrt{2}$, und die elektrodynamische Einheit verhält sich zu der elektromagnetischen Einheit der elektromotorischen Kraft wie $\sqrt{2} : 1$.

959 Bezeichnen wir, ebenso wie die Intensitäten I und die elektromotorischen Kräfte E, so auch die nach elektrodynamischem und elektromagnetischem Maasse gemessenen Widerstände W mit den Indices d und m, so haben wir die Gleichungen:

$$W_m = \frac{E_m}{I_m}.$$

Ist $E_m = I_m = 1$, so ist auch $W_m = 1$.

Setzen wir für E_m und I_m ihre Werthe in elektrodynamischen Einheiten, so ist $E_m = \sqrt{2}\, E_d$, $I_m = I_d / \sqrt{2}$, also:

$$W_m = 2 \frac{E_d}{I_d}.$$

Nach der Definition der elektrodynamischen Maasse ist aber W_d für $E_d = I_d = 1$ gleichfalls gleich Eins. Es ist also

$$W_d = {}^1/_2\ W_m.$$

Die elektrodynamische Einheit des Widerstandes ist also doppelt so gross, als die elektromagnetische Einheit desselben.

960 Wir haben schon §. 862 angeführt, dass Kirchhoff, von den elektrodynamischen Maassen bei der Induction ausgehend, die Inductionsconstante ε gleich Eins gesetzt und dadurch die Einheit des Widerstandes bestimmt hatte. Dieselbe ist, so weit die experimentelle Vergleichung der Versuche von W. Weber (§. 864) und Kirchhoff (§. 860) überhaupt möglich ist, in der That ziemlich doppelt so gross, als die Weber'sche elektromagnetische Widerstandseinheit.

Wenn ein Strom von der Weber'schen elektromagnetischen Intensität Eins in einer Secunde 0,009317 mg Wasser zersetzt, so zersetzt ein Strom von der elektrodynamischen Intensität Eins im mm-mg-sec-System nur $0{,}009317 \,.\, 2^{-1/2} = 0{,}006588$ mg Wasser. Nach den Versuchen von Cazin (Bd. III, §. 72) ergiebt sich experimentell hierfür der Werth 0,00663, was mit obigem Resultate gut übereinstimmt.

Mechanische Maasseinheiten.

961 Wir haben endlich das am Anfange dieses Capitels erwähnte mechanische Maasssystem näher zu betrachten und seine Grundmaasse mit den übrigen zu vergleichen.

Die Bestimmung der elektromotorischen Kraft in mechanischem Maasse bietet relativ keine allzu grossen Schwierigkeiten dar.

Verbindet man die Pole einer Kette mit den Platten eines absoluten Elektrometers (Bd. I, §. 216), so kann man direct die Potentialdifferenz derselben messen, nur müssen die Verbindungen so hergestellt sein, dass die Elektricität in dem Elektrometer sich sehr annähernd in gleicher Weise vertheilt, wie wenn die Platten für sich frei geladen hätten.

In dieser Weise findet W. Thomson[1]) die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes gleich $3740 \,.\, 10^{-6}$ mechanischen Einheiten (im C.-G.-S.-System).

962 Weniger vortheilhaft verbindet man die Pole der Kette mit der festen und der beweglichen Kugel einer Drehwage und bestimmt deren Anziehung, oder nur den einen Pol der andererseits abgeleiteten Kette mit beiden Kugeln und misst die Abstossung. Die Schwierigkeit der Berechnung der Vertheilung der Elektricitäten auf den Kugeln, welche noch durch Rückwirkung der Wände der Drehwage geändert wird, und danach der Potentialdifferenz der Kugeln, bereiten der Anwendung dieser Methode grosse Schwierigkeiten.

---

[1]) W. Thomson, Reprint of Papers, p. 244 (April 1870).

Die damit von Baille[1]) ausgeführten Versuche geben in mechanischen Einheiten die elektromotorischen Kräfte der Ketten:

Volta'sches Element	$3281 . 10^{-6}$
Zink-Kupfervitriol-Kupfer	$2880 . 10^{-6}$ (Maximum)
Daniell'sches Element	$3564 . 10^{-6}$ (Mittel)
Leclanché-Element	$4438 . 10^{-6}$ (Maximum)
Zink-Kochsalz-Platinchlorid-Platin .	$4830 . 10^{-6}$ (Maximum)
Bunsen'sches Element	$6039 . 10^{-6}$ (Mittel).

Eine directe Bestimmung der Intensität und des Widerstandes in mechanischen Einheiten ist nicht wohl durchzuführen. Wir müssen deshalb vorher die Beziehungen der letzteren zu den übrigen Einheiten näher ins Auge fassen. 963

Bezeichnen wir die Intensität eines Stromes in elektromagnetischem Maasse mit I_m, in mechanischem Maasse mit I_e, das Verhältniss der letzteren zur ersteren mit v, so ist

$$I_e = v I_m.$$

Da ferner ein Strom von der Intensität eines Ampère in einer Secunde 0,09317 mg Wasser zersetzen kann, so muss der zur Zersetzung von 1 mg Wasser in der Secunde erforderliche Strom in mechanischem Maasse im C.-G.-S.-System die Intensität $v/0{,}09317$, der zur Abscheidung von 1 mg Wasserstoff in der Secunde erforderliche die Intensität $96{,}63\, v$ Ampères haben.

Die Dimensionen von v ergeben sich hierbei folgendermaassen. 964

Wirken zwei in elektrostatischem Maasse gemessene Elektricitätsmengen e und e_1 auf einander in der Entfernung l, so ist die e bewegende Kraft $K = e e_1 / l^2$.

Die Dimension der Kraft K ist $[L M T^{-2}]$, also die von e in elektrostatischem Maasse gleich $[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}]$. Da aber nach §. 859 die Dimension der Quantität Elektricität im elektromagnetischen Maasse gleich $[L^{1/2} M^{1/2}]$ ist, so müssen die in elektromagnetischem Maasse gemessenen Elektricitätsmengen, um sie in elektrostatisches Maass überzuführen, mit einer Grösse von der Dimension $[L T^{-1}]$ multiplicirt werden. Eine gleiche Ueberführung findet auch bei der Umrechnung der in elektromagnetischem Maasse gemessenen Intensität in elektrostatisches Maass statt. Demnach ist die Dimension von v gleich $[L T^{-1}]$, d. h. die einer Geschwindigkeit.

Da die Dimension der Stromintensität in elektromagnetischem Maasse gleich $[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]$ ist, so ist sie in mechanischem Maasse gleich $[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}]$.

Das Verhältniss der in elektrostatischem und in mechanischem Maasse gemessenen elektromotorischen Kräfte lässt sich folgendermaassen ableiten. 965

[1]) Baille, Ann. de Phys. et de Chim. [5] 23, 269, 1881.

Die Arbeit, welche eine elektromotorische Kraft E in einem Schliessungskreise leistet, in dem die Stromintensität gleich I ist, ist gleich $E.I.$ Werden obige in elektromagnetischem und mechanischem Maasse gemessenen Constanten durch die Indices m und e bezeichnet, so muss, da in beiden Fällen die Arbeit die gleiche ist,

$$E_e I_e = E_m I_m$$

sein, d. h. da $I^e = v I_m$ ist,

$$E_e = \frac{1}{v} E_m.$$

Da die Dimension der elektromotorischen Kräfte E_m gleich $[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}]$ ist, so ist die Dimension derselben in mechanischem Maasse gleich $[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]$.

Da endlich der Widerstand W_e in mechanischem Maasse durch die Formel $W_e = E_e/I_e$, in elektromagnetischem durch die Formel $W_m = E_m/I_m$ gegeben ist, so folgt

$$W_e = \frac{1}{v} W_m,$$

also die Dimension $[L^{-1} T]$.

Aus der Beziehung der elektrodynamischen und elektromagnetischen Maasse folgt unmittelbar, dass

$$I_e = \frac{v}{\sqrt{2}} I_d; \quad E_e = \frac{\sqrt{2}}{v} E_d; \quad W_e = \frac{2}{v^2} W_d$$

ist [1]).

---

[1]) Auf eine andere Art hat W. Weber das Verhältniss der mechanischen, elektrodynamischen und elektromagnetischen Einheit der elektromotorischen Kraft festgestellt. Man kann die mechanische Einheit der elektromotorischen Kräfte auch als diejenige Kraft definiren, durch welche zwei vereinte Masseneinheiten positiver und negativer Elektricität mit der Geschwindigkeit Eins aus einander getrieben werden. Nach der von W. Weber aufgestellten Theorie der Induction (s. das letzte theoretische Capitel), welche für geschlossene Ströme zu denselben Resultaten führt, wie die übrigen Theorien, ist die elektromotorische Kraft, welche in einem Leiterelement ds inducirt wird, wenn die Richtung desselben auf einem in seiner Verlängerung im Abstande r liegenden, vom Strome i durchflossenen Element ds_1 senkrecht steht und dasselbe parallel der Richtung von ds_1 und entgegengesetzt der Richtung des Stromes i mit der Geschwindigkeit Eins fortbewegt wird, in mechanischem Maasse

$$E_e = \frac{\sqrt{2}}{v} \frac{ds\, ds_1}{r^2} i.$$

Ist also $ds = ds_1$, $r = 1$ und verhält sich die Intensität des inducirenden Stromes zu der Einheit der Intensität, wie die Längeneinheit zu ds, so ist

$$E_e = \frac{\sqrt{2}}{v}.$$

In elektrodynamischem Maasse gemessen wäre diese Kraft $E_d = 1$, also

$$E_e = \frac{\sqrt{2}}{v} E_d.$$

Bestimmung von v.

966 Die Bestimmung des Verhältnisses v kann auf verschiedene Weise geschehen[1]).

1. Durch Vergleichung der elektrostatischen und elektromagnetischen Einheit für die Elektricitätsmenge.
2. Desgleichen für die elektromotorische Kraft.
3. Desgleichen für die Capacität.

Während die elektromagnetischen Messungen überall gleiche Genauigkeit gewähren, sind die elektrostatischen nach der dritten Methode sicherer und leichter auszuführen.

967 Die ersten Versuche, den Werth der Constanten v experimentell zu bestimmen, sind nach der ersten Methode von W. Weber und R. Kohlrausch[2]) angestellt worden.

Eine Leydener Flasche wurde zu einer bestimmten Zeit mit Elektricität geladen. Sie wurde sodann mit einem Sinuselektrometer verbunden. Nach einiger Zeit wurde ihre innere Belegung mit einer an einem Seidenfaden hängenden Messingkugel von 159,46 mm Radius berührt, und wiederum die Verbindung mit dem Sinuselektrometer hergestellt. Fortgesetzte Beobachtungen des Standes der Nadel des letzteren vor und nach der Berührung ergaben die Abnahme der Ladung der Flasche mit der Zeit durch Bildung von Rückstand und Abgabe von Elektricität an die Luft. Man konnte so die Ladung derselben unmittelbar vor und nach der Berührung mit der Kugel bestimmen. Danach verhielten sich die Elektricitätsmengen E_1 und E, welche in der Flasche blieben und in die Kugel übergingen, wie 1 : 0,03276. Die mit der Elektricität E geladene Kugel wurde mit der Standkugel einer Coulomb'schen Drehwage, welche 11,537 mm Halbmesser hatte, berührt. Nach den Formeln von Plana[3]) theilt sich hierbei die Elektricität zwischen der grossen und kleineren Kugel im Verhältniss von $E : e = 1 : 0,0079377$. Die Standkugel wurde in die Drehwage eingeführt, mit der ihr fast gleichen, beweglichen Kugel derselben berührt, welche vor der Elektrisirung in einem Winkelabstande von 90° von ihr entfernt war, und durch Torsion des die letztere tragenden Fadens dieselbe Einstellung wieder herbeigeführt. Der Abstand beider Kugeln von der Drehungsaxe betrug 93,53 mm und 61,7 mm, ihr Abstand von einander 112,05 mm. Bezeichnet man die in die Standkugel eingeführte Elektricitätsmenge mit e, so ist also die Abstossung beider Kugeln $A = e^2/(4 \,.\, 112{,}05^2)$. Da indess die Elektricitäten nicht in ihrem Mittelpunkte concentrirt gedacht werden können, so ist nach den Formeln von Poisson[4]) eine

[1]) Siehe Himstedt, Wied. Ann. 33, 1, 1888. — [2]) W. Weber und R. Kohlrausch, Elektrodynamische Maassbestimmungen Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maass. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1856. Wir müssen uns darauf beschränken, den Gang der Untersuchung anzudeuten. — [3]) Plana, Mémoires sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères. Turin 1845. — [4]) Poisson, Mémoires de l'Institut. Année 1811.

Correction anzubringen, durch welche nach der strengeren Bestimmung von Voigt[1]) der Nenner auf $4 . 112{,}298^2$ gebracht wird. Fällt man von der Drehungsaxe auf die Verbindungslinie beider Kugeln ein Loth, dessen Länge sich zu $l = 51{,}5$ mm berechnet, so ist das durch die Abstossungskraft auf die bewegliche Kugel ausgeübte Drehungsmoment gleich $Al = e^2 / 979{,}5$.

Die Einheit des Drehungsmomentes würde also ausgeübt werden, wenn in beide Kugeln je die Elektricitätsmenge $e_0 = \sqrt{979{,}5} = 31{,}30$ eingeführt worden wäre, wo wir die Elektricitätsmengen in der oben angegebenen Einheit messen.

Nun wurde vermittelst eines an dem Arme der Drehwage befestigten Spiegels durch Scala und Fernrohr der Torsionswinkel ϑ des die bewegliche Kugel der Wage tragenden Fadens zu verschiedenen Zeiten abgelesen und aus seiner Abnahme berechnet, welcher Winkel sich ergeben hätte, wenn die Standkugel unmittelbar nach der Berührung der grossen Kugel vor dem Elektricitätsverlust in die Drehwage hätte eingeführt werden können. Sodann wurden an den Faden Körper von berechenbarem Trägheitsmoment k gehängt, z. B. eine flache, kreisrunde Messingscheibe, ein horizontaler Messingcylinder, und deren Schwingungsdauer t bestimmt. Die Directionskraft des Fadens ergiebt sich hieraus zu $D = \pi^2 k / t^2$. War ϑ in Theilen des Halbmessers bestimmt, so war das von der Drehwage ausgeübte Drehungsmoment $D\,\vartheta = 1$, wenn $\vartheta = 0{,}0019757$ Bogenminuten betrug. Hiernach liess sich wiederum das Drehungsmoment Al unmittelbar aus dem Drehungswinkel ϑ des Fadens, und so auch der Werth e, E und E_1 bestimmen.

Die Leydener Flasche wurde nach 3 Secunden durch einen Multiplicator entladen, während zugleich in den Schliessungskreis eine Wassersäule zur Verzögerung der Entladung eingeschaltet war. Die Elektricität in der Flasche war inzwischen auf E_2 gesunken, welcher Werth sich aus E_1 berechnen lässt[2]). Der Multiplicator bestand aus einem kreisförmigen Ringe von Messing, in welchen in einer Rinne von rechteckigem Querschnitt 5635 Drahtwindungen eingewunden waren. Der Draht war sehr gut übersponnen und mit Collodium lackirt. In dem Multiplicator hing ein Magnetstab, dessen Ablenkungen durch den Entladungsstrom der Leydener Batterie mittelst Spiegel, Scala und Fernrohr bestimmt wurden, in einer 20 Pfund schweren dämpfenden Kupferhülle.

Aus dem ersten Ausschlag kann man die Winkelgeschwindigkeit c berechnen, welche die Nadel hierbei erhält. Dieselbe ist durchaus unabhängig von der Zeit, in welcher die Elektricitätsmenge der Flasche durch den Multiplicatar hindurchgeht, und nur von der Elektricitätsmenge selbst abhängig, vorausgesetzt, dass die Zeit des Durchganges gegen die Oscillationsdauer der Nadel klein ist.

---

[1]) W. Voigt, Wied. Ann. 2, 476, 1877. — [2]) Vergl. R. Kohlrausch, Pogg. Ann. 91, 56, 1854.

Aus den Dimensionen des Multiplicators u. s. f. lässt sich das Drehungsmoment Δ berechnen, welches ein Strom von der elektromagnetischen Intensität Eins auf die Nadel in demselben ausübt. Ist die Zeitdauer dieses Stromes τ, das Trägheitsmoment der Nadel k, so erhält sie durch den Strom die Winkelgeschwindigkeit $c = \Delta\tau / k$, wo k wiederum eliminirt werden könnte (vgl. Bd. III, §. 376). Hat der Strom der Leydener Flasche ebenfalls der Nadel die Winkelgeschwindigkeit c gegeben, so ist die durch denselben entladene Elektricitätsmenge E_2 ebenso gross, wie die durch einen Strom von der elektromagnetischen Intensität Eins während der Zeit $\tau = kc / \Delta$ durch den Multiplicator geführte Elektricitätsmenge. E_2, ebenso wie k, c, D, sind bei verschiedenen Versuchen beobachtet, man kann demnach τ berechnen. Will man also die Menge der positiven Elektricität finden, welche während der Zeiteinheit jeden Querschnitt der Leiter durchfliesst, wenn der dadurch erzeugte Strom die absolute elektromagnetische Intensität Eins haben soll, so muss man E_2 durch τ dividiren. Als Mittel von fünf Versuchen erhält man so diese Menge in der am Anfange des Paragraphen angegebenen, mechanischen Einheit der Elektricitätsmengen

$$v = 3{,}1140 . 10^{10}\,\mathrm{cm} / \mathrm{sec}\ ^{1)}.$$

Bei der sehr grossen Schwierigkeit in der Ausführung dieser Versuche, bei denen Uebergänge des Entladungsstromes der Leydener Flasche zwischen den Windungen des Multiplicators u. s. f. nur sehr schwer zu vermeiden sind, dürfte obiger Zahl eine allzu grosse Genauigkeit nicht beigemessen werden. Weber und Kohlrausch lassen daher auch einen Fehler von 2 Proc. zu [2]).

968 Eine Bestimmung von v durch Vergleichung der elektromagnetischen Einheit der elektromotorischen Kraft mit der elektrostatischen (mechanischen) Einheit derselben ist z. B. in der Weise vorzunehmen, dass man zwei Kugeln von bekanntem Radius, etwa die feste und bewegliche Kugel einer Drehwage mit dem einen Pol einer starken vielpaarigen Säule verbindet, deren elektromotorische Kraft in elektromagnetischem Maasse bestimmt ist, und den anderen Pol der Säule ableitet. Man kann dann aus der Abstossung der beiden Kugeln die auf ihrer Oberfläche angehäuften Elektricitätsmengen in mechanischem Maasse, also das Potential derselben auf das Innere der Kugeln, d. h. die elektromotorische Kraft der Säule berechnen und so-

---

[1]) Nach einer Berichtigung statt der früheren Zahl 310 740 siehe W. Voigt, l. c. — [2]) Ueber Einwände von Maxwell (Treat. on Electr. 1. ed. 2, 371) und M'Kichan (Phil. Trans. 163 [1], 409) gegen die Genauigkeit dieser Versuche, welche danach von der, indess durch R. Kohlrausch vorher sorgfältigst untersuchten Rückstandsbildung in der Leydener Flasche beeinflusst sein sollten, siehe auch Fr. Kohlrausch, Pogg. Ann. 157, 641, 1876.

mit das Verhältniss der elektromotorischen Kraft in mechanischem und elektromagnetischem Maasse bestimmen [1]).

Aehnliche Versuche sind von Branly [2]) angestellt worden. Da indess die Zahlenangaben nicht ganz fehlerfrei zu sein scheinen, so lässt sich daraus der Werth v nicht mit Sicherheit berechnen.

969 Andere Bestimmungen des Werthes v nach einer analogen Methode sind die folgenden:

Maxwell [3]) lud vermittelst einer grossen Batterie von 2600 mit Quecksilberchloridlösung geladenen Elementen einen Condensator. Derselbe bestand aus einer feststehenden, verticalen, kreisförmigen Platte von 15 cm Durchmesser, welche durch eine Mikrometerschraube vor- und rückwärts gestellt werden konnte. Die Platte war von einem dicken Metallringe von 17,5 cm Durchmesser umgeben, in dem vorn eine Oeffnung von 10,8 cm Durchmesser angebracht war, worin an dem einen Ende eines horizontalen Hebels die zweite Condensatorplatte von 10,4 cm Durchmesser conaxial mit der ersten und dem Ringe hing. Der Hebel wurde vermittelst eines weichen Kupferdrahtes (bei dem also die elastische Nachwirkung nicht ausgeschlossen ist, vergl. Bd. I, §. 42 Anm.) an dem Kopf einer Torsionswage befestigt. An der nicht elektrischen Seite dieser Platte war eine Glasscala angebracht, an der man vermittelst eines Mikroskops die Stellung derselben ablas. Wurden zuerst beide Platten des Condensators mit einander in Berührung gebracht, und wurde dann die feststehende durch Drehung der Mikrometerschraube vorwärts bewegt, so konnte man die Einstellung der letzteren mit der der Glasscala vergleichen. Auf der Hinterseite der Condensatorplatten waren, durch Glasplatten von ihnen getrennt, zwei kreisförmige Drahtspiralen befestigt, durch welche ein Strom so geleitet wurde, dass sie sich abstiessen. Um hierbei die Einwirkung des Erdmagnetismus auf die Spirale an der beweglichen Platte zu eliminiren, war am anderen Ende des Hebels der Torsionswage gleichfalls eine vom Strom, aber in entgegengesetzter Richtung durchflossene, gleiche Spirale angebracht. Zugleich war ein Galvanometer mit zwei Drahtwindungsreihen, einer langen und einer kurzen, in grösserer Entfernung vom Apparat aufgestellt.

Durch einen Schlüssel wurde der eine Pol der grossen Batterie mit der festen Platte verbunden, der Strom sodann durch sehr grosse Widerstandsrollen geleitet, dann verzweigt zwischen einem System von Widerstandsnormalen und der einen Drahtrolle des Galvanometers, und darauf zum anderen Pol der Säule geführt, welcher zugleich mit der Erde und dem Gestell des Apparates verbunden war. Zugleich wurde der eine Pol einer anderen Batterie durch einen Schlüssel mit der zweiten, kürzeren

[1]) Vergleiche Thomson, Phil. Mag. [4] 5, 404, 1853. — [2]) Branly, Compt. rend. 75, 431, 1872. — [3]) J. Clerk Maxwell, Phil. Trans. 1868, 643; Phil. Mag. [4] 36, 316, 1868.

Windungsreihe des Galvanometers verbunden, von da durch die feste Rolle, dann durch den Aufhängedraht zur beweglichen Rolle und durch einen in der Axe der Drehwage vertical abwärts gehenden Draht und einen Quecksilbernapf zum anderen Pol der Batterie geführt. Waren gleichzeitig beide Schliessungskreise durch die Schlüssel geschlossen, so wurde die Mikrometerschraube gedreht, bis die bewegliche Condensatorplatte mit der daran befestigten Rolle in Ruhe blieb; zugleich aber die die Widerstandsnormalen enthaltende Zweigleitung zum Galvanometer, welche der Strom der grossen Batterie durchfloss, so lange geändert, bis die Galvanometernadel auf Null stand. Alle Widerstände des Galvanometers und der Rollen waren genau bestimmt. Endlich wurde derselbe Strom durch beide Windungsreihen des Galvanometers geleitet und durch eine Brückenleitung zu der einen derselben die Nadel des Galvanometers auf Null gestellt. Es ergab sich hierdurch das relative Drehungsmoment beider Windungsreihen.

Durch die Ringe um die Condensatorplatten wird die Vertheilung der Elektricitäten in ihnen gleichmässig, und es lässt sich berechnen, dass, wenn E die Potentialdifferenz zwischen beiden Platten in elektromagnetischem Maasse, v das Verhältniss der elektromagnetischen und mechanischen Einheit der elektromotorischen Kraft, a der Radius der kleineren Platte, b der Abstand der Platten ist, die Anziehung derselben in mechanischem Maasse $E^2a^2/8v^2b$ ist. Sind ferner die Zahlen der Drahtwindungen der Spiralen n und n_1, ihre mittleren Radien a_1 und a_2, der mittlere Abstand ihrer Ebenen b', so ist beim Durchgang eines Stromes von der Intensität i durch dieselben in entgegengesetzter Richtung die Abstossung

$$2\pi n n_1 A i^2,$$

wo

$$A = E_c tg^2 \varphi - 2(F_c - E_c)\frac{b_1 \sin\varphi}{2\sqrt{a_1 a_2}}$$

und

$$c = \sin\varphi = \frac{2\sqrt{a_1 a_2}}{\sqrt{(a_1 + a_2)^2 + b_1^2}}$$

ist, und E_c und F_c die bekannten elliptischen Functionen sind. Ist b_1 klein gegen a_1, so wird $A = 2a'/b'$. Ist Gleichgewicht in der Torsionswage hergestellt, so ist demnach

$$\frac{E^2}{8v^2}\frac{a^2}{b^2} = 2\pi n n_1 A i^2,$$

oder, wenn die elektromotorische Kraft des Stromes i gleich E_1, der Gesammtwiderstand W ist,

$$\frac{E^2}{8v^2}\frac{a^2}{b^2} = 2\pi n n_1 \frac{E_1^2}{W^2}.$$

Da alle Widerstände in den Leitungen beider Ströme so weit verglichen sind, dass das Verhältniss $E : E_1$ bestimmt werden kann, kann

auch v in W ausgedrückt werden. Es ergab sich als Mittel mehrerer Versuche

$$v = 28{,}798 \text{ B.-A.-U.},$$

also beträchtlich kleiner, als der von W. Weber für v gefundene Werth. Indess dürfte nach Maxwell dieser Werth, obgleich die einzelnen Resultate im Maximum nur um $^1/_{28}$ von einander abweichen, doch noch zu controliren sein, da die Inconstanz der Ketten, eventuell auch Ableitungen der Elektricität von der beweglichen Platte, und auch die elastische Nachwirkung des Kupferdrahtes störend einwirken konnten.

970 Sir W. Thomson[1]) leitet den Strom von 60 Daniell'schen Elementen erst durch eine der beiden parallel gestellten, festen Rollen eines Dynamometers, sodann durch die dazwischen gehängte bewegliche Rolle desselben, zu welcher die Zuleitung des Stromes durch den Aufhängedraht von Kupfer (vergl. indess Bd. I, §. 42 Anm.), die Ableitung nach unten durch eine dünne Platindrahtspirale hergestellt ist, und endlich durch die zweite feste Rolle und einen 10000 Widerstandseinheiten der British Association haltenden Normalwiderstand zur Säule zurück. Die Ablenkung der in 13 Sec. eine Schwingung machenden beweglichen Rolle wird an einer 4,5 m entfernten Scala mittelst Spiegel und Fernrohr bis auf 0,1 Proc. genau beobachtet. Die Eintrittsstelle des Stromes in das Dynamometer und die Austrittsstelle aus dem Normalwiderstand werden mit den beiden Platten eines absoluten Elektrometers verbunden und so wird die Potentialdifferenz daselbst gemessen. Durch einen Stromwender kann die Stromesrichtung umgekehrt werden.

Um den Widerstand der Rollen des Dynamometers zu messen, wurden die Elektroden eines Quadrantelektrometers einmal mit den äussersten Enden der drei vereinten Rollen, sodann mit den Enden des Normalwiderstandes verbunden. Das Verhältniss der beobachteten Potentialdifferenzen entsprach dem Verhältnisse der Widerstände. Vor und nach der Versuchsreihe wurde das Trägheitsmoment der beweglichen Rolle und während derselben ihre Schwingungsdauer mit und ohne Einwirkung des Stromes bestimmt. Beide letzteren Werthe waren fast ganz gleich. Die Wirkung des Erdmagnetismus wurde durch fernliegende, grosse Magnete compensirt, so dass bei Umkehrung des Stromes sich die Stellung der beweglichen Rolle nicht änderte.

Da hier die Intensität I_m des Stromes am Dynamometer, sowie der Widerstand R_m seiner Schliessung in elektromagnetischem Maasse gemessen ist, so erhält man die elektromotorische Kraft $E_m = I_m R_m$ in elektromagnetischem Maasse, während die Messung am absoluten Elektrometer sie gleich E_e in mechanischem (elektrostatischem) Maasse ergiebt.

---

[1]) Sir W. Thomson (jetzt Lord Kelvin) und King, Rep. Brit. Assoc. 1869, p. 434.

Aus einer Vergleichung beider Werthe folgt nach einer noch nicht ganz abgeschlossenen Reihe von 11 Beobachtungsreihen das Verhältniss im Mittel $E_m / E_e = v$ gleich

$$v = 28{,}25 \text{ B.-A.-U.}$$

Die elektromotorische Kraft von 1000 Daniell'schen Zellen würde eine Potentialdifferenz hervorbringen, welche die Einheit (ein Quadratdecimeter) der ebenen Fläche zweier in 1 mm Abstand befindlicher Condensatorplatten so stark ladet, dass jene Flächen sich mit der Kraft von 5,7 g (nach früheren Angaben 3,57 g) anziehen, wodurch sich die Potentialdifferenz oder elektromotorische Kraft in mechanischem Maasse gleich 3,74 ergiebt [1]).

An diese älteren Bestimmungen schliesst sich eine ganze Reihe ähnlicher Messungen an. 971

Dugald M'Kichan [2]) und King haben im Laboratorium von Sir W. Thomson die elektromotorische Kraft einer constanten Daniell'schen Batterie von 90 Elementen in absolutem Maasse an dem absoluten Elektrometer von Thomson gemessen. Dann wurde der Strom durch ein Elektrodynamometer geleitet, dessen Widerstand in elektromagnetischem Maasse bekannt war und die Stromintensität in absolutem Maasse bestimmt. Die zwei festen, 30 cm weiten Rollen des Dynamometers von etwa 3700 Windungen waren auf etwa 2 cm breite Ringe in der Höhe von etwa 2 cm gewunden. Die bewegliche Rolle war auf einen Messingring von 6,5 cm Durchmesser gewickelt; sie hatte $1^1/_2$ cm Höhe, 2 cm Breite und mehr als 3000 Windungen.

Die letztere Rolle war an einem Draht von 35 cm Länge aufgehängt, welcher als Zuleiter zu dem einen Ende des mit dem Messingring verlötheten Drahtgewindes diente. Unterhalb endete das Drahtgewinde in einen verticalen, sehr dünnen Platindraht, der die weiteren Verbindungen vermittelte.

Versuche über die elastische Nachwirkung des Aufhängedrahtes des Dynamometers fehlen.

Die Wirkung des Erdmagnetismus wurde durch Beobachtung der Einstellung der beweglichen Rolle beim Durchleiten des Stromes in abwechselnder Richtung berechnet. Dabei war sie durch Magnete möglichst compensirt.

Die Directionskraft der beweglichen Rolle wurde durch Schwingungsversuche, sowohl während als auch vor dem Durchleiten des Stromes, das Trägheitsmoment durch Vergleichung der Schwingungsdauer derselben mit der eines gleich schweren cylindrischen Messingringes bestimmt.

---

[1]) Sir W. Thomson, Proceed. Roy. Soc. Febr. 23, Apr. 12, 1860; Phil. Mag. 1860, Juli-December. — [2]) M'Kichan, Phil. Mag. [4] **47**, 218, 1874.

Die Ablenkungen wurden durch Spiegelablesung beobachtet, indem das von einem kleinen kreisförmigen Spiegel reflectirte Bild einer Lampe auf eine Scala geworfen wurde.

Da der Ausschlag in Folge des Stromes der Säule direct zu gross war, musste ein grösserer Widerstand, meist gleich dem der Rollen, eingeschaltet werden.

Zur Bestimmung der von der beweglichen Rolle umspannten Fläche wurde die gleichzeitige Wirkung derselben und der grossen Rollen auf einen Magnet beobachtet. Die letzteren standen auf beiden Seiten gleich weit vom Magnete, und die kleine Rolle wurde verschoben, bis sich der Magnet gerade auf Null stellte. Danach ist der Werth

$$v = 29{,}3 \text{ B.-A.U. (von } 29{,}01 \text{ bis } 30{,}39).$$

972 Shida[1]) hat nochmals obiges Verhältniss bestimmt. Die elektromotorische Kraft von Thomson's gravity-Kette wurde in elektrostatischem Maasse durch Thomson's absolutes Elektrometer bestimmt. Dabei wurde abwechselnd der eine und andere Pol der Kette mit der festen Platte verbunden, während der noch freie Pol mit der äusseren Belegung einer Flasche verbunden war, welche die bewegliche Platte und den Schutzring lud. Darauf wurde dieselbe elektromotorische Kraft in elektromagnetischem Maasse gemessen, indem die Ablenkung der Nadel einer Tangentenbussole durch den Strom der Kette unter Einschaltung verschiedener Widerstände bestimmt wurde. Der Widerstand der Bussole war vorher mittelst der Wheatstone'schen Brücke, der der Kette durch die Ablenkung der Nadel eines mit ihr verbundenen Quadrantelektrometers mit oder ohne Verbindung ihrer Pole durch einen bekannten Widerstand gemessen. Endlich wurde die horizontale Componente des Erdmagnetismus bestimmt. Dabei ergab sich das gesuchte Verhältniss bei fünf Versuchen $v = 299{,}9;\ 300{,}3;\ 299{,}4;\ 298{,}0;\ 299{,}9 \,.\, 10^8$; im Mittel

$$v = 29{,}95 \text{ B.-A.-U.}$$

973 Bei Versuchen von F. Exner[2]) war die eine Platte eines Condensators horizontal isolirt befestigt, die andere, mit einem Schutzring umgebene, war an drei feinen Platindrähten darüber an einer Wage aufgehängt und mit dem Schutzring zur Erde abgeleitet. Die untere Platte wurde durch Verbindung mit dem einen Pol einer andererseits abgeleiteten Batterie auf ein zu messendes Potential V gebracht und die Anziehung der Platten durch die zum Aequilibriren erforderlichen Gewichte gemessen. Ist d

---

[1]) Shida, Phil. Mag. [5] 10, 431, 1880; Beibl. 5, 146, 1881. Vergl. auch die Polemik über diese Versuche, von Alder Wright, Phil. Mag. [5] 12, 76, 224, 1881; Shida, ibid. 11, 473; 12, 800; Gray, ibid. 301, 1881; Beibl. 5, 616, 803. — [2]) F. Exner, Wien. Ber. 86, 106, 1882; Rep. d. Phys. 19, 99; Beibl. 8, 601.

der Abstand der Platten, S die Fläche der beweglichen Platte des Condensators, G das Gewicht, so ist:

$$V = d\sqrt{\frac{8\pi m G}{S}}.$$

Als Säule dienten 400 kleine, gut isolirte Smee'sche Elemente, welche nur zwölfmal angewendet wurden.

Die bewegliche Platte hatte 73,9 mm, der Schutzring im Inneren 75,5, aussen 197 mm, die feste Platte 197 mm Durchmesser. Hiernach ergab sich die elektromotorische Kraft der Säule in elektrostatischem Maasse, woraus, da die elektromotorische Kraft eines Smee'schen Elementes gleich 1,07 Daniell gefunden wurde, die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes in elektrostatischem Maass gleich $D_d = 0{,}00325$ folgte. Dabei wurden nur die Versuche bei weiteren Abständen der Condensatorplatten ($d > 1$ mm) berücksichtigt, um den Einfluss etwaiger Entladungen bei grosser Nähe derselben zu beseitigen.

Zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft des Daniell'schen Elementes in elektromagnetischem Maasse wurde die in einer gegebenen Zeit bei bekanntem Widerstande des Schliessungskreises in dem Element abgeschiedene Kupfermenge bestimmt, das elektrochemische Aequivalent des Kupfers gleich 0,00324 (s. indess §. 930) und der absolute Werth einer Siemens'schen Einheit gleich $971{,}7 \cdot 10^5$ gesetzt. Dann war in elektromagnetischem Maasse $D_m = 0{,}978 \cdot 10^8$ (0,947), also:

$$v = 30{,}1 \ (29{,}2).$$

974 Ayrton und Perry[1]) haben die Ladung eines Condensators mit Luft als Dielektricum in elektrostatischem Maasse bestimmt und sodann in elektromagnetischem Maasse, indem sie ihn durch ein Galvanometer entluden.

Der Condensator bestand aus einer oberen quadratischen Messingplatte von 1324,96 qcm Oberfläche und einer unteren von 1324,14 qcm. Beide sind, die erstere auf ihrer oberen, die zweite auf ihrer unteren Seite durch diagonale Messingrippen verstärkt. Die obere Platte ist von drei chemisch gereinigten und paraffinirten, unten stumpf zugespitzten Ebonitstellschrauben getragen, durch welche sie der unteren Platte parallel gestellt werden kann. Die untere Platte ruht ebenfalls auf drei Ebonitschrauben, wodurch ihre obere Fläche genau mit dem sie umgebenden 2,5 mm von ihr abstehenden Schutzringe parallel gemacht werden kann. Letzterer ist an eine flache Messingbüchse gelöthet, durch deren Boden die Stellschrauben der unteren Platte gehen und welche einen vorspringenden Rand trägt, auf dem die Stellschrauben der oberen Platte ruhen. In der Büchse stehen kleine Gefässe mit Chlorcalcium. Um den Einfluss

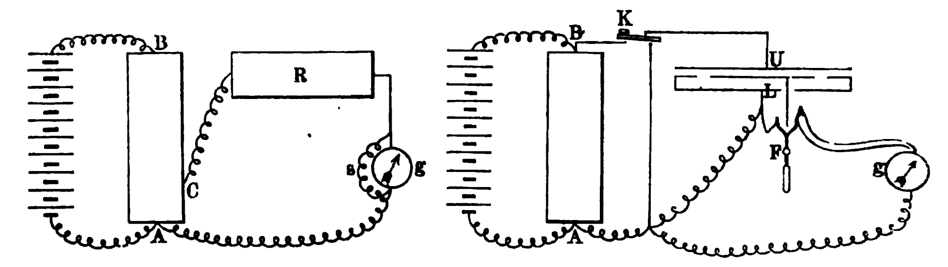
[1]) Ayrton und Perry, Phil. Mag. [5] 7, 277, 1879; Beibl. 3, 648.

von Biegungen der Platten zu eliminiren, werden sie in verschiedene Stellungen zu einander gebracht.

Das Galvanometer hatte bei 21,9° C. einen Widerstand von 19,97 B.-A.U. Sein astatisches Nadelsystem war aus zwei aus je 20 kleinen, durch Zinkstücke von einander getrennten, gleich gerichteten Magneten gebildet, an deren Enden kleine Kugelsegmente von Blei befestigt waren. Die Nadel schwang sehr langsam, so dass der Luftwiderstand klein war.

Der Strom von 382 neuen, zur Säule geordneten Daniell'schen Elementen wurde beständig durch einen Widerstand AB, Fig. 240, geleitet und von zwei Punkten desselben A und C ein Strom durch einen Widerstand R zu dem mit einer Brückenleitung s versehenen Galvanometer g geleitet. Darauf wurde mittelst eines Schlüssels K ohne Aenderung der Anordnung des Galvanometers die obere Platte U des Condensators, Fig. 241, mit dem einen mit AB verbundenen Pol der Batterie verbunden, dann die vorher abgeleitete untere Platte L durch die Gabel F isolirt und die obere durch das Galvanometer entladen; endlich die

Fig. 240. Fig. 241.



Gabel F weiter gedreht, so dass sich auch die untere Platte durch das Galvanometer entlud.

Sind s und g die Widerstände der Brücke und des Galvanometers, r_1 und r_2 die Widerstände der Theile AC und CB des die Säule schliessenden Widerstandes AB, ist H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, G die Constante des Galvanometers zur Reduction seiner Angaben auf elektromagnetisches Maass, so ist, wenn V die Potentialdifferenz an den Endpunkten von AB ist, bei dem ersten Versuche die Stromintensität:

$$I = \frac{H}{G} \alpha_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_1} \frac{s . V}{(s + g) R + sg},$$

wo α_1 die constante Ablenkung der Galvanometernadel ist.

Bei dem zweiten Versuche ist, wenn C die Capacität des Condensators in elektromagnetischen Einheiten, α_2 der erste Ausschlag der Nadel, T ihre Schwingungsdauer, λ das logarithmische Decrement ist:

$$VC = \frac{HT}{\pi G} \frac{\alpha_2 (1 + 1/2 \lambda)}{2}$$

und $$C = \frac{T}{\pi} \frac{r_1}{r_1 + r_2} \frac{s}{(s+g) R + sg} \frac{\alpha_2 (1 + {}^1/_2 \lambda)}{2 \alpha_1} \quad . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Ist A die Oberfläche der unteren Platte, δ der Abstand beider Platten, c die Capacität des Condensators in elektrostatischem Maasse (C.-G.-S.), so ist:

$$c = \frac{A}{4 \pi \delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Aus 1) und 2) folgt das Verhältniss $v = \sqrt{c/C}$. — Drei Versuchsreihen mit 39, 41 und 18 Entladungen, bei denen δ bezw. = 1,024 und (2 u. 3) 0,7728 cm; T = 25,3; 39,5; 42,2 sec.; r_1 = 3,0045; $r_1 + r_2$ = 8538; 10037,2; 10040; R = 12000; s = 19,995; g = 19,733; α_1 = 297,34; 247,75; 263; α_2 = 261,63; 221,93; 223,9; ${}^1/_2 \lambda$ = 0,12095; 0,07825; 0,081865, das Gewicht des astatischen Systems 2,15 bez. 3,4 g (2 u. 3) war, ergab sich v = 29,74; 29,95; 29,72; im Mittel

$$v = 29{,}8 \text{ B.-A.-U.}$$

Weitere Bestimmungen sind von Klemenčič[1]) vorgenommen worden. **975**

Durch eine Kette wird ein Condensator von bekannter Capacität in elektrostatischem Maasse mehrere Male in der Secunde geladen und durch ein Galvanometer entladen, welches dabei einen constanten Ausschlag erhält. Dann wird die Kette durch einen Widerstand und das Galvanometer geschlossen und der constante Ausschlag gemessen. Um die zeitlichen Veränderungen zu beseitigen, wird bei einer Reihe von Versuchen der Condensatorstrom durch die eine, der Galvanometerstrom durch die andere Windungsreihe eines Differentialgalvanometers geleitet und durch Veränderung des Widerstandes der Galvanometerschliessung der Ausschlag auf Null gebracht.

Ist beim ersten Versuche G der Reductionsfactor des Galvanometers, n die Zahl der Ladungen und Entladungen des Condensators, α die Ablenkung der Galvanometernadel, E die elektromotorische Kraft der Säule, C die Capacität des Condensators, alles in elektrostatischem Maasse gemessen, so ist die Stromintensität $i = nEC = G\alpha$.

Ist der Widerstand der Schliessung beim zweiten Versuche R_e, der Galvanometerausschlag φ, so ist die Intensität $I = E/R_e = G\varphi$. Daraus folgt $R_e = \alpha / \varphi n C$ in elektrostatischem Maasse. Ist R in elektromagnetischem Maasse gemessen gleich R_m, so ist $v^2 = R_m / R_e$ und $v = \sqrt{R_m n C \varphi / \alpha}$.

Sind bei den Versuchen mit dem Differentialgalvanometer die Drehungsmomente beider Rollen desselben ganz gleich, und ist $\varphi = \alpha$, so wird $v = \sqrt{R_m n C}$.

Gewöhnlich muss der Strom der Kette beim Durchleiten durch die eine Windungsreihe des Galvanometers durch eine Brücke vor der-

[1]) Klemenčič, Wien. Ber. 89, 298, 1884; Beibl. 8, 603.

selben geschwächt werden. Die Berechnung hierfür ergiebt sich ohne Weiteres.

Bei den Versuchen wurde ein Stimmgabelinterruptor benutzt, dessen Schwingungszahl im Mittel 64,94 betrug. Die bei Veränderung der aufgeschobenen Contactbügel hervortretenden kleinen Veränderungen der Schwingungszahl wurden mittelst Beobachtung der Stimmgabel durch einen an einer zweiten unveränderlichen Stimmgabel angebrachten Schlitz stroboskopisch controlirt. Die Temperaturänderungen waren so gering, dass ihr Einfluss zu vernachlässigen war. Auch wurde indirect die Schwingungszahl gemessen, indem durch eine für einen constanten Strom abgeglichene Wheatstone'sche Brückencombination, deren einer Parallelzweig eine Inductionsspirale enthielt, ein Strom geleitet wurde, dessen Intensität I_1 an einer Tangentenbussole abgelesen war, und der Ausschlag ψ im Galvanometer in der Brücke bestimmt wurde. Wurde derselbe Versuch bei geringerem Widerstande der Hauptschliessung und der Intensität I bei einmaliger Unterbrechung des Hauptstromes vorgenommen, so konnte daraus das Selbstpotential der Inductionsspirale abgeleitet werden. Der dabei erfolgende Galvanometerausschlag sei β. Sind weiter m_1 und m die Gesammtwiderstände der Schliessung in beiden Fällen, ist T_0 die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel, λ ihr logarithmisches Decrement, so folgt die Schwingungszahl:

$$n = \frac{\pi}{T_0} \frac{\psi}{\beta} \frac{Im}{I_1 m_1} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

So wurde $n = 31{,}913$ gefunden, während die Methode mit der zweiten Stimmgabel $n = 31{,}970$ ergab.

Die Widerstände wurden einem Stöpselrheostaten von Siemens entnommen, wobei eine Quecksilbereinheit gleich $0{,}941 \,.\, 10^9$ cm/sec gesetzt wurde. Als Galvanometer diente ein Spiegelgalvanometer mit zwei Rollen aus sehr feinem Kupferdraht und je 8000 Windungen. Der Widerstand derselben wurde nach der Brückenmethode bestimmt. Als Condensator wurden zwei kreisförmige Stahlplatten von 20,99 cm Radius (bestimmt durch Abmessen des Umfanges mittelst eines Streifens Morsepapier) und 1,5 cm Dicke benutzt, welche durch sechs Systeme von je drei Glasplättchen von 0,1112 bis 0,8016 cm Dicke von einander gehalten wurden, und auf dem einen Ende einer 5,5 cm weiten horizontalen Glasröhre ruhten. Die Dicke der Glasplättchen wurde durch ein Pfister'sches Sphärometer gemessen. Der Condensator hatte keinen Schutzring; seine Capacität wurde nach der Formel von Kirchhoff berechnet. Aus den Versuchen ergiebt sich im Mittel:

$$v = 30{,}188 \,.\, 10^9.$$

Aus früheren ähnlichen Versuchen mit einem 90 mm grossen Condensator nach Art der von R. Kohlrausch construirten hatte Klemenčič[1]) den Mittelwerth $v = 30{,}41 \,.\, 10^9$ abgeleitet.

[1]) Klemenčič, Wien. Ber. **93**, 47, 1886; Beibl. **10**, 645.

Diese Versuche hat Klemenčič [1]) nach folgender Methode fort- 976
gesetzt:

Ist ein Condensator von der Capacität C mit der Elektricitätsmenge Q bis zum Potential P geladen und wird durch einen Widerstand R zur Erde abgeleitet, so ist das Potential p zur Zeit t gleich $p = Pe^{-t/CR}$ und die in ihm enthaltene Elektricitätsmenge $q = Qe^{-t/CR}$, wobei die Capacität der Ableitungsdrähte vernachlässigt ist. Zugleich wird in letzteren eine Induction ausgeübt. Ist der Selbstinductionscoëfficient derselben L, so ist nach W. Thomson:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{CL} = 0,$$

woraus sich ergiebt:

$$q = Q\,\frac{e^{-\alpha t}}{2\gamma}\,[(\gamma + \alpha)e^{\gamma t} + (\gamma - \alpha)\,e^{-\gamma t}],$$

worin $\alpha = R/2L$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$ und $\beta^2 = 1/CL$ ist. Ist $\beta^2 > \alpha^2$, so hat man oscillatorische, ist $\beta^2 < \alpha^2$, continuirliche Entladungen. Letzteres ist bei den Versuchen der Fall. Die Gleichung für q lässt sich bei der Entwickelung der $\sqrt{1 - 4L/CR^2}$ reduciren auf:

$$q = Qe^{-\frac{t}{CR}}\left(1 + \frac{L}{CR^2}\right).$$

Bei den Versuchen bilden die beiden Zinken einer Stimmgabel von 32,02 Doppelschwingungen in der Secunde, welche mit Bügeln mit Platinspitzen versehen sind, die in Quecksilbernäpfchen 1 — 4 und 2 — 3 eintauchen, zwei Stromschlüsse, welche die Ladung und Entladung der Condensatoren besorgen. Näpfchen 2 ist mit einer andererseits zur Erde abgeleiteten Batterie von 1 bis 2 Daniell'schen Elementen, Näpfchen 3 mit der einen Platte eines andererseits ebenfalls abgeleiteten Condensators verbunden; Näpfchen 4 mit derselben Platte und Näpfchen 1 mit einer zur Erde geführten Leitung, in welche von einem Rheostaten W bis zu 10000 S.-E. und Zinkvitriolwiderstände bis zu 1 Megohm eingeschaltet werden konnten, und die ein Galvanometer enthielt, zu welchem event. ein beliebig einzustellender Rheostat als Nebenschluss angebracht werden konnte.

Die Stimmgabelinterruptoren wirkten sehr regelmässig. Wird in Folge der Schwingungen der Stimmgabel der Condensator $n$mal in der Secunde vollständig geladen und entladen, so ist der Galvanometerausschlag $\Psi = nkQ$, wo k eine Constante. Wird der Condensator nur während der Zeit t mit der Erde verbunden, so dass er noch die Elektricitätsmenge q enthält, so ist der Ausschlag:

$$\psi = nk\,(Q - q) = \Psi e^{-\frac{t}{CR}}\left(1 + \frac{L}{CR^2}\right).$$

[1]) Klemenčič, Wien. Ber. 93, 47, 1886; Beibl. 10, 645.

Ist $\mu = L / CR^2$, und wird das elektrostatische System durch den Index s, das elektromagnetische durch m bezeichnet, so ist:

$$v^2 = log \left(\frac{\Psi (1 + \mu)}{\Psi - \psi} \right) C_s R_m \cdot \frac{1}{t \, log \, e}.$$

Als Galvanometer dient ein Meyerstein'sches Spiegelgalvanometer mit astatischem Nadelpaar. Die Ruhelagen wurden aus je drei Umkehrpunkten nach geeigneter Beruhigung bestimmt. Der Hauptantheil der Selbstinduction fällt auf die Galvanometerrolle. Es ergab sich $L = 144\,000$ km. Der Werth μ ist etwa nur 0,0037.

Erst wurde R bestimmt, Ψ beobachtet, dann t und zuletzt ψ, und die Beobachtungsreihe in umgekehrter Aufeinanderfolge wiederholt.

Die Quecksilbernäpfe wurden mit auf gewöhnliche Weise gereinigtem und filtrirtem Quecksilber gefüllt und bei Unregelmässigkeiten dasselbe erneuert und die Platinspitzen mit Schmirgelpapier und reinem Papier geputzt.

Als Condensatoren wurden der früher beschriebene A zur Untersuchung der Gase verwendete (Bd. II, §. 103) und zwei Condensatoren B und D aus 2 mm dicken, 20 cm im Quadrat grossen Kesselblechplatten verwendet, welche je durch vier 1,2 mm dicke Ebonitplättchen getrennt waren. B enthielt 52, D 39 Platten, von denen je die geraden und ungeraden mit einander verbunden waren. Ihre Capacitäten wurden durch Vergleichung mit der eines Condensators aus zwei verschiebbaren Stahlplatten bestimmt, dessen Platten die Abstände 0,1108 und 0,3330 cm erhielten. So war $C_A = 14\,366$, $C_B = 14\,412$, $C_D = 10\,996$ cm. Die Zeit t, ein Bruchtheil der Doppelschwingung einer Stimmgabel, wurde experimentell bestimmt, indem vor dem Galvanometer ein Nebenschluss, in die Hauptleitung ein grösserer Widerstand eingeschaltet war und durch Verbindung des von der Ladungskette zu Näpfchen 2 führenden Drahtes mit Näpfchen 1 die Kette dauernd geschlossen wurde. Der Galvanometerausschlag sei Φ. Dann wurde derselbe Draht statt mit Näpfchen 1 mit Näpfchen 4 verbunden, wobei die Kette nur während der Dauer der Contacte zwischen 4 und 1 geschlossen war. Ist der Ausschlag jetzt φ, so ist $t = \varphi / N\Phi$, wo tN die Schwingungszahl.

Als Zinkvitriolwiderstände dienen enge U-förmige Capillarröhren von etwa 50 cm Länge, welche an den Enden mit weiteren verticalen Röhren verbunden sind, in die amalgamirte Zinkstreifen tauchen. Der Widerstand der Galvanometerrolle betrug $4477 . 10^9$ absolute Einheiten bei 16,2°.

Die Capacität der Ableitungsdrähte ist nicht zu vernachlässigen, da für drei Widerstände von der Grösse, dass in der Zeit t etwa $^1/_3$, $^1/_2$ und $^2/_3$ der Gesammtladung abfliessen konnte, die Werthe von v zwischen 30,48 und $30\,10^9$ differirten. Eine theoretische, durch das Experiment bestätigte Ueberlegung zeigte jedoch, dass für einen gewissen Widerstand R der Einfluss der Capacität der Ableitungsdrähte gleich Null ist. Die Beobachtungen wurden dann nur bei solchen Widerständen gemacht.

Als Resultate der Versuche ergiebt sich nach der ersten Methode bei zwei Reihen $v = 30{,}188$ und 30,13 . 10^9, nach der gegenwärtigen

$$v = 30{,}15 \,.\, 10^9.$$

Der richtige Werth dürfte dem ersten am nächsten liegen.

Colley [1]) hat in einer mehr vorläufigen Untersuchung die Capacität C 977 eines Condensators in elektrostatischem Maasse und c in elektromagnetischem Maasse verglichen. Es ist $c = c/v^2$. Wird der Condensator entladen und ist der Selbstinductionscoëfficient L in elektromagnetischem Maasse, τ die Dauer einer einfachen Schwingung, so ist:

$$\tau = \pi \sqrt{Lc},$$

also

$$v = \frac{\pi}{\tau} \sqrt{L\,C}.$$

Es bedarf also der Ausmessung einer Zeit und zweier Längen L und C in absolutem Maasse.

Die Messung der Zeit geschah vermittelst eines Chronometers von Breguet, die der Längen an einem mit dem Normalmeter im Conservatoire des arts et métiers verglichenen Maassstabe. Dann waren Rollen mit bekanntem Selbstinductionscoëfficienten L und Condensatoren mit bekannter elektrostatischer Capacität herzustellen, letztere durch erstere zu entladen und die Schwingungsdauer bei der Entladung zu messen.

Die Normalrollen wurden aus drei Brettern hergestellt, von denen das mittlere etwas kleiner war, und in die zwischen ihnen gebildete rechteckige Fläche 15 Lagen gut isolirten Kupferdrahtes in je 20 Windungen gewickelt. Der innere und äussere Durchmesser der Rolle (34,47 und 31,47 cm) und die Breite der Fläche, 3,76 cm, wurden mittelst eines Zirkels genau abgemessen. Der Selbstinductionscoëfficient wurde nach den Formeln von Maxwell und Stefan bestimmt. Die Resultate stimmen sehr gut überein, 49,10 und 49,1452 . 10^6 cm. Mit dieser Rolle wurden mittelst der Wheatstone'schen Drahtcombination zwei andere und ein Spiegeloscillometer (Bd. IV, §. 411, Anm.) verglichen.

Die Capacitäten der Condensatoren wurden mit der eines selbstgefertigten Normalcondensators verglichen. Er bestand aus drei grossen, über einander gelegten versilberten Spiegelglasplatten, von denen die mittlere beiderseits, die beiden anderen nur auf der der mittleren zugekehrten Seite versilbert waren und die durch fast gleich dicke Glasscheibchen von 2 cm Durchmesser von einander getrennt waren. Der Condensator ruhte auf einer erwärmten und dann erkalteten Paraffin-

[1]) Colley, Wied. Ann. 28, 1, 1886.

schicht in einem Kasten. Die obere und untere Belegung waren mit der Erde verbunden. Die Dicken wurden mittelst eines Sphärometers bestimmt.

Die Belegungen der mittleren Platten waren durch zwei einander entsprechende Kreisstriche in einen mittleren Theil und einen Schutzring zerlegt. Der centrale Theil des Condensators bestand aus zwei Halbkreisen, welche mit ihrem Durchmesser an einem Rechteck anlagen. Die Berechnung der Capacität ist ohne Schwierigkeit, wobei die Einwirkung des Schutzringcondensators, der Glasscheibchen u. s. f. hinzukommt. Mit diesem Condensator wurden die Capacitäten von vier anderen, aus je 50 Stanniolblättern mit Zwischenlage von paraffinirtem Papier, ein Condensator aus einem Ruhmkorff'schen Inductorium, einer aus 49 Glimmercondensatoren einer Planté'schen rheostatischen Maschine und der einer Batterie von 200 röhrenförmigen dünnglasigen Flaschen verglichen. Der Vergleich bestand darin, dass die Condensatoren eine kurze messbare Zeit mit den Polen einer constanten Kette verbunden und dann durch ein Galvanometer entladen wurden.

Die Schwingungsdauer τ wurde vermittelst des Oscillometers bestimmt. Das Resultat ist:

$$v = 3{,}015 \; 10^{10} \text{ cm/sec.}$$

Bei anderen unter weniger günstigen Bedingungen angestellten Versuchen ergaben sich die weniger zuverlässigen Werthe $v = 30{,}72\;10^9$ und $v = 30{,}97\;10^9$.

978 J. J. Thomson und G. F. C. Searle[1]) haben ebenfalls den Werth v bestimmt.

Der benutzte Condensator bestand aus einem horizontalen Ebonitbrett mit zwei concentrischen Rinnen, in deren kleinere ein cylindrischer Messingring A von 10 cm Höhe und 23 cm innerem Durchmesser passt. Auf dem oberen Rande derselben sind drei V-förmige Ebonitplatten von gleicher Höhe (etwa 3 mm) befestigt und auf denselben ein etwa 60 cm hoher Messingcylinder B von genau gleichem Durchmesser wie der Messingring und ihm coaxial aufgesetzt. Oben trägt derselbe wieder drei Ebonitplatten wie oben und darauf einen Messingring C, wie der vorher erwähnte. Ein anderer aus zwei Ringen, wie die vorherigen, und einem längeren Mittelstück D, wie B zusammengesetzter Cylinder von dem inneren Durchmesser 25 cm, ist in die äussere Rinne des Ebonitbrettes gesetzt und umgiebt coaxial den einen Cylinder, von ihm durch drei gleich dicke Ebonitstücke getrennt. Der eine Cylinder oder der Schutzring wurde mit einem geladenen Goldblattelektrometer, der andere

[1]) Frühere Messungen von J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc. **35**, 346, 1883; Beibl. **7**, 923. Trans. Roy. Soc. London 1883 [3], p. 707; Beibl. **8**, 667. Weiter ausgeführt nach einer im Wesentlichen gleichen Methode von J. J. Thomson und G. F. C. Searle, Phil. Trans. Roy. Soc. London **181** A, 583, 1890; Beibl. **15**, 599.

Cylinder mit der Erde verbunden. Dass die Isolation gut war, zeigte sich an dem unveränderten Stande der Goldblätter während fünf Minuten. Die Capacität des Condensators, welcher als ein System von zwei coaxialen Kreiscylindern zu betrachten ist, wurde nach der Formel $^1/_2\, l / log(a/b)$ berechnet, wo l die Länge, a der innere Durchmesser des äusseren und b der äussere Durchmesser des inneren Cylinders ist. Ist der Abstand der Axen der Cylinder nicht Null, sondern von kleiner Grösse c, so wird die Capacität:

$$^1/_2 l / log\, a/b \,.\, \{1 + c^2/[(a^2 - b^2) log\, b]\}.$$

Eine zweite Correction wurde wegen der Zwischenräume $2D$ zwischen dem inneren Cylinder und den Schutzringen berechnet. Ist $2c$ der Abstand der Schutzringe vom Cylinder, so ist, wenn die Breite der Zwischenräume $D = 2c$ gesetzt wird, die Correction nur $^1/_{2000}$. Sodann wurde eine andere Correction wegen der kleinen Potentialdifferenz zwischen denselben berechnet, welche $^1/_{1800}$ beträgt, und eine Correction wegen der Conicität der Cylinder, welche aber so gut wie verschwindet, wenn $a - b$ der mittlere Werth ihrer Abstände ist.

Die Dimensionen des Condensators wurden auf das Normalmeter des Cavendish-Laboratoriums mittelst zweier Ablesemikroskope mit vorher geprüften Mikrometerschrauben bezogen und die Correction wegen der Temperatur ausgeführt. Die Durchmesser wurden durch Schubmaasse bestimmt, welche mit harten Stahlknöpfen zum Anlegen versehen waren. Der eintretende Contact wurde durch ein Telephon erkannt. Der Abstand der beiden Cylinder wurde durch Auswägen des die Zwischenräume erfüllenden destillirten und ausgekochten Wassers gemessen, wozu der Apparat oben mit einem Glasdeckel mit einem Hahn mit Trichter und einer zweiten Oeffnung unter Anwendung von rothem Wachs zugekittet wurde.

Zur elektromagnetischen Messung der Capacität diente eine Wheatstone'sche Brücke, deren einer Seitenarm durch einen Commutator unterbrochen ist, dessen Pole abwechselnd mit dem inneren und äusseren Cylinder des Condensators verbunden werden. Die Eintrittsstellen des Hauptstromes in die Stromtheilung der Brücke sind mit einem zweiten Commutator verbunden, durch den der Schutzring mit dem einen oder anderen Pol der Säule verbunden oder abgeleitet werden kann. So lassen sich durch die Commutation alle möglichen Verbindungen des äusseren und inneren Cylinders und Schutzringes, Ladungen und Entladungen hervorbringen. Der Commutator selbst besteht aus einem festen eisernen Gestell mit einer durch einen Schnurlauf drehbaren Axe, auf welche einmal zum Messen der Geschwindigkeit der Drehung eine stroboskopische Scheibe aufgesetzt ist; dann die beiden einander gleichen aus je zwei Theilen einer auf einem Ebonitrohr befestigten Messingröhre bestehenden Commutatoren; endlich eine Schraube ohne Ende, welche ein Rad in Drehung versetzt. Die an den Commutator angreifenden Bürsten werden durch Ωförmige Federn gegengedrückt.

Zur Messung der Geschwindigkeit wurde die stroboskopische Scheibe, auf welche in fünf concentrischen Kreisen 4, 5, 6, 7, 8 schwarze Sectoren in gleichem Abstande geklebt sind, durch ein Paar dünne Schlitze beobachtet, die an den Zinken einer Stimmgabel von etwa 64 Schwingungen angeklebt waren. Durch Verändern des den Motor treibenden Wasserzuflusses konnte die Umdrehungsgeschwindigkeit des Commutators auf der Scheibe so regulirt werden, dass die Sectoren eines der Kreise still zu stehen schienen, so dass dadurch eine grosse Anzahl ganz bestimmter Geschwindigkeiten zwischen $^1/_4$ bis $^4/_8 \times 64$ pro Secunde eingehalten werden konnten. Die Schwingungsdauer der Stimmgabel wurde bestimmt, indem an dem Rade, welches die Schraube ohne Ende am Commutator treibt, eine Nadel befestigt wurde, die durch Contact mit einer Feder einen Strom schliesst, welcher auf einem Zeichenapparat jedesmal einen Punkt zeichnet. Eine Secundenuhr von bekanntem Gange verzeichnet darauf in jeder Secunde ebenfalls einen Punkt. Man vergleicht die Lage der Punkte. Das Galvanometer hat in zwei Rollen $2 \times 16\,000$ sehr gut isolirte, durch das Goldblattelektroskop hierauf geprüfte Windungen von hinter einander verbunden 17,380 Ohm Widerstand. Die Batterie bestand aus 36 Accumulatoren, in zwei Parallelreihen zu je 10 und von der elektromotorischen Kraft 36 Volt. Mittelst des Goldblattelektroskops ergab sich, dass sie völlig isolirt waren. Die drei gebrauchten Widerstandskästen zu 5000 Ohm, 4000 und 100000 B.-A.-U. waren vorher geaicht und ihr Temperaturcoëfficient bestimmt. 1 B.-A.-U. ist gleich $0{,}9867 \times 10^9$ absolute Einheiten gesetzt.

Nach der Reduction der Beobachtungen ergab sich im Mittel von drei Beobachtungsreihen die elektromagnetische Capacität des Condensators bei Drehungsgeschwindigkeiten von 80 bis 16 unabhängig von denselben zwischen 443,701 und $443{,}327 \, . \, 10^{-21}$, im Mittel $443{,}486 \, . \, 10^{-21}$. Die höchste Differenz vom Mittel beträgt nur $^1/_{2000}$. Da der elektrostatische Werth der Capacität 397,927 ist, so ist $v = \sqrt{397{,}927 / (443{,}386 \, . \, 10^{-21})}$, also:

$$v = 2{,}9955 \, . \, 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}.$$

979 Bei den Versuchen von Himstedt[1]) zerfällt die Bestimmung in zwei Theile, einen elektrostatischen, wobei entweder die Capacität eines Condensators oder die Constante eines absoluten Elektrometers zu bestimmen ist, und eine Widerstands- bezw. eine Strommessung.

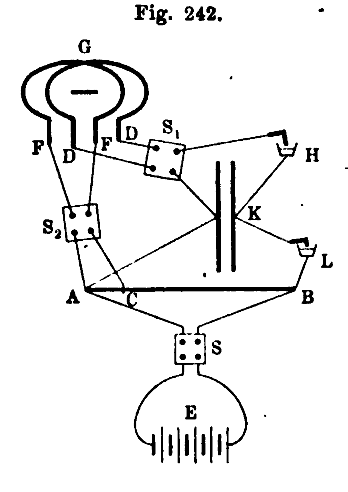
Himstedt hat die Messung einer Capacität als leichter genau ausführbar vorgezogen, und zwar im Wesentlichen nach der Methode von Klemenčič, dessen Resultate von denen der übrigen Beobachter am meisten abweichen.

Ein Condensator von der elektrostatischen Capacität Q (also der elektromagnetischen Q/v^2) wird n mal in der Secunde abwechselnd mit den

[1]) Himstedt, Wied. Ann. 29, 560, 1886; 33, 1, 1888.

Enden A eines Widerstandes AB und den Enden DD der einen Rolle eines Differentialgalvanometers verbunden. Zugleich werden zwei Punkte A und C des Widerstandes von solchem Abstande dauernd mit den Enden der zweiten Rolle FF desselben verbunden, dass die Galvanometernadel keine Ablenkung zeigt. Ist der Widerstand $AC = w$, der von $FF = R$, der von $AB = W$, dann ist:

Fig. 242.



$$n \frac{Q}{v^2} Wi = \frac{wi}{R+w},$$

also

$$v = \sqrt{\frac{nQ\,W(R+w)}{w}}.$$

Die Bestimmungen betreffen also nur Q in elektrostatischem, W in elektromagnetischem Maasse. Dann ist n und das Verhältniss $(R+w)/w$ zu bestimmen. Dagegen sind die Bestimmungen von der Constanz der elektromotorischen Kraft und der Stromintensität unabhängig und die Batterie wirkt stets unter gleichen Bedingungen.

Der Condensator bestand aus zwei, durch drei dünne, aus demselben Stück geschnittene Glasplättchen von einander getrennten, 1,727 cm dicken, vernickelten, horizontalen Stahlplatten, welche auf einem Isolirschemel mit 50 cm langen Glasfüssen standen und von den nächsten Gegenständen mindestens 2 m entfernt waren. Die 0,1 mm dicken Zuleitungsdrähte waren von der Decke oder dem Fussboden den Platten zugeführt. Die Dicken der Glasplättchen wurden mit einem Breithaupt'schen Sphärometer direct auf 0,0001 cm abgelesen. Sie betrug bei fünf Sätzen nach Prüfung der Sphärometerschraube im Mittel 0,21006, 0,34867, 0,47728, 0,61539, 0,92533 × 19917/19965 cm. Die ersten Glasplättchen hatten 0,4, die beiden dickeren 0,5 cm Durchmesser. Ihre Dielektricitätsconstante war zu 6 angenommen. Die Berechnung der Capacität geschah mit Hülfe der Kirchhoff'schen Formel[1]), wozu die Capacität des Stückes HKL kam, welche aus besonderen Versuchen abgeleitet wurde. Die Glasplättchen wurden vor dem Gebrauche 10 Minuten lang in Wasser gelegt und mit reinem Fliesspapier getrocknet[2]). Sie isolirten dann sechs bis acht Tage lang sehr gut. Die Hartgummistützen isolirten ebenfalls sehr gut. Alle Zuleitungsdrähte waren durch Siegellackstangen gehalten.

Das Galvanometer war von der Construction von G. Wiedemann mit Ringmagnet, der, durch den Hauy'schen Stab gedämpft, 14 Secunden

[1]) Kirchhoff, Monatsber. d. Berl. Akad. 1877, S. 143. — [2]) Warburg und Ihmori, Wied. Ann. 27, 485, 1886.

Schwingungsdauer hatte und nahe aperiodisch schwang. Die eine Rolle hatte 11 000 Windungen von 0,1 mm starkem Kupferdraht, die andere 10 000 Windungen von 0,2 mm dickem Neusilberdraht, dessen Temperaturcoëfficient nach mehreren Bestimmungen nur $\alpha = 0{,}00035$ ist und so auf das Resultat nur geringen Einfluss hat. Der mittelst der Wheatstone'schen Brücke dreimal, bei 14⁰, 17⁰ und 20,6⁰, bestimmte Widerstand derselben betrug demnach für 20⁰ im Mittel 33 027 S.-E.

Als Stimmgabelunterbrecher zum Laden und Entladen des Condensators diente die auch von Klemenčič benutzte Einrichtung, zwei Platinspitzen, welche mittelst einer 4 cm langen Siegellackstange an die Stimmgabel gekittet waren. Die Spitzen tauchten nach einander in zwei Quecksilbernäpfe, die mittelst 4 cm langer Siegellackstangen auf Schraubenköpfe gekittet waren, wodurch ihre Einstellung gegenüber den Spitzen vermittelt wurde. Hierdurch wurde einmal der Condensator geladen, das andere Mal entladen. Die Stimmgabel war fest mit der Wand durch eingegypste Krampen verkittet, das Brett mit den Quecksilbernäpfen ganz davon unabhängig am Fensterbrett befestigt. Ausser dieser Vorrichtung wurde noch eine zweite aufgestellt, in die ein intermittirender Strom durch die Elektromagnete eines phonischen Rades geschickt wurde. Auf der Axe desselben war ein Zählerwerk befestigt, so dass aus der bis auf $^1/_{60}$ Umdrehung genau gemessenen Zahl der Umdrehungen des Rades die Zahl der Schwingungen der Stimmgabel abgeleitet werden konnte, und zwar gerade während sie functionirt.

Die in Steingutgefässen voll Kaiseröl befindlichen Widerstandsrollen W hatten 0,25 bis 20 000 S.-E., im Ganzen nahe 111 000 S.-E. Widerstand und konnten durch Kupferbügel mit einander verbunden werden. Ein Widerstand von 1 cm mit Nebenschlüssen von 1 bis 5000 S.-E. aus einem Widerstandskasten diente zur Einschaltung von kleineren Widerständen bis 0,25 S.-E. Eine Aenderung des Widerstandes beim Schliessen der Batterie ergab sich nicht.

Als Batterie wurde eine solche von 28 bis 90 Bunsen'schen Chromsäureelementen in Form der Tassenbatterie verwendet, so dass jedesmal beim Entladen des Condensators durch die betreffende Galvanometerrolle bei 4,5 m Entfernung der Scala vom Spiegel die Ablenkung mehr als 1000 Scalentheile betrug. Die Gläser standen auf einem stark mit Asphaltlack überstrichenen und mit paraffinirtem Papier bedeckten Brett und waren am Rande mit einem etwa 5 cm breiten Paraffinanstrich versehen. Nur dann wurde beobachtet, wenn bei Isolation des einen Pols der Säule und Verbindung des anderen mit dem einen Ende der Galvanometerleitung sich kein dauernder Ausschlag zeigte. Dann war auch beim Umlegen des einen oder anderen Commutators, S, S_1, S_2, in der Leitung keine dauernde Ablenkung zu beobachten.

Bei den Versuchen wurden erst die Isolationen untersucht, die Quecksilbernäpfchen mit gereinigtem Quecksilber gefüllt, die Stimmgabelunterbrecher in Gang gesetzt und die Widerstände w und w_0

gesucht, von deren Enden die Abzweigung zur zweiten Galvanometerrolle erfolgen muss, damit die durch die erste Rolle geschickten Entladungen compensirt werden; bei w dieselben von Condensator und Zuleitung, bei w_0 nur von letzterer.

Bei einem bestimmten Secundenschlag wurde das Zählerwerk am phonischen Rade eingefügt, beide Leitungen zum Galvanometer wurden geschlossen, der Strom durch den Hauptcommutator geschlossen, derselbe commutirt und wieder umgekehrt. Dann wurde der Strom unterbrochen, beide Commutatoren in den Leitungen zum Galvanometer umgelegt, wieder geschlossen und zweimal commutirt. Darauf wurde der Hauptstrom wieder unterbrochen, die beiden Stromwender umgelegt und die erste Beobachtung wiederholt. Nach Ausschaltung des Condensators wurde ganz in derselben Weise w_0 bestimmt, dann der Condensator eingeschaltet und die ersten Bestimmungen von w wiederholt. Dieselben gaben die früheren Resultate. Bei einem bestimmten Secundenschlage wurde das Zählerwerk angehalten und die Temperatur der Widerstände sowie ihr Werth mittelst der Wheatstone'schen Brücke bestimmt. Die Dauer eines Versuches betrug 10 bis 15 Minuten.

Wurde der Condensator bei verschiedenen Plattenabständen benutzt, so bewährte sich die Formel von Kirchhoff, wobei eine ganz schwache Concavität der einen Platte berücksichtigt wurde.

Dass die Ladung und Entladung des Condensators bei jeder Schwingung der Stimmgabel vollständig war, folgte daraus, dass der definitive Werth v bei 44 bis 89 Entladungen in der Secunde sich gleich ergab.

Fig. 243.

Es wurde bei den Versuchen stets mit der mittleren Glasdicke $d = 0{,}4761$ begonnen und diese auch zwischen die Versuche mit anderen Dicken eingeschaltet.

Bei jeder einzelnen Versuchsreihe mit allen Glasdicken variirten die Werthe $v \,.\, 10^{-10}$ cm/sec. höchstens von 3,032 bis 3,0132 und die Mittelwerthe aller Versuchsreihen mit den einzelnen Dicken von 3,0044 bis 3,0088.

Das Gesammtmittel ist für v:

$$v = 3{,}0074\ 10^{10}\ \text{cm/sec.}$$

Eine zweite Beobachtungsreihe **980** wurde später von Himstedt[1]) nach der Methode von Maxwell (Fig. 243) ausgeführt, wo AB, BC, CD, deren Widerstände w_2, w_1, w_3 seien, drei Arme einer Wheatstone'schen

[1]) Himstedt, Wied. Ann. **33**, 1, 1888.

Brücke sind. Der vierte Arm AF hat einen sehr kleinen Widerstand, dem parallel ein Condensator K geschaltet ist. E ist die Säule, G das Galvanometer. Durch einen Stimmgabelunterbrecher kann die Leitung zum Condensator zwischen den Quecksilbernäpfen 1 bis 2 und 3 bis 4 abwechselnd geschlossen und geöffnet und derselbe somit geladen und durch AF entladen werden.

Ist die Schwingungszahl n der Stimmgabel, und $1/n$ klein gegen die Schwingungsdauer des Galvanometers, so kann man durch geeignete Grösse der Widerstände bewirken, dass das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt. Dann ist nach **Maxwell**:

$$n\frac{C+\gamma}{v^2} = \frac{w_1}{w_2 w_3}.$$

C/v^2 ist die Capacität des Condensators, γ/v^2 die der Zuleitungsdrähte in elektromagnetischem Maasse. Wird der Condensator ausgeschaltet und der Widerstand w_1 durch einen solchen ω ersetzt, dass die Galvanometernadel wieder keinen Ausschlag zeigt, so ist:

$$n\frac{\gamma}{v^2} = \frac{\omega}{w_2 w_3},$$

also

$$v = \sqrt{\frac{n C w_2 w_3}{w_1 - \omega}}\ ^{1)}.$$

Der Condensator war der früher benutzte, ebenso der Stimmgabelunterbrecher. Das Galvanometer war mit einem Glockenmagnet versehen, der durch einen Ring von weichem Eisen astasirt war. Die aus 0,1 mm dickem Kupferdraht gewickelten, mit weisser Seide doppelt übersponnenen Rollen waren durch eine breiige Lösung von Paraffin in Terpentinöl gezogen und hatten bei 18° etwa 14000 S.-E. Widerstand. Die Fussschrauben des Galvanometers standen auf Siegellackstangen. Ein aus Paraffinplatten und Siegellackstangen gefertigter Commutator gestattete den Strom im Galvanometer umzukehren. Die Widerstände bestanden aus Nickelin und Neusilber und lagen in Kaiseröl. Sie wurden nur durch Quecksilbercontacte verbunden und durch Vergleichung mit einem **Siemens**'schen Kasten auf 20° reducirt.

Als Batterie diente eine solche von **Koosen** mit übermangansaurem Kali. Der Widerstand derselben steigt schnell, was aber in der Formel

---

1) Nach J. J. **Thomson** ist die Formel von **Maxwell** in strengerer Form:

$$n\frac{C+\gamma}{v^2} = \frac{w_1}{w_2 w_3}\,\frac{1 - \dfrac{w_1^2}{(w_1+w_2+g)(w_1+w_3+e)}}{\left(1+\dfrac{w_1 e}{w_2(w_1+w_3+e)}\right)\left(1+\dfrac{w_1 g}{w_3(w_1+w_2+g)}\right)},$$

wo γ der Widerstand des Galvanometers, e der der Säule ist. Nach den bei **Himstedt** nach dieser Formel berechneten Versuchen beträgt die hierdurch bedingte Correction nur 0,01 bis 0,03 Proc.

von J. J. Thomson wenig Einfluss hat. Später wurden grössere Chromsäureelemente ohne Thondiaphragma benutzt, deren Widerstand stets unter 2 bis 3 S.-E. war, so dass der Gesammtwiderstand der Batterie unter 250 S.-E. blieb.

Durch einen vorläufigen Versuch, wobei w_2 und w_3 unverändert blieben, w_1 aber bis zum Verschwinden des Galvanometerausschlages mit und ohne Einfügung des Condensators abgeändert wurde, wurden w_1 und ω bestimmt. Sodann wurde mit einem bestimmten Secundenschlag das Zählerwerk am phonischen Rade eingefügt und abwechselnd w_1 (dreimal) und ω (zweimal) bestimmt. Die Ablesungen differirten um nie mehr als 0,1 Proc. Durch Umlegen des Commutators am Galvanometer wurde die unveränderte Einstellung seiner Nadel festgestellt. Nachher wurde das Zählerwerk angehalten und die Temperatur der Widerstände bestimmt.

Die Schwingungszahl der Stimmgabel betrug 49 bis 107 in der Secunde. Die Resultate blieben dabei unverändert, so dass die Ladung und Entladung des Condensators vollständig erfolgte. Auch wurden die einzelnen Gefässe mit den Widerständen umgestellt, und die letzteren zwischen den Grenzen 64 000 und 16 500, bezw. 787 000 und 903 000 S.-E. geändert. w_1 variirte zwischen 1595 und 5355 S.-E. Die Capacität des Condensators betrug 350,204 cm.

Aus allen Versuchen ergab sich im Mittel

$$v = 3{,}081 \; 10^{10} \, \text{cm/sec.}$$

Die früheren Versuche mit dem Differentialgalvanometer hatten $v = 3{,}0074 \; 10^{10}$ cm/sec. ergeben.

Bei beiden Bestimmungen betrug

	der grösste Werth	der kleinste Werth
I.	$v = 3{,}0132 \; 10^{10}$	$v = 3{,}0032 \; 10^{10}$
II.	$v = 3{,}0112 \; 10^{10}$	$v = 3{,}0056 \; 10^{10}$.

Die Genauigkeit ist also eine sehr grosse.

981

Bei den Versuchen von Pellat[1]) geht der Strom einer Säule von mehreren Hundert kleinen Elementen durch einen aus n gleichen Widerständen ($R' = 100000 \; \Omega$) zusammengesetzten grossen Widerstand R. Die Potentialdifferenz an den Enden eines der Widerstände R' wird durch die elektromotorische Kraft eines Theiles einer Säule B von 13 Clarkelementen compensirt, was an einem Capillarelektrometer controlirt wird. Die an den Enden des Gesammtwiderstandes R vorhandene, im gleichen Augenblicke an einem Thomson'schen absoluten Elektrometer gemessene Potentialdifferenz ist danach genau nE, wo E die elektromotorische Kraft der Säule B ist. E wurde bestimmt, indem jedes der 13 Elemente einem Clarkelement T von bestimmter Temperatur

[1]) Pellat, Compt. rend. 112, 783, 1891; Beibl. 15, 449.

gegenübergestellt und die Compensation an einem sehr empfindlichen Capillarelektrometer durch eine Ableitung von einem Strome bewirkt wird. Die elektromotorische Kraft e von T wird in absolutem Maasse etwa alle drei Monate gemessen, indem das Element durch eine Abzweigung eines Stromes i von den Enden eines Widerstandes r unter Anwendung eines Capillarelektrometers als Prüfinstrument compensirt wird, welcher Strom i durch Pellat's absolutes Elektrodynamometer gemessen ist. Der Widerstand r von unbedecktem Draht lag in einem Petroleumbade von constanter Temperatur. Dann ist $e = ir$.

Die elektromotorische Kraft nE wurde an einem absoluten Elektrometer von Thomson gemessen, wobei durch einen sorgfältig isolirten Commutator die Enden des Widerstandes R mit der unteren Platte bezw. mit der äusseren Belegung der Leydener Flasche des Elektrometers verbunden wurden. Man erhält so, indem man die Verbindungsdrähte vertauscht, den doppelten Werth von nE. Durch 10 bis 20 abwechselnde Beobachtungen in gleichen Intervallen (30 Sec.) eliminirt man den sehr schwachen Elektricitätsverlust der Leydener Flasche. Bei der ersten Reihe (20 Bestimmungen) war $R = 1$ Megohm, die Potentialdifferenz an den Enden von R 189 V. Es ergab sich $v = 3{,}0093 \,.\, 10^{10}$; bei der zweiten Reihe (33 Bestimmungen) war $R = 2$ Megohm, die Potentialdifferenz 378 V. und $v = 3{,}0091 \,.\, 10^{10}$. Diese Zahl weicht von der von Cornu gemessenen Lichtgeschwindigkeit ($3{,}004 \,.\, 10^{10}$) nur um $^1/_{600}$ ab.

982 Eine Reihe von Bestimmungen von v ist auch von nordamerikanischen Physikern ausgeführt worden, so zunächst von Henry A. Rowland mit E. H. Hall und L. B. Fletcher[1]).

Ein Normalcondensator von genau bekannter Gestalt wurde zu einem an einem sehr genauen absoluten Elektrometer gemessenen Potential geladen, durch ein Galvanometer von bekanntem Reductionsfactor entladen und der Ausschlag der Nadel bestimmt.

Das Elektrometer ist ein Thomson'sches Schutzringelektrometer, dessen bewegliche Platte 10,18 cm Durchmesser hat und an dem Arme einer Wage inmitten eines Schutzringes von 10,38 cm innerem und 330 cm äusserem Durchmesser hängt. Alle Oberflächen sind nickelplattirt und geschliffen, dass sie spiegeln, und auf sehr genau zu messenden Abstand einzustellen. Die Einstellung der auf weniger als 1 mg empfindlichen Wage kann mittelst eines Haares, welches sich vor einer Scala bewegt, und durch eine Linse beobachtet wird, nach der Methode von Sir W. Thomson genau beobachtet werden.

Das Instrument ist durch Aenderung der Abstände und Gewichte justirt worden und bis mindestens auf $^1/_{400}$ Theile genau. Die wesent-

---

1) Rowland, Hall und Fletcher, Phil. Mag. [5] 28, 304, 1889; Beibl. 14, 70.

lichen Theile sind in eine Messinghülle eingeschlossen. Da die Einstellung der Wage unter dem Einflusse der vereinten Wirkung der Gewichte und elektrostatischen Kräfte eine labile ist, werden ihre Ausschläge auf jeder Seite von ihrer normalen Stellung auf $^1/_{10}$ mm beschränkt. Das Mittel der beiden Abstände, bei denen die Wage auf oder nieder ging, wurde als maassgebend angesehen. Die Platten konnten fast bis auf $^1/_{40}$ mm genau eingestellt werden.

Der Condensator bestand aus einer sehr sorgfältig gearbeiteten und nickelplattirten Hohlkugel, in welche zwei verschieden grosse Kugeln von 10,1 und 8,9 cm Radius an Seidenfäden genau centrisch eingehängt werden konnten. Durch einen Draht von etwa 0,25 mm Durchmesser, welcher durch die äussere Kugel bis zur Berührung der inneren hindurchgeführt war, wurde die letztere geladen, dann der Draht entfernt und die Kugel durch einen gleich dünnen Draht mit dem Galvanometer verbunden. Dies konnte fünfmal in der Secunde geschehen. Der Durchmesser der Kugeln wurde durch Wägen in Wasser bestimmt, ihre elektrostatischen Capacitäten betrugen 50,069 und 29,556 C.-G.-S.-Einheiten.

Der Multiplicator des verwendeten Thomson'schen Galvanometers war sehr sorgfältig mittelst Papier isolirt und dann im Vacuum in geschmolzenes Wachs getaucht. Seine zwei Rollen hatten je 70 Lagen von 80 Windungen. Sie waren $1^1/_2$ mal so gross als die gewöhnlichen, die Nadel schwebte in einer zur Beobachtung des Spiegels von einem Trichter durchsetzten Metallhülle. Die Constante wurde aus den Dimensionen der Rollen zu 1832,24, durch Vergleichung mit den Rollen eines Dynamometers zu 1833,67, durch Vergleichung mit einem einfachen Kreise gleich 1832,56 gefunden, im Mittel zu 1832,82. Diese Werthe sind für das Galvanometer zur Vergleichung gebraucht. Die Galvanometerconstante selbst ist 19 087. Die festen Rollen des Dynamometers hatten 240 Windungen in einer 0,84 cm tiefen, 0,86 cm breiten Rinne. Der mittlere Radius der festen Rollen betrug 13,741, ihr mittlerer Abstand 13,786 cm. Die entsprechenden Maasse für die beweglichen Rollen waren: Zahl der Windungen 126, Tiefe und Breite der Rinne 0,41 und 0,38 cm, mittlerer Radius und Abstand 2,760 und 2,707 cm, woraus die Constante 0,006 457 folgt. Durch Vergleichung mit einer Tangentenbussole von 80 cm Durchmesser ergab sich dieselbe nach genauer Bestimmung des Erdmagnetismus zu 0,006 451, also im Mittel 0,006 454. Die Aufhängung der beweglichen Rolle war bifilar, eine Correction war nicht nöthig. Ihr Trägheitsmoment, 826,6 C.-G.-S.-Einheiten, wurde durch Schwingungen beim Hineinschieben einer Röhre und Belasten derselben mit Gewichten in verschiedenen Abständen von der Mitte bestimmt. Das Elektrodynamometer diente dazu, die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus in jedem Augenblicke am Orte des ballistischen Galvanometers zu bestimmen. Hierzu wurde dasselbe in die Mitte des 80 cm grossen Kreises gestellt und gleichzeitige Messungen am Elektrodynamometer und Gal-

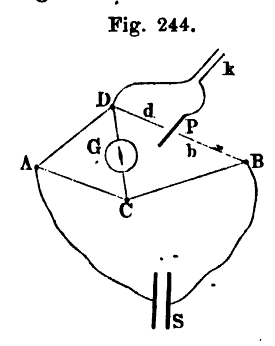
vanometer vorgenommen. Zuerst wurde eine grosse Leydener Batterie geladen, mit dem Condensator verbunden, das Potential gemessen und der Condensator mittelst des Entladers durch das Galvanometer entladen, dessen erster Ausschlag abgelesen wurde, und wieder das Potential genommen. Eine Correction war hierbei nöthig, da vorher die Batterie und der Condensator geladen waren, nachher nur die erstere.

Das Mittel der Versuche ergab $v = 2{,}9815 \; 10^{10}$ cm/sec. Die einzelnen Versuchsreihen geben Zahlen, die zwischen 2,9880 und 2,9669 variiren, also um etwas mehr als $^1/_2$ Proc., weshalb sich der Verf. nicht ganz mit dem Resultate befriedigt erklärt.

983 Diese Versuche theilt Rowland bei Gelegenheit der folgenden Veröffentlichung der unter Leitung von Kimball ausgeführten Messungen von Eduard B. Rosa mit.

Die Bestimmungen von Rosa[1]) wurden in der John Hopkins University im Wesentlichen nach der Methode von Maxwell (Treatise 2, §. 776) angestellt. In einer Wheatstone'schen Brückencombination $A(CD)B$ (Fig. 244) wird in einem Stromzweige DB eine Unterbrechung angebracht und zwischen dem an der Brückenleitung CD liegenden Ende desselben und der Unterbrechung ein kugelförmiger Condensator b eingeschaltet, dessen an der Unterbrechungsstelle endende Leitung mittelst einer Zunge abwechselnd mit der der Säule in BS oder der der Brücke zugewendeten Elektrode der Unterbrechungsstelle verbunden wird. Man regulirt, während AD und CB gross sind, den Widerstand des Zweiges AC, bis das Galvanometer in der Brücke auf Null verbleibt. Hierdurch wird der Condensator abwechselnd geladen und entladen. — Der Vortheil dieser Methode vor den übrigen ist, dass v die Quadratwurzel des Verhältnisses von Capacitäten ist. Auch ist die genaue Kenntniss der elektromotorischen Kraft, des Widerstandes der Kette und ihre Constanz nicht erforderlich. Ferner ist die Methode eine Nullmethode. Die Bestimmung der Periode der Oscillationen der Zunge ist leicht, ebenso die der Widerstände der Zweige.

Fig. 244.



Als Condensator dient der im vorigen Paragraphen beschriebene Kugelapparat. Das Galvanometer ist ein Thomson'sches astatisches von grossem Widerstande. Die Oscillationen der Zweige werden durch eine elektromagnetisch erregte Stimmgabel bewirkt, an deren Zinken zwei mit Platinspitzen versehene Messingdrähte angebracht sind, deren Enden in der Ebene der Zinken senkrecht zu ihnen nach derselben Seite

[1]) Rosa, Sillim. Journ. 38, 298, 1889; Phil. Mag. [5] 28, 315; Beibl. 14, 72.

gebogen sind und in zwei auf Ebonitklötzen stehende Quecksilbernäpfe eintauchen. Entfernen oder nähern sich die Zinken einander, so taucht abwechselnd die eine oder andere Platinspitze in den darunter befindlichen Napf. Die Spitzen machen Schwingungen von etwa 3 mm Weite und stehen in der Ruhe 0,5 mm über dem Quecksilber. Der oscillirende Apparat ist möglichst nahe am Condensator angebracht, um die Capacität der Verbindungsdrähte bei der Ladung möglichst zu reduciren. Alle Leitungen sind sorgfältigst isolirt.

Bei Einstellung des Galvanometers in die Brücke ging durch dieselbe höchstens $^1/_{2500}$ des Stromes der Säule. Als solche wurde eine Accumulatorenbatterie von etwa 80 Volts elektromotorischer Kraft verwendet. Die Widerstände von AC wurden einem sorgfältig calibrirten Elliot'schen Widerstandskasten von 12000 Ohm entnommen, der Widerstand von BC war 100000 Ohm von derselben Bezugsquelle. Der Widerstand AD bestand aus Graphitstrichen auf einer matten Glasplatte, die nachher sorgfältig lackirt war. Zwei solche Widerstände betrugen 1570000 und 2450000 Ohm. Sie waren lange Zeit constant und wurden mit dem oben erwähnten Widerstandskasten mittelst einer Wheastone'schen Brücke vom Widerstandsverhältniss 1 : 99,89 verglichen.

Die Fehler in den Widerständen waren sehr klein, und dieselben wurden für Temperaturänderungen corrigirt. Die Periode der zwei benutzten Stimmgabeln von 32 und 130 Schwingungen pro Secunde wurde jedesmal vor, nach oder in der Mitte der Beobachtungsreihe nach der Methode von Michelson bestimmt.

Die Capacität der Zuleitungsdrähte und der oscillirenden Spitzen, welche sich zu der des Condensators addirt, war die gleiche mit und ohne Verbindung mit der inneren Kugel des Condensators. Sie wurde für sich bestimmt. Der Einfluss der Excentricität der inneren Kugel bei Verschiebungen, welche höchstens 0,1 mm auf 25 mm Abstand von der Hülle betrugen, entspricht nach der Formel einer Zunahme der Capacität von nur $^1/_{200}$ Proc. Die Grösse der Kugeln wurde durch Wägen in Luft und Wasser, die der Hülle durch Auswägen mit Wasser bestimmt (s. den vorigen Paragraphen).

In den vier Gruppen von Beobachtungsreihen war ein kleiner Unterschied, der vielleicht darauf beruht, dass bei der einen zwei etwa 5 mm dicke Glasröhren die Drähte umgaben, welche durch die kleine (etwa $^1/_{5000}$ ihrer Oberfläche umfassende) Oeffnung der Hülle zu den inneren Kugeln führten, bei den anderen nicht; indess ist dies unsicher. Die Reihen ergaben die Werthe für die Versuche mit der schnelleren und langsameren Stimmgabel bezw.:

$$v = 2{,}9994 \text{ und } 3{,}0023 \,.\, 10^{10}, \text{ im Mittel } 3{,}0004 \,.\, 10^{10} \text{ cm/sec.},$$

und wenn die möglicherweise etwas unsicheren Werthe fortgelassen werden:

$$v = 2{,}9982 \text{ und } 3{,}0014, \text{ im Mittel } 2{,}9993 \,.\, 10^{10} \text{ cm/sec.}$$

984 Webster[1]) schaltet einen Condensator mit zwei 50 cm im Durchmesser haltenden Platten von den Capacitäten 350,204, 770,513, 998,459 cm zu beiden Quadrantenpaaren eines Elektromotors parallel, und beide werden hinter einander mit einer Batterie und inductionsfreien grossen Bleistiftstrichen w von $^1/_2$ bis 5 Megohm verbunden, welche an den Enden mit Platinfolie verlöthet sind; durch einen Helmholtz'schen Pendelunterbrecher wird die Verbindung hergestellt und eine kurze Zeit t nachher geöffnet. Dann ist der erste Ausschlag des Elektrometers $p = p_0 \left(1 - e^{\frac{-t}{w(c+\gamma)}}\right)$, wo c und γ die Capacitäten des Condensators und Elektrometers sind. Eine zweite Versuchsreihe ohne Verbindung mit dem Condensator gab γ mit Einschluss der Capacitäten der Leitungsdrähte und eines Hülfscondensators, um $c + \gamma$ und γ nahe einander gleich zu machen. t wird durch Verstellung der Contacte des Unterbrechers durch eine Mikrometerschraube, von der ein Theilstrich $1{,}1346 \, . \, 10^{-6}$ Sec. entspricht, verändert. Die Versuche wurden zwischen 100 und 2000 Theilen des Mikrometers angestellt. Es ergab sich

$$v = 2{,}987 \, . \, 10^{10} \text{ cm/sec.}$$

985 H. Abraham[2]) berechnet die Capacität eines ebenen Condensators mit Schutzring aus den Dimensionen zu etwa 50 C.-G.-S.-Einheiten. Die Platten desselben sind aus 2,3 cm dicken, 35 cm im Durchmesser haltenden, überall versilberten Glasplatten gebildet. Die eine Platte ruht auf Paraffinständern, in der anderen ist in die Silberbelegung ein 22 cm weiter, 0,1 mm breiter Kreis eingeschnitten, so dass der äussere Ring als Schutzring dient. In der Mitte ist letztere Platte conisch ausgebohrt, dort versilbert und in das 2,5 mm weite Loch ein gut schliessender Silberconus gesteckt, der mit einem zum Messapparat führenden Draht verbunden ist. Die Aenderung der Oberfläche der Platte hierdurch ist zu vernachlässigen. Das ganze System, Collectorplatte und Schutzring ist durch drei gleich dicke, unter dem Schutzring stehende Quarzplatten von der Collectorplatte getrennt. Durch den Schutzring wird bei einem Abstande der Platten von 1 cm der Einfluss der äusseren Ränder der Condensatorplatte auf $^1/_{50000}$ reducirt. Die linearen Dimensionen sind alle mit der Theilmaschine, bezw. mit einem Mikroskop, der Abstand der Platten bis auf ein Mikron bestimmt. Die etwaige Biegung der Platten wird berücksichtigt, indem man als elektrische Oberflächen die optischen Oberflächen der Belegungen annimmt. Ein rotirender Commutator von sehr regelmässiger Rotationsgeschwindigkeit sendet durch die eine Windungsreihe eines Thomson'schen Differentialgalvano-

---

[1]) A. G. Webster, Rep. Brit. Assoc. Cardiff 1891, p. 580; Beibl. **16**, 777. — [2]) H. Abraham, Compt. rend. **114**, 654, 1355, 1892; Journ. de Phys. [3] **1**, 361; Ann. d. Chim. et de Phys. [6] **27**, 433, 1892; Beibl. **16**, 696; **17**, 64, 487.

meters von 13000 Ohm Widerstand die periodischen Entladungsströme des Condensators. Die Ablenkung wird durch einen continuirlichen Strom in der anderen Windungsreihe compensirt, welcher von der Ladungssäule, einer sorgfältig durch Paraffin isolirten Gouy'schen Säule von 80 Elementen, geliefert wird. — Die Galvanometerconstante wird bei jedem Versuche bestimmt, ebenso alle Widerstände mit einem Normalohm verglichen.

Fünf bis auf $^1/_{1000}$ übereinstimmende Messungen geben

$$v = 2{,}992 \, . \, 10^{10} \, \text{cm/sec.}$$

Ein legales Ohm ist dabei gleich 106/106,25 des wahren Ohm gesetzt.

Bei einer weiteren Bestimmung von v misst Hurumescu[1]) die elektrostatische Potentialdifferenz zwischen den Endpunkten eines genau bekannten Widerstandes R mittels eines absoluten cylindrischen Elektrometers. Dem Drehungsmoment im Elektrometer wirkt direct entgegen ein anderes, welches von der elektrodynamischen Abstossung herrührt. Mit den Metallflügeln des Elektrometers an derselben Axe befindet sich eine bewegliche Spule, die im Inneren einer langen festen Spule hängt. Man verändert den Widerstand R so lange, bis zwischen den Drehungsmomenten beider beweglicher Systeme Gleichgewicht vorhanden ist. Der Verfasser findet 936

$$v = 3{,}0020 \, . \, 10^{10} \, \text{cm/sec.}$$

Danach würde sich v nach den verschiedenen Beobachtungsreihen folgendermaassen ergeben: 987

	Jahr	$10^{10} \times$
Weber und Kohlrausch	1856	3,107
W. Thomson und King	1869	2,808
Maxwell	1868	2,842
M'Kichan	1872	2,896
Ayrton und Perry	1879	2,960
Shida	1880	2,955
J. J. Thomson	1883	2,963
Klemenčič	1884	3,019
Himstedt	1888	3,009
W. Thomson	1889	3,004
Rosa	1889	2,9993
Webster	1891	2,987
Abraham	1892	2,992
Hurumescu	1895	3,002 cm/sec.

Bei den Bestimmungen von Maxwell, W. Thomson, M'Kichan, Ayrton und Perry ist zunächst die B.-A.-U. zu Grunde gelegt, welche hier gleich 0,987 Ohm genommen ist. Abweichungen können dadurch bedingt sein, dass abweichend z. B. von Klemenčič und Himstedt die

[1]) Hurumescu, Compt. rend. 121, 815, 1895; Beibl. 20, 597.

Zuleitungsdrähte zum Theil nicht berücksichtigt wurden, welche die Capacität des Condensators um 6 Proc. vermehren können[1]).

988 Die Lichtgeschwindigkeit v_0 beträgt nach neueren Bestimmungen von:

	Jahr	$10^{10} \times$
Michelson	1879	2,9991
Michelson	1882	2,9985
Newcomb	1882	2,9986 (2,9981)
Cornu	1874	2,9850
Cornu	1878	3,0040
Young und Forbes . .	1880—1881	3,0138 cm/sec.

Die Uebereinstimmung der Grösse v mit der Lichtgeschwindigkeit ist also sehr gross.

989 Nimmt man $v = 3 . 10^{10}$ cm/sec., so ist danach in mechanischem Maasse die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette etwa gleich $1,122 . 10^8/30 . 10^9 = 3740 . 10^{-6}$, was mit früheren Angaben ziemlich übereinstimmt.

990 Von den bisherigen Definitionen der mechanischen Einheiten etwas abweichend ist die Definition derselben nach der Theorie von W. Weber. Er nimmt an, dass jeder galvanische Strom aus einem Doppelstrom von gleich viel positiver und negativer Elektricität bestehe, welche neben einander in entgegengesetzter Richtung die Leitung durchfliessen (s. das theoretische Schlusscapitel). Hiernach würde die der elektromagnetischen Einheit der Stromintensität entsprechende Menge von positiver oder von negativer Elektricität, welche in der Zeiteinheit hindurchfliessen muss, nur $^1/_2\, v$ sein. Indem Weber aus besonderen, im Schlusscapitel zu entwickelnden Gründen

$$2\, v \sqrt{\tfrac{1}{2}} = C = 440\,010 . 10^6 \text{ mm}$$ [2])

---

[1]) Himstedt, Wied. Ann. 33, 1, 1888.

[2]) Corrigirt von Voigt, Wied. Ann. 2, 476, 1877, statt der früheren Zahl 439 450 . 10^6 mm.

Schon früher hatte man sich vielfach bemüht, die Elektricitätsmengen zu bestimmen, welche durch Wasser hindurchgeleitet werden müssten, um eine bestimmte Quantität desselben in seine Bestandtheile zu zerlegen. Derartige Versuche sind namentlich von Faraday, Buff und Becquerel ausgeführt worden.

Faraday (Exp. Res. Ser. 3, §. 364, 1833, Ser. 7, §. 861, 1834) lud eine Batterie von 15 Leydener Flaschen und etwa 3500 Quadratzoll Oberfläche (innere Belegung) (Originalzahlen) durch 30 Umdrehungen der Scheibe einer Elektrisirmaschine, deren Conductor 12 Fuss lang war und eine Oberfläche von 1422 Quadratzoll hatte. Bei jeder Umdrehung konnten etwa 10 bis 12 einen Zoll lange Funken aus dem Conductor gezogen werden. Der Entladungsstrom der Batterie lenkte die Nadel eines Galvanometers um etwa 22,5° ab. Dieselbe Ablenkung ergab sich durch den 3,2 Secunden dauernden Strom eines Elementes, welches aus zwei $^1/_{18}$ Zoll dicken Kupfer- und Zinkdrähten bestand, die in einem Abstande von $^5/_{16}$ Zoll je $^5/_8$ Zoll tief in saures Wasser (auf 4 Unzen Wasser ein Tropfen Schwefelsäure) getaucht waren. Faraday schloss

setzt, wird, wenn wir die in seinen Einheiten ausgedrückten Constanten mit dem Index *ew* bezeichnen:

---

hieraus, das die bei 800000 Entladungen der Batterie bewegte enorme Elektricitätsmenge nur 1 g Wasser zersetzen würde.

Eines analogen Verfahrens bediente sich Buff (Ann. d. Chem. u. Pharm. **86**, 28, 1853; Compt. rend. **22**, 395, 1846) bei genaueren Versuchen. Der Strom eines constanten Elementes wurde durch einen Multiplicator und ein Voltameter geleitet. Ein Strom, welcher die Nadel des ersteren um 45^0 ablenkte, konnte hiernach 1 mg Wasserstoff aus Wasser in 25096,5 Minuten, ein Strom, der die Nadel um $7,93^0$ ablenkte, dieselbe Menge in 181917 Minuten abscheiden. Das eine Ende des Multiplicatordrahtes wurde mit der einen Belegung einer isolirten Maassflasche von 6,4 qdm Oberfläche, das andere mit der Erde verbunden. Die zweite Belegung der Flasche wurde durch den Conductor der Elektrisirmaschine geladen, und ihr in einer bestimmten Entfernung ein mit der anderen Belegung verbundener Metallknopf gegenübergestellt. Die aus der Ablenkung der Multiplicatornadel berechnete Intensität des Entladungsstromes ergab sich innerhalb gewisser Grenzen proportional dem Producte aus der Zahl der Entladungen der Flasche in der Minute mit der in Millimetern gemessenen Schlagweite. Betrug dieses Product 100, so wurde die Multiplicatornadel constant um $7,93^0$ abgelenkt. Es würde also nach den oben gemachten Angaben der Entladungsstrom der Flasche bei 181917 Entladungen durch eine Schlagweite von 100 mm eine Elektricitätsmenge in Bewegung setzen, welche 1 mg Wasserstoff aus Wasser abschiede. Eine Batterie von 25 qdm Oberfläche würde also 45480 mal geladen werden müssen, um bei einer gleichen Schlagweite dieselbe Wirkung hervorzurufen.

Becquerel (Compt. rend. **22**, 395, 1846) hat endlich die Polarisation A bestimmt, welche Goldelektroden in einem Voltameter durch den Schlag einer Leydener Batterie erfahren, und sodann durch dieselben den Strom eines Elementes geleitet, welches aus einem mit zinkhaltigem Quecksilber gefüllten Pfeifenkopf bestand, der mit einer Platinplatte umgeben und so in Wasser gesenkt war. Auch hier wurde die in einer kleinen Zeit der Schliessung erzeugte Polarisation B bestimmt. Sind die Werthe A und B gleich, so sollen auch die in beiden Fällen durch das Voltameter hindurchgegangenen Elektricitätsmengen gleich sein. Indem nun die durch das Galvanometer bestimmte Intensität des Stromes des Elementes mit der eines constanten Elementes verglichen wurde, dessen Strom in einem Kupfervitriolvoltameter Kupfer ausschied, kam Becquerel zu dem Resultate, dass, um 1 g Kupfer aus einer Lösung von Kupfersulfat oder -nitrat auszuscheiden, eine Elektricitätsmenge durch dieselbe hindurchgehen müsste, welche eine Batterie von 1 qm Oberfläche 14523200 mal laden könnte.

Bei den Mängeln dieser Methoden kann den Resultaten keine besondere Bedeutung beigelegt werden.

W. Weber und R. Kohlrausch (Elektrodyn. Maassbestimmungen, 1856) haben endlich, freilich unter manchen besonderen Annahmen, auch direct die Kraft zu berechnen versucht, welche zur Zersetzung von 1 mg Wasser erforderlich ist. Da der Widerstand von verdünnter Schwefelsäure vom specif. Gewicht 1,25 nach Horsford 696700 mal grösser als der des Silbers, also etwa $0,7417 . 696700 = 516750$ mal grösser ist, als der des Kupfers, der Widerstand eines Kupferdrahtes von 1 mm Länge und 1 mm Querschnitt in absolutem elektromagnetischem Maasse $= 274100$ ist (Weber, Abhandl. der Göttinger Ges. V, Anwendung der Induction auf Inclinationsmessungen), so würde der Widerstand eines gleichen, mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllten Raumes in absolutem, elektromagnetischem Maasse $= 141640 . 10^6$ sein. Unter der freilich sehr gewagten Voraussetzung, dass der Strom nur durch das Wasser geht, welches sich in einzelnen Längsfäden zwischen die Schwefelsäure lagern sollte, würde, da die Mischung $^9/_{10}$ Wasser enthält, der Widerstand des Wassers allein für 1 mm Länge und 1 qmm Querschnitt in der Mischung $W_m = 127470 . 10^6$ oder in mechanischem Maasse $W_{ew} = 8/C^2 . W_m = 127476/155570 . 10^6$ sein. Die zur Zersetzung von 1 mg Wasser in einer Secunde erforderliche Intensität

$$I_m = I_{ew} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{C}; \qquad I_d = I_{ew} \cdot \frac{4}{C}$$

$$E_m = E_{ew} \cdot \frac{C}{2\sqrt{2}}; \qquad E_d = E_{ew} \cdot \frac{C}{4}$$

$$W_m = W_{ew} \cdot \frac{C^2}{8}; \qquad W_d = W_{ew} \cdot \frac{C^2}{16}.$$

991 Wir stellen hier noch einmal das Verhältniss der drei fundamentalen elektrischen und magnetischen Constanten in den verschiedenen Einheiten zusammen. Die Intensitäten I, elektromotorischen Kräfte E und Widerstände W, ebenso die Einheiten (I), (E), (W) derselben sind wie oben mit den Indices $m, d, e; ew$ bezeichnet, wenn sie in elektromagnetischem, elektrodynamischem, elektrostatisch-mechanischem Maasse und in dem Maasse von W. Weber gemessen sind.

Constanten.

$$I_m = \frac{1}{\sqrt{2}} I_d = \frac{1}{v} I_e = \frac{2\sqrt{2}}{C} I_{ew}$$

$$E_m = \sqrt{2}\, E_d = v E_e = \frac{C}{2\sqrt{2}} E_{ew}$$

$$W_m = 2\, W_d = v^2 W_e = \frac{C^2}{8} W_{ew}.$$

---

beträgt nach Weber in elektromagnetischem Maasse $106^2/_3$, also in mechanischem Maasse $I_{ew} = 106^2/_3 \,.\, 155\,570 \,.\, 10^6$. Dieser Werth entspricht zugleich der Quantität q an positiver und an negativer Elektricität, welche nach den Vorstellungen von Weber in einem Doppelstrome durch die metallischen Theile der Leitung in der Secunde hindurchgeht. Im Wasser selbst soll nach denselben Vorstellungen nicht ein Doppelstrom fliessen, sondern die in 1 mg Wasser enthaltenen Sauerstoffatome, welche mit der Elektricität $-2q$ geladen sind, geben an die positive Elektrode $-1q$ ab, welches in derselben weiter strömt, während sich das in der Elektrode ankommende $+1q$ mit dem übrig bleibenden $-1q$ des Sauerstoffs neutralisirt. Ebenso enthielte der Wasserstoff in 1 mg Wasser $+2q$ (vergl. Bd. II, §. 1165). Die elektromotorische Kraft, welche erforderlich ist, um, an den beiden Enden des 1 mm langen Wasserfadens wirkend, einen Strom von der Intensität I_{ew} zu erzeugen, ist hiernach

$$E_{ew} = I_{ew} \,.\, W_{ew} = \frac{106^2/_3 \,.\, 127\,476}{155\,570}.$$

Die Kraft, mit welcher also die elektromotorische Kraft auf die im Wasserstoff oder im Sauerstoff enthaltene Elektricität $2q$ wirkt, ist nach diesen Vorstellungen

$$2\,q\,E_{ew} = 2 \,.\, (106^2/_3)^2 \,.\, 127\,476 \,.\, 10^6.$$

Denkt man sich den einen dieser Stoffe fest, so würde durch diese Kraft der andere mit der Geschwindigkeit von 1 mm in der Secunde fortgetrieben.

Einheiten in verschiedenen Maasssystemen.

$$(I_m) = \sqrt{2}\,(I_d) = v\,(I_e) = \frac{C}{2\sqrt{2}}\,(I_{ew})$$

$$(E_m) = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(E_d) = \frac{(E_e)}{v} = \frac{2\sqrt{2}}{C}\,(E_{ew})$$

$$(W_m) = \frac{1}{2}\,(W_d) = \frac{(W_e)}{v^2} = \frac{8}{C^2}\,(W_{ew}).$$

$$v = 30.10^9\,\text{cm/sec.} \qquad C = 440010.10^6\,\text{mm/sec.}$$

Wir wollen noch einmal die Namen der einzelnen Grössen in den verschiedenen Systemen aufführen. Zu denselben fügen wir kurz die Definitionen und die Bezeichnungen, wie sie für die Praxis eingeführt sind oder eingeführt werden sollten. Wir geben zuerst diese Daten der Vollständigkeit halber für die allgemeinen fundamentalen Grössen, sodann für die elektromagnetischen und endlich für die magnetischen, für welche wir der Uebertragung des Ohm'schen Gesetzes auf den Magnetismus, Bd. III, §. 504 u. flgde., folgen. Ueber die rein wissenschaftliche Bedeutung derselben haben wir schon das Nöthige l. c. erwähnt. 992

Die Tabelle ist im Wesentlichen nach der von Hospitalier zusammengestellt, unter Zufügung einiger besonderer Grössen, namentlich in Bezug auf die Wechselströme [1]).

Zu den älteren, allgemein angenommenen und durch internationale amtliche Vereinbarungen festgestellten Bezeichnungen, z. B. der Grössen des Ohm'schen Gesetzes, ist noch eine Menge neuer, zum Theil abgekürzter hinzugekommen. Es ist nicht genug zu betonen, dass dergleichen Namengebungen, mögen sie auch z. B. in der Praxis bequem sein, doch nur durch internationale, wirklich amtliche Vereinbarungen unter Mitwirkung der hervorragendsten Elektriker endgültig festgesetzt werden können. Es steht aber im Allgemeinen einzelnen, nicht immer in der Wissenschaft eine leitende Stellung einnehmenden Persönlichkeiten durchaus nicht zu, zuweilen sogar aus ganz localen Interessen, z. B. der Dankbarkeit oder der nationalen Eitelkeit, solche, oft nur für eine einzelne Sprache geltende, zuweilen höchst seltsame Nomenclaturen einführen zu wollen. Wir werden dergleichen Namen nur gelegentlich erwähnen, ohne dabei auf Vollständigkeit Anspruch zu machen.

[1]) Empfohlen von dem Comité der Delegirtenkammer des elektrischen Congresses zu Chicago, von Hospitalier corrigirt (s. Electrical World, 25. Aug. 1890).

993

Fundamentale Einheiten	Symbol	Formel	Dimensionen	Namen der C.-G.-S.-Einheiten	Abkürzungen
Länge	L	—	L	Centimeter	cm
Masse	M	—	M	Maasse eines Grammes	g
Zeit	T, t	—	T	Secunde	s
Oberfläche	S, s	$S = L^2$	L^2	Quadratcentimeter	cm^2
Volumen	V	$V = L^3$	L^3	Cubikcentimeter	cm^3
Winkel	α, β	α = Bogen/Radius	eine Zahl	Radian	—
Geschwindigkeit . . .	v	$v = L/T$	$L \, . \, T^{-1}$	Centimeter p. Secunde	cm/s
Winkelgeschwindigkeit	ω	$\omega = v/L$	T^{-1}	Radian p. Secunde	—
Beschleunigung . . .	a	$a = v/T$	$L T^{-2}$	Centimeter p. Secunde²	cm/sec^2
Kraft	F, f	$F = Ma$	$L M T^{-2}$	Dyne [1]	Dyne
Arbeit, Energie . . .	W	$W = F \, . \, L$	$L^2 M T^{-2}$	Erg [2]	Erg
Leistung	P	$P = W/T$	$L^2 M T^{-3}$	Erg p. Secunde	Erg/sec
Druck	p	$p = F/S$	$L^{-1} M T^{-2}$	Dyne p. Quadratcm.	$Dyne/cm^2$
Trägheitsmoment . .	K	$K = M L^2$	$L^2 M$	Grammmasse cm²	$g\text{-}cm^2$

994 1. Elektromagnetisches System.

	(Englisch)	Symbol	Formel	Dimensionen	Praktische Einheiten	Abkürzungen
Widerstand	Resistanz	R, r	$R = E/I$	$L \, . \, T^{-1}$	Ohm	Ω, O
Specifischer Widerstand	Resistivität	ϱ	$\varrho = R S/L$	$L^2 T^{-1}$	Ohm-Centimeter	ohm-cm
Leitfähigkeit . . .	Conductanz	G, g	$G = 1/R$	$L^{-1} T$	Mho [4]	mho
Specifische Leitfähigkeit	Conductivität	γ	$\gamma = 1/\varrho$	$L^{-2} T$	—	—
Elektromotorische Kraft	—	E, e	$E = RI$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	Volt	V, v [3]
Potentialdifferenz .	—	U, u	$U = RI$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	Volt	V, v
Stromstärke	Intensität	I, i	$I = E/R$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Ampère	Amp.
Stromdichtigkeit . .	—	δ_e	I/S	$L^{-3/2} M^{1/2} T^{-2}$	—	—
Quantität	—	Q, q	$Q = IT$	$L^{1/2} M^{1/2}$	Coulomb, Ampère-Stunde	c, a-h
Capacität	—	C, c	$C = Q/E$	$L^{-1} T^2$	Farad	F.
Elektrische Arbeit .	Energie	W	$W = EIT$	$L^2 M T^{-2}$	Joule, Watt-Stunde	J, w-h
Elektrische Leistung	Power	P	$P = EI$	$L^2 M T^{-3}$	Watt, Kilowatt	w; kw
Inductionscoëfficient	—	L, M		L	Quadrant, Secohm, Henry	—

[1]) Lodge will in seinem „wirklich praktischen“ System 10^7 Dyne = 1 Hebdomadyne oder besser ein „Joc“ von Joule over Centimeter, also nur in England zu brauchen, nennen (Rep. Brit. Assoc. Cardiff 1891, p. 577; Beibl. **16**, 696). Die praktischste Einheit wäre 10^9 (cm) statt 1 cm, deshalb soll, um 10^9 anzudeuten, meizo, um 10^{-9} anzudeuten, mei angewendet werden. — [2]) Arbeit einer Dyne auf der Länge von 1 cm. 1 Kilogrammeter = 100000 g Erg. — [3]) Siehe auch Chwolson, Rep. d. Phys. **24**, 294; **29**, 327 aus Journ. de la Soc. Phys. et Chim. Russe **20** [2], 34, 1888.

[4]) Diese seltsame Bezeichnung ist durch Umkehrung des Wortes Ohm von

Zu diesen Bezeichnungen sind noch einige neuere hinzugefügt worden, welche in den relativ complicirten Formeln für Wechselströme den einzelnen Gliedern entsprechen und für praktische Zwecke gelegentlich gebraucht werden. Wir haben diese Werthe, Impedanz, Reactanz, Permittanz schon im §. 325 genau besprochen. Sie können mit den oben erwähnten einfachen und fundamentalen Werthen nicht parallelisirt werden, und es ist sehr fraglich, ob vom rein wissenschaftlichen Standpunkte dergleichen Nomenclaturen für einzelne Theile einer Formel einzuführen sind. Man könnte mit demselben Rechte die Wissenschaft in ähnlicher Weise mit einer grossen Anzahl Namen belasten.

Sir William Thomson gebildet. — Lodge kürzt das ohnehin kurze Wort Mho in Mo ab (Nature 36, 174, 1887; Beibl. 11, 141).

Ausser den im Vorigen erwähnten Einheiten nimmt noch Clausius als Einheit der magnetischen Masse das „Weber" $10^8 \mathrm{cm}^{3/2} \mathrm{g}^{1/2} \mathrm{sec}^{-1}$ an, welcher Name früher für die 10mal kleinere Einheit der Stromintensität, als das Ampère benutzt wurde (vergl. §. 857). Setzt man als Einheit der Länge den Quadranten des Meridians $q = 1\,\mathrm{m}.10^{-7}$, als Einheit der Masse $p = 1\,\mathrm{g}.10^{-11}$, so fallen in dem neuen elektromagnetischen Undecimogramm-Hebdomometer-Secunden-System die Potenzen von 10 fort und es wird:

1 Ohm $q \quad s^{-1}$	1 Ampère $q^{1/2} p^{1/2} s^{-1}$	1 Farad $q^{-1} \quad s^{-2}$
1 Volt $q^{3/2} p^{1/2} s^{-2}$	1 Coulomb $q^{1/2} p^{1/2}$	1 Weber $q^{3/2} p^{1/2} s^{-1}$

Aenderungen der Bezeichnungen im elektromagnetischen System sind ferner vorgeschlagen worden von Moon. Das System soll ein D.-K.-S.-System in Decimetern, Kilogrammen und Decisecunden sein, wo auch eine Decisecunde ein Instant heissen soll. Mit 10 multiplicirte Werthe erhalten ein Ω, mit 10 dividirte ein ω vorgesetzt (Rep. Brit. Assoc. Cardiff 1891, p. 580; Beibl. 16, 696).

Nyström stellt als Einheit des specifischen Widerstandes den eines cylindrischen oder parallelepipedischen Körpers hin, welcher bei der Länge von 1 m und dem Gewicht von 1 g den Widerstand von 1 Ohm hat (Bullet. de la soc. internat. des Electr. 2, 189, 1885). — Picard ersetzt hierin das Gewicht von 1 g durch einen Querschnitt von 1 qmm (Bullet. de la soc. intern. des Electriciens 4, 487, 1887; Beibl. 12, 205).

Die Vorschläge von Lodge, dass das Mikrofarad jetzt Farad heissen soll, ein Werth statt wie früher gleich 1 Joule pro Secunde, jetzt wie oben gleich 1 Joule pro Stunde, hier also einen 3600 mal grösseren Werth haben soll, 1 Coulomb statt früher 1 Ampère-Secunde; wie oben, gleich 1 Ampère-Stunde sein soll, sind wohl von den früheren Angaben zu unterscheiden, da sie sehr leicht Verwirrungen veranlassen (Electrician 29, 371, 1892; Beibl. 17, 65).

Siehe den Namen für den Inductionscoëfficienten Bd. IV, §. 100 u. flgde. — Für Quadrant will Lodge das Wort „Quad" setzen. Ferner soll in Analogie zu seinem Worte Mo $^1/_{1000}$ Secohm mit „Vo" und das Messinstrument hierfür mit „Vometer" bezeichnet werden (Nature 36, 174, 1887; Beibl. 11, 846). Den Namen Henry will die französische Commission zur Berathung für den Congress in Chicago nicht annehmen.

Statt der üblichen Bezeichnungen makro, mikro, welche die Millionenfachen oder die Milliontel der darauf folgenden Grössen angeben, schlagen Houston und Kennelly (Electrician 32, 667, 1894; Beibl. 18, 966) von sich aus die wohl sonst nirgends autorisirten Vorsilben Bega $= 10^9$, Trega $= 10^{12}$, Bikro $= 10^{-9}$, Trikro $= 10^{-12}$ vor. Sie haben keinen Eingang gefunden.

2. Elektrodynamisches System.

995 Die Dimensionen sind dieselben, wie im elektromagnetischen System.

996 3. Elektrostatisches System.

	Symbol	Dimensionen
Elektricitätsmenge . . .	e_e	$[L^{3/2}\ M^{1/2}\ T^{-1}]$
Elektromotorische Kraft.	E_e	$[L^{1/2}\ M^{1/2}\ T^{-1}]$
Widerstand	W_e	$[L^{-1}\ T]$
Specifischer Widerstand .	ϱ_e	$[T]$
Intensität	I_e	$[L^{1/2}\ M^{1/2}\ T^{-2}]$
Stromdichtigkeit	δ_e	$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-2}]$ [1])
Capacität	C_e	$[L]$ [1])

Die Dimensionen des specifischen Widerstandes und der Stromdichtigkeit folgen wie oben im elektromagnetischen System; diejenige der Capacität folgt daraus, dass letztere gleich der Elektricitätsmenge in einem Körper, dividirt durch die dieselbe liefernde elektromotorische Kraft ist, also Dim. C_e = Dim. e_e / Dim. E_e.

3. Magnetisches System.

997 Wir haben Bd. III, §. 504 u. flgde. erwähnt, wie man versucht hat, das Ohm'sche Gesetz auf die magnetischen Erscheinungen zu übertragen, dass aber dadurch in keiner Weise eine Identität der beiden Gebiete festgestellt ist. Auch haben wir dort gezeigt, dass wesentliche Unterschiede der thatsächlichen Verhältnisse vorhanden sind. Namentlich zu praktischen Zwecken ist indess diese Art der Betrachtung geeignet. Die hierfür erfundenen Namen, magnetomotorische Kraft, magnetischer Widerstand, magnetische Leitfähigkeit, entsprechen denen der drei Grundwerthe im Ohm'schen Gesetz, ohne ihnen an Bedeutung gleichzukommen. Sie können also nicht als fundamentale angesehen werden. Auch sind sie nicht durch internationale Gesetze sanctionirt. Wir wollen sie mit den Namen der bereits allgemein bekannten magnetischen Werthe zusammenstellen (s. nebenstehende Tabelle).

Diese Bezeichnungen entsprechen dem Programm für den Elektrikercongress in Chicago [2]).

---

[1]) Letztere beiden sind nicht in der Tabelle von Hospitalier enthalten. — [2]) Elektrotechn. Zeitschr. **14**, 233, 1893; Lum. électr. **47**, 434; Bullet. de la soc. internat. des Électr. **10**, 99; auch ibid. p. 127; Beibl. 17, 788. — Sie sind zum Theil auch schon von Lodge vorgeschlagen und besprochen (Electrician **29**, 371, 1892; Beibl. **17**, 65).

	Englisch	Symbol	Formel	Dimensionen	
Stärke eines Magnetpols.	—	m	$F = m^2/L^2$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	—
Magnetisches Moment .	—	$\mathfrak{M}$	$\mathfrak{M} = ml$	$L^{5/2} M^{1/2} T^{-1}$	—
Intensität der Magnetisirung.	—	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{J} = \mathfrak{M} V$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	—
Feldintensität	—	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{H} = F/m$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Gauss
Magnetischer Kraftfluss .	—	Φ	$\Phi = \mathfrak{H} . S$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	Weber
Magnetische Induction .	—	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{B} = \mu . \mathfrak{H}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Gauss
Magnetisirende Kraft . .	—	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{H} = 4\pi NI/L$ [1])	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Gauss
Magnetomotorische Kraft	—	F	$F = 4\pi NI$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	Gilbert
Magnetischer Widerstand	Reluctanz	R	$R = \nu L/S$	L^{-1}	Oersted
Magnetische Permeabilität	Permeabilität	μ	$\mu = \mathfrak{B}/\mathfrak{H}$	eine Zahl	—
Magnetische Susceptibilität	Susceptibilität	$\varkappa$	$\mathfrak{J}/\mathfrak{H}$	desgl.	—
Specifischer magnetischer Widerstand	Reluctivität	ν	$1/\mu$	desgl.	—
Magnetische Leitfähigkeit	Permeanz	P	$P = \frac{1}{R}$	L	—

Die hochbedeutenden Namen Gauss, Weber, Gilbert, Oersted, **998** werden hier neben Ohm, Ampère, Volta gestellt, obgleich die so bezeichneten Grössen in keiner Weise in ihrer Bedeutung den fundamentalen Constanten des Ohm'schen Gesetzes gleichkommen. Mit vollem Recht sind sie auch nicht von der französischen Commission entgegen der Annahme der entsprechenden Vorschläge des American Institute für den Congress in Chicago empfohlen [2]).

Zudem ist der von Lodge [3]) mit Weber benannte Werth ein durchaus anderer Begriff als früher (§. 857), der also nicht zweimal für verschiedene Dinge zu brauchen und nicht in seiner Bedeutung vollkommen abzuändern ist [4]). Hier entspräche 1 Weber 10^8 C.-G.-S.-Kraftlinien.

---

[1]) N gleich der Zahl der Windungen, L die Länge des die magnetisirende Kraft erzeugenden Solenoids.

[2]) Pellat, Bullet. internat. des Electr. **10**, 285, 1893; Beibl. **17**, 982. — [3]) Lodge, Electrician **29**, 371, 1892; Beibl. **17**, 65. — [4]) Aendert sich in einer Spirale von 20 Windungen in einer Secunde die magnetische Induction L um ein Weber, so würde nach Lodge eine elektromotorische Kraft von 20 Volts inducirt. Ein stark magnetisirtes Eisenstück kann 20000 Kraftlinien in 1 qcm enthalten. Ein Weber würde also in einem engen Luftspalt von $1/_5$ qm Fläche existiren. Als „Voltage" wird die Anzahl der in der Secunde in einem Kreise geschnittenen Weber, also ein Weber = 1 Sec.-Volt bezeichnet. Die Intensität der magnetomotorischen Kraft soll entsprechend ein Gaussgradient oder der Abfall der „Gaussage" pro Centimeter nach Heaviside sein. — Voltage und Gaussage (siehe auch Stoney, Rep. Brit. Assoc. Cardiff 1892, p. 576; Beibl. **16**, 777, der auch den Namen „Potency" statt Feldintensität einführen will) sind Worte, die im Deutschen nicht zu brauchen, also zu verwerfen sind. — Permeanz soll der umgekehrte Werth die Reluctanz sein. — Die neuen „praktischen"

999 Die Dimensionsformeln, welche wir im Vorhergehenden aufgestellt haben, können nicht direct als Ausdrücke der Dimensionen der betreffenden Grössen gelten, so dass man z. B. einen Widerstand unmittelbar als eine Länge und dergleichen mehr bezeichnen könnte. Auch wäre es unmöglich, dass die wirklichen Dimensionen sich mit dem Einheitssystem änderten, in dem sie gemessen sind[1]). Dazu bedürfte es der Beifügung gewisser Constanten, die bei den verschiedenen Systemen verschieden sein können.

1000 Bei den bisher erwähnten Grössen, welche theils nur dem elektromagnetischen oder elektrodynamischen, theils nur dem elektrostatischen System angehören, bieten sich nach den bisherigen Anschauungen für die Bestimmung der Dimensionen keine Zweifel. Anders ist es bei den Grössen, welche speciell dem einen System angehören und in den Einheiten des anderen gemessen werden, wie z. B. bei der Messung der Quantität der Elektricität im elektromagnetischen oder Quantität des Magnetismus im elektrostatischen System.

Eigentlich werden durch die Fundamentalgesetze vier Arten der Kraftwirkungen eingeführt, deren jede einen besonderen Coëfficienten für die Formeln bedingt; nämlich 1. und 2. eine und eine zweite für die für sich abgeschlossenen Messungen der elektrostatischen und der magnetischen Kraftwirkungen, sodann 3. ein Coëfficient für die elektrodynamischen Wirkungen zweier Stromelemente, und 4. ein solcher für Wirkung zwischen Magneten und Strömelementen[2]).

Dabei kommt es darauf an, welche Wechselwirkung der Elektricität und des Magnetismus zu Grunde gelegt wird.

Die Quantität der Elektricität e_m im elektromagnetischen Maasse, welche von einem Strome I_m in der Zeit T durch den Querschnitt der Leitung geführt wird, ist nach Maxwell $I_m T$, also ist

$$\text{Dim. } e_m = \text{Dim. } I_m T = [L^{1/2} M^{1/2}].$$

Einheiten sollen nach Blondel (Éclairage électr. 7, 529, 1896; Beibl. 20, 917) dem alten Principe gemäss ausgedrückt sein durch Potenzen von 10 mit ganzem Exponenten der absoluten Einheiten. Die Einheit des magnetischen Kraftflusses ist ein Maxwell (oder Weber): $= 10^8$ C.-G.-S. Die praktische Einheit der magnetischen Spannungsdifferenz ist: ein Hertz (oder ein Gauss): $= 10^{-1}$ C.-G.-S. $= 1/4\pi$ Ampèrewindung. Als Einheit der Reluctanz oder des magnetischen Widerstandes wählt Blondel:

$$\text{ein Arago (oder Oersted): } = \frac{1 \text{ Hertz}}{1 \text{ Maxwell}} = 10^{-9} \text{ C.-G.-S.}$$

Für den reciproken Werth des magnetischen Widerstandes ist die Einheit: ein Ogara gewählt (Umkehrung des Wortes Arago). Die Einheit: ein Ogara $= 10^9$ C.-G.-S. ist dann homogen mit der Einheit: ein Henry. Diese Fülle von neuen Namen dürfte kaum allgemein angenommen werden. Auch haben sich schon in England ernste Bedenken dagegen erhoben (s. Gray u. Swinburne, Electrician 29, 433; S. J. Hopkinson, Preece u. H. E. J. G. du Bois, ibid. 29, 461).

[1]) Lippmann, Compt. rend. 105, 638, 1887; Beibl. 12, 81. — [2]) Mercadier, Compt. rend. 116, 800, 872, 974, 1893; Beibl. 17, 852; s. auch Rücker, Nature 39, 383, 1894; Beibl. 18, 966.

Die Dimension der Capacität C_m im elektromagnetischen Maasse ist gleich Dim. e_m/Dim. E_m, also

$$[C_m] = [L^{-1} T^2].$$

Umgekehrt lässt sich die Quantität m_e des Magnetismus in elektrostatischem Maasse folgendermaassen in verschiedener Weise entwickeln. 1001

Maxwell[1]) betrachtet hierzu die Wirkung eines Stromes von der Länge λ und der Intensität I_m auf einen Magnetpol μ_m. Die auf letzteren in der Entfernung r wirkende Kraft K ist bei Messung in elektromagnetischem Maasse erfahrungsgemäss

$$K = \frac{m_m I_m \lambda}{r^2},$$

woraus, da die Dimension von m_m gleich $[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}]$ bekannt ist, auch die von I_m zu $[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]$ folgt, wie oben.

Wird die Stromintensität in elektrostatischem Maasse gemessen als I_e, so tritt an Stelle von I_m der Werth $v I_m$. Ist dann der Pol in elektrostatischem Maasse gleich m_e, so folgt die Kraft

$$K = \frac{m_e I_m v \lambda}{r^2},$$

also die Dim. $m_e = [L^{1/2} M^{1/2}]$.

Dieselbe Dimension ergiebt sich, wenn man die Arbeit betrachtet, welche beim Durchgange eines Magnetpoles durch einen geschlossenen Stromkreis und bei der Rückkehr bis zu seinem Ausgangspunkte geleistet wird. Ist der Strom unendlich lang, hat er die Intensität I, befindet sich der Pol im Abstande r davon, so ist die auf denselben ausgeübte Kraft $F = 2\,Im/r$ und die Arbeit bei einem Umgange des Poles bei constant bleibendem Abstande $4\pi m I$. Die Dimension von mi ist also diejenige einer Arbeit, d. h. $[L^2 M T^{-2}]$. Diese Beziehung muss für alle Maasssysteme gelten. Da nun in elektrostatischem System die Dimension von I_e wie oben gleich $[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]$ ist, so folgt in demselben System die

$$\text{Dim. } m_e = [L^{1/2} M^{1/2}].$$

Die Dimensionen von e_m und m_e sind also nach Maxwell die gleichen, was sich damit verträgt, dass die Menge des Magnetismus gewissermaassen, wie früher, als ein besonderes Agens, analog der Elektricitätsmenge, aufgefasst werden könnte. Dem entsprechend ist zu der Ableitung das rein empirische Resultat in Betreff der von einem Strome auf einen einzelnen Magnetpol ausgeübten Kraft, bezw. der Arbeitsleistung bei Bewegung derselben herbeigezogen, während indess der Begriff vom freien Magnetismus, bezw. von einem Magnetpol immer nur eine Abstraction von der Wirkung eines ganzen Magnetes nach aussen ist. 1002

[1]) J. J. Thomson, Phil. Mag. [5] 13, 427, 1882; vergl. auch Larmor, ibid. 429.

Zu beachten ist, dass, wenn man nach diesen Formeln die Anziehung zweier elektrischer und magnetischer Massen in der Entfernung r berechnet, die Kraft $K = m m_1 / r^2$, bezw. $K_0 = e e_1 / r^2$, die Dimension $L^{-1} M$ und nicht $L M T^{-2}$ erhält, wie sich direct ergiebt.

1003 Clausius[1]) betont deshalb, dass die Kraft zwischen Strom und Magnetpol nur eine rein elektrodynamische ist, also nicht auf das elektrostatische System übertragen werden darf. Er folgt aus diesem Grunde den fundamentalen Beziehungen zwischen Magnetismus und galvanischem Strom, wonach ein geschlossener Strom durch einen Magnet, bezw. zwei in einem bestimmten Abstande von einander befindliche, mit Nord- und Südmagnetismus belegte Flächen ersetzt werden kann. Ist die Elektricitätsmenge, welche durch einen Leiter in einer Zeit t fliesst, gleich e, so ist die in der Zeiteinheit hindurchfliessende gleich $e T^{-1}$. Schliesst der Strom eine Fläche ein, so ist die Dimension $[e L^2 T^{-1}]$. Sind die Magnetismen am Ende des den Strom ersetzenden Magnetes $\pm m$, ihr Abstand ε, so ist hier die Dimension $[m L]$. Demnach muss

$$[m L] = [e L^2 T^{-1}]$$

sein, welche Beziehung für alle Maasssysteme gelten muss. Da nun die Dimensionen von m_m und e_e beide gleich $[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}]$ sind, so folgt daraus

$$\text{Dim. } m_e = L^{5/2} M^{1/2} T^{-2}$$
$$\text{Dim. } e_m = L^{1/2} M^{1/2}.$$

Die Dimension der Elektricitätsmenge im elektromagnetischen System ist also dieselbe, wie nach der Ableitung von Maxwell; die Dimension der Magnetismusmenge m_e im elektrostatischen System ist aber wesentlich von den Bestimmungen von Maxwell verschieden.

1004 Berechnet man die zwischen zwei elektrischen oder zwei magnetischen Theilchen wirkende Kraft im elektrostatischen System, so ist die Dimension derselben $[e_e^2 L^{-2}]$ und $k\ [m_e^2 L^{-2}]$, worin k eine noch zu bestimmende Grösse ist.

Um die Dimension dieser Grösse festzustellen, hat man zu beachten, dass die beiden vorstehenden Ausdrücke Kräfte darstellen, also von gleicher Dimension sind. Daraus folgt, dass auch die Ausdrücke $[e_e^2]$ und $k[m_e^2]$ von gleichen Dimensionen sein müssen. Setzt man hierin für e_e und m_e die oben gegebenen Ausdrücke ein, so erhält man $[L^3 M T^{-2}]$ und $k[L^5 M T^{-4}]$, und wenn diese Ausdrücke von gleicher Dimension sein sollen, so muss k von der Dimension $[L^{-2} T^2]$ sein, also von der Dimension des reciproken Werthes eines Geschwindigkeitsquadrates. Man kann also schreiben $k = 1/v^2$, worin v eine Geschwindigkeit bedeutet. Diese zur Bestimmung von k dienende Geschwindigkeit ist die kritische Geschwindigkeit. Der obige Ausdruck der Kraft für zwei nach elektro-

---

[1]) Clausius, Wied. Ann. 16, 529, 1882.

statischem Maasse gemessene Magnetismuseinheiten lässt sich hiernach so schreiben:

$$v^{-2}[m_e^2 L^{-2}].$$

Nach Maxwell würde man diesen Kraftausdruck so zu schreiben haben:

$$v^2[m_e^2 L^{-2}].$$

Setzt man die Einheit der Geschwindigkeiten überhaupt gleich der kritischen Geschwindigkeit v, die Längeneinheit λ gleich dem Wege, welchen ein Punkt in der Secunde mit der kritischen Geschwindigkeit durchläuft (30 Meridianquadranten), und wählt die Masseneinheit μ so, dass die Einheiten der Elektricitätsmenge und der Stromstärke gleiche Werthe wie in dem praktischen Systeme annehmen, was geschieht, wenn $\mu\lambda = pq$, so werden die Einheiten in diesem „kritischen" Maasssysteme:

$$[m_d] = \lambda^{3/2}\mu^{1/2}s^{-1} = \lambda/q \text{ Weber} \qquad [E_d] = \lambda^{3/2}\mu^{1/2}s^{-1} = \lambda/q \text{ Volt}$$
$$[e_d] = \lambda^{1/2}\mu^{1/2} = 1 \text{ Coulomb} \qquad [R_d] = \lambda\, s^{-1} = \lambda/q \text{ Ohm}$$
$$[i_d] = \lambda^{1/2}\mu^{1/2}s^{-1} = 1 \text{ Ampère} \qquad [C_d] = \lambda^{-1}s^{-2} = q/\lambda \text{ Farad.}$$

Der Grund der verschiedenen Resultate in Betreff der Bestimmung **1005** der Dimensionen liegt eben darin, dass wir das Wesen der Elektricität und des Magnetismus noch nicht kennen und somit die eine oder andere Kraftäusserung derselben als Basis für unsere Betrachtungen wählen und, wie oben bereits erwähnt, den Magnetismus einmal als ein besonderes Agens ansehen können, auf welches der Strom nach empirischen Gesetzen wirkt, oder auch nach den gegenwärtigen Anschauungen den Magnet als einen von Strömen umflossenen Körper, welcher also durch letztere direct dargestellt wird.

Es handelt sich demnach wesentlich darum, welche Wirkungen auf beiden Gebieten man als gleich, oder auch als einander proportional, d. h. durch einen Factor von gewissen Dimensionen von einander unterschieden ansehen will[1]). Dass dabei, wenn das umgebende Medium magnetisch polarisirbar ist, die Wechselwirkungen noch mit einem Factor zu multipliciren sind, ist von vornherein klar[2]).

---

[1]) So will z. B. Volkmann (Wied. Ann. **16**, 485, 1882) die Dimension der Stromintensität als die einer Masse definiren. — [2]) Siehe hierüber ausser den erwähnten Erörterungen auch die von v. Helmholtz, Wied. Ann. **17**, 42, 1882 und die Erwiderungen von Clausius gegen die Bemerkungen englischer Physiker, Phil. Mag. [5] **14**, 124, 1882 und gegen v. Helmholtz, Wied. Ann. **17**, 713, 1882 und weitere Discussionen zwischen Mercadier und Vaschy, Compt. rend. **96**, 118, 250, 334, und M. Lévy, ibid. 248, 430; siehe auch Everett, Phil. Mag. [5] **13**, 376, 431, 1882; Wead, ibid. 530; Lodge, Phil. Mag. [5] **14**, 357; Sargent, ibid. 395, 1882; Volkmann, Wied. Ann. **21**, 518, 1884.

VII.

THEORETISCHES SCHLUSSCAPITEL.



Hypothetische Ansichten über das Wesen und die Wirkungsweise der Elektricität.

Zur Begründung zunächst der elektrostatischen Erscheinungen hat man, analog wie in der Lehre von der Wärme und dem Magnetismus, die Hypothese aufgestellt, dass sie durch die Verbindung der Körper mit gewissen schwerelosen Fluidis bedingt wären. Um dabei die Anziehung an einander geriebener Körper, welche bei grosser Annäherung derselben event. unter Erscheinung eines Funkens verschwindet, zu erklären, nahm man eine Art elektrischen Gegensatzes in ihnen an, welcher sich bei letzterem Process neutralisirt. So kam man auf die Hypothese von zwei Elektricitäten, einer positiven und einer negativen, welche sich bei der Reibung heterogener Körper stets in gleicher „Menge" in denselben vertheilen, sonst aber in jeder Beziehung sich völlig gleich verhalten, so dass die durch die Reibung gleichzeitig erzeugten positiven und negativen Elektricitäten bei Vertheilung auf ganz gleiche Körper ganz gleiche Anziehungen und Abstossungen nach aussen ausüben, welche nach dem umgekehrten Quadrate der Entfernung der in jedem Elemente der Körper vorhandenen Elektricitäten stattfinden[1]). Da diese Erscheinungen bei gleicher Entfernung der Elemente von einander in verschiedener Stärke auftreten können, nahm man an, dass sie von den „Quantitäten" Elektricität abhängig und dem Product ihrer Mengen in den auf einander wirkenden Körpern proportional wären. 1006

Es lag ferner nahe, anzunehmen, dass in jedem Körper im unelektrischen Zustande ebenfalls die beiden Elektricitäten in gleicher Menge und in gleicher Vertheilung vorhanden, zu „Nullelektricität" vereint wären und durch äussere elektrische Einflüsse in Mengen, die der von- 1007

---

[1]) In Betreff der abweichenden Hypothese von Mach u. Doubrava s. Bd. V.

aussen wirkenden Kraft proportional wären, von einander getrennt würden.

In den leitenden Körpern würden sich diese getrennten Elektricitäten sofort durch ihre ganze Masse entsprechend ihren Anziehungs- und Abstossungskräften vertheilen, in den Nichtleitern nur in den einzelnen Molecülen, zwischen denen sie event. allmählich übergingen.

1008 Dieser in ihren Grundzügen zuerst von Symmer[1]) im Jahre 1759 aufgestellten dualistischen Hypothese steht die von Franklin[2]) im Jahre 1747 vertretene unitarische Hypothese gegenüber.

Nach derselben enthält jedes Körpermolecül im unelektrischen Zustande eine gewisse Menge natürlicher, z. B. positiver Elektricität. Wird dieselbe um ein bestimmtes Quantum vermehrt, so erweist es sich als positiv, wird sie um ebenso viel vermindert, als gleich stark negativ elektrisch. Werden zwei gleiche, auf diese Art gleich stark positiv und negativ elektrisirte Körper an einander gelegt, so fliesst ein Theil der Elektricität schneller oder langsamer von dem positiven zum anderen Körper über und der unelektrische Gleichgewichtszustand ist wieder hergestellt.

1009 Die Vertheilung der Elektricitäten in einem Körper B durch Influenz von Seiten eines genäherten positiven Körpers A beruht nach dieser Ansicht darauf, dass die positive Elektricität von A die natürliche Elektricität von B gegen das von A abgewendete Ende desselben zurückstösst, so dass dieses letztere stärker, also positiv, das A zugewendete Ende schwächer als im natürlichen Zustande, d. h. negativ geladen erscheint. — Um die Influenz durch einen negativ elektrisirten Körper A zu erklären, müsste man annehmen, dass die Verminderung der Dichtigkeit der natürlichen Elektricität in A eine Verminderung der Abstossung derselben gegen die natürliche Elektricität des influenzirten Körpers B bedingte, welche sich somit zu den A zugelegenen Stellen von B hinbegäbe.

1010 Hierdurch würde also eine Abstossung der Elektricitätsmengen statuirt, welche im natürlichen Zustande zweier neben einander befindlicher Körper durch die gleich starke Elektrisirung ihrer Umgebung compensirt würde. Bei stärkerer (also positiver) Ladung stossen sich die elektrischen Atmosphären der Körper ab; sind die Körper negativ, d. h. eines Theiles ihrer natürlichen Elektricität beraubt, so sollen sie von der dichteren Flüssigkeit in der angrenzenden Atmosphäre oder

---

[1]) Symmer, Phil. Trans. **57**, 458, auch **51**, 389, 1759. Priestley, Gesch. d. El., deutsch. S. 166 u. flgde. — [2]) Franklin, Erster Aufsatz, Philadelphia d. d. 1. Juni 1747. Schon früher hatte Watson (Phil. Trans. **44**, 739; **45**, 93, 101, 1747) Versuche über die Elektricität „im Mehreren und im Wenigeren" angestellt.

in anderen benachbarten Körpern angezogen werden und sich deshalb von einander entfernen. Bei der Annäherung ungleich elektrisirter Körper soll sich das Gleichgewicht auf alle Weise herzustellen suchen.

1011

Schon Wilke[1]) hat die Schwächen dieser, übrigens auch von Franklin mit grosser Vorsicht aufgestellten Hypothese erkannt. Jedenfalls muss man neben der Wechselwirkung der Elektricitätsmassen auf einander auch die der Körpermolecüle und die der ersteren auf letztere ins Auge fassen. Man kann annehmen, da die Elektricität aus den elektrisirten Körpern nicht ohne Weiteres entweicht, dass die letzterwähnte Wirkung in einer Anziehung der Elektricität durch die Körpermolecüle besteht.

Es seien nach Aepinus[2]) im natürlichen Zustande zwei Massen m_1 und m_2 mit den Elektricitätsmengen e_1 und e_2 geladen, die Abstossung von e_1 auf e_2 sei r, die Anziehung von m_1 auf e_2 sei $-a$, die von m_2 auf e_1 sei $-b$, die Wechselwirkung von m_1 und m_2 sei x. Da die beiden Massen in Ruhe bleiben, so ist

$$r - a - b + x = 0.$$

Da ferner ein natürlicher ungeladener Körper bei Annäherung eines ebensolchen Körpers sich nicht elektrisirt, muss die Summe der Einwirkungen $r - a = 0$, also $x = b$ sein. Danach müssten sich die Körpermassen gegenseitig abstossen, was den allgemeinen Annahmen nach Newton widerspricht. Würde man aber bei Gleichheit der Massen die Abstossung der Molecüle etwas kleiner nehmen, als ihre Anziehung durch die Atome des Aethers oder die wechselseitige Abstossung der letzteren, so bliebe ein Ueberschuss der Anziehung übrig, welcher dem Gravitationsgesetze entsprechen könnte[3]).

---

[1]) Wilke, Disputat. de electr. contr. p. 65, 1757. — [2]) Aepinus, Tentamen theoriae electr. p. 36, 1759. — [3]) Mossotti, s. Zöllner, Erklärung der universellen Gravitation aus der statischen Wirkung der Elektricität u. s. f. Leipzig 1882. — Eine solche Beziehung der elektrischen Kräfte zur allgemeinen Gravitation ist namentlich von Zöllner (l. c.) hervorgehoben worden. Nimmt man nach W. Weber (ibid. S. 67) an, dass ein ponderables Molecül aus einem Molecül positiver $(+e)$ und einem Molecül negativer Elektricität $(-e)$ besteht, ein anderes Molecül die Elektricitäten $\pm e^1$ enthalte, welche gleiche Abstossungskräfte gegen ebensolche Molecüle ausüben, dass aber die Anziehungskräfte ungleichartiger elektrischer Molecüle im Verhältniss von $1:\mu$ grösser seien, als jene Abstossungskräfte, auch die Masse der negativen Theilchen etwa αmal so gross sei, als die der positiven, so folgt aus dem Weber'schen Gesetze (s. w. u.) die Gesammtwirkung der vier zusammen thätigen Kräfte gleich einer etwa der Gravitation entsprechenden Anziehung:

$$A = -2\,\frac{\mu - 1}{(1+\alpha)^2}\,\frac{e e^1}{r^2}\left(1 - \frac{1}{c^2}\left[\frac{dr}{dt}\right]^2 + \frac{2r}{c}\,\frac{d^2 r}{dt^2}\right),$$

wo r der Abstand der Theilchen, c die Lichtgeschwindigkeit ist. Aus dieser Formel lässt sich dann die Beschleunigung und Geschwindigkeit jedes einzelnen Theilchens berechnen. Sind die Theilchen in Ruhe, so wird $A_0 = 2n(\mu - 1)e^2/r^2$. — Es ist aber durchaus nicht nachgewiesen, dass sich ungleichnamige Elektricitäten in anderem Verhältnisse anziehen, wie sich gleiche Mengen gleichnamiger Elektricitäten abstossen.

1012 Einen Versuch, um über die beiden Theorien zu entscheiden, hat Föppl[1]) angestellt.

An einer Multiplicatorrolle mit zwei langen, neben einander parallelen gleichen Drähten wurde mittelst eines Kautschukpfropfens ein Element befestigt, bestehend aus einem Glascylinder von 0,9 cm Durchmesser und 3,5 cm Höhe voll verdünnter Schwefelsäure, in welche an einem Pfropf ein Zinkstreifen und ein 0,03 mm starker Platindraht hineinhingen. Die Elektroden derselben waren mit den vier Drahtenden so verbunden, dass der Strom beide Drähte in entgegengesetzter Richtung durchlief.

Die Rolle wurde auf einer Holzwelle befestigt und mittelst eines Schnurlaufes bis auf 20 Umdrehungen in der Secunde um ihre Axe in Rotation versetzt. Möglichst nahe an derselben befand sich ein Magnetspiegel mit Scala und Fernrohr. Ruhte die Rolle, so zeigte der Magnet keine Ablenkung; ebensowenig als die Rolle rotirte. Wurden aber beide Drähte der Rolle neben einander mit dem Elemente verbunden, dass der Strom beide in gleicher Richtung durchfloss, so schlug der Spiegel um 600 Scalentheile aus. Hieraus folgt, dass die Geschwindigkeit des elektrischen Stromes grösser als 3 km in der Secunde war, falls man annimmt, dass im Strome eine translatorische Bewegung nur eines Fluidums vorhanden ist. Ist die Geschwindigkeit der Rolle am Umfang u, die Geschwindigkeit der Elektricität im Strome v, die magnetische Wirkung der Rolle bei Parallelschaltung der Drähte, gemessen durch den Ausschlag des Spiegels a, der Ausschlag durch die Rotation b, so ist

$$v = ua/b.$$

Nach der dualistischen Theorie würde die Geschwindigkeit der positiven Elektricität ebenso sehr vergrössert, wie der der negativen vermindert, oder umgekehrt. Die magnetischen Wirkungen würden sich also compensiren. Nach der unitarischen würde dagegen die Doppelrolle bei Aenderung ihrer Geschwindigkeit elektromotorisch wirken.

1013 Aehnliche Versuche haben Nichols und Franklin[2]) angestellt. Eine von einem kräftigen Strome durchflossene Differentialspule wurde in schnelle Rotation versetzt und die Einwirkung auf ein astatisches Nadelpaar beobachtet.

Die Spule machte in der Secunde 380 Umdrehungen; die Umfangsgeschwindigkeit betrug 9096,8 cm sec.$^{-1}$. Sie hatte 390 Windungen und war von einem Strome von 4,26 Amp. durchflossen. Um die Schwierigkeit zu vermeiden, welche daraus entsteht, dass sich die magnetischen Momente der beiden Differentialwindungen auch bei sorgfältigster Ausführung der Wickelung nicht genau die Wage halten, wurde der Strom einer Wechselstrommaschine mit 40000 Stromwechseln in der Minute

[1]) Föppl, Wied. Ann. 27, 410, 1886. — [2]) Nichols und Franklin, Sillim. Amer. Journal 37, 103, 1889; Beibl. 13, 904.

verwendet. Ein Ausschlag der Nadeln um 1 mm entsprach einem Strome von $43 \cdot 10^{-8}$ Amp., der beide Windungshälften in gleichem Sinne umfloss.

Auch mit dem beträchtlich verfeinerten Apparate ergab sich ein negatives Resultat, obschon eine Ablenkung der Nadel nicht hätte entgehen können, die einer Geschwindigkeit von $9 \cdot 10^{10}$ cm entsprechen würde.

Nach Föppl scheint durch diese Versuche bewiesen zu sein, dass die magnetische Wirkung eines elektrischen Stromes nur von der Relativbewegung des neutralen Fluidums gegen den Leiter und gar nicht von derjenigen Bewegung abhängt, welche es etwa mit diesem zusammen ausführt.

1014 Die Franklin'sche unitarische Theorie ist demnach doch nicht ohne Weiteres an Stelle der Symmer'schen dualistischen Theorie zu setzen.

So unwahrscheinlich nun auch von vornherein die Existenz zweier entgegengesetzter elektrischer Fluida ist, so hat man sich doch bis in die Jetztzeit hinein noch nicht vollständig von der Annahme derselben lossagen können, da sie die elektrischen Erscheinungen innerhalb weiter Grenzen zu begründen gestattet.

Wir sind ihr dem entsprechend auch in dem vorliegenden Werke gefolgt und haben daraus zunächst die Phänomene der Elektrostatik, sowie das Verhalten der Leiter und Nichtleiter bei Einwirkung äusserer elektrischer Kräfte entwickelt.

1015 Aus dem Princip, dass stets gleiche Quantitäten positiver und negativer Elektricität auftreten, bezw. dass die Summe aller gleichzeitigen Aenderungen der elektrischen Ladungen Null ist, lassen sich nach Lippmann[1]) einige allgemeine Sätze ableiten.

Ist x das Potential eines elektrisirten Körpers, y seine Capacität oder eine Temperatur, eine Länge, ein Druck, wovon die Capacität abhängt, e die dem Körper ertheilte Elektricität, so ist, wenn x und y um dx und dy wachsen:

$$de = P dx + Q dy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo P und Q Functionen von x und y sind. Entsprechend dem obigen Princip muss de ein vollständiges Differential sein, also:

$$\frac{\partial P}{dy} = \frac{\partial Q}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

In der That nimmt man alle gleichzeitigen Veränderungen der entgegengesetzten Ladungen a und b zweier Theile A und B des vorhandenen

[1]) Lippmann, Compt. rend. 92, 1049, 1149, 1881; Beibl. 5, 603; vergl. auch Silvanus M. Thompson, Phil. Mag. [5] 12, 13, 1881; Beibl. 5, 875.

Körpersystems und durchläuft A einen geschlossenen Kreisprocess, so dass der Anfangs- und Endzustand gleich sind, so ist $a = 0$, und da nach dem Princip $a + b = 0$, auch $b = 0$, oder $\int de = 0$, was nur unter obiger Bedingung der Fall sein kann.

Wird z. B. ein Condensator, dessen eine Platte A isolirt geladen, und dessen andere B abgeleitet ist, in Luft von verschiedenem Druck gebracht, so wird bei Vermehrung des Druckes die freie Elektricität in A kleiner, die Capacität des Condensators Dmal grösser, wenn D die Dielektricitätsconstante der Luft bei dem höheren Drucke gegen die bei niederem Drucke gleich Eins ist. Entsprechend nimmt die Quantität der freien Elektricität in A ab. D ist dem Drucke p proportional und ändert sich für verschiedene Gase.

Ist in diesem Falle y der Druck p, und x wie vorher das Potential in A, so wird die Elektricitätsmenge de, die A erhält, wenn x um dx und der Druck p um dp steigt:

$$de = c dx + h dp \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

wo c die Capacität des Condensators ist, wenn das Gas beim Druck p erhalten wird, h ein positiver Coëfficient ist, und entsprechend dem Princip:

$$\frac{dc}{dp} = \frac{dh}{dx} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Zu dieser Gleichung ist die dem Princip von der Erhaltung der Energie entsprechende beizufügen. Wird bei der Druckveränderung im Apparate das Volumen der Luft um dv geändert, ist dE die Aenderung der Energie, so kann man $dE = p dv - x de$ setzen. Wird dv als Function von x und p geschrieben, also $dv = a dx + b dp$, wo a ein beliebiger, b ein von p und vielleicht von x abhängiger Coëfficient ist, so ist $da/dp = db/dx$. Wird dv in dE eingeführt und dann die Bedingung entwickelt, dass dE ein vollständiges Differential sein muss, so wird $\partial(ap - cx)/\partial p = \partial(bp - hx)/\partial x$, und in Folge der Gleichungen 3) und 2):

$$a = -h.$$

Wird also bei constantem Druck die Platte A stärker elektrisirt, so muss sich das Gas zusammenziehen. Diese Erscheinung ist von Quincke bei Kohlensäure beobachtet worden.

Nach Boltzmann ist $D = 1 + \gamma p = n^2$, wo γ eine specifische Constante für das Gas, n der Brechungsindex. Danach wäre die elektrische Zusammenziehung des Gases $\Delta v = -\frac{1}{2}\gamma c_0 x^2$, wo c_0 die Capacität des Condensators im Vacuum ist. Ferner folgt $(n^2 - 1)/p = \gamma$. Der Coëfficient der Contraction ist also gleich dem Brechungsvermögen.

Aehnliche Berechnungen lassen sich für die Contraction einer Leydener Flasche bei der Ladung, die dabei erfolgende Compression hemiëdrischer Krystalle, die Pyroelektricität bei Druck ausführen. Danach

wächst die Dielektricitätsconstante des Glases durch Zug; die Krystalle mit nicht deckbarer Hemiëdrie ändern ihre Gestalt unter elektrischem Einfluss, oft entgegengesetzt der Wirkung der elektrischen Anziehung; pyroelektrische Krystalle erwärmen oder erkälten sich bei Annäherung eines positiv oder negativ elektrischen Körpers. — Diese nachher auch experimentell bestätigten Erscheinungen sind die Umkehrungen der bereits beobachteten ursprünglichen. Stets ist das umgekehrte Phänomen in dem Sinne gerichtet, dass es der Erzeugung des ursprünglichen entgegenzuwirken strebt.

1016 Schon Bd. I, §. 72 u. flgde. haben wir angegeben, dass die freie Ladung eines Körpers auf seiner Oberfläche ausgebreitet ist. Die Anordnung der Elektricitäten daselbst folgt dann aus dem Gesetze des umgekehrten Quadrates der Entfernung, bis bei einem bestimmten Werthe der Ladung der Antrieb auf eine auf der Einheit der Oberfläche angehäufte Elektricitätsmenge so gross wird, dass dieselbe nach aussen event. unter Mitnahme eines Theiles der Materie des Körpers entweicht. Das Nähere wird im Capitel „Funkenentladung“ behandelt werden. Diese letztere Erscheinung spricht dafür, dass die freie Elektricität nicht nur in einer unendlichen Schicht auf der Oberfläche des Körpers ausgebreitet ist, sondern bis zu einer gewissen endlichen, aber sehr kleinen Tiefe in dieselbe eindringt.

Auch zur Erklärung der elektrischen Endosmose und Diaphragmenströme ist diese Annahme angezeigt, ebenso die Erklärung der Ladung beim Contact heterogener Körper, welche verschieden starke Anziehungen gegen die Elektricitäten haben und so zur Bildung einer Doppelschicht derselben Veranlassung geben.

1017 Föppl[1]) nimmt hierzu an, das elektrische Fluidum im Inneren der Körper sei frei verschiebbar und ausser dem Coulomb'schen Gesetze auch noch elastischen Kräften unterworfen, welche an jeder Stelle von der Raumdichte der Ladung bezw. dem Differentialquotienten derselben abhängen. (Maxwell nahm die Elasticität nur im Inneren dielektrischer Körper an.)

Es existire nur ein Fluidum. Im unelektrischen Zustande enthalte 1 ccm des Leiters ein bestimmtes Quantum positiver Elektricität ε_0; ist er positiv geladen, die Menge $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$. Bei negativer Ladung ist $-\Delta\varepsilon$ statt $+\Delta\varepsilon$ zu setzen.

Wird die Dichte von ε_0 auf ε erhöht, so entstehen elastische Druckkräfte, welche wegen der leichten Beweglichkeit des Fluidums in den Leitern unabhängig von der Richtung nur als Functionen der Coordinaten anzusehen sind.

Ist der Flächendruck p, so ist

[1]) Föppl, Wied. Ann. 29, 591, 1886.

$$p = c\Delta\varepsilon, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo c eine Constante ist; c hat die Dimensionen wie ein Potential, also Dim. $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ und ist gegen 1 Daniell sehr gross.

Ist ein Leiter sehr gross im Verhältniss zur Dicke der elektrischen Schicht, so dass ein kleines Stück der Oberfläche als eben anzusehen ist und errichten wir auf derselben gegen das Innere hin eine Normale, zählen die Abstände r von einem Punkte derselben und setzen für die Oberfläche $r = R$. Bezeichnen wir mit φ das Potential, so ist die Bedingung für das Gleichgewicht der im Volumenelement enthaltenen positiven Elektricität:

$$\frac{dp}{dr} + \varepsilon\frac{d\varphi}{dr} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

also nach Gleichung 1)

$$\varphi = -c\int\frac{d\varepsilon}{2} = C - c\log\varepsilon.$$

Da im Inneren $\varphi = \varphi_i$ und $\varepsilon = \varepsilon_0$ ist, so folgt

$$\varphi - \varphi_i = -c\log\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Für die Kugel, eine Röhre oder eine weit ausgedehnte Platte ist die Laplace-Poisson'sche Gleichung $\frac{d^2\varphi}{dr^2} = -4\pi\Delta\varepsilon$, also nach Gleichung 3):

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} = -4\pi\varepsilon_0\left(e^{\frac{\varphi_i-\varphi}{c}} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

woraus folgt:

$$\frac{d\varphi}{dr} = -\sqrt{8\pi\varepsilon_0(\varphi + ce^{(\varphi_i-\varphi)/c}\ C)},$$

wo C dadurch bestimmt ist, dass im Inneren $d\varphi/dr = 0$ ist, oder bei Substitution z für $(\varphi_i - \varphi)/\varepsilon$:

$$r = C_1 + \sqrt{\frac{c}{8\pi\varepsilon_0}}\int\frac{dz}{\sqrt{e^z - z - 1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

wo C_1 eine neue Constante ist.

z ist eine absolute Zahl. Sie ist von Null wenig verschieden, so dass man die Exponentialgrösse unter dem Wurzelzeichen in eine schnell convergirende Reihe entwickeln kann. Es werde dann das zweite Glied rechts Z und sein Werth an der Oberfläche Z_a. Dann ist:

$$R - r = Z_a - Z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Begnügt man sich mit drei Gliedern der Reihe, so wird:

$$Z = \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}}\log z. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

Nach Gleichung 6) lässt sich das Potential φ als Function von r darstellen.

Danach wird das Potential und die Dichte der freien Elektricität noch in einem gewissen Abstande von der Oberfläche nicht genau gleich Null sein, wenn sie sich auch in der Nähe derselben zuerst sehr schnell ändert. Die Dicke δ ist gleich

$$\delta = \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}} \log \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 8)$$

worin ε so klein zu setzen ist, dass es nicht mehr nachgewiesen werden kann. Würde $\varepsilon_a/\varepsilon$ gleich einer Million gesetzt, so erhielte man δ doppelt so gross, wie für $\varepsilon_a/\varepsilon = 1000$. Wenn man ferner als Dicke der Schicht den Werth $\varDelta\varepsilon_a / \varDelta\varepsilon$ definirt, für den das Verhältniss der freien Elektricitäten einen bestimmten grossen Werth annimmt, so ist

$$\delta = \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon}} \cdot \log \frac{\varDelta\varepsilon_a}{\varDelta\varepsilon} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 9)$$

Die Schicht freier Elektricität δ ist demnach, wie die Erfahrung beweist, sehr dünn, also wird auch der constante Factor in Gl. 8 und 9 sehr klein sein.

Schreitet ferner in einem Draht in der Richtung der X-Axe eine longitudinale Welle fort, ist die Verrückung eines Theilchens in der Richtung der X-Axe ξ, μ die Masse des in einem Cubikcentimeter enthaltenen Fluidums, t die Zeit, γ die Masse der elektrostatischen Einheit der Elektricität, so ist

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0$$

und hiernach

$$\frac{c}{\gamma} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

und daraus $c = w^2\gamma$, wo w die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung ist. Da w experimentell bestimmt ist, kann auch c oder γ bestimmt werden. Bei c lässt sich eine untere Grenze, also auch für γ angeben; eine obere ist schon früher erkannt, so dass also der sehr wichtige Werth von γ in gewisse Grenzen eingeschlossen ist.

1018 Nach Föppl[1]) ist das elektrische Fluidum in den Leitern theilweise compressibel elastisch, entgegen der früheren Annahme der vollkommenen Compressibilität oder der absoluten Incompressibilität. — Letztere Annahmen führen nur zu richtigen Resultaten, wenn man nach Maxwell die Ladungen in die die Leiter umgebenden Isolatoren verlegt.

Nach §. 1017 ist die reducirte Dichte der elektrischen Schicht δ auf einen geladenen Leiter

$$\delta = \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon}} \log \frac{\varDelta\varepsilon_a}{\varDelta\varepsilon} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

---

[1]) Föppl, Wied. Ann. 31, 306, 1887.

Daraus folgt die freie Ladung in einem Oberflächenelement df

$$dM = df = \Delta \varepsilon_a \int_{\delta=0}^{\delta=\infty} e^{-\delta\sqrt{4\pi\varepsilon/c}}\, d.\delta = df.\Delta\varepsilon_0 \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}}.$$

Die Ladung ist also so gross, wie wenn sie sich über eine Schicht von der Dicke δ' gleichmässig mit der Dichte $\Delta\varepsilon_a$ verbreitete, welche sie thatsächlich an der Oberfläche hat, wenn

$$\delta' = \sqrt{\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}}$$

gesetzt wird. δ' ist die reducirte Dicke der Schicht. Dieselbe ist unabhängig vom Ladungspotential und für jeden Leiter eine Constante.

Auch Budde[1]) hat bewiesen, dass der stationäre Strom nicht befriedigend erklärbar ist, wenn man die Elektricität als absolut compressibel oder incompressibel ansieht. Die Annahme der Elasticität derselben hebt die Schwierigkeit. Nach Budde sind die freien Ladungen auf der Oberfläche der Stromesleiter durch die Erfahrung gegeben. Er untersucht, ob die, diese Ladungen bildenden elektrischen Partikel sich bewegen oder in Ruhe sind. Im letzteren Falle müssten zwischen den statischen Ladungen und Strömen neue besondere Kräfte auftreten, was den bisherigen Erfahrungen widerspricht.

Ist φ das Potential der Elektricitäten, so ist nach Föppl nach dem Green'schen Satze für ein Element eines Stromfadens

$$\int \Delta^2 \varphi\, dk = \int \frac{d\varphi}{dn}\, d\sigma.$$

Für die Seitenflächen verschwindet $\partial\varphi/\partial n$, nach dem Ohm'schen Gesetz heben sich auch die Beiträge der Grundflächen gegen einander fort, also ist $\partial^2\varphi = 0$. Die freie Ladung kann nur auf der Oberfläche strömen, was in Rücksicht auf die abgeleiteten Stellen zu einem Widerspruch führt. Ist aber die Elektricität elastisch, so ist dies nicht mehr der Fall. Die Kräfte $\partial\varphi/\partial n$ sind nicht Null, die freien Elektricitäten können auch im Inneren im Verein mit dem strömenden neutralen Fluidum fliessen.

Nach §. 1017, Gleichung 3) ist

$$\varphi - \varphi_1 = -c \log \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0},$$

wo φ_i das Potential in einem merklichen Abstande von der Oberfläche ist. Bei partieller Differentiation nach der Stromrichtung z wird

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} - \frac{\partial\varphi_i}{\partial z} = -\frac{c}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial z},$$

also

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial\varphi_i}{\partial z}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

[1]) Budde, Wied. Ann. 15, 558, 1882.

p ist die der Ladung ∂z entsprechende elastische Druckkraft. Nach voriger Gleichung wirkt also im ganzen Querschnitt dieselbe in der Richtung der Strömung treibende Kraft.

Weitere Betrachtungen über die elektrischen Doppelschichten, die beim Contact heterogener Metalle durch die ungleiche Anziehung entstehen, führen auch zu guten Resultaten. Indess kann man nicht wohl die in molecularer Entfernung von der Berührungsstelle auftretenden, die Elektricität nach dem einen und anderen der beiden Leiter treibenden Kräfte als einzige Ursache, welche neben den Coulomb'schen Kräften die Schichtenbildung bedingten, ansehen. Hierzu müsste die Elektricität absolut compressibel sein, was den elektrodynamischen Erfahrungen widerspricht. Ist aber die Elektricität elastisch, so müssen in jedem der Leiter zwei Schichten, eine äussere, die so weit reicht, wie die Wirkungssphäre der Molecularkraft, eine innere, viel stärkere, die schon dem Einfluss derselben entzogen wäre, vorhanden sein. Aus den Versuchen über elektrische Endosmose ergiebt sich die Potentialdifferenz zwischen Glas und Wasser etwa als ein geringes Vielfaches von D. Danach wäre $\varphi_i - \varphi_a$ annähernd $1\,D$ und D, also wäre

$$\delta' \text{ etwa gleich } 0{,}001 \text{ cm}.$$

c wäre etwa $10^{-5}\,\varepsilon_0$. Da c gegen $1\,D$ ziemlich gross ist, so muss die Dichte des Fluidums der Leiter sehr erheblich sein. Experimentell prüfen liesse sich dies bei dem Hall'schen Phänomen.

Die Gesammtladung einer isolirten Kugel vom Radius r ist

$$M = r^2 \frac{\varphi_i - \varphi_a}{\delta'} = \varphi_i r,$$

da die Capacität der Kugel gleich dem Radius ist. Also folgt

$$\varphi_i - \varphi_a = \frac{\delta'}{r} \varphi_i.$$

Der Potentialabfall von innen bis zur Oberfläche ist hier also sehr gering. Ebenso ergiebt sich die kinetische Energie des elektrischen Stromes so klein, dass sie sich experimentell nicht bestimmen lässt.

1019 Schon früher haben wir angegeben, auf welche Weise die in einem Körpersystem verbundenen entgegengesetzten Elektricitäten geschieden werden können. Beim Contact von Leitern oder Nichtleitern kann dies durch eine ungleiche Anziehung der einander berührenden Körper auf die beiden Elektricitäten vor sich gehen, wodurch sowohl die Volta'schen Fundamentalversuche, als auch die Erscheinungen der Reibungselektricität erklärt werden können, bei welchen letzteren zur fortdauernden Erzeugung von Elektricität eine fortdauernde äussere Arbeit für die Trennung der beim Contact geladenen Körper verwendet werden muss. In den Hydroketten wird diese Arbeitsleistung durch die chemische Verbindung der mit Elektricität geladenen Ionen der Erregerflüssigkeit mit

den Elektroden und unter einander geliefert. Bei den thermoelektrischen Strömen verrichtet die der Contactstelle zugeführte Wärme die Arbeit, wenngleich das Wesen des Phänomens noch nicht feststeht. Endlich bedingt bei der Influenz die veränderte Vertheilung der Elektricitäten, welche z. B. mit Wärmeproduction verknüpft ist, eine Arbeit, sowie bei der Erzeugung von Inductionsströmen die Wechselwirkung der erregten Ströme und der inducirenden Ströme der Magnete eine der Arbeitsleistung im inducirten Kreise gleiche Arbeit.

Auf diese Punkte brauchen wir hier nicht noch einmal näher einzugehen. Wir behandeln nur noch das für die theoretische Betrachtung Erforderliche.

1020 Wirkt eine elektrische Scheidungskraft auf einen Körper, so kann, wie wir schon früher erwähnt haben, je nach der Beschaffenheit desselben, die Elektricitätsvertheilung in verschiedener Art vor sich gehen.

In einem vollkommenen Nichtleiter werden die Elektricitäten nur in jedem einzelnen Molecüle geschieden. Wirkt die Kraft auf alle Molecüle gleich stark und in gleicher Richtung, so heben sich die Wirkungen der an beiden Seiten je zweier benachbarter Molecüle angehäuften Elektricitäten nach aussen auf, und nur an den Enden des Nichtleiters erscheint eine Ladung. Hierbei erreicht sie ein Maximum; ein eigentlicher Strom entsteht nur bei Aenderung dieser Vertheilung, sonst wird keine Arbeit geleistet, sondern nur eine Spannung (potentielle Energie), ähnlich wie in einem vollkommen elastischen Körper, dessen Gestalt geändert wird. Beim Aufhören der Scheidungskraft treten die Elektricitäten wieder zusammen, in ähnlicher Weise, wie ein vollkommen elastischer Körper nach Aufhebung der wirkenden Kräfte seine Gestalt wieder annimmt.

Derartige vollkommene Nichtleiter existiren indess nicht. In allen Körpern vergeht eine gewisse Zeit, bis bei Einwirkung der elektromotorischen Kraft die elektrische Vertheilung eine bestimmte Grösse erreicht, und ebenso vergeht eine Zeit, wenn jene Kraft aufhört, bis die Molecüle sich depolarisiren. Wird daher die auf der Oberfläche des Nichtleiters angehäufte Elektricität entfernt, so erscheint sie durch die Wirkung der inneren, noch polarisirten Molecüle von Neuem. Diese Erscheinung bezeichnet man mit dem Namen „Elektrische Absorption".

Dieses Verhalten ist analog dem eines elastischen Körpers, dessen Theile eine gewisse innere Reibung besitzen, wo die Molecüle auch erst allmählich bei Einwirkung einer äusseren Kraft ihre geänderte Lage annehmen und dieselbe nach Aufhebung jener Kraft in Folge der elastischen Nachwirkung auch nur allmählich gegen die frühere vertauschen.

Endlich findet noch zwischen den durch eine äussere elektrische Scheidungskraft polarisirten Molecülen eine allmähliche Ausgleichung der einander benachbarten, entgegengesetzten Elektricitäten statt, die innere Ladung verschwindet und der Körper behält nur an seinen Enden

Ladung bei. Dies ist der Vorgang der Leitung, welcher bei den vollkommenen Leitern sehr schnell vor sich geht. Dieser Elektricitätsbewegung steht ein gewisser Widerstand entgegen, in Folge dessen die Elektricitäten die ihnen durch die äussere Kraft ertheilten Geschwindigkeiten verlieren, am Ende des Leiters zur Ruhe kommen und ihre verlorene Bewegung in Wärme, chemische Zersetzung (wenn der Leiter ein Elektrolyt ist), mechanische Wirkungen umsetzen. Wird die elektrische Scheidungskraft entfernt, so gleichen sich die nach den Enden des Leiters getriebenen Elektricitäten durch einen Rückstrom wieder in demselben aus und verrichten dabei in Folge des Widerstandes von Neuem eine Arbeit unter Verlust ihrer Bewegung.

Es wird also durch die elektrische Scheidungskraft eine doppelte Wirkung ausgeübt:

Einmal wird in Folge der entstehenden elektrischen Strömung eine wirkliche Arbeit verrichtet;

sodann wird in Folge der elektrischen Vertheilung eine Spannkraft (potentielle Energie) erzeugt, welche wiederum bei ihrem Verschwinden eine Arbeit verrichten kann.

1021 Wir betrachten vorläufig nur die Bewegung der Elektricitäten in relativ guten Leitern.

Ist die Differenz des Potentials der äusseren elektrischen Kräfte an den Enden des Längenelementes dl eines Leiters gleich dV, ist sein Querschnitt dw, seine specifische Leitfähigkeit k, so ist die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt geführte Elektricitätsmenge, also die Stromintensität, nach Kirchhoff[1]) (vergl. Bd. I, §. 346):

$$i = -k\,dw \cdot \frac{dV}{dl},$$

wie es das Ohm'sche Gesetz ergiebt.

Da die Scheidungskraft dV/dl an allen Stellen des Querschnittes des Leiters, also auf alle in ihm vorhandenen Elektricitätstheilchen gleich stark wirkt, so müssen sich in Folge dessen alle diese Theilchen im Strome bewegen; die im Leiter bewegte Elektricitätsmenge bleibt bei verschiedenen Scheidungskräften dieselbe, und nur ihre Geschwindigkeit ändert sich.

In metallischen Leitern ist demnach die Quantität der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt der Leiter geführten Elektricitäten proportional der Scheidungskraft, oder der an den Enden des Längenelementes des Leiters wirkenden elektromotorischen Kraft. Ferner ist sie proportional dem Querschnitte des Leiters und endlich abhängig einmal von der Verzögerung, welche die Scheidung in den Molecülen verschiedener Stoffe erleidet, und sodann auch von der Grösse und dem Abstande der Molecüle, welche die geschiedenen Elektricitäten bei ihrer Vereinigung

[1]) Kirchhoff, Pogg. Ann. 78, 506, 1849.

mit denen der Nachbaratome zu durchlaufen haben. Diese Bedingungen, welche die Beobachtung nicht trennen kann, bestimmen den Widerstand r, den umgekehrten Werth der Leitfähigkeit k des betrachteten metallischen Leiters.

1022 Das Wesen der Leitfähigkeit der metallischen Körper leitet Lorenz[1]) und später in ganz ähnlicher Weise Ostwald[2]) aus denselben eigenthümlichen Vorstellungen ab, die auch zu den gleichen Zielen führen. Wegen der grösseren Kürze halten wir uns an die Darstellung von Ostwald.

Es sei ein Körper zusammengesetzt aus gleich dicken Platten, die abwechselnd aus zwei verschiedenen an sich elektrisch widerstandslosen Stoffen bestehen; an den Grenzflächen herrschen Potentialdifferenzen $+\pi$ und $-\pi$, die nach dem zweiten Hauptsatze der absoluten Temperatur proportional sind: $\pi = kT$, ebenso wie die Peltierwärme, die hier erzeugt wird. Geht nun bei der Temperatur T der Strom i durch das System, so treten an den Grenzflächen Erwärmungen und Abkühlungen ein, es bilden sich die Temperaturen $T + \varDelta$ und $T - \varDelta$ aus; die entwickelten Wärmemengen sind $w_1 = ik(T+\varDelta)$ und $w_2 = -ik(T-\varDelta)$, ingesammt also $w = 2ik\varDelta$. Dieser Energieverlust befolgt dieselben Gesetze, wie der durch den Widerstand der Metalle erzeugte: er ist bei gegebener Stromstärke der Länge des Leiters direct, dem Querschnitte umgekehrt proportional, ferner, da $\varDelta$ proportional i, selbst proportional dem Quadrat der Stromstärke. Endlich ergiebt sich auch der Widerstand proportional der absoluten Temperatur und umgekehrt proportional der Wärmeleitfähigkeit, wie das die Gesetze von Clausius und von G. Wiedemann und Franz für reine Metalle aussagen. Um also die Gesetze des Widerstandes für Metalle abzuleiten, braucht man nur zwischen den Molecülen derselben und dem diese umgebenden Raum Potentialdifferenzen anzunehmen. Beimengungen von Fremdkörpern müssen den Widerstand erhöhen.

Ob diese Annahme über den Aufbau der metallischen Körper als definitiv anzusehen ist, müssen weitere Untersuchungen lehren.

1023 Bei den Elektrolyten treten ähnliche Verhältnisse wie bei den Metallen ein, nur dass die Ionen mit den Elektricitäten sich bewegen und so auch das Verhältniss der Massen der Ionen zu den Elektricitätsmengen, mit denen sie beladen sind, sowie die mechanischen Widerstände, die sich ihrer Bewegung entgegenstellen, für die Geschwindigkeit ihrer Bewegung in Betracht kommen (vergl. Bd. II, §. 1172).

Wir haben schon Bd. II, §. 1208 angeführt, dass diese Betrachtung auf eine Schwierigkeit stösst, da, wenn sich die Elektricität zwischen

---

[1]) Lorenz (Kopenhagen), Wied. Ann. 13, 382, 1850. — [2]) Ostwald, Zeitschr. f. phys. Chemie 11, 515, 1893; Beibl. 17, 942.

den Molecülen der Metalle ausgleichen soll, ein bestimmtes endliches elektrisches Potential erforderlich wäre, um diese Ausgleichung zu bewirken, und wenn die Ionen der Elektrolyte mit einer endlichen Kraft an einander gebunden wären, ebenfalls eine endliche elektrische Potentialdifferenz nöthig wäre, um sie von einander zu reissen. Für letzteren Fall kann man die von Clausius aufgestellte, der neueren mechanischen Wärmetheorie entsprechende Annahme machen, dass die Ionen der Molecüle der Elektrolyte sich in Oscillationen befinden, die durch den Strom gerichtet werden.

Schon Bd. II, §. 1150 haben wir die Valenzwerthe der Atome und Elektrolyten besprochen, wie sie namentlich von v. Helmholtz[1]) hervorgehoben worden sind. Es sind indess noch die Elektricitätsquanten zu bestimmen, welche mit den einzelnen Atomen verbunden sind. Dies folgt nach v. Helmholtz in folgender Weise:

Nach F. und W. Kohlrausch[2]) wird von einem Strom von 1 Amp. in 1 Sec. 0,1160 ccm Wasserstoff von 0^0 und 760 mm Druck abgeschieden. Die durch dieselbe Intensität 1 Amp. in 1 Sec. durch den Querschnitt des Stromes übergeführte Elektricitätsmenge ist gleich 10^{-1} elektromagnetischen oder 3.10^{-9} elektrostatischen (*C.-G.-S.*) Einheiten. Ist nun die ganze Menge der an der Kathode ursprünglich vorhandenen Ionen positiv geladen, so entweicht bei der Elektrolyse die Hälfte neutral, wofür sich die andere Hälfte mit den negativen herantretenden Ionen vereint. Es beträgt also in 0,1160 Wasserstoffgas die gesammte Ladung der positiven bezw. negativen Ionen 15.10^{-8} positive bezw. negative elektrostatische *C.-G.-S.*-Einheiten. Danach ist der absolute Werth der Ladung eines Atoms in 1 ccm Wasserstoff bei 0^0 und 760 mm Druck

$$E = 129.10^{-8}\ \mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{Sec.}^{-1}.$$

Nach Stoney[3]) ist dieselbe Elektricitätsmenge, welche er „Electron“ nennt, gleich

$$v = 3.10^{-11}\mathrm{cm}^{3/2}\ \mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{Sec.}^{-1}.$$

Nach v. Helmholtz (l. c.) ergiebt sich nach elektrolytischen Bestimmungen, dass diese Kräfte alle anderen Kräfte der Atome übertreffen, so dass die entgegengesetzten Ladungen der Ionen eines Molecüls hauptsächlich die letzteren zusammenhalten.

Im Anschluss an die Arbeiten von Johnstone Stoney und Richarz hat Ebert[4]) die Hypothese aufgestellt, dass man ein mit seinen Valenzladungen versehenes Atom oder Molecül wie einen Hertz'schen **1024**

[1]) H. v. Helmholtz, Vorträge und Reden 2, 275 (1881); Richarz, Wied. Ann. 52, 396, 1849. — [2]) F. und W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27 bis 59, 1886; s. auch Richards Sitzber. d. niederrhein. Ges., 12. Jan. 1891, S. 21. — [3]) Stoney, Trans. Dublin Soc. (2) 4, 563, 1891; s. auch Ebert, Wied. Ann. 49, 651, 1893. Gefällige Originalmittheilung. — [4]) H. Ebert, Wied. Ann. 49, 651, 1893.

Oscillator von molecularen Dimensionen und die Schwingungen dieser Ladungen als Ursache der von diesem Molecül ausgehenden elektromagnetischen Strahlung auffassen könne. Indem er die Hertz'schen Formeln auf diesen Fall anwendet, gelangt er bei geeigneter Berücksichtigung der in Betracht kommenden Grössenordnungen zu einer Reihe von Folgerungen, welche durch die Erfahrung bestätigt werden. So berechnet er aus den Messungen und Berechnungen des Leuchtenergieinhaltes glühenden Natriums in absolutem Maasse durch E. Wiedemann[1]) die Grösse der Valenzladung zu $1,4 \times 10^{-11}$ $cm^{3/2}$ $gr^{1/2}$ $sec.^{-1}$, ein Werth, welcher mit den aus der Elektrolyse folgenden in der Grössenordnung übereinstimmt. Die G. Wiedemann'sche Luminescenztheorie wird hierdurch mit der elektromagnetischen Lichttheorie in innigste Beziehung gesetzt. Auch die Dissociationswärme wird bei den Fällen, wo uns Daten über die directe Trennungsarbeit von Molecülen in ihre Atome vorliegen, der Grössenordnung nach richtig erhalten, wenn wir sie als elektrische Arbeit gegen die Anziehung der Valenzladungen betrachten[2]).

1025 Giese[3]) dehnt die Vorstellung von Ionen auch auf die Elektricitätsleitung von Metallen aus. Wir wollen dieselbe nur ganz kurz erwähnen und für das Einzelne auf die Originalabhandlung verweisen. Durch die Bestimmung der Dicke elektrischer Grenzschichten im Vacuum wird als Annahme die Grösse der Molecüle entwickelt, wonach die von den Ionen fortgeführten Elektricitätsmengen mindestens 1700 mal so gross sind, als diejenigen, welche dieselbe Stoffmenge als Ladung aufnehmen, die von einem von atmosphärischer Luft umgebenen, zum Maximum geladenen Condensator abgeschleudert werden. Die Metalle sollen aus einzelnen schwingenden Molecülen bestehen, welche je aus zwei entgegengesetzt geladenen Bestandtheilen, Atomen oder Atomgruppen, zusammengesetzt sind, die an ihre Stelle gebunden sind. Hierbei ist innerhalb molecularer Dimensionen das Potential nicht mehr constant. Zwischen den Molecülen sollen einzelne Ionen zerstreut sein, die durch Zertrümmerung der Molecüle entstanden sind. Ihre Zahl in der Masseneinheit ist, wenn das Metall unelektrisch ist, nur von der Structur und Temperatur des Metalles bedingt. Werden dem Metalle Ionen entzogen, so bilden sich sofort neue. Diese Ionen sind dieselben wie die Kationen von Salzlösungen, können aber im Metall ebensowohl als Kationen wie als Anionen auftreten. Wird einem unelektrischen und isolirten Metallstück eine positiv elektrisirte Kugel genähert, so entsteht im ersteren ein neues Potentialgefälle, wodurch negative Elektricität und das Anion zur Kugel, positive Elektricität von derselben fortgetrieben wird. Nach

---

[1]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 37, 177, 1889. — [2]) Vergl. F. Richarz, ibid. 48, 491, 1893 und H. Ebert, ibid. 50, 255, 1893. — [3]) Giese, ibid. 37, 576, 1889.

einiger Zeit bildet sich ein Gleichgewichtszustand, wenn das Potential im Innern constant geworden ist. Die Ionen in der Grenzschicht sind hierbei nicht aus dem Innern eingewandert, letzteres bleibt immer unelektrisch, sie sind aus Atomen gebildet, die schon vorher in den dort befindlichen Molecülen vor der Influenz sich befanden.

(Siehe weitere Betrachtungen über die molecularen Ladungen der Ionen, unter Betrachtung der Dicke der Grenzschichten u. s. f. in Bd. V.)

1026 Die in dem Schliessungskreise eines Stromes an jeder Stelle thätige elektrische Scheidungskraft wirkt dauernd, ertheilt also den Elektricitäten oder bei den Elektrolyten den mit ihnen verbundenen Ionen immer neue Anstösse, so dass sie sich mit zunehmender Geschwindigkeit bewegen müssten. Die Intensität des Stromes würde hierdurch zunehmen. Da sie indess abgesehen von den Wirkungen der Selbstinduction bald nach Schliessung der Leitung constant wird, so muss die Zunahme an lebendiger Kraft, welche die Elektricitäten auf diese Weise erhalten, auf irgend eine Weise compensirt werden. In der That setzt sich die lebendige Kraft der Elektricitätsbewegung im Schliessungskreise vollständig in mechanische Arbeit, wie z. B. in eine Bewegung der Molecüle selbst, in Wärme um, und es bedarf einer fortdauernden Wirkung der Scheidungskraft, um den Elektricitäten neue Anstösse zu ertheilen. — Auf diese Weise kann die Geschwindigkeit der Elektricitätsbewegung, d. h. die Stromintensität, obgleich die elektromotorische Kraft dauernd wirkt, doch eine gewisse, dieser Kraft proportionale Grösse niemals überschreiten.

1027 Wir haben schon §. 996 angeführt, dass der Widerstand eines Körpers in elektrostatischem Maasse dem umgekehrten Werthe einer Geschwindigkeit, die Leitungsfähigkeit also direct einer Geschwindigkeit entspricht. In der That ist cet. par. die Elektricitätsmenge, welche durch den Querschnitt eines Leiters in der Zeiteinheit fliesst, dem Widerstande umgekehrt proportional. In diesem Sinne konnte auch Riess bei den Versuchen über die Gesetze der Batterieentladung von einem „Verzögerungswerthe“ der in die Schliessung eingeschalteten Leiter sprechen, welcher ihrem Widerstande proportional ist.

1028 Nehmen wir an, dass der specifische Widerstand W (für die Einheit der Länge und des Querschnittes), welchen der Strom in einem Schliessungskreise findet, einer Kraft entspricht, welche bei der Geschwindigkeit Eins der Elektricitäten sich der Bewegung derselben entgegenstellt, ähnlich wie die Reibung der Bewegung eines mechanisch bewegten Körpers, und dass analog mit letzterer der Gesammtwiderstand der Geschwindigkeit der Bewegung, also der Stromintensität i proportional ist, so ist in den ersten Zeiten der Schliessung die Aende-

rung der Stromintensität durch die Gleichung $L.di/dt = E - iW$ gegeben, welche mit der Bd. IV, §. 197 aufgestellten identisch ist. Ist der Strom constant geworden, so wird die elektromotorische Kraft gerade durch den Reibungswiderstand compensirt, also $E - iW = 0$. Diese Formel stellt das Ohm'sche Gesetz dar. Man drückt das eben besprochene Verhältniss auch wohl aus, indem man sagt, die Elektricität besitze keine Trägheit.

1029 Eine Entscheidung über diesen letzteren Punkt lässt sich bei der Betrachtung der Erscheinungen der Selbstinduction herbeiführen.

Ist i die Stromintensität in einem linearen Stromkreise, E die darin wirkende elektromotorische Kraft, L das Potential des Leiters auf sich selbst, r der Widerstand desselben und ist in demselben Moment die Stromintensität an allen Stellen des Kreises die gleiche, so wäre:

$$Eidt = i^2rdt + \tfrac{1}{2}d\,(Li^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wenn die Elektricität keine träge Masse besässe. In gegentheiligem Falle würde zu der Formel noch das Glied $\frac{1}{2}d\,(mi^2)$ hinzuzufügen sein, wo m eine Constante wäre, also:

$$ir = E - (L + m)\frac{di}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Die Masse m wirkt also wie eine Vermehrung des Potentials L, wie wenn letzteres $L' = L + m$ wäre. Die Integralintensität der Extraströme wäre also grösser, als ohne die supponirte Trägheit der Elektricität[1]).

1030 Zur Prüfung, ob L von L' verschieden ist, schaltete Lorenz[2]) in zwei auf einander folgende Zweige der Wheatstone'schen Drahtcombination selbstinducirende Spiralen oder Drähte ein. Die beiden anderen Zweige waren die beiden durch den zur Brücke führenden Contact getrennten Theile eines Messdrahtes. In die Brücke wurde ein Telephon eingefügt. Bei der Einstellung des Contactes, bis der Ton im Telephon verschwand, konnten die Constanten L, L' der selbstinducirenden Leiter in den ersten beiden Zweigen mit einander verglichen werden.

Gerade Drähte wurden hoch über dem Boden parallel neben einander aufgespannt; die Drahtrollen (A 96 Windungen von 1 mm dickem übersponnenem Kupferdraht, Höhe 121 mm, und B 76 Windungen von 1,3 mm dickem, mit Guttapercha überzogenem Drahte, Höhe 216 mm) waren auf Glascylinder gewunden. Bei den Versuchen mit den geraden Drähten wichen die theoretisch berechneten Inductionsconstanten von den beobachteten nur um 0,6 Proc. ab. Die Vergleichung der Drahtrollen mit den gerade ausgespannten Drähten ergab freilich Werthe für die letzteren, welche 5 bis 6 Proc. kleiner als die berechneten waren. Doch

1) Hertz, Wied. Ann. 10, 414, 1880. — 2) L. Lorenz (Kopenhagen), Wied. Ann. 7, 161, 1879.

kann man diese Abweichungen auf die inducirende Rückwirkung der Umgebung schieben.

Da die Selbstinductionscoëfficienten L_1 und L_2 der beiden Zweige sich wie ihre Widerstände r_1 und r_2 verhalten, also $r_1/r_2 = L/L'$, so konnte auch, wenn A eine Constante ist, $r_1/r_2 = (L_1 + Ar_1)/(L_2 + Ar_2)$ sein und der Werth A der Beobachtung entgangen sein, so dass das neben dem Selbstpotential auftretende Glied dem Widerstande al/q, wo a der specifische Widerstand, l die Länge, q der Querschnitt ist, proportional sein konnte.

Die Anwendung von Flüssigkeitswiderständen gab kein Resultat.

Deshalb wurden die Versuche von Feddersen über Flaschenentladungen (Bd. IV, §. 394 u. flgde.) wieder aufgenommen, wobei die Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels (100 bis 200 Umdrehungen in der Secunde) durch die Zeichen einer über einer geschwärzten Messingscheibe oscillirenden Stimmgabel mit Schreibstift bestimmt, und eine Batterie von neun Flaschen verwendet wurde. Die Entladung geschah zum geeigneten Zeitpunkte, ähnlich wie bei den Experimenten von Feddersen; auch wurden die Funken photographirt. **1031**

Zur Bestimmung der Capacität der Batterie wurden erst die Capacitäten ihrer einzelnen Flaschen unter einander verglichen, indem sie mit einander verbunden geladen und dann einzeln durch ein Galvanometer entladen wurden. Darauf wurde die Capacität der Leydener Flaschen mit derjenigen zweier grosser Condensatoren mit cylindrischen oder planparallelen Platten verglichen, indem die Flaschen mit einem Torsionselektrometer verbunden, geladen und dann durch Verbindung mit dem einen oder anderen Condensator entladen, und wieder die Ladung am Elektrometer bestimmt wurden.

Die berechneten Werthe der Oscillationsdauern entsprechen sehr nahe der Beobachtung; die ersteren sind etwas grösser als die beobachteten, entgegen dem Resultat der Feddersen'schen Versuche, wobei die beobachtete elektrodynamische Constante um 16 Proc. gegenüber der theoretisch berechneten zu gross ist. Vermuthlich wurde indess bei Berechnung der Capacität der Batterie der letzteren durch Kirchhoff die Dielektricitätsconstante des Glases nicht richtig angenommen. Der Elektricität kann man nach diesen Versuchen keine Trägheit beilegen[1]).

Aehnliche Versuche hat Hertz[2]) angestellt. **1032**

In die diagonal gegenüberliegenden Zweige einer Wheatstone'schen Brücke wurden inducirende Drahtsysteme eingeschaltet, das Selbstpotential der anderen, aus dünnen, durch Glasröhren voll Wasser gezogenen Neusilberdrähten gebildeten Zweige wurde möglichst klein gemacht und der

[1]) Siehe ebendaselbst Versuche über die Induction in geraden, vom Strome durchflossenen Eisendrähten, wo die transversale Magnetisirung derselben mitwirkt. — [2]) Hertz, Wied Ann. 10, 414, 1880.

Widerstand aller vier Zweige so abgeglichen, dass ein constanter Strom die Nadel des Meyerstein'schen Galvanometers mit astatischem Nadelpaare in der Brücke (zur Erreichung des Maximums der Wirkung von möglichst geringem Widerstande) nicht ablenkte. Dann wurde der Strom der Kette im unverzweigten Theile der Leitung durch einen Commutator umgekehrt. Die Schwingungsdauer der Nadel betrug $T = 27{,}66$ Secunden. Da die Ausschläge zu gering waren, wurde innerhalb zweier Secunden im geeigneten Moment der Hauptstrom 20 mal umgewendet und zugleich die Verbindung mit dem Galvanometer. Die Extraströme kamen dabei zur völligen Entwickelung. Als selbstinducirende Systeme dienten zwei gleiche, doppelt umwundene, 73,9 mm lange, aussen 83,6, innen 67,3 mm weite Spiralen. Bei anderen Versuchen wurde die eine Spirale ganz benutzt, von der anderen aber nur die eine Windungsreihe, während die ausgeschaltete Windungsreihe durch einen gleichen, nicht inducirenden Widerstand ersetzt wurde. Im letzten Falle wurde durch die frei gewordene Windungsreihe der Spirale der rechtzeitig umgeschaltete inducirende Strom geleitet, wodurch das Potential der beiden Windungsreihen der Spirale auf einander gemessen wurde.

Das Potential L im ersten Falle (89 250 mm, bis auf 1200 mm genau) wurde direct berechnet, das Potential L' im anderen Falle (37 840 000 mm) wurde durch Vergleichung mit dem Potential zweier gerader, auf dem Boden ausgespannter Drähte bestimmt.

Nach Correction in Bezug auf die Inductionswirkung der übrigen Theile der Brücke ergab die Beobachtung die Stärke des Extrastromes gleich $1{,}1476/T$, während aus der Berechnung $1{,}1351/T$ folgt. Die Differenz beträgt nur etwa 1 Proc.

1033 Bei weiteren Versuchen bestanden die Zweige der Brücke aus zwei ganz gleichen dünnen Neusilberdrähten, deren Extraströme sich aufhoben, aus einem in sich zusammengefalteten Draht von genau berechenbarem, kleinem Selbstpotential und endlich aus einem aus zwei parallel neben einander laufenden Drähten gebildeten Rechteck von hartem, 0,4104 mm dickem Kupferdraht von 7229 mm Länge und 946 mm Breite, durch dessen beide Theile der Strom in gleicher oder entgegengesetzter Richtung floss. Das Selbstpotential betrug in beiden Fällen 486 200 und 96 580 mm. Auch hier wich das berechnete Verhältniss der beiden Extraströme (5,330) von dem beobachteten (5,382) nur um $^1/_{250}$ ab. Dasselbe ergab sich, als zur Vermeidung des Einflusses von Temperaturschwankungen der dem inducirenden gegenübergestellte Zweig durch einen Widerstand von Gaskohle ersetzt wurde.

Demnach kann die Existenz einer trägen Masse der Elektricität aus diesen Versuchen nicht mit Sicherheit gefolgert werden. Die kinetische Energie der elektrischen Strömung von der Dichte Eins in einem kupfernen Leiter muss jedenfalls kleiner als 0,008 mg mm^2/sec^2 sein.

Dabei ist vorausgesetzt, dass keine Beziehung zwischen dem speci-

fischen Widerstande der Metalle und der Dichte der Elektricität in ihnen besteht.

Ein weiterer Versuch von Hertz[1]) ist von dieser Annahme frei. Eine sechseckige versilberte Glasplatte war auf einer Messingscheibe, mit der belegten Seite letzterer zugekehrt und nur durch eine dünne Luftschicht von ihr getrennt, befestigt. Die Messingscheibe war mit ihrer Mitte auf eine horizontale Stahlaxe aufgesetzt, welche in zwei Lagern rotirte. Zwei diametral gegenüberliegende Stellen A und B der Belegung der Glasplatte waren mit der Axe und einem durch dieselbe hindurchgehenden Draht verbunden, welche mittelst Quecksilbernäpfen mit den Polen einer Kette in Verbindung standen. Zwei um 90^0 gegen erstere gedrehte Stellen der Belegung C und D waren ebenfalls durch zwei Platindrähte, welche durch ein genau centrirtes Stück einer Glasröhre hindurch- und um sie herumgingen, mit einem sehr empfindlichen Galvanometer verbunden. Nachdem die Verbindungen so abgeglichen waren, dass nach längerem Durchgang des Stromes im Galvanometer keine Ablenkung erfolgte, wurde die Platte in schnelle Rotation versetzt. Allein auch dann zeigte sich eine solche nicht mit Sicherheit. Besässe die Elektricität eine Trägheit, so hätte eine Ablenkung erfolgen müssen, da die Elektricität von Punkten langsamerer Bewegung nahe der Axe zu solchen von schnellerer Bewegung am Rande überging[2]). 1034

Bei der Ableitung des Ohm'schen Gesetzes für ein homogenes Stück eines linearen Leiters nach Kirchhoff in der Form $i = - \lambda . dV/ds$, wo i die Stromintensität, λ die Leitfähigkeit, V die Potentialfunction der freien Elektricitäten, s die Axenrichtung des Leiters ist, ist angenommen worden, dass im Inneren des Leiters keine freie Elektricität vorhanden sei. Ob dies in der That der Fall ist, hat Budde[3]) erörtert. 1035

Soll der Strom in einem geschlossenen Leiter dauernd kreisen, so muss der Werth V Unstetigkeiten an dem Sitze der elektromotorischen Kräfte haben[4]), oder richtiger, da sich daselbst V allmählich ändern

[1]) Hertz, Wied. Ann. 14, 581, 1881.

[2]) Man könnte auch die Existenz einer Trägheit der Elektricität durch Untersuchung der Verschiebung der in einem Leiter durch einen benachbarten geladenen Körper vertheilten Elektricitäten bei Rotation des Leiters vor letzterem prüfen wollen, indess ergeben sich complicirtere Verhältnisse. Die hierbei eintretende Bewegung der Elektricität, welche in Folge der Strömung stets von Wärmeentwickelung begleitet ist, und bei der das Potential auf der Oberfläche und im Inneren nicht mehr constant ist, und sich die Elektricitätsvertheilung in jedem Augenblick ändert, ist von Hertz (Wied. Ann. 13, 266, 1884) untersucht für eine um einen Durchmesser rotirende Hohlkugel, sowie einen um seine Axe rotirenden Hohlcylinder. Dabei ist eine im Inneren befindliche elektrische Masse nicht mehr vor dem äusseren Einflusse geschützt.

[3]) Budde, Wied. Ann. 15, 558, 1882. — [4]) v. Bezold, ibid. 3, 12, 1878.

kann (bei in einander diffundirenden Flüssigkeiten), müssen ausser den von der Potentialfunction der freien Elektricitäten herrührenden Kräften noch andere Scheidungskräfte S vorhanden sein, deren Arbeitswerth $I\int S ds$ im ganzen Kreise nicht Null ist, und es wird:

$$i = \lambda\left(S - \frac{dV}{ds}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Ist freie Elektricität im Inneren des Leiters, so kann man die verzögernde Kraft des Widerstandes gleich $\zeta u \varrho/\varrho^1$ setzen, wo ζ vom Stoff des Leiters abhängt, u die Geschwindigkeit der Elektricität, ϱ^1 ihre natürliche Dichtigkeit ohne Strom, ϱ die Dichtigkeit während des Stromes ist. Ausserdem können event. Kräfte wirken, welche der neutralen Elektricität ohne Strom ihre Dichtigkeit ertheilen und sie bei der Strömung zu erhalten streben. Dieselben sind als Druckkräfte p in der Stromrichtung für die Einheit der Elektricitätsmenge aufzufassen, welche aber für den ganzen Stromkreis die Scheidungskräfte nicht ändern. Ist ω der Querschnitt des Leiters, so ist mithin für ein Element ds die ganze bewegende Kraft

$$\left(S - \frac{dV}{ds} + p - \zeta u \frac{\varrho}{\varrho^1}\right) \omega \varrho ds \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Multiplicirt man mit udt und integrirt über den ganzen Stromkreis, so erhält man die darin in Form von lebendiger Kraft geleistete Arbeit, welche bei constantem Strom gleich Null ist. Beobachtet man, dass für denselben auch $\int p ds = 0$ und $\int dV/ds = 0$ ist, so wird, wenn $\zeta = \zeta^1/\lambda$ ist, der Widerstand nur von der natürlichen Dichtigkeit der Elektricität abhängig und es gelten die Gesetze von Ohm und Joule.

Ob freie Elektricität in und auf dem Leiter die bestimmende Ursache der Strombewegung ist, hängt wesentlich von den Kräften p ab. Sind diese überall gleich Null, so ist die freie Elektricität absolut compressibel und es wirkt an jeder Stelle des Stromes in homogenen Leitern als beschleunigende Kraft nur $-dV/ds$, an Stellen von elektromotorischer Kraft $S - dV/ds$. Dann ist also freie Elektricität auf dem Leiter für die Strombewegung unentbehrlich und muss dem Ohm'schen Gesetze entsprechend vorhanden sein.

Ist die Elektricität incompressibel, so würden, wenn auch die freien Elektricitäten und auch $-dV/ds$ verschwänden, die Kräfte p und die Scheidungskräfte allein den Strom erhalten können.

Da aber freie Elektricität auf der Oberfläche der Leiter nachgewiesen ist, so kann sie dort und im Inneren entweder a) während des Stromes in Ruhe bleiben, oder b) in Folge der treibenden Kräfte strömen.

Im Falle a) muss auf sie eine der treibenden Kraft $-dV/ds$ entgegengesetzte Kraft wirken, welche nur von dem Strome selbst herrühren kann und die Wirkung von $-dV/ds$ auf die freie Elektricität aufhebt. Diese Gegenkraft muss aber auch auf die natürliche Elektricität wirken

und somit auch im Inneren des Leiters aufgehoben werden, d. h. die Elektricität muss mit Widerstand gegen die comprimirende Kraft fliessen.

b) Bewegt sich die freie Elektricität mit dem Strom, so muss ihre Strömung stationär sein, etwa wie der Strom einer compressiblen Flüssigkeit in einem geschlossenen Rohre, in welches an einér Stelle eine Propellerschraube eingefügt ist. Hiernach darf die Dichtigkeit der Flüssigkeit nirgends Null werden, da sie sonst daselbst mit unendlicher Geschwindigkeit flösse. Sowohl bei einem einfachen Elektricitätsstrom, wie bei zwei gleichen entgegengesetzten würde dieses Bild passen. Danach würde eine Strömung nur allein an der Oberfläche nicht eintreten können, denn wenn wir an irgend einer Stelle durch Ableitung die Dichtigkeit der freien Elektricitäten daselbst zu Null machten, müsste ihre Geschwindigkeit ebendaselbst gleich unendlich werden. Sie müsste also im Inneren fliessen.

Entwickelt man wiederum aus Gleichung 2) durch Multiplication mit udt die in Form von lebendiger Kraft im Elemente ds erzeugte Arbeit und integrirt für ein keine elektromotorische Kraft enthaltendes homogenes Leiterstück $s_2 - s_1$, an dessen Enden die lebendigen Kräfte A_2 und A_1 sind, so wird:

$$I(A_2 - A_1) = \int_{s_1}^{s_2} \left(- \frac{dV}{ds} + p - \zeta u \frac{\varrho}{\varrho^1} \right) \omega \varrho u ds \quad . \quad . \quad 3)$$

Da indess keine besonderen Wärmeänderungen bei Dickenänderungen eines homogenen Leiters auftreten, so verschwinden die Werthe A gegen die Arbeit bei Ueberwindung des Widerstandes, es ist $A_2 - A_1 = 0$. Dann wird bei Ausführung der Integration:

$$I(V_1 - V_2) + I \int_{s_1}^{s_2} p ds = I^3 w,$$

wo $w = 1/\lambda$ der Widerstand ist.

Soll das Joule'sche Gesetz richtig sein, so muss $p = 0$, d. h. die Elektricität absolut compressibel sein.

Soll ferner der Elektricitätsstrom constant sein, so muss

$$d(\omega . dV/ds)/ds = 0$$

sein. Wendet man hierauf den Green'schen Satz

$$\int \Delta V . dK = \int \frac{dV}{d\nu} d\sigma$$

an, wo dK ein Raumelement, $d\sigma$ ein Oberflächenelement eines Körpers, ν die nach aussen gerichtete Normale desselben, V eine beliebig stetige und endliche Function der Coordinaten ist, so folgt $\Delta V = 0$.

Also kann keine freie Elektricität im Inneren des Leiters sein, was mit der Annahme b) nicht übereinstimmt [1]).

[1]) Aehnliche Bemerkungen von Ledieu, Compt. rend. 95, 619, 1882; Beibl. 6, 956.

Danach wären auch die später zu erwähnenden Gesetze von Clausius, von Riemann und der elektrische Doppelstrom von W. Weber unhaltbar.

1036 Es erhebt sich ferner die Frage, ob sich experimentell nachweisen lässt, dass die Elektricitätsströmung in einem Leiter gleichwerthig mit einer mechanischen Fortführung von Elektricität mit ihrem ponderablen Leiter ist. Diese Frage wird bis zu einem bestimmten Grade durch Versuche von Rowland[1]) bejahend beantwortet.

Er liess eine 21,1 cm im Durchmesser haltende, 0,5 cm dicke Ebonitscheibe bis zu 61 mal in der Secunde um ihre 0,9 cm dicke verticale Axe rotiren. Beide Seitenflächen waren mit einer von der Axe isolirten Vergoldung versehen. Ueber und unter der Scheibe ruhten conaxial zu ihr in der Mitte durchbohrte Glasscheiben von 38,9 cm Durchmesser, die auf einer Seite an einem ringförmigen Streifen von bezw. 8,9 cm innerem und 24 cm äusserem Radius vergoldet waren, und meist die zur Erde abgeleiteten vergoldeten Seiten der Ebonitplatte zukehrten. Die Ebonitscheibe wurde durch eine $1/3$ mm von ihrem Rande aufgestellte, mit einer grossen Leydener Batterie mittelst eines Commutators verbundene Spitze mit der einen oder anderen Elektricität geladen. Unmittelbar über der oberen Glasscheibe schwebte in einem zur Erde abgeleiteten Messinggehäuse mit seiner Ebene senkrecht zum Radius der Scheibe ein mit einem Spiegel versehenes astatisches System von zwei Magnetnadeln von je 1,5 cm Länge, deren Abstand 17,98 cm betrug. Seine Ablenkungen konnten durch Scala und Fernrohr beobachtet werden. Elektrostatische Einflüsse durch die Elektricität der Batterie auf das Nadelsystem konnten auch bei Umkehrungen der Ladungen nicht beobachtet werden. Wurde die Ebonitscheibe in Rotation versetzt, so zeigte sich ohne Ladung ihrer Goldbelegungen durch die Einwirkung der in ihrer Axe inducirten Ströme ein Ausschlag des Nadelpaares im Sinne der Rotation. Wurde aber die Scheibe elektrisirt, so änderte sich der Ausschlag um 5 bis 7,5 Scalentheile in dem Sinne, wie ihn ein mit der Rotation der positiv und gegen die Rotation der negativ geladenen Scheibe fliessender Strom erzeugen würde. Die Wirkung blieb die gleiche, als die Vergoldung der Ebonitplatte durch radiale Linien durchschnitten war. Ebenso wirkte eine dünne Glasplatte an Stelle der Ebonitplatte, unter der sich nur eine vergoldete, ruhende, zur Erde abgeleitete Glasplatte befand. — Bei anderen Versuchen war der Goldüberzug der Ebonitplatte durch concentrische Kreislinien in von einander isolirte Ringe getheilt, deren innerster mit der Axe verbunden war. Dabei wurden zwei elektrische Platten in Form eines nicht bis zur Axe reichenden

[1]) Rowland, Monatsber. d. Berl. Akad. 16. März 1876, 211; Pogg. Ann. 158, 487, 1876.

Kreissectors von oben und unten der Platte gegenübergestellt. Die dadurch in dem gegenüberliegenden Theile des Goldringes vertheilte, z. B. positive Elektricität, wurde bei der Rotation fortgeführt und hinter ihr wurde durch Vertheilung immer neue positive Elektricität gebunden, während die negative Elektricität frei wurde.

Die positive Elektricität hat hier zwei Wege zur Ausgleichung, im Sector und ausserhalb desselben, die, wenn der Sector $1/n$ des Kreisumfanges ausmacht, sich wie $1:(n-1)$ verhalten. Im Sector wird dann entgegen dem Strome eine der Summe beider Mengen entsprechende Elektricitätsmenge durch Convection fortgeführt. Wenn letztere Bewegung wie Leitung wirkt, so ist im Sector die Gesammtbewegung

$$1 - \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}.$$

Bei kleinen Sectoren war keine sichere Beobachtung möglich; bei grossen (von 180°) zeigte sich die vorausgesetzte Strömung im freien Theile der Scheibe; sie aber war nicht messbar.

Der Werth des elektrischen Potentials in der Leydener Batterie wurde durch Ladung einer kleinen Flasche mit derselben und Messung der Funkenlänge bei der Entladung nach den Beobachtungen von Thomson bestimmt. Die Elektricität wurde als gleichförmig auf der Platte vertheilt und nur am Rande in einem unendlich dünnen Faden concentrirt betrachtet und dabei die etwa 0,02 der Einwirkung auf die untere Nadel betragende Wirkung auf die obere Nadel berücksichtigt. Ist $v = 28800.10^6$ nach Maxwell oder 31074.10^6 nach Weber die horizontale Componente des Erdmagnetismus 0,182 (*C. G. S.*), so lagen die hiernach berechneten Werthe etwa zwischen den aus den beiden ersteren Werthen abgeleiteten. Die auf das Nadelpaar wirkende Kraft war etwa nur 0,0002 der Kraft des Erdmagnetismus.

Wäre der Versuch von Rowland richtig, so müsste bei periodischen Drehungen die Magnetnadel eine Arbeit verrichten können. Die rotirende Scheibe erzeugt ein magnetisches Feld, dessen Intensität der Geschwindigkeit, dessen Aenderung der Beschleunigung der Bewegung des Körpers proportional ist. Diese Aenderung bedingt aber wiederum eine auf die elektrischen Punkte wirkende, der Beschleunigung proportionale und in ihrer Richtung wirkende Gegenkraft, welche nach Lippmann einer Trägheit der Elektricität entsprechen würde[1]).

Lecher[2]) hat die Versuche nicht bestätigen können. **1037**

Eine Scheibe von Messing oder von mit Graphit überzogener Pappe von 22 cm Durchmesser drehte sich mindestens 200 mal in der Secunde in einer Verticalebene um eine von ihr durch eine Ebonitscheibe isolirte Stahlaxe und wurde durch ein Metallbürstchen mittelst einer Holtz'-

[1]) Lippmann, Compt. rend. 89, 151, 1879; Beibl. 4, 53. — [2]) Lecher, Rep. d. Phys. 20, 151, 1884; Beibl. 8, 665.

schen Maschine auf ein Potential von etwa 5000 Volts positiv oder negativ geladen. Dieses Potential wurde an einem absoluten Elektrometer von Thomson abgelesen. Der Scheibe parallel und nahe ihrem Mittelpunkte war eine gut astasirte und mit Spiegel versehene Magnetnadel aufgehängt. Entgegen den Erfahrungen von Rowland ergab sich keine Wirkung.

1038 Dagegen hat Himstedt[1]) den Rowland'schen Versuch mit folgendem Apparate wiederholt. Zwei matt geschliffene, von ihrem Rande aus auf 3 cm Breite mit Graphit eingeriebene, 20 cm im Durchmesser haltende Glasplatten rotiren auf einer Axe. Sie befinden sich zwischen je zwei fest aufgestellten Glasplatten, welche auf den den matten Glasplatten abgekehrten Seiten mit abgeleiteten Stanniolblättern beklebt sind. Zwischen den inneren Glasscheiben hängt ein astatisches Paar von 4 cm langen Nadeln mit Spiegel, so dass die untere Nadel gerade unter der Graphitbelegung, die obere gerade über dem Rande der Scheiben hängt.

Die Schwingungsdauer beträgt bei gleich gerichteten Magneten 1,6, bei entgegengerichteten 50 Secunden. Durch einen Richtmagnet wird die Schwingungsdauer auf 20 bis 30 Secunden heruntergedrückt.

Alle Theile des Apparates standen durchaus fest und waren fest mit einander verbunden.

Ein Vorzug dieses Apparates ist die Anwendung zweier Scheiben, deren jede auf beide Magnete in demselben Sinne wirkt.

Um die Scheiben zu laden, sind sie mit je zwei Schleifcontacten verbunden, von denen der eine zu einer Leydener Batterie führt, der andere mit einem Edelmann'schen Elektrometer verbunden ist.

1039 Die Versuche ergaben, dass in der That durch die elektrische Convection elektromagnetische Wirkungen hervorgerufen werden können. Die Ablenkung des astatischen Nadelpaares wechselt ihr Zeichen sowohl bei Umkehrung der Elektrisirung als auch bei Umkehrung der Rotationsrichtung. — Sie ist direct proportional der Rotationsgeschwindigkeit. — Sie ist ferner direct proportional der Dichte der elektrischen Ladung oder, bei unveränderter Capacität des Apparates, direct proportional dem Potential der geladenen Scheiben, hinauf bis zu 3800 und 4500 Volts. Bei niederen Ladungen störten secundäre Umstände die Beobachtungen. — Versilbern der Scheiben wirkte wie Einreiben mit Graphit. — Ohne Rotation wirkten die Scheiben nicht.

1040 Bei neuen Versuchen von Rowland und Hutchinson[2]) wurden zwei Scheiben gleichförmig um horizontale coaxiale Axen in der Ebene des Meridians in gleichem oder entgegengesetztem Sinne in Rotation

---

[1]) Himstedt, Wied. Ann. 38, 560, 1889. — [2]) Rowland und Hutchinson, Phil. Mag. [5] 27, 445, 1889; Beibl. 14, 74.

versetzt. Ihre einander zugekehrten Seiten waren vergoldet. Zwischen ihnen befanden sich zwei feste, auf den den Scheiben zugekehrten Seiten vergoldete Glasplatten, zwischen denen über dem Boden einer Messingröhre die untere Nadel eines astatischen Systems in der Höhe der Rotationsaxe hing. Der Spiegel zum Ablesen über der oberen Nadel ist 45° gegen die Ebene der Scheiben geneigt befestigt. Die Nadel selbst besteht aus zwei kleinen cubischen Ebonitstücken, die an einem Aluminiumdraht befestigt sind, und auf deren beide Seiten kleine Stücke von stark magnetisirten Uhrfedern geklebt sind. Die Dimensionen der Nadel sind so $1 \times 1 \times 10$ mm. Die Platten sind von vergoldeten Ebonitschutzringen umgeben, welche durch Schrauben genau in die Ebene derselben zu stellen sind. Ebenso können die Glasplatten den Schutzringen parallel gestellt werden. Die rotirenden Scheiben, Glasplatten und Schutzringe sind mit radialen Rissen versehen, um Ströme in peripherischer Richtung zu vermeiden.

In die Peripherie der Scheiben sind acht Messingzapfen eingesetzt, die etwa 5 cm weit eindringen, dann parallel der Axe umgebogen sind, bis sie die vergoldete Oberfläche der Scheiben berühren. Metallbürsten in den Schutzringen schleifen auf diesen Zapfen, und so werden die Scheiben elektrisch. Die Rotationsgeschwindigkeit der durch einen elektrischen Motor 125 mal in der Secunde gedrehten Scheiben wird durch ein Zählerwerk gemessen.

Ausserhalb der Glasscheiben befinden sich feste Ebonitringe, auf deren mit Nuthen versehene Peripherien je zwei Drahtwindungen gewickelt sind. Sie dienen als Multiplicator zur Messung der Nadelconstante. Sie werden hierzu bis an die nunmehr ruhenden Scheiben vorgeschoben. Der durch diese Windungen geleitete Strom wird durch ein Sinusgalvanometer gemessen. Die erdmagnetische Constante H an dem Orte desselben wird bestimmt, indem das Sinusgalvanometer nach Art einer Tangentenbussole von einem 1 m weiten Messingkreise umgeben ist. Wird dieser Drahtkreis und ein Weber'sches Dynamometer gleichzeitig in einen Stromkreis eingeschaltet, so ergiebt sich H aus den Ablenkungen. Die Ladung der Scheiben geschah durch eine mit 4,5 Liter grossen Leydener Flaschen verbundene Holtz'sche Maschine. In den Stromkreis der letzteren sind ein Commutator, ein grosses, nach Art einer Wage angeordnetes absolutes Thomson'sches Elektrometer und die Scheiben eingefügt.

Zuerst wurden H und die Nadelconstante β bestimmt, dann die Potentialdifferenz gemessen, darauf wurden die Scheiben in Rotation versetzt, elektrisirt, eine Reihe von drei Elongationen der Nadel beobachtet, die Ladung umgekehrt, drei weitere Elongationen gemessen u. s. w. Je nach fünf Minuten wurde die Rotationsgeschwindigkeit bestimmt, nach jeder Umkehr die Ladung erneuert, um das absolute Elektrometer auf gleichen Ausschlag zu bringen u. s. f. So wurden bis etwa 25 Umkehrungen beobachtet.

Die Rechnung wird unter der Annahme ausgeführt, dass die magnetische Wirkung der rotirenden Ladung auf die untere und obere Nadel der in der Secunde durch jeden Punkt hindurchgehenden Elektricitätsmenge proportional ist, wie bei jedem anderen Strom.

Schwierigkeiten machte die Isolation, namentlich wegen des Glases im Apparat. Deshalb wurde die Batterie durch Paraffin, der Commutator durch Ebonit isolirt, an Stelle der die feststehenden Glasplatten tragenden Messingstützen wurden Ebonitstützen verwendet. Auch musste die Aenderung der Ablenkung bei Umkehrung der Elektrisirung bei ruhenden Scheiben durch Lackiren der Messingtheile eliminirt werden. Die in der Axe inducirten Ströme bei der Rotation hatten keinen Einfluss, da, wenn die Axen in gleicher oder entgegengesetzter Richtung rotirten, die Wirkungen also entgegengesetzt waren. Wurden die Scheiben nicht elektrisirt gedreht, so zeigte sich ohne die festen Glasplatten zwischen ihnen und der Nadel eine regelmässige Ablenkung, die beim Einschieben der Glasplatten verschwand, bei Ersatz derselben durch kleine Messingplatten sich veränderte. Der Grund war Aussaugen von Luft aus der die Nadel enthaltenden Röhre.

Die Versuche bei 1,24 bis 1,80 cm Abstand der Glasplatten und Scheiben gaben im Ganzen relativ gut übereinstimmende Resultate für das daraus abzuleitende Verhältniss der elektrostatischen und elektromagnetischen Einheiten (2,26 bis 3,78).

1041 In einer anderen Weise, ohne directe Ladung, hat Röntgen[1]) schon vor Himstedt und Rowland und Hutchinson ähnliche Versuche angestellt.

Eine 10 cm im Durchmesser haltende, 0,35 cm dicke Glasscheibe rotirte zwischen zwei horizontalen Condensatorplatten, deren obere, mit der Erde verbundene 0,14 cm, deren untere 0,25 cm von der Scheibe abstand. Letztere konnte mit positiver oder negativer Elektricität geladen werden. Ueber der oberen Platte, 0,30 cm von ihr entfernt, hing senkrecht zu einem Radius der Scheibe, mit ihrem Mittelpunkte oberhalb der Scheibe nahe ihrem Rande die eine, 4,68 cm lange Magnetnadel eines astatischen Systems, dessen obere 4,74 cm lange Nadel 24,5 cm über der unteren schwebte. Die Momente der unteren und oberen Nadel betrugen 9,393 und 9,551 $cm^{5/4}\, g^{3/4}\, sec^{-1}$, die Schwingungsdauer des Systems war 17 Sec., sein logarithmisches Decrement 1. Die Ablenkungen wurden mittelst Spiegel, Scala und Fernrohr gemessen.

Bei jeder Umkehrung der Ladung der Condensatorplatten wurde die Nadel abgelenkt, etwa um zwei bis drei Scalentheile (je 1 mm), in dem Sinne eines in der Richtung der Bewegung fliessenden Stromes.

---

[1]) Röntgen, Sitzungsber. d. Berliner Akademie vom 19. Jan. 1888. Wied. Ann. 35, 264, 1888. Genauere Beschreibung des Apparates: ibid. 40, 93, 1890.

Dabei wirkt eine directe Ladung der rotirenden Scheibe selbst nicht, wie z. B. bei den Versuchen von Rowland. Bestand z. B. die untere Platte aus zwei von einander isolirten, entgegengesetzt geladenen Hälften und befand sich der Mittelpunkt der Nadel über einer Stelle der rotirenden Scheibe, die von einem Radius derselben getroffen wurde, so blieben bei schneller Rotation die Ausschläge zweier mit den Hälften verbundenen Elektrometer bis zu jeder folgenden Commutation constant.

Die Wirkungen beruhen also auf der Bewegung eines in einem constanten homogenen Felde befindlichen, an und für sich nicht elektrisirten Dielektricums senkrecht zu den Kraftlinien. Sie beruhen nicht, wie bei Rowland und Hutchinson, auf Convection, bezw. durch Mitführung der freien Elektricität durch ein geladenes Dielektricum.

Der verhältnissmässig einfachen Annahme, dass an der einen oder anderen Stelle eines Leiters bei der Stromintensität Eins nur die Elektricitätsmenge + 1 im positiven, oder nur die Elektricitätsmenge — 1 im negativen Sinne sich bewege, steht eine zweite Hypothese gegenüber, deren sich namentlich W. Weber bedient, um mit Hülfe noch anderer, später zu erwähnender Hypothesen die elektrodynamischen Erscheinungen zu begründen. W. Weber [1]) nimmt nach dem Vorgange von Fechner [2]) zwei gleiche, aber neben einander im Schliessungskreise in entgegengesetzter Richtung fliessende Ströme von positiver und negativer Elektricität an, welche in Canälen strömen, die zwischen den ponderablen Molecülen der Körper in grösserer oder geringerer Weite liegen. Durch die beständig wirkende elektromotorische Kraft würden diese bewegten Elektricitäten immer grössere Geschwindigkeit erhalten, wenn sie auf ihren Wegen nicht eine Verzögerung erlitten. Diese Verzögerung sah Weber zuerst in der Anziehung der entgegengesetzten elektrischen Massen. Er stellte sich dieselben gewissermaassen als aus einzelnen discreten Atomen bestehend vor, welche in gewissen Intervallen sich hinter einander fortbewegten. Kommen nun ein positiv und ein negativ elektrisches Atom bei ihrer entgegengesetzten Bewegung einander nahe, so ziehen sie sich an und beschreiben, ähnlich wie zwei gegen einander gravitirende Körper, um ein gemeinsames Centrum spiralförmige Curven, die durch die beständig in der ursprünglichen Bewegungsrichtung erfolgenden Anstösse durch die elektromotorische Kraft im Sinne jener Richtung immer mehr in die Länge gezogen werden. So kommen die elektrischen Theilchen in die Wirkungssphäre der folgenden Theilchen, rotiren wieder mit diesen um ein gemeinsames Centrum u. s. f. Würde die elektromotorische Kraft aufhören zu wirken, so behielten die elektri-

1042

[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 2, 304 u. flgde. — [2]) Fechner, Pogg. Ann. 64, 337, 1845.

schen Atome, welche gerade einander nahe ständen, ihre Rotation um einander bei, und der galvanische Strom, welcher in einer Fortbewegung der elektrischen Atome bestände, hörte auf.

Wenn indess nach dieser Hypothese die elektrischen Atome $+ a_1$ und $- b_1$ sich zu einander mit einer gewissen Geschwindigkeit hinbewegen und dann um einander durch ihre Anziehung rotiren, so müssen sie durch die Anstösse der elektromotorischen Kraft eine viel grössere Geschwindigkeit im Sinne der ursprünglichen Bewegung erhalten, als vorher, um sich wiederum zu trennen. Sie liefen dann auf die Atome $- b_0$ und $+ a_2$ mit diesen neuen Geschwindigkeiten zu, rotirten um diese in weiteren Curven und würden wiederum eine grössere Geschwindigkeit in der ursprünglichen Bewegungsrichtung erhalten müssen, um sich von denselben zu trennen. Es wäre also stets noch eine Beschleunigung der Bewegung durch die permanent wirkende elektromotorische Kraft vorhanden, die nur dadurch compensirt werden könnte, dass diese Bewegung, wie bei der §. 1024 erwähnten Hypothese, sich in Wärmebewegung umsetzte.

1043 Auch Herwig[1]) fasst den Strom als eine Bewegung der elektrischen Theilchen von einem Körpermolecül zum anderen auf, und somit den Leitungswiderstand als den Widerstand, welchen die elektrischen Atmosphären beim Hinüberwandern von einem Körpertheilchen zu dem benachbarten Körpertheilchen finden.

Er nimmt an, dass die elektrischen Atmosphären an der fortschreitenden Bewegung der körperlichen Molecüle völlig, an der oscillatorischen Bewegung derselben um einen Mittelpunkt aber nur partiell theilnehmen. Bei dem Wandern der elektrischen Partikelchen aus der Atmosphäre eines Molecüls zu der eines anderen muss also neben der Arbeit, welche zur Fortführung der ersteren erforderlich ist, auch noch die Arbeit geleistet werden, welche der Aenderung ihrer Oscillationsbewegung entspricht.

In den festen Körpern sollen die Elektricitätstheilchen um die um feste Mittellagen schwingenden Körpermolecüle in allen möglichen Richtungen schwingen; also in zwei benachbarten Querschnitten wenige Molecüle im gleichen Bewegungszustande sich befinden. Da hiernach bei dem Hinüberwandern die Bewegungsrichtung der Elektricitätstheilchen sehr stark geändert wird, und beim Erwärmen die Energie der Bewegung der Körpermolecüle grösser wird, muss mit dem Erwärmen der Leitungswiderstand wachsen. Bei Flüssigkeiten ist die Energie der Bewegungen der Körpermolecüle cet. par. grösser, als bei festen Körpern; daher findet beim Uebergange aus dem festen in den flüssigen Zustand eine Vermehrung des Widerstandes statt, welcher dann bei weiterer Temperaturerhöhung weniger schnell zunimmt, als bei den festen Körpern, da dabei

[1]) Herwig, Pogg. Ann. 153, 411, 1874.

die Körpertheilchen in Folge der immer kräftiger werdenden fortschreitenden Bewegung öfter auf einander treffen und so der Uebergang der elektrischen Atmosphären erleichtert wird.

Aehnliches soll auch von den Gasen gelten. Hier soll in Folge der Steigerung der Zusammenstösse bei der fortschreitenden Bewegung der Theilchen bei einer Temperaturerhöhung sogar mit der letzteren eine Abnahme des Widerstandes eintreten. — Indess ist der Widerstand bei den Gasen doch wohl ganz anders aufzufassen. — Da an der Grenze zwischen einem flüssigen und dampfförmigen Theile desselben Metalles die Bewegungszustände der Molecüle an keiner Stelle mehr dieselben sind, so soll in Folge dessen sich ein grosser Uebergangswiderstand bilden, da sich die Bewegung der Elektricitätspartikeln beim Uebergange von den Molecülen des flüssigen in die des gasförmigen Metalles völlig ändern muss.

1044 Wenn auch nach der einen oder anderen Hypothese aus den bisher angenommenen Gesetzen über die Wirkung der Elektricitäten in die Ferne nach dem umgekehrten Quadrate der Entfernung und den daraus abgeleiteten Bewegungsgesetzen derselben sich sowohl das Ohm'sche Gesetz, wie die elektrolytischen und thermischen Wirkungen der Ströme bis zu einem gewissen Grade ableiten lassen, so weit dies ohne eine nähere Kenntniss des eigentlichen Wesens der Elektricität selbst möglich ist, so genügen sie doch in keiner Weise zur Begründung der Fernewirkungen des Stromes, der elektrodynamischen und Inductionserscheinungen.

1045 Aus der Formel von Ampère:

$$W = \frac{i i_1 Ds Ds_1}{r^2} (\cos \varepsilon - {}^3/_2 \cos \vartheta \cos \vartheta_1),$$

in welcher ε der Raumwinkel zwischen den von den Strömen i und i_1 durchflossenen Elementen Ds und Ds_1, r ihre Entfernung, ϑ und ϑ_1 die Winkel zwischen den Elementen und ihrer Verbindungslinie sind, haben wir die von Grassmann aus der Wirkung von Winkelströmen abgeleitete, von Hankel aus einer besonderen Hypothese und von Clausius (s. w. u.) nach einer anderen Ableitung aufgestellte Formel:

$$W = \frac{1}{2} \frac{i i_1 Ds Ds_1}{r^2} \sin \vartheta_1 \cos \psi$$

entwickelt, wo ψ der Winkel zwischen Ds und der durch Ds_1 und die Mitte von Ds gelegten Ebene ist. Diese Formel ergab sich, wenn die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement Ds_1 durch einmalige Integration nach dem Elemente Ds des ersteren berechnet und angenommen wurde, dass die Wirkung als directe Summe der Wirkungen der einzelnen Elemente Ds anzusehen wäre.

Wird endlich durch Integration nach Ds und Ds_1 die Wechselwirkung zweier geschlossener Ströme berechnet, deren Elemente Ds und Ds_1 sind, und wiederum angenommen, dass der unter dem doppelten Integralzeichen stehende Ausdruck die Wirkung der Elemente Ds und Ds_1 darstellt, durch deren directe Summation sich die Wirkung der geschlossenen Ströme auf einander ergiebt, so wird die Wechselwirkung der Elemente Ds und Ds_1:

$$W = -\frac{1}{2}\frac{ii_1 Ds Ds_1}{r^2}\cos\varepsilon,$$

oder auch:

$$W = -\frac{1}{2}\frac{ii_1 Ds Ds_1}{r^2}\cos\vartheta\cos\vartheta_1.$$

In diesen Formeln sind aus der Ampère'schen Formel alle Glieder ausgeschieden, welche bei der doppelten Integration über Ds und Ds_1 fortfallen.

Diese beiden Ausdrücke, ebenso wie die Componenten der Wirkungen nach beliebigen Coordinaten, sind die partiellen Differentialquotienten des von F. E. Neumann aufgestellten Potentials:

$$\frac{1}{2}\frac{ii_1 Ds Ds_1}{r}\cos\varepsilon,$$

oder auch von:

$$\frac{1}{2}\frac{ii_1 Ds Ds_1}{r}\cos\vartheta\cos\vartheta_1.$$

Man bezeichnet die Werthe als das elektrodynamische Potential der Elemente auf einander.

Schon Bd. III, §. 79 u. flgde. haben wir untersucht, ob neben den von Ampère angenommenen Kräften nicht noch anders gerichtete Kräfte bezw. Kräftepaare zwischen den Stromelementen wirken können.

1046 Da bisher alle Beobachtungen in dem Gebiete der Elektrodynamik nur an geschlossenen Strömen angestellt werden konnten, haben alle Formeln für die Wechselwirkung der Elemente derselben, welche bei der Integration über die geschlossenen Kreise das gleiche, mit der Erfahrung übereinstimmende, durch die Formel von F. E. Neumann [1]) ausgedrückte Resultat liefern, in denen also zu dem einfachsten Ausdrucke noch Glieder hinzutreten, die bei jener Integration verschwinden, gleiche Be-

---

[1]) Lippich (Wien. Ber. 75 [2], 223, 1877) hat gezeigt, dass das Integralgesetz von F. E. Neumann aus dem Princip von der Erhaltung der Energie für die ponderomotorische Wirkung geschlossener gleichartiger Ströme unter der Annahme folgt, dass die Arbeitsleistung bei Aenderung der Anordnung der Ströme nur von ihren jeweiligen Formen, Lagen und Intensitäten abhängt, sich aus den Wirkungen ihrer Elemente zusammensetzt und von der Anwesenheit anderer Ströme unabhängig ist; während die dem Ampère'schen Gesetze zu Grunde gelegten Annahmen auf manche Bedenken stossen, und dem entsprechend die aus demselben abgeleiteten Elementargesetze.

rechtigung. Dies gilt nicht nur von der Ampère'schen Formel selbst; man könnte auch ihr noch Glieder beifügen, welche letzterer Bedingung entsprächen. Demnach lässt sich auch nach den Versuchen an geschlossenen Leitern von vornherein nicht entscheiden, ob die im Vorhergehenden erwähnten, durch Zerlegung der Ampère'schen Formel erhaltenen Componenten der Wirkung ungeschlossener Ströme wirklich existiren.

1047 Für die Inductionserscheinungen gilt in Betreff der Wechselwirkung geschlossener Stromkreise, in denen sich die Intensitäten der Ströme ändern, oder welche sich gegen einander verschieben, allgemein das Inductionsgesetz von F. E. Neumann, wonach die inducirte elektromotorische Kraft gleich ist der Aenderung des durch die Formeln §. 1045 dargestellten elektrodynamischen Potentials der Leiter auf einander, wobei anzunehmen ist, dass durch den inducirten Leiter ein Strom von der Intensität Eins fliesst. Dass dabei der inducirende Stromkreis durch einen Magnet oder Elektromagnet, bezw. die denselben repräsentirenden Molecularströme ersetzt werden kann, haben wir bereits früher ausgeführt. Auch hier können wir, wie bei der elektrodynamischen Wechselwirkung der Ströme unter einander und der Ströme und Magnete, ohne Aenderung des endgültigen Resultats die Wirkung aus der der einzelnen Stromeselemente zusammensetzen.

1048 Das aus dem Ampère'schen Gesetze und den Beobachtungen von Lenz abgeleitete, und mit ersterem für ponderomotorische Kräfte und geschlossene Ströme übereinstimmende Potentialgesetz von F. E. Neumann gilt, wie erwähnt, eben nur für die Elemente geschlossener Ströme. So ist bei der Induction durch Verschiebung eines Leiters auf zwei anderen die Aenderung des Potentials auf den gesammten Stromkreis, bezw. das Potential auf den durch den Leiter in seiner ersten und letzten Lage und die dazwischen abgeschnittenen Theile der beiden anderen Leiter begrenzten Stromkreis zu berechnen u. s. f.

Es fragt sich, gerade wie bei der Ampère'schen Formel, ob man dasselbe Gesetz auch für die zwischen den Stromelementen wirkenden Kräfte anwenden kann. Diese Untersuchung hat von Helmholtz[1]) vorgenommen, indem er die verschiedenen Ausdrücke für die Wechselwirkung der Stromelemente in eine gemeinsame Formel zusammenfasst. Wir wollen das auf diese Weise formulirte Potentialgesetz als „elementares Potentialgesetz" bezeichnen.

von Helmholtz hat hiernach dem Potentiale zweier Stromelemente Ds und Ds_1 auf einander die Form:

$$P = -\frac{1}{2} A^2 \frac{i i_1}{r} \left\{ (1+k) \cos(Ds\, Ds_1) + (1-k) \cos(r_1\, Ds) \cos(r_1\, Ds_1) \right\} Ds\, Ds_1$$

[1]) von Helmholtz, Journ. für reine und angewandte Mathematik 72, 1, 1870; 75, 35, 1872.

gegeben, wo $A = 1/v$ ist, indem das mechanische Maass der Elektricitäten (nicht das von Weber angegebene) statt des elektrodynamischen benutzt ist, für welches $A^2 = \frac{1}{2}$ wäre (Bd. III, §. 83), k eine Constante ist, durch deren geeignete Wahl die Formel in den einen oder anderen der neben einander gültigen Ausdrücke des Potentials übergeht.

Setzt man $k = +1$, so erhält man den aus F. E. Neumann's Gesetz abgeleiteten Potentialwerth:

$$P_n = -A^2 i i_1 \frac{\cos(Ds\, Ds_1)}{r} Ds\, Ds_1.$$

Setzt man $k = -1$, so erhält man:

$$P_w = -A^2 \frac{i i_1}{r} \cos(r Ds) \cos(r Ds_1) Ds\, Ds_1,$$

also den der Grassmann'schen Formel entsprechenden Potentialwerth.

Wird $k = 0$ gesetzt, so erhält man einen von Maxwell aus später zu erwähnenden, besonderen Betrachtungen abgeleiteten Werth (s. w. u.).

1049 Aus dem obigen Potentialwerthe folgen die Wechselwirkungen der Elemente Ds und Ds_1 nach den drei Axen nach Einführung der Werthe x, y, z und der Richtungscosinus der Elemente durch Differentiation des Werthes P nach x, y, z. Dann ergiebt sich, dass die Resultante nicht mehr in die Verbindungslinie der Elemente fällt, und ausser dem translatorischen Antriebe noch ein rotatorischer auftritt (Thl. III, §. 85). Drückt man ferner die Cosinus in der Formel für P durch die Differentialquotienten von r nach s und s_1 aus und berechnet das Potential P_1 eines geschlossenen Stromes, dessen Element Ds_1 ist, auf das Element Ds, so fällt das den Werth k enthaltende Glied hinaus und es bleibt

$$P_1 = -A^2 i i_1 ds \int \frac{\cos(Ds\, Ds_1)}{r} ds_1.$$

Hier ist also keine Entscheidung über den Werth von k zu treffen. Ueberdies steht die translatorische Kraft nicht mehr auf dem Elemente Ds senkrecht, wie es Ampère aus dem wenig zureichenden Versuche Bd. III, §. 23 geschlossen hatte.

1050 Zur weiteren Prüfung des elementaren Potentialgesetzes kann man die Wirkung der Elemente ungeschlossener Leiter ähnlich wie in Bd. III, §. 83 in verschiedene Theile zerlegen.

Fliesst die Elektricität in einem Leiter in einzelnen Stromfäden continuirlich fort, ohne von einem Stromfaden zum anderen überzugehen, so kann man, wenn sich die freie Elektricität an einer Stelle des Stromfadens ändert, annehmen, dass daselbst ein neuer Stromfaden beginnt und zu dem schon vorhandenen hinzutritt. Ist die Anhäufung der freien Elektricität an den Enden des neuen Fadens in der Zeit dt gleich de, ist die Intensität des Stromes in demselben gleich i, so ist an seinen

Enden an der Eintritts- und Austrittsstelle des Stromes $i = \mp de/dt$. Dann sind die elektrodynamischen Wirkungen im Inneren des Stromfadens und an seinen Enden getrennt zu betrachten.

Zu dem Ende zerlegt von Helmholtz das Potential P der Stromelemente Ds und Ds_1 auf einander in zwei Theile:

$$P_1 + P_2 = -A^2 i i_1 \int\int \frac{\cos(Ds Ds_1)}{r} Ds Ds_1 - A^2 i i_1 \frac{1-k}{2} \int\int \frac{d^2 r}{ds\, ds_1} Ds Ds_1 \text{ [1]}$$

von denen P_1 von k unabhängig, P_2 von k abhängig ist.

Ist der Stromfaden biegsam und dehnbar, so sind die Längen s und s_1 variabel; um also die Elemente zu bezeichnen, sind neue Parameter p und π an Stelle von s und s_1 einzuführen, welche für jeden materiellen Punkt des Leiters bei der Bewegung unveränderte Werthe beibehalten. Dann kann man zunächst setzen, wenn die Coordinaten der Elemente $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$ sind:

$$P_1 = -A^2 i i_1 \int\int \frac{1}{r}\left(\frac{dx}{dp}\frac{d\xi}{d\pi} + \frac{dy}{dp}\frac{d\eta}{d\pi} + \frac{dz}{dp}\frac{d\zeta}{d\pi}\right).$$

Die gesammte X-Componente der P_1 entsprechenden Wirkung des Leiters S_1 auf Leiter S ergiebt sich gleich $\int\int X\delta x = -\delta P_1/\delta x . \delta x$. — Je nach der Ausführung der Integration erhält man dann entweder:

I. 1) für die Kräfte im Inneren von S

$$X ds = A^2 i i_1 dy \int \left[\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}\frac{d\eta}{d\pi} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy}\frac{d\xi}{d\pi}\right] d\pi$$
$$+ A^2 i i_1 dz \int \left[\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}\frac{d\zeta}{d\pi} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz}\frac{d\xi}{d\pi}\right] d\pi,$$

welcher Ausdruck dem Grassmann'schen Gesetze entspricht;

2) für die an den Endpunkten von S auftretenden Kräfte

$$\overline{X} = A^2 i_1 \frac{de}{dt} \int \frac{1}{r}\frac{d\xi}{d\pi} d\pi,$$

welcher Ausdruck nach dem Potentialgesetze hinzutritt; oder:

II. 1) Für die Kräfte im Inneren von S erstens

$$X_i = -\frac{x-\xi}{r^3} i i_1 A^2 \left[2\left(\frac{dx}{ds}\frac{d\xi}{ds_1} + \frac{dy}{ds}\frac{d\eta}{ds_1} + \frac{dz}{ds}\frac{d\zeta}{ds_1}\right) + 3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1}\right],$$

welcher Ausdruck der Ampère'schen Formel entspricht, zweitens

$$X_a = -A^2 i \frac{d\varepsilon}{dt}\frac{x-\xi}{r^2}\frac{dr}{ds},$$

[1] Auch Beltrami (Nuovo Cimento 12, 149, 1874) setzt das Potential gleich $d^2 r/ds\, ds_1 + f(r)\cos(Ds\, Ds_1)$.

wo $d\varepsilon$ die Aenderung der freien Elektricität im Leiter S_1 in der Zeit dt angiebt, welche Kraft von der Einwirkung der Enden von S_1 auf das Innere von S herrührt.

2) Für die Kräfte an den Endpunkten von S erstens

$$\overline{X}_i = -A^2 i_1 \frac{de}{dt} \frac{x-\xi}{r^2} \frac{dr}{ds_1},$$

welche Kraft von dem Leiter S_1 auf die Enden von S ausgeübt wird: zweitens

$$\overline{X}_a = -A^2 \frac{d\varepsilon}{dt} \frac{de}{dt} \frac{x-\xi}{r},$$

welche Kraft von den Enden von S_1 auf die Enden von S ausgeübt wird.

Endlich sind die aus P_2 abgeleiteten Kräfte zu berechnen, welche gleich sind:

$$A^2 \frac{1-k}{2} \frac{de}{dt} \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Bei der Vereinigung aller Kräfte nach den drei Axen würden also folgende Kräfte von dem Stromesleiter S_1 auf den Leiter S ausgeübt werden:

1) Innere Kräfte zwischen den Elementen Ds und Ds_1, welche nach dem Ampère'schen Gesetze wirken.

2) Eine abstossende Kraft zwischen dem Stromelemente $i_1 Ds_1$ und der an den Enden von S frei werdenden Elektricität e:

$$A^2 i_1 \frac{de}{dt} \frac{\cos(r_1 Ds_1)}{r} Ds_1.$$

3) Eine abstossende Kraft zwischen den an den Stromenden frei werdenden Elektricitäten e und ε von der Grösse

$$-A^2 \frac{1+k}{2} \frac{de}{dt} \frac{d\varepsilon}{dt}$$ [1].

Während also die erste Wirkung in Folge des Ampère'schen Gesetzes dem Werthe $Ds Ds_1/r^2$ proportional ist, ist die zweite dem Werthe Ds_1/r proportional. Man kann diese Werthe nicht in Vergleich stellen, da die ersteren auf unendlich kleine Elemente Ds, die anderen auf Endpunkte eines endlichen Leiters wirken. Die dritte Wirkung, welche allein mit den verschiedenen Annahmen über den Werth k sich ändern würde, ist von der Entfernung der Elemente unabhängig. Da aber von den beiden Enden eines Stromleiters zwei entgegengesetzte Kräfte solcher Art ausgehen, deren Richtung bei grösserer Entfernung nur etwas verschieden ist, so nimmt ihre Resultante dann ab, wie $1/r^2$.

1051 Die Kräfte (2 und 3), §. 1048, welche auf die Stromenden wirken und Kräftepaare darstellen, könnten unter Umständen darauf hinwirken,

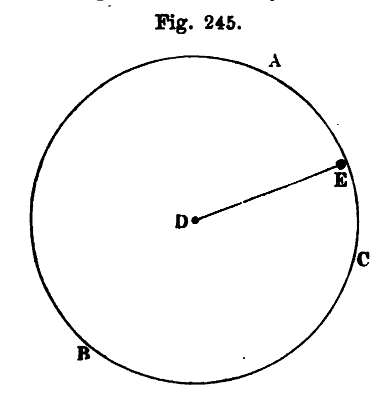
[1]) Aehnliche Zerlegungen von Riecke, Wied. Ann. 11, 284, 1880.

den Leiter zu zerreissen. Da aber auf die Trennung jedes einzelnen Querschnittes nur dasjenige Paar dieser Kräfte hinwirkt, welches an seinen beiden entgegengesetzten Seiten angreift, und jede einzelne dieser Kräfte endlich ist, so ist auch endliche Festigkeit des Leiters genügend, um dieser Zerreissung zu widerstehen [1]).

Endlich folgt aus diesem Potentialgesetze, dass jede Entstehung eines neuen Elementes als die Vergrösserung der Länge eines Elementes um $\varDelta s$ im Stromkreise eine Arbeit verzehrt, welche der Abnahme des Potentials gleich ist, also gleich $A^2 r^{-1} i i_1 \varDelta s\, Ds_1 \cos\vartheta \cos\vartheta_1$, bezw. $A^2 r^{-1} i i_1 \varDelta s\, Ds_1 \cos\varepsilon$.

1052 Eine Prüfung, ob in der That derartige, dem elementaren Potentialgesetz entsprechende Kräfte auftreten, kann entweder durch Untersuchung der elektrodynamischen Wechselwirkung der Stromelemente unter einander oder der Elemente und Stromenden vorgenommen werden, oder auch durch Untersuchung der umgekehrten Erscheinungen bei der Induction.

Fig. 245.



In Betreff der Kräfte zwischen den Elementen Ds und Ds_1 eines ungeschlossenen Leiters sind gegen das elementare Potentialgesetz namentlich die Rotationen von scheinbar ungeschlossenen Leitern unter dem Einflusse geschlossener Ströme als Einwände angeführt worden, wobei keine Aenderung des Potentials, bezw. ein derselben entsprechender Bewegungsantrieb auf die einzelnen Elemente aufzufinden wäre.

Fliesst z. B. ein geschlossener Strom durch den Kreis ABC und ein zweiter durch den radialen Leiter DE, Fig. 245, so bleibt das Potential des Kreises auf die Elemente des radialen Leiters DE in allen Lagen des letzteren unverändert, und dennoch rotirt derselbe [2]).

Indess ist hier nach v. Helmholtz [3]) zu bedenken, dass in der Schicht, in welcher der Strom von dem Ende des rotirenden Leiters zu dem festen oder flüssigen Leiter (Quecksilber) übergeht, welcher die weitere continuirliche Fortleitung desselben vermittelt, sei es direct, sei es unter Bildung von Funken — ohne dass indess dabei eine Ansamm-

[1]) v. Helmholtz, Crelle's J. 78, 273, 1874; entgegen Bertrand, Compt. rend. 75, 861, 1872; 79, 337, 1874. — [2]) Aehnliche Einwände von C. Neumann, Math.-phys. Berichte d. Königl. Sächs. Ges. der Wissensch. 1872, S. 148; siehe daselbst auch eine Discussion der verschiedenen Hypothesen in den Theorien der Elektrodynamik und Induction. — [3]) Helmholtz, Monatsber. d. Berl. Akad. 6. Febr. S. 91, 1873.

lung freier Elektricität an den Begrenzungsflächen derselben stattfindet —, eine Drehung der Stromfäden eintritt, die um so grösser ist, je kürzer die Uebergangsschicht ist. Hierbei wird also im Ganzen eine von der Dicke der letzteren unabhängige Arbeit geleistet.

1053 Auch Bertrand[1]) hat in Zweifel gezogen, dass zwei Stromelemente ein Potential auf einander besitzen könnten. Er nimmt an, dass entsprechend der Ampère'schen Formel zwischen den Elementen Ds und Ds_1 nur allein eine Kraft in der Richtung ihrer Verbindungslinie wirke. Werde also das eine Element um letztere als Axe gedreht, so werde keine Arbeit geleistet, obgleich sich dabei der Winkel $(Ds\,Ds_1)$ zwischen den Elementen ändert.

1054 Ferner sind die von Zöllner[2]) und von C. Neumann[3]) herbeigezogenen Versuche (Bd. III, §. 174, 176, 179), bei welchen der Strom aus den sich drehenden Theilen in die in Ruhe bleibenden Theile des Leiters in allen möglichen Richtungen eintritt, ohne dass dabei trotz der Aenderung der Richtung der event. an den Uebergangsstellen wirkenden Kräfte sich die Rotationsrichtung ändert, bezw. auch absolut biegsame, flüssige Leiter, wie Quecksilberstrahlen, rotiren, nach v. Helmholtz nicht maassgebend, da in der That gar keine solche besonderen Kräfte an der Uebergangsstelle existiren und die Wirkung nicht zwischen einem geschlossenen Stromkreise und einem ungeschlossenen Theile eines anderen ausgeübt wird, sondern letzterer auch ein Theil eines geschlossenen Stromkreises ist.

Man kann also nach von Helmholtz[4]) das Potentialgesetz von F. E. Neumann für $k = 1$ anwenden und das Potential zweier Stromelemente:

$$\frac{i i_1}{r} Ds\, Ds_1 \cos \varepsilon$$

schreiben. Je nachdem sich Ds, Ds_1, ε oder r ändern können, entspricht demselben wiederum erstens eine Componente $i i\, Ds\, Ds_1 \cos \varepsilon / r^2$, welche die Anziehung der Elemente darstellt: zweitens folgen daraus zwei Kräftepaare von der Intensität $i i_1^1\, Ds/r$ und $i i_1\, Ds_1/r$, welche die Stromelemente einander parallel zu stellen suchen und die das Drehungsmoment $i i^1\, Ds\, Ds_1 \sin \varepsilon / r$ haben. In gewissen Entfernungen überwiegen also die drehenden Kräfte über die anziehenden.

Bei dem Versuche von Zöllner sind nur einzelne Theile des geschlossenen Stromes im Bügel drehbar, die an den einzelnen Elementen derselben angreifenden Kräftepaare heben sich auf, bis auf die auf die Elemente an den Endpunkten wirkenden. Dieselben suchen sich den

---

[1]) Bertrand, Compt. rend. 73, 965, 1871; 75, 860, 1872. — [2]) F. Zöllner, l. c., III, §. 158. — [3]) C. Neumann, K. Sächs. Math.-phys. Ber. 1872, S. 144; 1874, S. 145; Pogg. Ann. 155, 226, 1875. — [4]) Helmholtz, Pogg. Ann. 153, 545, 1874; vergl. auch Lippich, ibid. 616, 1874.

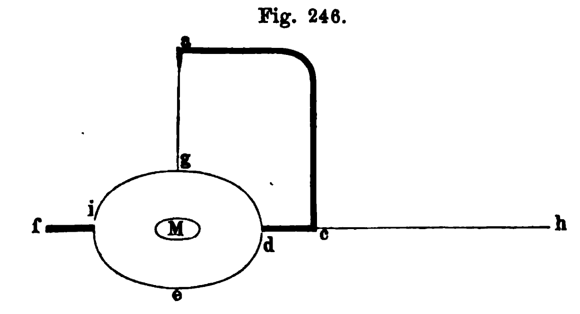
ihnen zunächstliegenden Theilen des den Elektromagnet magnetisirenden Stromes parallel zu stellen. Da auch dieselbe Kraft auf die leitenden Flüssigkeitsfäden wirkt, in welche der Leiter eintaucht, so werden beide daselbst in gleichem Sinne gedreht. Die Wirkungen heben sich auf und das obere Ende des Drahtes schreitet bei der Drehung voran.

Dasselbe muss beim Uebergange des Stromes zwischen einem festen Bügel und einem festen Leiter, auf welchem ersterer gleitet, stattfinden, nur dass hier der Funken, bezw. Lichtbogen an der Contactstelle die Stelle des flüssigen Leiters übernimmt.

1055 Ferner hat Herwig einen Versuch angestellt, der gegen das elementare Potentialgesetz von Helmholtz sprechen soll.

Er wendete einen an einem Seidenfaden bei *a* aufgehängten, etwa durch 1 kg belasteten starken Messingbügel *acd* an, an dessen Ende *d* zwei kaum 0,1 mm dicke, sehr weiche Kupferdrähte gelöthet waren, welche sich um den Magnet *M* halbkreisförmig herumzogen und von denen der eine *dei* mit der festen Stromleitung *if* verbunden, der andere *dgi* bei *i* isolirt war. Nach der Rückseite war der horizontale Arm des Bügels durch einen ebenso dünnen Kupferdraht *ch* verlängert, welcher an einen festen Punkt *h* angeknüpft war. Der Bügel wurde in die magnetische Ostwestebene gestellt. Bei zwei Versuchen wurde entweder der Strom von oben durch den Bügel zum Ringe, oder vom Punkte *h* aus zum Ringe geführt. Im ersten Falle zeigte sich je nach der Stromesrichtung eine deutliche Ablenkung des Bügels im einen oder anderen Sinne, soweit es die Biegung der Kupferdrähte gestattete, im zweiten keine solche. Bei symmetrischer Stellung zu beiden Polen beim Heben und Senken des Magnets ergab sich in der Mittelstellung die Drehung 1000, in der höchsten und tiefsten 422 und 570.

Fig. 246.



Es soll also der gebogene Draht keine Rolle spielen und die Wirkung entgegen der Ansicht von Helmholtz wesentlich auf den Bügel ausgeübt werden. Indess wendet v. Helmholtz mit Recht ein, dass bei Herwig's[1]) Versuch der halbkreisförmige dünne Leitungsdraht von den parallelen und benachbarten Kreisstromantheilen des Magnets je nach der Richtung angezogen oder abgestossen werden muss. Wird der Strom durch den horizontalen Draht vom Punkte *h* zugeführt, so wird

[1]) Herwig, Pogg. Ann. 153, 263, 1874.

dadurch eine Gegenkraft geschaffen, sobald er die radiale Richtung verlässt und sein mit dem Bügel verbundenes Ende sich mit letzterem dreht. Ist der Magnet sehr lang, so ist das Potential des Magnets auf ein Element Ds gleich

$$\frac{mi\, Ds \cos\eta}{\varrho},$$

wo η der Winkel zwischen Ds und der Tangente eines durch Ds gehenden, um den Magnetpol gelegten, zur Magnetaxe senkrechten Kreises vom Radius ϱ ist. Bildet ϱ mit einer festen, durch die Magnetaxe gelegten Ebene den Winkel ω, so ist $\varrho\, d\omega = ds \cos\eta$, also das Potential gleich $mi\, d\omega$. Gelten für den Anfangs- und Endpunkt die Werthe ω_1 und ω_2 für ω, so ist das ganze Potential des Drahtes $mi(\omega_2 - \omega_1)$. Sind, wie bei Herwig's zweitem Versuch, beide Enden des Drahtes fest, so kann das Potential, welches nur von den Endpunkten abhängt, sich nicht bei der Lagenänderung des Drahtes ändern; also kann auch keine elektrodynamische Wirkung eintreten.

Diese Einwände sind also nicht entscheidend.

1056 Umgekehrt wird, wenn der Leiter DE, Fig. 247, mechanisch um den Mittelpunkt D des Stromkreises ABC in Rotation versetzt, also etwa in die Lage DE_1 übergeführt wird, in demselben ein Strom inducirt.

Fig. 247.

A E D E1 B C

Nach dem Gesetze von F. E. Neumann ist dabei das Potential auf den ganzen Umkreis DEE_1 in Betracht zu ziehen, in welchem sich der Bogen EE_1 bei der Rotation von DE ändert.

Nach dem elementaren Potentialgesetze ist dagegen nur das Potential auf DE zu berücksichtigen, welches sich bei der Rotation nicht verändert.

Es könnte nun sein, dass hierbei noch die Aenderung der Richtung der Stromfäden beim Uebergange des Stromes aus DE in die ableitende, etwa mit Quecksilber gefüllte, kreisförmige Rinne, in welche das Ende E eintaucht, zu berücksichtigen wäre, in welcher „Gleitstelle" wiederum noch die Elektricität, sei es direct, sei es durch Vermittelung eines Funkens oder Lichtbogens, continuirlich übergehen könnte.

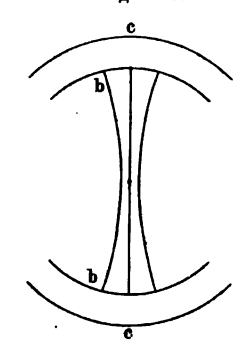
1057 Indess hat v. Helmholtz[1]) gezeigt, dass eine solche Gleitstelle bei dem erwähnten Inductionsversuche nicht nöthig ist.

Zwischen den vertical über einander gestellten Polen eines starken Elektromagnets rotirt an einer verticalen Axe ein an beiden Enden mit cylindrischen Platten b versehener Leiter, Fig. 248, bei den conaxialen

[1]) v. Helmholtz, Pogg. Ann. 158, 87, 1876; Berl. Monatsber. Juni 1875.

Platten *c* vorbei, welche während der in der Figur gezeichneten Stellung zur Erde abgeleitet, bei der Drehung von *b* um 90° mit der einen Platte eines andererseits abgeleiteten Condensators nach R. Kohlrausch verbunden sind. Wird durch den elektromagnetischen Einfluss bei der Rotation Elektricität in dem rotirenden Leiter gegen die Platten *bb* getrieben, so bindet sie die entgegengesetzte in *cc* bei der ersten Lage und letztere wird bei der Drehung um 90° frei und ladet den Condensator. Dies tritt in der That ein, der Ausschlag ist z. B. 67 Scalentheile. Werden die Platten *cc* während der zweiten Lage von *bb* mit dem Condensator verbunden, so ist die Ladung die entgegengesetzte, z. B. gleich 12,42. Mit Rücksicht auf die Capacität des Condensators hätte sie nach dem ersten Versuche 13,8 sein müssen. Demnach tritt auch ohne Gleitstelle eine elektromotorische Kraft in Thätigkeit, obgleich das Potential auf *bb* das gleiche bleibt.

Fig. 248.



Bei weiteren Versuchen wurden am oberen Rande der festen Platten *cc* Federn angebracht, welche bei der Drehung gegen Metallstifte auf dem oberen Rande von *bb* schleiften und dadurch die zwischen den festen Endpunkten, der Axe und den festen Platten *cc* eingeschlossene inducirte Leitung schlossen. Von *c* aus wurde der Condensator geladen. Berechnet auf eine mittlere Höhe der Gleitstelle, reducirt sich der beobachtete Ausschlag (18,17) auf 13,36, also mit Berücksichtigung der ungleichen Verhältnisse wesentlich auf das gleiche, wie vorher. Jedenfalls ist die elektromotorische Kraft an der Gleitstelle sehr klein. Das elementare Potentialgesetz, welches nur die elektrischen Bewegungen in den Leitern und ihre Fernewirkungen betrachtet, ist also mit den Thatsachen in Widerspruch [1]). **1058**

Auch noch auf eine andere Weise lässt sich ein solcher Widerspruch nach v. Helmholtz nachweisen, wenn man Theile von Leitern betrachtet, an deren Enden sich freie Elektricitätsmengen ansammeln, und die Kräfte zwischen ihnen und geschlossenen Stromleitern untersucht. **1059**

Ob dergleichen Kräfte an den Stromenden überhaupt thätig sind, ist im Laboratorium von v. Helmholtz von Schiller [2]) in folgender Weise geprüft worden.

Ein geschlossener Stahlring von 24,92 mm innerem, 29,78 mm äusserem Radius, 15,064 mm Höhe und 100,535 g Gewicht wurde mit 161 Windungen von 0,87 mm dickem Kupferdraht und darauf mit noch

[1]) Siehe Excurse hierüber von Zöllner, Pogg. Ann. **154**, 321, 1875; **158**, 106, 1876. — [2]) Schiller, Pogg. Ann. **159**, 456, 537, 1876; **160**, 333, 1877.

794 Windungen umwunden. Durch erstere Windungslagen wurde ein Strom geleitet und die Stärke des in den zweiten Windungen inducirten Stromes an einem Galvanometer unter Einschaltung verschiedener Widerstände in absolutem Maasse bestimmt, woraus sich die Intensität des vertheilten Magnetismus ergab. Durch Subtraction des bei wiederholten Schliessungen erhaltenen Werthes von der Summe der bei wachsenden magnetisirenden Kräften erhaltenen Werthe konnte der permanente Magnetismus des Ringes abgeleitet werden.

Der Stahlring war in einem cubischen, geschlossenen, zur Erde abgeleiteten Messingblechkasten von 80 mm Kante an einem 2 m langen Coconfaden so aufgehängt, dass er in der Gleichgewichtslage senkrecht gegen den Meridian war. Oben war an ihm ein Spiegel befestigt, der in einer kleinen auf den Kasten aufgesetzten Blechhülle schwebte. Ein am Ende zugespitzter rechtwinkeliger Metallhaken wurde im Abstande von 50 mm vom Mittelpunkte des Ringes unter Zwischenstellung einer 0,4 m^2 grossen Glasplatte dicht an den Kasten gestellt, so dass seine Spitze von ihm abgekehrt war, und durch eine gut isolirte Leitung unter Zwischenschaltung eines Galvanometers mit dem einen Pol einer andererseits abgeleiteten, gleichmässig gedrehten Elektrisirmaschine verbunden.

Nach Bestimmung des Directionsmomentes G, welches den Ring in seine Ruhelage zurückführt, durch Schwingungsversuche, des Trägheitsmomentes, sowie der Intensität i des Elektricitätsstromes, lässt sich aus den Gleichungen von v. Helmholtz die Ablenkung α berechnen, welche der Ring erfahren müsste, wenn das Stromende dem Rande des Ringes gegenüberstand und elektromagnetisch wirkte, nach der annähernden Formel:

$$G\alpha = M i \lambda \frac{\pi a^2}{r^2} \frac{\varrho}{r},$$

in welcher Formel $\lambda = 2\delta h$ gleich dem Querschnitt der Masse des Ringes, h die Höhe, 2δ die Differenz des äusseren und inneren Radius desselben, ϱ der Abstand des Schwerpunktes des Ringes von der Spitze, a der Radius des Ringes, $r = \sqrt{\varrho^2 + (h/2)^2}$ ist.

Durch die Versuche war gefunden: $G = 10^{-5}.4{,}790\ (\mathrm{m^2\,g\,sec^{-2}})$, $M = 8673\ (\mathrm{m^{-1/2}g^{1/2}\,sec^{-1}})$, $i = 10^{-7}.2{,}764\ (\mathrm{m^{1/2}g^{1/2}\,sec^{-1}})$, woraus folgt: $G\alpha = 10^{-7}.1{,}813\ (\mathrm{m^2\,g\,sec^{-2}})$. Der Werth α hätte demnach 0,003787 sein müssen, welcher bei einem Abstande von 3000 Scalentheilen auf der dem Spiegel des Apparates gegenüberstehenden Scala der nicht unerheblichen Ablenkung um 22,7 Scalentheilen entspräche. Trotzdem konnte keine Ablenkung beobachtet werden.

Entweder bestehen also keine elektromagnetischen Wirkungen an den Stromenden oder der Strom ist factisch durch die dielektrische Polarisation des umgebenden Mediums geschlossen.

Endlich hat Schiller (l. c.) noch folgende Versuche angestellt: **1060**

Vor dem einen kreisförmigen Pole eines 42 mm dicken grossen Ruhmkorff'schen Elektromagnetes, dessen einer horizontaler cylindrischer Schenkel beseitigt war, rotirte ein Condensator, dessen 150 qmm grosse Platten, zwei Metall- und eine Glasplatte, auf eine durch die 30 mm dicke Durchbohrung der gegenüberstehenden Magnetpole hindurchgehende Axe in äquatorialer Lage concentrisch zur Axe im Abstande von 2 mm von einander aufgesetzt waren. Die mit einem Schnurlauf versehene Axe bestand aus einer in den Lagern isolirten und in der Mitte zwischen den Platten durchbrochenen kupfernen Stange, gegen deren beide Hälften ausserhalb der Magnetpole zwei mit einem Spiegelgalvanometer verbundene Metallfedern schleiften.

Die Platten wurden durch drei mittelst Kautschuk von ihnen isolirte Schrauben zusammengehalten, welche durch Löcher in ihnen hindurchgingen.

Bei den Versuchen wurde erst der Strom des Elektromagnets wiederholt umgekehrt und der Ausschlag abgelesen. Dann wurde der Condensator in schnelle Rotation (circa 15 Umdrehungen in der Secunde) versetzt und von 15 zu 15 Secunden der magnetisirende Strom umgekehrt. Der Ausschlag blieb völlig ungeändert, entgegen dem elementaren Potentialgesetze.

Wird ein abwechselnd gerichteter Strom durch die Leitung zum **1061** Condensator geleitet und je nach der Ladung und Entladung desselben auch im Elektromagnet die Stromesrichtung geändert, so würde, wenn erstens der Condensator einfach die Leitung unterbräche, falls das Ampère'sche Gesetz für ungeschlossene Ströme gälte, der Condensator rotiren. Stellt der Condensator zweitens etwa durch die Polarisation seines Dielektricums eine Schliessung des Stromkreises her, so würde nach demselben Gesetze keine Rotation eintreten. Da endlich das Potential des Magnetes auf den Strom bei der Drehung sich nicht ändert, so könnte auch drittens, falls die Condensatorplatten als Stromenden nach dem elementaren Potentialgesetze eine elektromagnetische Wirkung ausübten, keine Rotation stattfinden.

Umgekehrt würde bei der durch äussere Kräfte erzeugten Rotation des Condensators zwischen den Magnetpolen im ersten Falle in der Schliessung des Condensators ein inducirter Strom auftreten, in den beiden letzten Fällen nicht.

Da das negative Resultat der §. 1058 erwähnten Versuche die Annahme des elementaren Potentialgesetzes ausschliesst, kann nur die Wahl zwischen den ersten beiden Annahmen sein. Da indess nach den Versuchen die Rotation des Condensators keine Inductionsströme erzeugt, so ist auch die Anwendung des Ampère'schen Gesetzes ausgeschlossen. Es bleibt also nur die Annahme, dass das nichtleitende Zwischenmedium bei seiner dielektrischen Polarisation ähn-

liche Eigenschaften besitzt, wie die vom Strome durchflossenen Leiter.

Aehnliche Anschauungen werden wir später bei Besprechung der Theorie von Maxwell erwähnen[1]).

1062. Bei den bisher angeführten elektrodynamischen und Inductionsgesetzen wurden die Stromelemente als gegebene Gebilde genommen und ihre Wechselwirkungen empirisch bestimmt.

Ueber die näheren Ursachen derselben sagen dieselben nichts aus.

Wollte man die Wirkungen aus der Wechselwirkung der in den Elementen befindlichen Elektricitätsmengen nach den elektrostatischen Gesetzen ableiten, so erhielte man kein Resultat, da in den Elementen nach der dualistischen Hypothese immer gleiche Quantitäten beider Elektricitäten vorhanden sind, ihre Wirkungen sich also aufheben, und die auf ihrer Oberfläche während des Stromes angehäuften freien Elektricitäten viel zu gering sind, um die elektrodynamischen Erscheinungen zu bedingen.

1063 Um der Lösung dieser Frage näher zu kommen, hat Fechner[2]) mit Zugrundelegung der Hypothese des gleichzeitigen Doppelstromes von positiver und negativer Elektricität in der Stromleitung sich besondere Vorstellungen über die Wirkungsart bewegter Elektricitäten gebildet, die von der der ruhenden Elektricitäten abweichen soll. Er nimmt an, dass gleichartige Elektricitäten einander anziehen, wenn sie sich in gleicher Richtung oder gegen denselben Punkt hin, einander abstossen, wenn sie sich in entgegengesetzter Richtung bewegen; dass umgekehrt ungleichartige Elektricitäten sich anziehen, wenn sie in entgegengesetzter, dass sie sich abstossen, wenn sie in gleicher Richtung sich bewegen.

1064 Von diesen Hypothesen ausgehend, hat W. Weber[3]) sein „elektrodynamisches Grundgesetz" entwickelt.

Wirken zwei ruhende elektrische Massen e und e_1 in der Entfernung r auf einander, so ist ihre Anziehung oder Abstossung, je nachdem sie ungleichnamig oder gleichnamig sind, nach dem elektrostatischen Grundgesetze in mechanischen Einheiten:

$$A = \frac{e e_1}{r^2}.$$

Sind die Elektricitäten e und e_1 gleichnamig, so ist die Kraft A positiv, sie sucht die Entfernung der elektrisch geladenen Massen zu ver-

---

[1]) Durch den experimentellen Nachweis, dass das elementare Potentialgesetz nicht aufrecht erhalten werden kann, erledigen sich auch alle übrigen Betrachtungen darüber, vergl. namentlich auch noch Riecke, Wied. Ann. 11, 296, 1880. Lorberg, Wied. Ann. 12, 115, 1881. — [2]) Fechner, Pogg. Ann. 64, 337, 1846. — [3]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 1, 99, 1866.

grössern. — Befinden sich in zwei Elementen zweier galvanischer Ströme in gleichen Zeiten die Elektricitätsmengen $\pm e$ und $\pm e_1$ im Zustande der Ruhe, so setzt sich ihre Anziehung und Abstossung gegen einander nach obigem Gesetze aus vier Theilen zusammen, nämlich:

$$\frac{+e \cdot + e_1}{r^2} + \frac{-e \cdot - e_1}{r^2} + \frac{+e \cdot - e_1}{r^2} + \frac{-e \cdot + e_1}{r^2}.$$

Diese heben sich alle gegenseitig auf und es kann keine Wirkung stattfinden.

Da aber bei den elektrodynamischen Erscheinungen die elektrischen Massen in Bewegung sind, so wird, ausser der Annahme des elektrischen Doppelstromes, noch die Hypothese gemacht, dass ihre gegenseitige Anziehung von der relativen Geschwindigkeit und auch noch von der Beschleunigung ihrer Bewegung gegen einander auf ihren Bahnen abhängen könne. Bezeichnen also dr/dt und d^2r/dt^2 die Geschwindigkeit und Beschleunigung der Elemente in der Richtung ihrer Verbindungslinie r zur Zeit t, so ist die Wirkung W der Elemente durch die Formel:

$$W = \frac{e e_1}{r^2}\left[1 + \alpha\left(\frac{dr}{dt}\right)^n + \beta\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)^m\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

darzustellen[1]).

Im Falle die elektrischen Massen ruhen, sind dr/dt und $d^2r/dt^2 = 0$; es tritt in diesem Falle das elektrostatische Gesetz in Gültigkeit.

In obiger Formel sind die Werthe α, β, n, m zu bestimmen, und es ist sodann zu untersuchen, ob sie mit der von Ampère aufgestellten Formel in Uebereinstimmung ist.

---

[1]) Eine schon früher von Gauss (Gauss' Werke 5, 616, vom Jahre 1835) aufgestellte Formel der Wechselwirkung elektrischer Theilchen

$$\frac{e e_1}{r^2}\left\{1 + K\left[u^2 + \tfrac{3}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\}$$

in welcher u die relative Geschwindigkeit der beiden elektrischen Theilchen und $1\sqrt{K}$ eine bestimmte Geschwindigkeit darstellt, entspricht nicht dem Princip von der Erhaltung der Energie und kann daher die Inductionsphänomene nicht ergeben. Bewegt sich das Element Ds mit der Geschwindigkeit c nach einer bestimmten Richtung, so wird die inducirte elektromotorische Kraft in Ds_1 in der Richtung der letzteren

$$\frac{1}{r^2}\, ci\, Ds\, Ds_1 \left[2 \cos(v_1\, ds) - \tfrac{3}{2} \cos(v_1\, r) . \cos(r\, ds)\right] \cos(r_1\, ds_1),$$

welche Formel Veränderungen der Intensität i nicht enthält, die gleichfalls Inductionswirkungen hervorrufen (vgl. Maxwell, Treatise, 2. edit. 2, 437). — Aus einer ähnlichen, aber nicht besonders begründeten Hypothese, dass eine elementare Masse m von bewegtem, elektrischem Fluidum durch ein Stromelement Ds in der Richtung der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte angezogen oder abgestossen wird, hat Quet das Elementargesetz der Induction bei Verschiebung sowie Aenderung der Intensität in einem Kreisstrome und einem cylindrischen und sphärischen Solenoid abgeleitet (vergl. Compt. rend. 97, 36, 450, 639, 704, 800, 903, 992, 1199, 1883; Beibl. 7, 777, 920; 8, 235).

1065 Die Bestimmung der Werthe α, β, m, n geschieht durch Betrachtung besonderer Fälle.

1) Fliessen in zwei in einem Punkte B zusammenlaufenden Leitern AB und A_1B die galvanischen Ströme nach dem Kreuzungspunkte B hin, so ist ihre Einwirkung dieselbe, möge in beiden die positive Elektricität gegen B hin-, oder von B fortfliessen. Im ersten Falle ist aber die relative Geschwindigkeit dr/dt positiv, im zweiten negativ. — Die Aenderung des Vorzeichens von dr/dt darf also keinen Einfluss auf das Resultat haben; der Exponent n muss eine gerade Zahl sein. Die einfachste Annahme ist:

$$n = 2.$$

2) Zwei in einer Richtung liegende und auf einander folgende Elemente Ds und Ds_1 der Leiter zweier galvanischer Ströme von den Intensitäten i und i_1 stossen sich gegenseitig mit einer Kraft ab, welche durch den Werth:

$$A = \frac{i i_1 Ds Ds_1}{2 r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

ausgedrückt wird (Bd. III, §. 31). — Gehen durch die Längeneinheiten der Leiter in jedem Momente die Elektricitätsmengen $\pm e$ und $\pm e_1$, so befinden sich in derselben Zeit in den Elementen Ds und Ds_1 die Massen $\pm e Ds$ und $\pm e_1 Ds_1$.

Es seien die Geschwindigkeiten der Elektricitäten in beiden Leitern c und c_1. Da dieselben in jedem dieser Leiter ungeändert bleiben, indem wir den Querschnitt und den Stoff der Leiter als unveränderlich ansehen, so ist auch der Werth dr/dt constant, also $d^2r/dt^2 = 0$.

Bezeichnen wir also mit W_{++}, W_{+-} u. s. f. die Anziehungen und Abstossungen der bewegten Elektricitäten $\pm e$ des Elementes Ds auf die bewegten Elektricitäten $\pm e_1$ des Elementes Ds_1, so ist danach:

die relative Geschwindigkeit dr/dt von		die Wirkung
$+e$ und $+e_1$	$c_1 - c$	$W_{++} = \frac{c e_1}{r^2}[1 + \alpha(c_1 - c)^2 Ds Ds_1]$
$-e$ „ $-e_1$	$-(c_1 - c)$	$W_{--} = \frac{e e_1}{r^2}[1 + \alpha(c_1 - c)^2 Ds Ds_1]$
$-e$ „ $+e_1$	$c + c_1$	$W_{-+} = -\frac{e e_1}{r^2}[1 + \alpha(c_1 + c)^2 Ds Ds_1]$
$+e$ „ $-e_1$	$-(c + c_1)$	$W_{+-} = -\frac{e e_1}{r^2}[1 + \alpha(c_1 + c)^2 Ds Ds_1]$

Die Gesammtwirkung ist die Summe dieser Kräfte, welche sich auf die Leiter selbst überträgt; sie ist gleich ihrer gegenseitigen Abstossung A. So ist:

$$A = \frac{i i_1 Ds Ds_1}{2 r^2} = -8 \frac{e e_1 Ds Ds_1 \alpha c c_1}{r^2}.$$

Die Intensität der Ströme ist aber proportional der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt der Leiter strömenden Elektricitätsmenge. Ist daher a eine Constante, so ist:

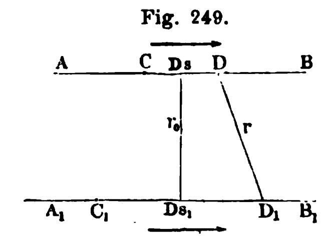
$$i = a e c \qquad i_1 = a e_1 c_1.$$

Beim Einsetzen dieser Werthe in A erhält man:

$$\alpha = -\frac{a^2}{16} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

3) Die Anziehung der Elemente Ds und Ds_1 zweier paralleler und gleich gerichteter Ströme, AB und $A_1 B_1$, Fig. 249, deren Verbindungslinie r_0 auf den Elementen selbst senkrecht steht, ist nach der Ampère'schen Formel (Bd. III, §. 31):

Fig. 249.



$$B = -\frac{i i_1 Ds Ds_1}{r_0^2}.$$

Will man dieselbe Anziehung von der Wechselwirkung der sich bewegenden elektrischen Massen ableiten, deren Geschwindigkeiten sich wie die Strecken $CDs : C_1 Ds_1$ verhalten, so ergiebt sich zunächst, dass die in AB und $A_1 B_1$ fortschreitenden Elektricitätsmengen sich bei ihrer Bewegung von A und A_1 aus bis zu den Elementen Ds und Ds_1 beständig einander nähern; bei ihrem Weiterströmen nach B und B_1 wieder von einander entfernen. Während also die relative Geschwindigkeit dr/dt in der ersteren Zeit negativ war, ist sie in der zweiten positiv. In den Elementen Ds und Ds_1 selbst ist daher dr/dt Null. Der Einfluss der Bewegung der Elektricitäten reducirt sich dann auf das ihre relative Beschleunigung d^2r/dt^2 enthaltende Glied. Nehmen wir als einfachsten Fall an, der Exponent desselben sei

$$m = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

so ist die Wirkung:

$$W = \frac{e e_1 Ds Ds_1}{r^2}\left(1 + \beta \frac{d^2 r}{dt^2}\right).$$

Legen aber die in Ds und Ds_1 befindlichen Massen in der Zeit t die Wege $CDs = ct$, und $C_1 Ds_1 = c_1 t$ zurück, so ist nach dieser Zeit ihr Abstand $DD_1 = r$ gegeben durch die Gleichung:

$$r^2 = r_0^2 + (c - c_1)^2 t^2.$$

Der Werth r ist variabel. Differenzirt man zweimal nach der Zeit t, so erhält man, da c, c_1 und r_0 constant sind:

$$r \frac{d^2 r}{dt^2} + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = (c - c_1)^2.$$

Für den Augenblick, wo die elektrischen Massen sich in Ds und Ds_1 befinden, ist $d r_0/dt = 0$, also

$$\frac{d^2 r_0}{d t^2} = \frac{(c - c_1)^2}{r}.$$

Führt man diesen Werth in die Formel W ein und berücksichtigt, dass für die Bewegung der negativen elektrischen Massen die Werthe c und c_1 gleichfalls negativ zu nehmen sind, so hat man:

$$W_{++} = \frac{e e_1 Ds Ds_1}{r^2}\left(1 + \frac{\beta}{r}(c - c_1)^2\right),$$

$$W_{--} = \frac{e e_1 Ds Ds_1}{r^2}\left(1 + \frac{\beta}{r}(c - c_1)^2\right),$$

$$W_{+-} = -\frac{e e_1 Ds Ds_1}{r^2}\left(1 + \frac{\beta}{r}(c + c_1)^2\right),$$

$$W_{-+} = -\frac{e e_1 Ds Ds_1}{r^2}\left(1 + \frac{\beta}{r}(c + c_1)^2\right).$$

Die Summe dieser Werthe entspricht der durch die Ampère'sche Formel gefundenen Anziehung. Demnach ist, wenn wir in derselben $i = a e c$, $i_1 = a e_1 c_1$ setzen:

$$-\frac{a e c . a e_1 c_1 Ds Ds_1}{r^2} = -8\,\frac{e e_1 Ds Ds_1}{r^2}\,\frac{\beta}{r}\cdot c c_1,$$

d. i.

$$\beta = \frac{a^2}{8} r \qquad 5)$$

Wird dieser Werth in die Hauptformel eingeführt, so ist die Wirkung der in Bewegung befindlichen Massen e und e_1 auf einander:

$$W = \frac{e e_1}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8} r \frac{d^2 r}{dt^2}\right]^{1)} \qquad 6)$$

1066 Dieses Gesetz muss sämmtliche, durch die Ampère'sche Formel dargestellten Anziehungs- und Abstossungserscheinungen in sich be-

[1]) Bemerkenswerth ist folgende von C. Neumann (Math. Ann. **13**, 571, 1878) hervorgehobene Consequenz aus dem Weber'schen Gesetze. Wirken zwei feste Massen M und M_1 auf eine auf der Verbindungslinie beider (der X-Axe) liegende frei bewegliche Masse m, so haben die von M und M_1 auf m wirkenden Kräfte die Werthe $m x'' = A + B x''$ und $m_1 x'' = A_1 + B_1 x''$, wo A, A_1, B, B_1 Functionen von x und der Geschwindigkeit x' sind, x'' die Beschleunigung des Punktes m andeutet. Unter Einfluss beider Massen M und M_1 ist also die Bewegungsgleichung $m x'' = (A + A_1) + (B + B_1) x''$. Aus den drei Gleichungen folgt die Bewegung unter Einfluss von M oder von M_1 allein oder beider zusammen:

$$m x'' = \frac{A}{m - B} \text{ bezw. } \frac{A_1}{m - B_1} \text{ und } \frac{A + A_1}{m - (B + B_1)}.$$

Im letzten Falle ist x'' nicht die Summe der Beschleunigungen in den beiden ersten Fällen. Setzen sich also gleich gerichtete Kräfte durch Addition zusammen, so gilt dieser Grundsatz bei dem Weber'schen Gesetze nicht mehr für die Beschleunigungen. Dasselbe gilt für die Vereinigung der Kräfte nach der Regel des Parallelogramms. Dies beweist nach Padova (N. Cimento [3] **4**, 103, 1878; Beibl. 3, 200), dass die Summe der lebendigen Kräfte bei Einzelwirkung der Kräfte nicht gleich ist der lebendigen Kraft bei gleichzeitiger Wirkung beider.

greifen, wenn es als neues Grundgesetz der Einwirkung der elektrischen Massen auf einander bestehen soll. Es muss also aus demselben die Ampère'sche Grundformel abgeleitet werden können. Dies soll im Folgenden geschehen.

Bewegen sich in den Elementen Ds und Ds_1 zweier Leiter die elektrischen Massen $\pm e Ds$ und $\pm e_1 Ds_1$ mit den Geschwindigkeiten $ds/dt = c$ und $ds_1/dt = c_1$, so ziehen sich die Elemente Ds und Ds_1 an mit einer Kraft, die aus der Summe der Anziehungen und Abstossungen der in ihnen befindlichen Elektricitäten zusammengesetzt ist. Bezeichnen wir, ähnlich wie im vorigen Paragraphen, die Wirkungen von $+eDs$ auf $+e_1 Ds_1$ mit W_{++}, die von $-eDs$ auf $-e_1 Ds_1$ mit W_{--}, die von $+eDs$ auf $-e_1 Ds_1$ mit W_{+-}, die von $-eDs$ auf $+e_1 Ds_1$ mit W_{-+}, die betreffenden relativen Geschwindigkeiten dr/dt und Beschleunigungen d^2r/dt^2 der elektrischen Massen gegen einander mit den entsprechenden Zeichen, so ist die Gesammtwirkung:

$$
\begin{aligned}
W_s &= W_{++} + W_{--} + W_{+-} + W_{-+} \\
&= \frac{ee_1 Ds Ds_1}{16 r^2} a^2 \left\{ - \left[\left(\frac{dr_{++}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_{--}}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_{+-}}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_{-+}}{dt}\right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + 2r \left(\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} + \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} \right) \right\} \quad . \; . \; . \quad 1)
\end{aligned}
$$

Nun ist

$$
\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{dr}{ds_1} \cdot \frac{ds_1}{dt}.
$$

Ersetzen wir hier die Werthe ds/dt und ds_1/dt durch die Werthe $\pm c$ und $\pm c_1$, je nachdem die Elektricitäten $\pm e$ und $\pm e_1$ sich nach der einen oder anderen Seite bewegen, so ist:

$$
\begin{aligned}
\frac{dr_{++}}{dt} &= \quad \left(c \frac{dr}{ds} + c_1 \frac{dr}{ds_1} \right), \\
\frac{dr_{--}}{dt} &= - \left(c \frac{dr}{ds} + c_1 \frac{dr}{ds_1} \right), \\
\frac{dr_{+-}}{dt} &= \quad \left(c \frac{dr}{ds} - c_1 \frac{dr}{ds_1} \right), \\
\frac{dr_{-+}}{dt} &= - \left(c \frac{dr}{ds} - c_1 \frac{dr}{ds_1} \right),
\end{aligned}
$$

also, da ee_1 abwechselnd positiv und negativ ist, die Summe:

$$
\begin{aligned}
ee_1 & \left[\left(\frac{dr_{++}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_{--}}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_{+-}}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_{-+}}{dt}\right)^3 \right] \\
&= 8 ee_1 cc_1 \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds_1} \cdot \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)
\end{aligned}
$$

Ferner ist:

$$
\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + 2 \frac{d^2 r}{ds\, ds_1} \frac{ds}{dt} \frac{ds_1}{dt} + \frac{d^2 r}{ds_1^2} \left(\frac{ds_1}{dt}\right)^2.
$$

Führen wir auch hier die Werthe $ds/dt = \pm c$, $ds_1/dt = \pm c_1$ ein, so ist:

$$\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2 c c_1 \frac{d^2 r}{ds\,ds_1} + c_1^2 \frac{d^2 r}{ds_1^2},$$

$$\frac{d^2 r_{--}}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2 c c_1 \frac{d^2 r}{ds\,ds_1} + c_1^2 \frac{d^2 r}{ds_1^2},$$

$$\frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} - 2 c c_1 \frac{d^2 r}{ds\,ds_1} + c_1^2 \frac{d^2 r}{ds_1^2},$$

$$\frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} - 2 c c_1 \frac{d^2 r}{ds\,ds_1} + c_1^2 \frac{d^2 r}{ds_1^2},$$

also die Summe:

$$\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} + \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} = 8 c c_1 \frac{d^2 r}{ds\,ds_1} \quad \ldots \quad 3)$$

Setzt man die Werthe der Formeln 2) und 3) in die Formel 1) für W_s ein und berücksichtigt, dass die Grössen $aec = i$, $ae_1 c_1 = i_1$ sind, so erhält man:

$$W_s = -\frac{i i_1 Ds\,Ds_1}{r^2}\left(\frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1} - r\frac{d^2 r}{ds\,ds_1}\right).$$

Dies ist aber die Formel von **Ampère**. Demnach genügt die Formel von **Weber** zur Begründung der in der Elektrodynamik behandelten Erscheinungen, zunächst soweit die **Ampère**'sche Formel selbst gültig ist, d. h. wenn die betrachteten Elemente zwei geschlossenen Strömen angehören, und man durch Integration über den Umkreis beider ihre Wirkungen auf einander aus den Wirkungen der Elemente nach obiger Formel zusammensetzt.

1067 Setzen wir in der **Weber**'schen Formel die Beschleunigung zweier bewegter elektrischer Massen gegen einander gleich Null, wie z. B. bei der Wechselwirkung zweier, in derselben geraden Linie liegender Stromeselemente, so wird die Wirkung dieser Massen auf einander

$$W_1 = \frac{e e_1}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right].$$

Diese Wirkung ist Null, wenn

$$\frac{dr}{dt} = \frac{4}{a}.$$

Setzen wir $4/a = C$, so ist C die „kritische" Geschwindigkeit zweier elektrischer Massen e und e_1 gegen einander, bei welcher sie nicht mehr auf einander wirken.

Die Wirkung ist negativ, wenn

$$\frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 > 1 \text{ oder } \frac{dr}{dt} > \frac{4}{a} = C$$

wird, so dass bei einer bestimmten Geschwindigkeit der elektrischen Massen eine umgekehrte Wirkung, als bei kleineren Geschwindigkeiten, eintreten könnte.

Ist die Geschwindigkeit der elektrischen Masse e gleich c, so ist die Intensität des durch ihre Bewegung erzeugten Stromes in mechanischem Maasse gleich ec; in elektrodynamischem Maasse wäre sie nach §. 1065 und 1067 gleich $aec = 4ec/C$. Da nun nach §. 990 das Verhältniss der in (Weber'schem) mechanischem und elektrodynamischem Maasse gemessenen Stromintensität unter Annahme des Doppelstromes **1068**

$$\frac{I_{ew}}{I_d} = \frac{C}{4}$$

ist, so ergiebt sich

$$C = 4\,\frac{I_{ew}}{I_d} = 2v\sqrt{\frac{1}{2}} = 440010 . 10^6 \text{ mm}.$$

Damit also zwei elektrische Massen nicht auf einander wirken, müssen sie sich nach den Weber'schen Hypothesen mit der sehr grossen Geschwindigkeit von etwa 440 Millionen Metern (59320 geogr. Meilen) in der Secunde, d. h. mit der Lichtgeschwindigkeit von einander fortbewegen.

Führen wir den Werth C in die Formel von W. Weber ein, so ergiebt sich:

$$W = \frac{e e_1}{r^2}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{C^2}\, r\, \frac{d^2 r}{dt^2}\right].$$

Die Formel von W. Weber für die Wechselwirkung bewegter elektrischer Massen nimmt eine einfachere Gestalt an, wenn man statt des Ausdruckes für die Kraft einen Ausdruck für das Potential derselben auf einander aufstellt [1]). Dieses Potential ist nach Weber: **1069**

$$V = -\frac{e e_1}{r}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right],$$

wobei wir dr/dt als Function von t anzusehen haben, und somit sowohl r, als auch dr/dt von der Zeit t abhängig ist. Wird V nach r differenzirt, so erhält man

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{e e_1}{r}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{C^2}\,\frac{d^2 r}{dt^2}\right],$$

mithin die Weber'sche Formel für die zwischen den Theilchen e und e_1 wirkende Kraft.

Das Potential V lässt sich in zwei Theile zerlegen; erstens in das elektrostatische Potential $-ee_1/r$ der beiden elektrischen Massen

[1]) W. Weber, Pogg. Ann. **73**, 229, 1848; Pogg. Ann. **136**, 485, 1869; Abhandl. der Math. Cl. der K. Sächs. Gesellschaft **10**, 1, 1871.

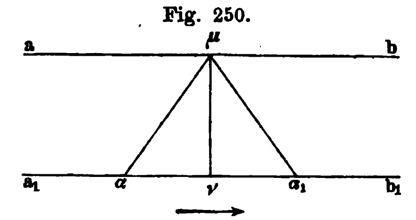
e und e_1 im Ruhezustande auf einander, und in das bei der Bewegung hinzutretende elektrodynamische Potential $ee_1/rC^2.(dr/dt)^2$. Das Gesammtpotential ist bei derselben Entfernung r mit wachsender Geschwindigkeit dr/dt erst positiv, dann wird es Null, wenn $C = dr/dt$ ist, und bei noch grösseren Geschwindigkeiten wird es negativ.

Für die Entfernung $r = \infty$ ist V gleich Null. Werden also zwei (gleichartige) elektrische Theilchen e und e_1 aus unendlicher Entfernung in die Entfernung r gebracht, und haben daselbst in der Richtung ihrer Verbindungslinie die Geschwindigkeit dr/dt zu einander hin, so ist die geleistete Arbeit, unabhängig von dem Wege, den sie zurückgelegt haben, dem Potential gleich. Sie ist nur von der Entfernung r und der Geschwindigkeit dr/dt in der Richtung der Verbindungslinie der Theilchen abhängig. Da ferner nur die relative Geschwindigkeit in der Richtung der Verbindungslinie beider Theilchen in dem Ausdrucke für das Potential vorkommt, so übt eine auf jener Linie senkrechte Bewegung der Theilchen gegen einander keinen Einfluss auf das Potential aus.

1070 Von denselben Hypothesen, wie in §. 1061 ausgehend, hat Fechner[1]) gezeigt, dass man auch die Inductionserscheinungen theoretisch ableiten könne.

Um einen einfachen Fall zu nehmen, werde ein nicht vom Strome durchflossener, geradliniger Leiter ab, Fig. 250, einem ihm parallelen, in der Richtung $a_1 \longrightarrow b_1$ vom Strom durchflossenen Leiter $a_1 b_1$ genähert. Wir betrachten die Wirkung eines Elementes α des Leiters $a_1 b_1$ auf ein Element μ des Leiters ab. Es sei das von μ auf $a_1 b_1$ gefällte Loth $\mu\nu$; dann nähert sich die positive Elektricität in α in Folge des galvanischen Stromes in $a_1 b_1$ dem Punkte ν; ebenso die positive Elektricität in μ demselben Punkte in Folge der dem Leiter ab mechanisch ertheilten Bewegung. Beide ziehen daher einander in der Richtung der Linie $\alpha\mu$ an. Diese Anziehung kann man nach den Richtungen $\mu\nu$ und μa zerlegen. In einem ebenso weit von ν auf der Seite von b_1 gelegenen Elemente α_1 des Stromleiters $a_1 b_1$ entfernt sich dagegen die positive Elektricität von ν und übt daher in der Richtung $\mu\alpha_1$ eine Abstossung auf die positive Elektricität in μ aus, welche sich wiederum in eine Componente in der Richtung μa und eine zweite in der Richtung $\mu\nu$ zerlegen lässt. Die beiden aus der Wirkung von α und α_1 auf μ entstandenen Componenten in der Richtung $\mu\nu$ heben sich auf; die in der Richtung μa addiren sich, wodurch also eine Strömung von positiver Elektricität in der Richtung μa bewirkt wird. Analog wird die negative Elektricität

Fig. 250.



[1]) Fechner, Pogg. Ann. **64**, 337, 1846.

in μ nach b hinbewegt. — Alle anderen Elemente von $a_1 b_1$ wirken ebenso wie α und α_1 auf μ und die übrigen Elemente von ab, und so entsteht in ab ein Inductionsstrom in der Richtung von b nach a.

Analog lassen sich die übrigen Inductionserscheinungen erklären.

1071 Auf diesen Anschauungen beruht die von W. Weber[1]) auf strengere mathematische Principien begründete Ableitung des Inductionsgesetzes. Er geht dabei von seiner, die Wechselwirkung bewegter elektrischer Massen darstellenden Formel

$$W = \frac{e e_1 Ds Ds_1}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8} r \frac{d^2 r}{dt^2}\right]$$

aus..

Addirt man die Anziehungen und Abstossungen der in dem einen, als fest gedachten Leiter bewegten Elektricitäten auf die eine und andere der in dem anderen, beweglichen Leiter befindlichen Elektricitäten, so erhält man unmittelbar die auf den zweiten Leiter übertragene Anziehung, welche sich entsprechend den Formeln des §. 1066 gleich $W_{++} + W_{--} + W_{+-} + W_{-+}$ darstellt.

Untersucht man aber, wie gross die Kraft ist, mittelst deren durch jene Einwirkung die positive Elektricität des einen Leiters nach der einen, die negative Elektricität nach der entgegengesetzten Seite bewegt wird, so muss man die Einwirkung auf die negativen elektrischen Massen von der auf die positiven Massen im zweiten Leiter subtrahiren.

Diese „Scheidungskraft" ist dann:

$$D = W_{++} - W_{--} + W_{+-} - W_{-+}.$$

Sie wirkt in der Verbindungslinie der betrachteten Stromelemente. Zerlegt man sie nach der Richtung des Stromelementes des zweiten Leiters, so giebt die dadurch erhaltene Kraft die durch den ersten Leiter in dem zweiten erzeugte elektromotorische Kraft an, welche die Ursache des in demselben inducirten Stromes ist. Setzt man an Stelle der Grössen W in dem Ausdrucke D die §. 1065 gefundenen Werthe, so folgt:

$$D = -\frac{e e_1 Ds Ds_1}{16 r^2} a^2 \left\{\left[\left(\frac{dr_{++}}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_{--}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_{+-}}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_{-+}}{dt}\right)^2\right] - 2r\left(\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} + \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2}\right)\right\}.$$

In diesen Ausdruck sind in jedem besonderen Falle die entsprechenden Werthe dr/dt und $d^2 r/dt$ einzusetzen, um die jedesmalige inducirte elektromotorische Kraft daraus zu berechnen.

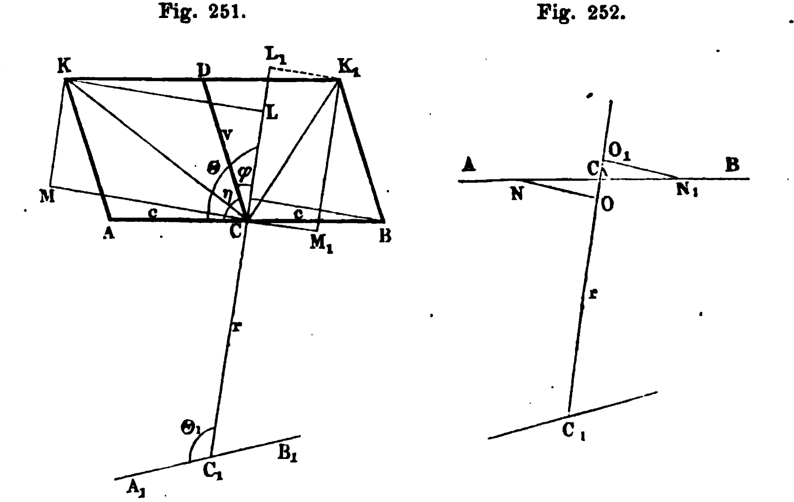
1072 In dem allgemeinsten Falle der Induction wird durch Bewegung eines von einem Strome von der veränderlichen Intensität i durchflossenen

[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 1, 126, 1846.

Leiterelementes Ds oder ACB, Fig. 251, in einem stromlosen Leiterelemente Ds_1 oder $A_1C_1B_1$, ein Strom inducirt. Ist letzteres ebenfalls bewegt, so kann man dem ganzen Raume eine entgegengesetzte Bewegung ertheilt denken, so dass Ds_1 in Ruhe bleibt und nur Ds sich bewegt. Es sei dann die Geschwindigkeit seiner Bewegung in der Richtung CD gleich $v = CD$. Der Abstand CC_1 sei gleich r. Ferner seien $AC = CB$ die Geschwindigkeiten $\pm c$ der positiven und negativen Elektricität in Ds am Anfang der Bewegung.

Die Diagonalen CK und CK_1 der Parallelogramme $ACDK$ und $BCDK_1$ stellen die durch die Fortführung des Leiters und die Bewegung der Elektricitäten in demselben bedingten, resultirenden Bewegungen der Elektricitäten dar. Projicirt man CK und CK_1 auf die Verbindungslinie CC_1 der Elemente, so sind die Projectionen CL und CL_1 gleich

Fig. 251. Fig. 252.



den Geschwindigkeiten der positiven und negativen Elektricitätsmassen in der Richtung der Verbindungslinie CC_1 der Elemente. Es ist also

$$CL = \frac{dr_{++}}{dt} = \frac{dr_{+-}}{dt}, \qquad CL_1 = \frac{dr_{--}}{dt} = \frac{dr_{-+}}{dt}.$$

Projicirt man ferner CK und CK_1 auf eine Ebene, die durch C senkrecht gegen CC_1 gelegt ist, so sind die Projectionen CM und CM_1 die Tangentialgeschwindigkeiten der elektrischen Massen gegen den festen Punkt C als Mittelpunkt. Die Normalaccelerationen g derselben in der Richtung von CC_1 sind demnach:

$$g_{++} = g_{+-} - \frac{CM^2}{CC_1}, \qquad g_{--} = g_{-+} = \frac{CM_1^2}{CC_1}.$$

Aendert sich auch noch während der Bewegung des Elementes ACB die Intensität des Stromes in demselben, also die Geschwindigkeit $\pm c$

in dem Zeitelemente dt um $\pm dc$, welche auf der Linie AB, Fig. 252, durch die Längen CN und CN_1 dargestellt ist, so sind die durch diese Geschwindigkeitsänderungen bewirkten Accelerationen der elektrischen Massen in der Richtung CC_1 gleich den Projectionen CO und CO_1 von CN und CN_1 auf CC_1. Dann sind die Summen der Accelerationen

$$\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} = \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} = \frac{CM^2}{CC_1} + CO$$

$$\frac{d^2 r_{--}}{dt^2} = \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} = \frac{CM_1^2}{CC_1} + CO_1.$$

Der Gesammtausdruck für die von den bewegten Elektricitäten ausgeübte Scheidungskraft D wird demnach:

$$D = -\frac{a^2 ee_1 Ds Ds_1}{16 r^2}\left[2(CL^2 - CL_1^2) - 4r\left(\frac{CM^2}{CC_1} + CO - \frac{CM_1^2}{CC_1} - CO_1\right)\right] \quad 1)$$

In diese Formel sind die Werthe der einzelnen Strecken einzusetzen.

Es bilde die Linie CD der Fortbewegung des Elementes ACB mit der Bewegungsrichtung der positiven elektrischen Masse in demselben den Winkel $ACD = \eta$; es sei der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung CA der positiven Elektricität im Elemente ACB und der Richtung seiner Verbindungslinie CC_1 mit Element $A_1C_1B_1$, $\angle LCA = \Theta$, und der Winkel zwischen CL_1 und CD, $\angle DCL = \varphi$. Dann ist

$$CL = v\cos\varphi + c\cos\Theta;\quad CL_1 = v\cos\varphi - c\cos\Theta$$
$$CM^2 = CK^2 - CL^2 = v^2 + c^2 + 2cv\cos\eta - (v\cos\varphi + c\cos\Theta)^2$$
$$CM_1^2 = CK_1^2 - CL_1^2 = v^2 + c^2 - 2cv\cos\eta - (v\cos\varphi - c\cos\Theta)^2$$
$$CC_1 = r$$
$$CO = -CN\cos\Theta = -\frac{dc}{dt}\cos\Theta;\quad CO_1 = -CN_1\cos\Theta = +\frac{dc}{dt}\cos\Theta.$$

Beim Einsetzen dieser Werthe in die Gleichung D erhält man:

$$D = a^2\frac{ee_1 Ds Ds_1}{r^2}\left[\left(\cos\eta - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\varphi\right)cv + \frac{1}{2}r\frac{dc}{dt}\cos\Theta\right]. \quad 2)$$

Dieser Ausdruck giebt die Scheidungskraft, mit welcher die positive Elektricität des Elementes A_1B_1 in der Richtung von C nach C_1, die negative von C_1 nach C getrieben wird. Bildet dasselbe mit der Verbindungslinie den Winkel Θ_1, so muss der Ausdruck, um die eigentliche inducirte elektromotorische Kraft darzustellen, mit $-\cos\Theta_1$ multiplicirt werden. Setzt man dann noch statt des Werthes aec den Werth der Stromintensität i im Elemente ACB, so ist $ae.dc/dt = di/dt$, und die nun in der Richtung von $A_1C_1B_1$ inducirte elektromotorische Kraft:

$$Eds_1 = -a\frac{e_1 Ds Ds_1}{r^2}\left[\left(\cos\eta - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\varphi\right)iv + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}r\frac{di}{dt}\cos\Theta\right]\cos\Theta_1 \; \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Bezeichnet man als elektromotorische Kraft nicht die auf die Elektricitätsmenge e_1 wirkende bewegende, sondern die beschleunigende Kraft, welche also auf die Einheit der Elektricitätsmenge in jeder Längeneinheit von $A_1 C_1 B_1$ wirkt, so ist der Ausdruck durch e_1 zu dividiren.

Aendert sich die Stromintensität während der Bewegung des Elementes ACB nicht, so ist diese letztere elektromotorische Kraft

$$E_1 ds_1 = -\frac{aidsds_1}{r^2}\left(\cos\eta - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\varphi\right)v.\cos\Theta_1 \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

1073 In obigen Formeln ist die Stromintensität i in elektrodynamischem Maasse gemessen. Soll sie in (Weber'schem) mechanischem Maasse gemessen werden, so ist nach §. 990 $I_d = I_{ew} 4/C$ zu setzen. Führt man ferner an Stelle des Werthes a den Werth $C = 4/a$ ein, so erhält man die bei Aenderung der Stromintensität und Bewegung des Leiterelementes Ds in Ds_1 auftretende elektromotorische Scheidungskraft nach der Richtung des Elementes Ds_1 in mechanischem (Weber'schem) Maasse und für die Einheit der Elektricitätsmenge

$$D = -\frac{16}{C^2}\frac{DsDs_1}{r^2}\left[\left(\cos\eta - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\varphi\right)i_{ew}v + \frac{1}{2}r\frac{di_{ew}}{d\,t}\cos\Theta\right]\cos\Theta_1 \quad 1)$$

Aendert sich nur die Stromintensität, so wird dieselbe

$$D_i = -\frac{8}{C^2}\frac{DsDs_1}{r}\frac{di_{ew}}{dt}\cos\Theta\cos\Theta_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Aendert sich nur die Lage des Elementes, so ist sie

$$D_l = -\frac{16}{C^2}\frac{DsDs_1}{r_2}\left(\cos\eta - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\varphi\right)i_{ew}v.\cos\Theta_1 . \quad . \quad 3)$$

Betrachtet man nur die die Einheit der Elektricität beschleunigende Kraft, so sind diese Ausdrücke durch Ds_1 zu dividiren.

1074 Das Gesetz von W. Weber lässt sich noch in einer etwas anderen Form schreiben [1]), wenn man, ähnlich wie in der Ampère'schen Formel, für die trigonometrischen Functionen Differentialquotienten einführt. Setzt man $4/C = A$, ist t die der Ortsänderung der Elemente, T_1 die der Aenderung der Intensität i_1 entsprechende Zeit, und setzt man $\sqrt{r} = \psi$, so wird dasselbe

$$E = 8A^2 i_1 \frac{\partial\psi}{\partial s}\frac{\partial^2\psi}{\partial s_1 \partial t} DsDs_1 + 4A^2\frac{\partial\psi}{\partial s}\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\frac{\partial i_1}{\partial T_1} DsDs_1.$$

1075 Die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem im Punkte C_1 befindlichen Elemente Ds_1, welches mit der Richtung der Bewegung des Elementes Ds zusammenfällt und durch welches der Strom Eins

---

[1]) Vergl. Riecke, Wied. Ann. **11**, 299, 1880 und l. l. c. c., §. 1435.

fliesst, so dass $\varphi = \Theta$ ist, und dem Elemente Ds, dieses von einem Strome von der Intensität i durchflossen gedacht, wird dargestellt durch den Werth:

$$F = -\frac{i Ds Ds_1}{r^2}\left(\cos\eta - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\Theta_1\right).$$

Zerlegt man diesen Werth nach der Richtung des inducirten Elementes $A_1 C_1 B_1$, multiplicirt ihn also mit $\cos\Theta_1$ und dann noch mit av, so ist die in Ds_1 inducirte elektromotorische Kraft:

$$D_l = -Fav\cos\Theta_1 = -Bav.$$

Nach dem Gesetze von Lenz und F. E. Neumann ist dieselbe:

$$E_1 Ds_1 = -Kav,$$

wo $K = F\cos\Theta$ die nach der Bewegungsrichtung zerlegte elektrodynamische Wirkung von Ds auf Ds_1 ist.

Das Gesetz von Neumann stimmt also mit der Formel von Weber für die Inductionswirkungen zwischen einzelnen Elementen nicht überein.

Dagegen tritt diese Uebereinstimmung vollständig ein, **1076** wenn, wie auch F. E. Neumann stets angenommen hat, die Induction in einem Leiterelemente durch einen geschlossenen Strom geschieht.

Zum Beweise hierfür nehmen wir statt der Bewegung der vom Strome durchflossenen Elemente die entgegengesetzte Bewegung des inducirten Elementes.

Es soll das inducirte Element Ds_1 im Coordinatenanfangspunkte liegen. Wir legen zuerst die Coordinatenaxen so, dass die Bewegungsrichtung des Elementes mit der X-Axe zusammenfällt, die Y-Axe aber auf der Bewegungsrichtung und dem Elemente senkrecht steht, welches mit der X- und Z-Axe die Winkel λ und ν bildet; dann ist die in der Bewegungsrichtung wirkende Componente des inducirenden geschlossenen Stromes, dessen Elemente die Coordinaten xyz haben, auf das inducirte Element, letzteres vom Strome Eins durchflossen gedacht, nach Bd. III, §. 33:

$$K = X = -\frac{1}{2} i Ds_1 \cos\nu \int \frac{z dx - x dz}{r^3}.$$

Wir denken uns zweitens ein vom Strome Eins durchflossenes und dem inducirten Elemente gleiches Element Ds_2 am Anfangspunkte der Coordinaten in der Bewegungsrichtung jenes Elementes. Wir legen die Coordinatenaxen jetzt so, dass die X-Axe mit dem inducirten Elemente Ds_1 selbst zusammenfällt, die Y-Axe aber, wie oben, auf demselben und der Bewegungsrichtung senkrecht steht. Sind dann die Winkel zwischen dem Elemente Ds_2 und der X- und Z-Axe gleich α und γ, so ist die nach der Richtung der X-Axe oder des Elementes Ds_1

zerlegte elektrodynamische Wirkung des geschlossenen Stromes auf das Element Ds_2:

$$B = X_1 = -\frac{1}{2} i Ds_2 \cos\gamma \int \frac{z\,dx - x\,dz}{r^3}.$$

Da beiden Coordinatensystemen die Y-Axe gemeinschaftlich ist, so ist $\cos\nu = \cos\gamma$. Der Ausdruck $\frac{1}{2}(z\,dx - x\,dz)$ ist aber auch in beiden Fällen derselbe, da er stets die Projection desjenigen Dreiecks auf die beide Male gleich liegende XZ-Ebene darstellt, dessen Gipfelpunkt der Coordinatenanfangspunkt, dessen Basis ein Stromelement des geschlossenen Stromes ist.

In diesem Falle sind also die Werthe B und K identisch.

1077 Denkt man sich das inducirte Element Ds_1 gegen das inducirende in der Richtung r selbst bewegt, so ist in der Formel für die Inductionswirkung $\eta = \Theta$, $\varphi = 0$, $v = -dr/dt$, also die während der Bewegung des Elementes von der Unendlichkeit bis zum Abstande r inducirte elektromotorische Kraft (vergl. auch §. 1072, Gl. 4):

$$E_a ds_1 = \frac{a i Ds Ds_1}{2} \cos\Theta \cos\Theta_1 \int_\infty^r \frac{dr}{r^2} = -\frac{a i Ds Ds_1}{2r} \cos\Theta \cos\Theta_1$$
$$= -\frac{8 i_{ew} Ds Ds_1}{C^2 r} \cos\Theta \cos\Theta_1.$$

Dies ist aber dieselbe elektromotorische Kraft, welche man erhalten hätte, wenn der Strom von der Intensität i in dem inducirenden Elemente Ds entstanden wäre, während dasselbe im Abstande r von dem inducirten Elemente ruhte. Sie ist gleich dem elektrodynamischen Potential des Elementes Ds auf das vom Strome Eins durchflossene Element Ds. Also auch hieraus folgt dieselbe Beziehung, wie aus den Untersuchungen von F. E. Neumann.

1078 Sehr vollständig ist die Identität des Weber'schen und F. E. Neumann'schen Principes für die Induction eines Stromes in einem Elemente Ds_1 durch einen geschlossenen Stromleiter, dessen Element Ds ist, von Schering[1]) bewiesen worden. Führt man nämlich in der Formel für D, §. 1071, die durch die Ortsveränderung der Elemente Ds und Ds_1 bedingten Geschwindigkeiten derselben dw/dt und dw_1/dt ein und multiplicirt mit dr/ds, d. h. mit dem Cosinus des Winkels zwischen r und Ds, so erhält man die durch ein Element Ds in dem Elemente Ds_1 in seiner Richtung inducirte elektromotorische Kraft[2]):

---

[1]) E. Schering, Zur mathematischen Theorie elektrischer Ströme. Göttingen 1857; Pogg. Ann. **104**, 266, 1858. — [2]) Es ist nämlich:

$$\frac{dr}{dt} = \pm \frac{dr}{ds}\frac{ds}{dt} \pm \frac{dr}{ds_1}\frac{ds_1}{dt} \pm \left(\frac{dr}{dw}\frac{dw}{dt} + \frac{dr}{dw_1}\frac{dw_1}{dt}\right),$$

$$E = \frac{a^2 e e_1 Ds Ds_1}{r^2} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1}\frac{ds}{dt}\left(\frac{dr}{dw}\frac{dw}{dt} + \frac{dr}{dw_1}\frac{dw_1}{dt}\right) \\ +\frac{2}{r}\frac{dr}{ds_1}\frac{ds}{dt}\left(\frac{d^2 r}{ds dw}\frac{dw}{dt} + \frac{d^2 r}{ds dw_1}\frac{dw_1}{dt}\right) \\ +\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1}\frac{d^2 s}{dt^2} \end{array} \right\}.$$

Durch eine Transformation dieses Ausdruckes erhält Schering die von dem ganzen Leiter s auf den Leiter s_1 ausgeübte elektromotorische Kraft bei der Integration nach ds und ds_1:

$$E = a\frac{dP}{dt}, \quad \text{wo } P = \int \frac{d(r dr)}{ds ds_1}\frac{i Ds Ds_1}{r}.$$

In ganz gleicher Weise erhält man die Componenten der elektrodynamischen Wirkung zweier geschlossener Curven, welche von den Strömen i und Eins durchflossen, deren Elemente Ds und Ds_1 sind, nach drei Axen gleich dQ/dx, dQ/dy, dQ/dz, wenn wiederum

$$Q = \int \frac{d(r dr)}{ds ds_1}\frac{i Ds Ds_1}{r}$$

ist. Q ist mithin das Potential des Stromes s auf den Strom s_1. Es ist also, wenn der inducirende Leiter die Zeit $t_1 - t_0$ hindurchbewegt wird, die ganze inducirte elektromotorische Kraft:

$$\int_{t_0}^{t_1} E dt = a\int_{t_0}^{t_1} \frac{dP}{dt} dt = a\int_{t_0}^{t_1} \frac{dQ}{dt} dt = a(Q_1 - Q_0).$$

Dies ist der Satz von F. E. Neumann, welcher sich so direct für die inducirende Wirkung geschlossener Leiter aus dem Weber'schen Grundgesetze ableitet.

In Betreff der weiteren Ausführung der Rechnungen von Schering müssen wir auf dessen Originalabhandlung verweisen.

1079 Wendet man indess das Weber'sche Grundgesetz ohne Weiteres auch auf die Inductionserscheinungen bei der Anwesenheit von Gleitstellen an, so erhält man Resultate, welche nicht, wie das Gesetz von F. E. Neumann, mit der Erfahrung übereinstimmen. Man muss in diesem Falle noch darauf Rücksicht nehmen, dass an einer Gleitstelle sich die Geschwindigkeit der bewegten Elektricitäten plötzlich ändert, und dadurch ein neuer Grund zur Induction gegeben ist[1]).

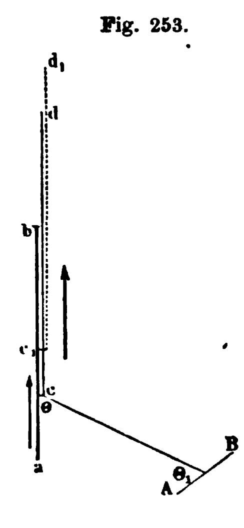
Es sei AB, Fig. 253 (a. f. S.), das ruhende inducirte Element. Der Draht ab sei bei a mit dem einen Pole einer Säule verbunden. Ueber

wo die Vorzeichen $\pm$ zu nehmen sind, je nachdem die wirkenden Elektricitäten sich in gleichen oder entgegengesetzten Richtungen bewegen. Aus diesen Ausdrücken entwickeln sich dann die zweiten Differentiale.

[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 2, 323.

denselben gleite der Draht *cd* hin, dessen Ende *d* mit dem anderen Pole der Säule verbunden ist. Die Gleitstelle, in welcher sich beide Drähte berühren, sei *c*, die Geschwindigkeit der Bewegung von *cd* in der Richtung von *ab* gleich *v*. Die Verbindungslinie der Gleitstelle *c* mit dem inducirten Elemente mache mit der Bewegungsrichtung der Elektricität in dem an der Gleitstelle liegenden Elemente von *ab* den Winkel Θ, mit *AB* den Winkel Θ_1. Wir werden annehmen können, dass der Uebergang der Elektricität von *ab* in das zunächst liegende Element von *cd* in der Richtung von *ac* selbst erfolgt. Dann findet in diesem Elemente in Folge seiner Bewegung eine Aenderung der Geschwindigkeit der Elektricitäten statt, die mit $\pm v$ bezeichnet werden kann.

Fig. 253.



Wenn wir daher auf den vorliegenden Fall die Betrachtungen des §. 1070 anwenden wollen, so haben wir nur diese Geschwindigkeitsänderung $\pm v$ zu berücksichtigen (welche durch die Strecken CN und CN_1, Fig. 252, dargestellt wird), nicht aber die eigentliche translatorische Bewegung des Leiters *cd*. In der Formel 2, §. 1072, fällt mithin das erste Glied fort, und für den Werth dc/dt in derselben ist der Werth *v* zu setzen. Ist die Geschwindigkeit der Elektricität in der ruhenden Leitung *ab* gleich *c*, so tritt in das gleitende Element in der Zeit *dt* die Elektricitätsmenge *ecdt* ein. Diese muss dann in der Formel statt *eDs* gesetzt werden. Ist noch $aec = i$, gleich der Intensität des inducirenden Stromes, so erhalten wir den durch die Geschwindigkeitsänderung an der Gleitstelle bedingten Antheil der in der Richtung von *AB* inducirten elektromotorischen Kraft gleich:

$$-\frac{a}{2r}\, i v d s_1 dt \cos\Theta \cos\Theta_1.$$

Ausserdem tritt aber bei der Bewegung des gleitenden Leiters aus der Lage *cd* in die Lage $c_1 d_1$ auch das Element cc_1 in den früheren Stromkreis ein. Die Länge dieses Elementes ist *vdt*, in welcher gleichzeitig die Stromintensität von 0 bis *i* ansteigt, so dass die durch dasselbe in dem Elemente Ds_1 inducirte elektromotorische Kraft gleichfalls ist

$$-\frac{a}{2r}\, i D s_1 v dt \cos\Theta \cos\Theta_1.$$

Die elektromotorische Kraft, welche durch das an der Gleitstelle eintretende Element sowohl in Folge der Geschwindigkeitsänderung der Elektricitäten als auch in Folge des Eintritts neuer Stromelemente in den inducirenden Kreis inducirt wird, ist also gerade doppelt so gross, wie die durch letztere Ursache allein inducirte elektromotorische Kraft.

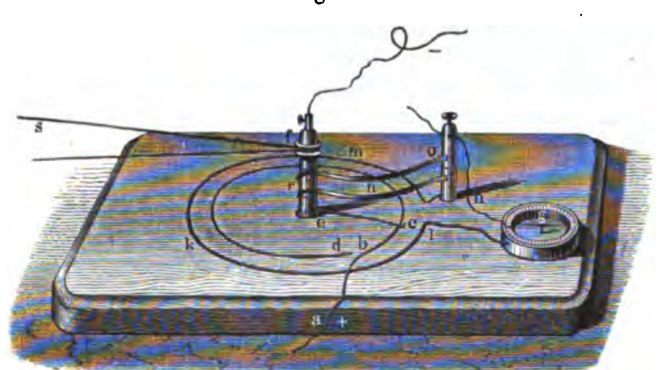
1080 Behandelt man nach diesen Angaben den Versuch des Bd. IV, §. 160, (vergl. Fig. 254), so erhält man, nach W. Weber[1]), wenn der Radius des inducirenden Kreises R ist, die Intensität des inducirten Stromes bei einmaliger Umdrehung des beweglichen radialen Leiterstückes:

1. die durch das letztere inducirte elektromotorische Kraft $ai\pi^2 R$;

2. die durch den Eintritt neuer Stromelemente in den inducirenden Kreis inducirte Kraft, in welchen die Stromintensität von 0 bis i zunimmt $-ai\pi^2 R$;

3. die durch die Geschwindigkeitsänderung der Elektricitäten an der Gleitstelle des beweglichen radialen und ruhenden kreisförmigen

Fig. 254.



Leiters des inducirenden Stromes inducirte Kraft, welche der ad 2. erhaltenen gleich ist $-ai\pi^2 R$.

Zusammen erhält man also die elektromotorische Kraft $-ai\pi^2 R$.

Es ist ersichtlich, dass, wenn die Wirkung an der Gleitstelle nicht vorhanden wäre, überhaupt keine inducirte elektromotorische Kraft bei einmaliger Umdrehung des Radius auftreten würde, indem sich die ad 1. und 2. erwähnten Wirkungen gerade aufheben.

Ganz dieselben Resultate ergeben sich aus dem Gesetze von F. E. Neumann, wenn wir berücksichtigen, dass sich der inducirende Kreis bei einmaligem Umschwung des Radius gerade um seine ganze Peripherie vermehrt hat[2]).

[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen, S. 375.

[2]) Ein weiterer Nachweis der Uebereinstimmung des Weber'schen und F. E. Neumann'schen Gesetzes bei Gegenwart von Gleitstellen, auch wenn an denselben scharfe Winkel vorkommen und die Unterlage sich bewegt, ist von Most (Pogg. Ann. 122, 79, 1864) gegeben worden. Derselbe betrachtet ausserdem die Vernachlässigung eines in den Ausdrücken von Weber vorkommenden, mit $c\tau$ (Product der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität mit der Zeit, in der die Geschwindigkeitsänderung an der Gleitstelle stattfindet) multiplicirten Gliedes und hält dieselbe für unstatthaft, da c gross sei, wenn auch τ sehr (unendlich?) klein ist. Beschreiben die Gleitstellen geschlossene

1081 Von den Vorstellungen Weber's ausgehend, hat Kirchhoff[1]) die Aufgabe behandelt, die Elektricitätsbewegung in Körpern unter Berücksichtigung der Inductionswirkungen zu bestimmen. Wir müssen uns begnügen, nur den Gang der Ableitung anzugeben. Dieselbe beruht nach v. Helmholtz[2]) nur auf den schon von W. Weber gemachten Voraussetzungen, 1. dass sich im Strome gleiche Quanta positiver und negativer Elektricität gleich schnell in entgegengesetzter Richtung bewegen oder die absolute Menge beider elektrischen Fluida an jeder Stelle des Leiters constant ist, bezw. dass alle Anziehungskräfte, die gleichzeitig die positive und negative Elektricität im Leiter betreffen, den Leiter selbst bewegen, da sie nicht beide in gleicher Richtung im Leiter sich fortbewegen können; 2. dass die im Leiter continuirlich verbreiteten Elektricitäten Geschwindigkeiten haben, welche continuirliche Functionen der Coordinaten sind; 3. dass das Ohm'sche Gesetz richtig sei, so dass also die Gegenwirkung des Leitungswiderstandes in jedem Moment gerade der elektromotorischen Kraft gleich ist, d. h. die Elektricität keine Trägheit besitzt. — Kirchhoff misst alle Grössen in (Weber'schen) mechanischen Maassen.

Die Ursache der Elektricitätsbewegung in einem Punkte xyz eines Körpers kann eine doppelte sein, einmal die Wirkung der in dem Körper verbreiteten freien Elektricitäten, sodann die Induction, wenn sich die Stromintensität an irgend einer Stelle desselben ändert.

Die Kräfte, mit welchen die im Körper verbreiteten freien Elektricitäten auf die positive und die negative Elektricität im Punkte xyz wirken, sind gleich und entgegengesetzt. Ihre Differenz entspricht mithin der durch erstere auf jenen Punkt ausgeübten elektromotorischen Kraft. Bezeichnet man die Potentialfunction der freien Elektricitäten auf die (positive) elektrische Masseneinheit mit Ω, so sind die durch jene Kräfte erzeugten Componenten der elektrischen Scheidungskraft nach den drei Axen

---

Bahnen, so fällt ohnehin jedes Glied fort (vergl. indess Jochmann, Fortschritte der Phys. 1864, S. 532). — 1) Kirchhoff, Pogg. Ann. 100, 193; 102, 529, 1857. — 2) Helmholtz, Journ. f. reine und angew. Math. 75, 55, 1872. — Nach C. Neumann (Pogg. Ann. 155, 221, 1875; s. auch Ber. d. K. Sächs. Ges. d. Wissensch. Oct. 1871, S. 450; dagegen Helmholtz, l. c.) kann man diesen Voraussetzungen auch noch andere beifügen, dass in jedem Volumenelemente ausser strömender Elektricität auch noch ein Quantum freier, ruhender Elektricität vorhanden ist, welches sich übrigens mit einem Quantum der strömenden austauscht; dass ferner in einem homogenen Leiter die Dichtigkeit der strömenden Elektricität für beide Elektricitäten überall und zu allen Zeiten unverändert bleibt; dass, wenn die in einem Volumenelemente strömenden Elektricitätsmengen $\pm\eta$ und die freie η_f von den Kräften R_p, R_n und R_f in derselben Richtung angetrieben werden, die daraus resultirende ponderomotorische Kraft R und elektromotorische Kraft (R) die Werthe haben:

$$R = R_p + R_n + R_f \qquad (R) = (R_p - R_n)/2\,\eta,$$

dass die Geschwindigkeit der strömenden Elektricität also klein gegen die Geschwindigkeit C ist; dass endlich die Strömungscomponenten proportional den Componenten der elektromotorischen Kraft sind.

$$-2\frac{d\Omega}{dx}, \quad -2\frac{d\Omega}{dy}, \quad -2\frac{d\Omega}{dz} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Aendert sich ferner in einem linearen Leiterelement Ds' des Körpers die Stromintensität i' in der Zeit dt um di', so ist die durch die Induction in einem im Abstande r von Ds' gelegenen Element Ds entwickelte elektromotorische Kraft in mechanischem Maasse nach Weber (§. 1073, Gl. 2) gleich $-8/C^2 . di'/dt . Ds'/r . \cos(r, Ds) . \cos(r, Ds')$. Das im Punkte $x'y'z'$ gelegene, von xyz um r entfernte Element sei von einem Strome durchflossen, dessen Componenten in der Richtung der drei Axen die Dichtigkeiten u', v', w' haben. Dann sind die in denselben Richtungen in der Zeit dt durch das Element gehenden, also den Stromintensitäten i' in demselben entsprechenden Elektricitätsmengen $u'dy'dz'dt$, $v'dx'dz'dt$, $w'dx'dy'dt$. Aendern sich die Dichtigkeiten in der Zeit dt um $du'/dt.dt\ldots$, und führt man in die Formel von Weber die entsprechenden Werthe für di'/dt ein, so kann man die nach den drei Axen wirkenden Componenten der in xyz inducirten elektromotorischen Kraft erhalten. Setzt man nämlich

$$U = \int\int\int\left(\frac{x-x'}{r^3}\right) B dm, \quad V = \int\int\int\left(\frac{y-y'}{r^3}\right) B dm,$$

$$W = \int\int\int\left(\frac{z-z'}{r^3}\right) B dm \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

welche Werthe die Componenten des elektrodynamischen Potentials darstellen, wo $B = u'(x-x') + v'(y-y') + w'(z-z')$ und $dm = dx'dy'dz'$ ist, so erhält man diese Componenten gleich

$$-\frac{8}{C^2}\frac{dU}{dt}, \quad -\frac{8}{C^2}\frac{dV}{dt}, \quad -\frac{8}{C^2}\frac{dW}{dt} \quad \ldots \ldots \quad 2a)$$

Ist also $\varkappa$ die Leitfähigkeit des Körpers, so sind die Componenten u, v, w der Dichtigkeit des Stromes in Punkt xyz:

$$u = -2\varkappa\left(\frac{d\Omega}{dx} + \frac{4}{C^2}\frac{dU}{dt}\right); \quad v = -2\varkappa\left(\frac{d\Omega}{dy} + \frac{4}{C^2}\frac{dV}{dt}\right);$$

$$w = -2\varkappa\left(\frac{d\Omega}{dz} + \frac{4}{C^2}\frac{dW}{dt}\right) \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

Wir können nicht annehmen, wie dies auch die folgende Betrachtung ergiebt, dass die freien Elektricitäten während des variablen Zustandes nur auf der Oberfläche des Leiters angehäuft sind; dies ist nur bei dem stationären Zustande der Fall. Bezeichnen wir also die freie Elektricität in der Raumeinheit im Punkte $x'y'z'$ im Inneren des Leiters mit ε' und auf der Einheit der Oberfläche mit e', so ist

$$\Omega = \int\int\int\frac{dx'dy'dz'}{r}\varepsilon' + \int\int\frac{d^2S}{r}e' \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

wo das erste Integral über den ganzen Raum, das zweite über alle Oberflächenelemente d^2S des Körpers ausgedehnt ist.

Wird die Aenderung der freien Elektricität ε' im Punkte $x'y'z'$ von den Aenderungen der Stromdichten daselbst und der Zeit abhängig gemacht, so ergiebt sich für einen Punkt im Inneren des Körpers die Gleichung:

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = -\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon}{dt} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

welche sich analog, wie die entsprechende Gleichung in der Hydrodynamik, entwickeln lässt.

Enthält nämlich das Element $dx\,dy\,dz$ die freie Elektricität $e\,dx\,dy\,dz$, und ändert sich dieselbe in der Zeit dt um $dx\,dy\,dz\,.\,de/dt\,.\,dt$, so ist diese Aenderung gleich der Summe der Unterschiede der in das Element eintretenden und austretenden positiven und (in entgegengesetzter Richtung fliessenden) negativen Elektricität, d. h. gleich

$$2\,(du/dx\,.\,dx\,.\,dy\,dz + du/dy\,.\,dy\,.\,dx\,dz + du/dz\,.\,dz\,.\,dx\,dy)\,dt,$$

woraus die Gleichung folgt. Analog ergiebt sich für einen Punkt der Oberfläche, an dem die Elektricitätsmenge auf der Flächeneinheit gleich e ist:

$$u\,.\cos(N,x) + v\,.\cos(N,y) + w\,.\cos(N,z) = -\frac{1}{2}\frac{de}{dt} \quad \ldots\ldots \quad 6)$$

wo N die nach dem Inneren des Körpers gerichtete Normale des Oberflächenelementes ist.

Aus den Gleichungen 1 bis 6 lässt sich ferner ableiten:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -8\varkappa\left(2\pi\varepsilon - \frac{1}{C^2}\frac{d^2\Omega}{dt^2}\right)^{1)} \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

---

[1]) Nach 3) ist $\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = -2\varkappa\left[\frac{d^2\Omega}{dx^2} + \frac{d^2\Omega}{dy^2} + \frac{d^2\Omega}{dz^2} + \right.$

$$\left. + \frac{4}{C^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dx} + \frac{dW}{dz}\right)\right] \quad \ldots\ldots \quad \alpha)$$

Schreibt man die Gleichungen 2) $U = \int\int\int \frac{d\frac{1}{r}}{dx} B\,dm$ u. s. f., so erhält man bei Ausführung der Differentiation derselben nach x, y und z:

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = -\int\int\int dx'\,dy'\,dz'\left(u'\frac{d\frac{1}{r}}{dx} + v'\frac{d\frac{1}{r}}{dy} + w'\frac{d\frac{1}{r}}{dz}\right),$$

indem das die zweiten Differentiale von $1/r$ enthaltende Glied verschwindet. Berücksichtigt man dann ferner, dass $dr^{-1}/dx = -dr^{-1}/dx'$ ist u. s. f., und integrirt partiell die einzelnen Glieder des Integrals nach x', y' und z', so bleiben in den Integralen noch die Oberflächenelemente $dy'\,dz'$, $dx'\,dz'$, $dx'\,dy'$. Bezeichnet man daher das Oberflächenelement mit d^2S, so erhält man

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = +\int\int\frac{d^2S}{r}\left[(u'\cos(N',x) + v'\cos(N',y) + w'\cos(N',z)\right]$$

$$-\int\int\int\frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\left(\frac{du'}{dx'} + \frac{dv'}{dy'} + \frac{dw'}{dz'}\right),$$

Da $d^2\Omega/dt^2$ im Allgemeinen nicht gleich Null ist, so braucht auch der Werth $d\varepsilon/dt + 16\varkappa\pi\varepsilon$ nicht Null zu sein. Es kann also in der That während des variabelen Zustandes freie Elektricität im Inneren der Leiter vorhanden sein, welche mechanische Wirkungen u. dgl. m. hervorbringen könnte.

1082 Es sei der Leiter ein sehr dünner cylindrischer Draht vom Radius a und der Länge l, wo a gegen l sehr klein sei, dessen Axe als X-Axe genommen wird. Drücken wir die Lage der Punkte in jedem Querschnitte des Drahtes durch Polarcoordinaten aus, so ist $y = \varrho \cos\varphi$, $z = \varrho \sin\varphi$, $y' = \varrho' \cos\varphi'$, $z' = \varrho' \sin\varphi'$. Ist ferner die Vertheilung der Elektricitäten und Ströme um die Cylinderaxe herum symmetrisch und die Dichtigkeit des Stromes in der auf der Drahtaxe senkrechten Richtung in den Punkten $(x\,\varrho\,\varphi)$ und $(x'\,\varrho'\,\varphi')$ gleich σ und σ', so ist

$$v = \sigma\cos\varphi, \quad w = \sigma\sin\varphi, \quad v' = \sigma'\cos\varphi', \quad w' = \sigma'\sin\varphi' \;.\;.\;. \quad 8)$$

Danach verwandelt sich die Gleichung 5) in

$$\frac{du}{dx} + \frac{1}{\varrho}\frac{d\varrho\sigma}{d\varrho} = -\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon}{dt}\text{[1]} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad 9)$$

und die für die Oberfläche des Drahtes geltende Gleichung 6) in

$$\sigma = \frac{1}{2}\frac{de}{dt} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad 10)$$

Die Werthe von Ω und U gehen über in

$$\Omega = 2E\log\frac{l}{a} \;.\;.\;. \quad 11) \qquad U = 2i\log\frac{l}{a} \;.\;.\;. \quad 12)$$

wo $E\,dx$ die Menge der in jedem Längenelemente dx des Leiters enthaltenen freien Elektricität, also E die Dichtigkeit der freien Elektricität, i die Stromintensität daselbst ist. Von den Gleichungen 3) bleibt nur die erste bestehen. Da aber $i = \pi a^2 u$ ist, so ist nach derselben:

$$i = -4\varkappa\pi a^2\log\frac{l}{a}\cdot\left(\frac{dE}{dx} + \frac{4}{C^2}\frac{di}{dt}\right) \;.\;.\;.\;. \quad 13)$$

---

wo N' die nach dem Inneren gerichtete Normale von d^2S' ist. Entsprechend 5) und 6) wird also

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = \int\!\!\int \frac{1}{2}\frac{d^2S}{r}\frac{de'}{dt} + \int\!\!\int\!\!\int \frac{1}{2}\frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\frac{d\varepsilon'}{dt}$$

oder nach 4) gleich $\frac{1}{2}d\Omega/dt$. Führt man diesen Werth in die Gleichung α) ein und berücksichtigt, dass $d^2\Omega/dx^2 + d^2\Omega/dy^2 + d^2\Omega/dz^2 = -4\pi\varepsilon$ ist, so erhält man Gleichung 7).

[1]) Aus der Gleichung 8) entwickelt sich $v\varrho = \sigma y$ und $w\varrho = \sigma z$. Differenzirt man beide Gleichungen, entwickelt dv/dy und dw/dz und addirt diese Werthe, setzt sodann in die erhaltene Gleichung $d\sigma/dy = d\sigma/d\varrho \,.\, d\varrho/dy$ und $d\sigma/dz = d\sigma/d\varrho \,.\, d\varrho/dz$, und führt die durch Differentiation der Gleichung $\varrho^2 = y^2 + z^2$ erhaltenen Werthe $d\varrho/dy = y/\varrho$ und $d\varrho/dz = z/\varrho$ ein, so erhält man $dv/dy + dw/dz = 1/\varrho \,.\, d(\varrho\sigma)/d\varrho$.

und die Gleichungen 5) und 6) ergeben:

$$\frac{di}{dx} = -\frac{1}{2}\frac{dE}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

Da wir überhaupt nur die Wirkungen der den einzelnen Punkten des Drahtes zunächst gelegenen Elemente desselben berücksichtigen, so gelten obige Formeln nicht nur für einen geradlinigen, sondern auch für einen gekrümmten Draht, vorausgesetzt nur, dass er nicht so gebogen ist, dass zwei seiner Punkte, zwischen denen sich ein endliches Drahtstück befindet, unendlich nahe an einander liegen.

1083 Kirchhoff behandelt die Aufgabe zunächst für einen in sich zurücklaufenden Draht, wo also die Werthe E und i um l periodisch sein müssen. Setzt man in den Gleichungen 13) und 14) $log(l/a) = \gamma$, $l/\varkappa\pi a^2 = r$, $E = X sin\, n x$, $i = Y cos\, n x$, wo X und Y Functionen von t und, wegen jener Periodicität, $n = 2m\pi/l$ ist, so ergiebt sich aus denselben nach Elimination von Y die Gleichung:

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{C^2r}{16\gamma l}\frac{dX}{dt} + \frac{C^2n^2}{2}X = 0,$$

deren Integral

$$X = K_1 e^{-\lambda_1 t} + K_2 e^{-\lambda_2 t} \quad \ldots\ldots \quad 15)$$

ist, wo K_1 und K_2 willkürliche Constanten sind, die Werthe λ_1 und λ_2 aber gleich

$$\frac{C^2r}{32\gamma l}\left[1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{32\gamma}{Cr\sqrt{2}}nl\right)^2}\right] \quad \ldots\ldots \quad 16)$$

sind. Der Werth unter der Wurzel kann reell oder imaginär sein, je nachdem $(32\gamma nl/Cr\sqrt{2})^2 \lesseqgtr 1$ ist. Da nl ein Vielfaches von 2π ist, so ist dieser Werth schon bei einigermaassen bedeutenden Werthen von $32\gamma/Cr\sqrt{2}$ grösser als Eins, also die Wurzel imaginär. Setzen wir $C^2r/32\gamma l = h$, und ist dasselbe so gross, dass dagegen Eins zu vernachlässigen ist, so sind die Werthe von λ_1 und λ_2 gleich $h \pm Cn\sqrt{-1}/\sqrt{2}$ zu setzen. Bei Einführung derselben in die Gleichung 15)[1]) erhält man, wenn d eine Constante ist:

---

[1]) Es ist dann nämlich bei Einführung neuer Constanten für K_1 und K_2

$$X = e^{-ht}\left(A\cos\frac{Cnt}{\sqrt{2}} + B\sin\frac{Cnt}{\sqrt{2}}\right)$$

$$Y = -\frac{e^{-ht}}{2}\left[\left(\frac{h}{n}A - \frac{C}{\sqrt{2}}B\right)\cos\frac{Cnt}{\sqrt{2}} + \left(\frac{C}{\sqrt{2}}A + \frac{h}{n}B\right)\sin\frac{Cnt}{\sqrt{2}}\right].$$

Macht man noch die Voraussetzung, dass für $t = 0$, $i = 0$, also auch $Y = 0$ sei, so folgt aus dem Ausdrucke für Y, dass B sehr klein gegen A ist, und wir somit setzen können

$$X = Ae^{-ht}\cos\frac{Cnt}{\sqrt{2}}; \quad Y = -\frac{C}{2\sqrt{2}}Ae^{-ht}\sin\frac{Cnt}{\sqrt{2}}.$$

$$\left.\begin{aligned}
E &= e^{-ht}\sum_1^\infty A_m \cos m\frac{2\pi}{l}\frac{C}{\sqrt{2}}t.\sin m\frac{2\pi}{l}x \\
&\quad + d + e^{-ht}\sum_1^\infty A'_m \cos m\frac{2\pi}{l}\frac{C}{\sqrt{2}}t.\cos m\frac{2\pi}{l}x \\
i &= -\frac{C}{2\sqrt{2}}e^{-ht}\sum_1^\infty A_m \sin m\frac{2\pi}{l}\frac{C}{\sqrt{2}}t.\cos m\frac{2\pi}{l}x \\
&\quad + \frac{C}{2\sqrt{2}}e^{-ht}\sum_1^\infty A'_m \sin m\frac{2\pi}{l}\frac{C}{\sqrt{2}}t.\sin m\frac{2\pi}{l}x
\end{aligned}\right\} \quad . . 17)$$

Ist für die Zeit $t = 0$ die elektrische Spannung $E = f(x)$ gegeben, so muss auch diese um l periodisch sein. Vereint man dann die Producte der Sinus und Cosinus in Ausdrücke, welche die Summen oder Differenzen ihrer Winkel enthalten, so lassen sich obige Werthe folgendermaassen schreiben:

$$\begin{aligned}
E &= d + \frac{1}{2}e^{-ht}\left[f\left(x + \frac{C}{\sqrt{2}}t\right) + f\left(x - \frac{C}{\sqrt{2}}t\right) - 2d\right] \\
i &= \frac{C}{4\sqrt{2}}e^{-ht}\left[f\left(x + \frac{C}{\sqrt{2}}t\right) - f\left(x - \frac{C}{\sqrt{2}}t\right)\right]
\end{aligned} \qquad 18)$$

Ist der Werth $d = 1/l.\int_0^l f(x)\,dx = 0$, also die Gesammtmenge der freien Elektricität im Drahte gleich Null, so stimmen diese Formeln vollständig mit denen für die Fortpflanzung des Schalles überein. Die Bewegung der Elektricität geht vor sich, wie wenn sich zwei elektrische Wellen in entgegengesetzter Richtung mit der Geschwindigkeit $C/\sqrt{2} = 44 . 10^{10}/\sqrt{2}$ mm = 42140 geographische Meilen, d. h. nahezu mit der Geschwindigkeit des Lichtes, durch denselben bewegten. Diese Geschwindigkeit ist unabhängig von

---

Multiplicirt man X mit $\sin nx$ und Y mit $\cos nx$, in welchen Werthen man auch zu x einen beliebigen constanten Werth addiren darf, so erhält man eine allgemeinere Lösung der Gleichungen 13) und 14):

$$E = e^{-ht}\cos\frac{Cnt}{\sqrt{2}}(A\sin nx + A^1\cos nx) \quad . . . . . 1)$$

$$i = -\frac{C}{2\sqrt{2}}e^{-ht}\sin\frac{Cnt}{\sqrt{2}}(A\cos nx - A^1\sin nx).$$

Unter derselben Voraussetzung würde den Gleichungen 13) und 14) auch genügt durch particuläre Lösungen von der Form

$$E = d + bx;\quad i = -\frac{C^2}{8h}b\,(1 - e^{-2ht}) \quad . . . . . 2)$$

wo d und b neue Constanten sind. — Sollen aber E und i um l periodische Functionen sein, so muss in letzteren $b = 0$ sein. — Addiren wir die particulären Lösungen 1) und 2) unter dieser Bedingung, so erhalten wir die allgemeineren, durch die Gleichungen 17) gegebenen Lösungen.

dem Stoff und Querschnitt des Drahtes. Die Zeit eines Umlaufs jeder Welle um den Draht ist dann $t = l\sqrt{2}/C$. Die Dichtigkeiten der Elektricität an demselben Punkte vor und nach jedem Umlauf verhalten sich wie $1 : e^{-ht} = 1 : e^{-hl\sqrt{2}/C}$. Bei der Jacobi'schen Normale wäre h etwa $1/_{2000}$ Secunde, also das Verhältniss der Abnahme der elektrischen Dichtigkeit 2,7 : 1. — Ist d nicht Null, so ändert sich der Ueberschuss der Dichtigkeit über den mittleren Werth der Dichtigkeit nach demselben Gesetze, wie wenn $d = 0$ wäre.

Ist der Werth $32\,\gamma/Cr\sqrt{2}$ sehr klein, also C sehr gross gegen γ/r, so kann in der Gleichung 13) das zweite Glied gegen das erste vernachlässigt werden. Es bleibt also nur $i = 4\,l\gamma/r \,.\, dE/dx$ und nach Gleichung 14)

$$\frac{dE}{dt} = -\,8\,\frac{l\gamma}{r}\,\frac{d^2E}{dx^2}.$$

Die Formel fällt mit der Bd. I, §. 392 behandelten zusammen, wo die Induction im Drahte vernachlässigt wurde. Dann findet also ein einfaches Zusammenfliessen der Elektricitäten, analog der Bewegung der Wärme in dem Drahte statt.

1084 Läuft der Draht nicht in sich zurück, so müssen die Grössen d und b [Gleichung 2) in der Anmerkung] andere Werthe erhalten, um den für die Enden desselben geltenden Bedingungen zu genügen. Ist der Draht z. B. an einem oder beiden Enden isolirt oder mit der Erde verbunden, so wird die elektrische Welle an den Enden reflectirt und kehrt sich in dem Falle, dass eine Ableitung derselben stattfindet, um, indem dann eine Welle von negativer Elektricität von derselben zurückkehrt, wenn eine Welle von positiver Elektricität ankommt, ganz ähnlich wie bei den Longitudinalschwingungen eines an einem oder an beiden Enden freien oder befestigten Stabes.

Kirchhoff hat in dieser Art den elektrischen Zustand eines einerseits mit der Erde verbundenen Drahtes von der Länge l untersucht, der den oben angegebenen Bedingungen der Bildung elektrischer Wellen entspricht, und andererseits mit dem einen Pol einer Säule von der elektromotorischen Kraft K verbunden ist, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet ist. Das Potential an dem mit der Erde verbundenen Ende ($x = 0$) ist stets Null, das Potential am anderen mit dem Säulenpol verbundenen Ende ($x = l$) ist $1/_2\,K$. Daraus folgen die Werthe E und i:

$$E = \frac{K}{4\gamma}\left(\frac{x}{l} + \frac{2}{\pi}e^{-ht}\sum_1^{\infty}\frac{(-1)^m}{m}(\cos m\tau \sin m\varphi)\right).$$

$$i = -\,\frac{K}{r}(1 - e^{-2ht}) - \frac{CK}{4\sqrt{2\gamma\pi}}e^{-ht}\sum_1^{\infty}\frac{(-1)^m}{m}\sin m\tau \cos m\varphi,$$

wo

$$\tau = \frac{\pi}{l}\frac{C}{\sqrt{2}} t \text{ und } \varphi = \frac{\pi}{l}$$

x gesetzt ist[1]).

Es lässt sich nachweisen, dass die im Ausdrucke für i enthaltene Summe, wenn τ zwischen 0 und π liegt, nur die zwei Werthe $-\frac{1}{2}\tau$ und $-\frac{1}{2}\tau + \frac{1}{2}\pi$; wenn τ zwischen π und 2π liegt, nur die zwei Werthe $\pi - \frac{1}{2}\tau$ und $\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\tau$ annehmen kann, je nachdem $\varphi \lesseqgtr \pi - \tau$ ist. Für grössere Werthe von τ wiederholen sich dieselben Werthe der Summe. In jedem Momente theilt sich also der Draht an einem Punkte in zwei Theile. Auf der Länge eines jeden Theiles ist die Stromintensität constant; an dem Punkte selbst macht sie einen Sprung von der Grösse $CK/8\sqrt{2}\gamma . e^{-ht}$. Der Punkt rückt aber von der Zeit $t = 0$ an vom Ende ($x = l$) des Drahtes gegen seinen Anfangspunkt ($x = 0$) mit der Geschwindigkeit $C/\sqrt{2}$ vor, kehrt dann mit gleicher Geschwindigkeit gegen das Ende hin zurück u. s. f. Im Sinne der Bewegung des Punktes ist die Intensität des Stromes vor demselben kleiner, hinter demselben grösser, so dass sie also abwechselnd am Anfange und am Ende des Drahtes die grössere ist.

Mit Zunahme der Zeit t nimmt die Grösse des Sprunges ab, indess ist während eines Durchganges desselben durch die Länge des Drahtes, d. h. in der sehr kleinen Zeit $T = l\sqrt{2}/C$, diese Abnahme sehr gering.

Eine Berechnung der Intensität des Stromes am abgeleiteten Ende des Drahtes ($x = 0$) ergiebt, dass sie anfangs bis zur Zeit $t = T$ gleich Null ist, und dann zu den Zeiten $3\,T$, $5\,T$ u. s. f. jedesmal sich sprungweise um doppelt so viel ändert, als der Sprung an den anderen Stellen des Drahtes beträgt. — Der Werth für E erleidet ebenfalls an derselben Stelle eine plötzliche Aenderung, an der sich auch i ändert, und zwar um den Werth $K/4\gamma . e^{-ht}$; indess bleibt E stets am Ende des Drahtes gegen den Verbindungspunkt mit der Säule hin grösser, als an seinem anderen Ende. Die Vertheilung von E auf dem Drahte ist dann durch

---

[1]) Aus den Bedingungen für den Zustand des Drahtes folgt nämlich, dass für $x = 0$ auch $E = 0$ ist. Ferner folgt, dass für $x = l$, E unabhängig von t und gleich $K/4\gamma$ ist. Ersteres ist nur möglich, wenn $\sin nl = 0$ oder $n = m\pi/l$ ist. Damit letzteres stattfindet, muss $b = K/4\gamma l$ sein. Hieraus folgt ganz analog den früheren Betrachtungen

$$E = \frac{K}{4\gamma l} x + e^{-ht} \sum_1^\infty A_m \cos m\tau \sin m\varphi,$$

wo $\tau = \pi Ct/l\sqrt{2}$ und $\varphi = \pi x/l$ gesetzt ist. — Endlich muss für alle Werthe von x zwischen 0 und l, d. h. für alle Werthe φ zwischen 0 und π, für $t = 0$ auch $E = 0$ sein; d. h. es ist $K\varphi/4\gamma\pi = -\sum_0^\infty A_m \sin m\varphi$. Setzt man nach Fourier:

$$\varphi = -2\sum_1^\infty (-1)_m \frac{1}{m} \sin m\varphi, \text{ so ist } A_m = (-1)^m \frac{1}{m}\frac{K}{4\gamma\pi}.$$

Dies für A_m gesetzt, ergiebt die obigen Gleichungen.

eine gebrochene gerade Linie dargestellt. Mit wachsender Zeit nimmt der Sprung ab, der Werth E nimmt für $t = \infty$ von $x = l$ bis $x = 0$ auf dem Drahte nach dem Gesetze der geraden Linie gleichförmig von $K/4\gamma$ bis zu Null ab [1]).

1085 Bei den Rechnungen von Kirchhoff wird vorausgesetzt, dass die Einheit gegen $log\,(l/a)$ verschwindet; also l/a eine sehr grosse Zahl ist, und dass für so feine Drähte, in denen dies anzunehmen ist, das Ohm'sche Gesetz noch Gültigkeit hat.

Um sich von diesen Annahmen frei zu machen, betrachtet W. Weber [2]) getrennt:

1) Die elektrischen Scheidungskräfte, welche nach Kirchhoff (§. 1082) auf die beiden Elektricitäten in einem Punkte eines Leiters aus nächster Nähe wirken und deren Hälfte die auf die Masseneinheit der einen (positiven) Elektricität wirkenden Scheidungskraft ist. Sie ist also $-\,2\pi\, log\,\frac{l}{a}\left(\frac{dE}{ds} + \frac{4}{C^2}\frac{di}{dt}\right)$.

Bezeichnet man die positive elektrische Masse im Längenelemente Ds des Leiters mit HDs, ist die Geschwindigkeit ihrer Verschiebung $d\sigma/dt$, so ist die Dichtigkeit E der freien Elektricität und Stromintensität i daselbst

$$E = -\,2H\frac{d\sigma}{ds};\quad i = H\frac{d\sigma}{dt}.$$

Wird dies in obigen Ausdruck eingeführt, so erhält man die auf Ds wirkende bewegende Kraft

$$(E_{\iota}) = 4\pi\, log\,\frac{l}{a}\left(\frac{d^2\sigma}{ds^2} - \frac{2}{C^2}\frac{d^2\sigma}{dt^2}\right)HDs.$$

2) Es wirken ferner auf HDs die Widerstandskräfte, welche von den körperlichen Massen auf die elektrischen Massen ausgeübt werden und die Zunahme ihrer Geschwindigkeit beim Fortwirken der elektrischen Scheidungskraft hemmen. Ist $\varkappa$ die Leitfähigkeit, so sind diese Kräfte für die Einheit des Querschnittes des Leiters gleich $-\,i/\varkappa a^2\pi$. Da die Hälfte derselben auf die im Längenelemente Ds befindliche positive Elektricität wirkt, so ist die in Folge dessen auf letztere wirkende bewegende Kraft:

$$(E_{\iota\iota}) = -\,\frac{i}{2\varkappa a^2\pi}HDs = \frac{H}{2\varkappa a^2\pi}\frac{d\sigma}{dt}HDs.$$

---

[1]) In einer Reihe von Abhandlungen von überwiegend mathematischem Interesse sind die Consequenzen der Kirchhoff'schen Gleichungen weiter verfolgt worden; s. z. B. Roch, Borchardt-Crelle's J. 61, 297, 1863. Weingarten, Borchardt-Crelle's J. 63, 145, 1864. — [2]) W. Weber, Ueber elektrische Schwingungen, Abhandl. der K. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften (Math.-phys. Classe) 6, 569, 1864. (Wir müssen uns auf die Andeutung der wesentlichsten Punkte beschränken.)

3) Endlich seien die beschleunigenden Kräfte, welche auf die Masseneinheit der positiven Elektricität im Elemente Ds von der Ferne her, also namentlich von den daselbst befindlichen elektrischen Massen aus wirken, gleich $\frac{1}{2} S$; dann ist der dieser Wirkung entsprechende Antheil der bewegenden Kraft

$$(E_{III}) = \tfrac{1}{2} HS \,.\, Ds.$$

Die Summe der bewegenden Kräfte muss gleich sein der beschleunigenden Kraft, multiplicirt mit der Masse der Elektricität, also

$$\frac{1}{\nu} E Ds = \frac{(E_I) + (E_{II}) + (E_{III})}{\dfrac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2}} \text{ [1]}.$$

Diese Gleichung lässt sich auf die Form

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} - a_1 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial s^2} + b_1 \frac{\partial \sigma}{\partial t} = c_1 S \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

bringen, wo $a_1 \, b_1 \, c_1$ Constanten sind.

Ist $S = 0$, werden also die aus der Ferne wirkenden Kräfte vernachlässigt, so geht die Gleichung in die von Kirchhoff entwickelte über; nur dass die Constanten eine andere Bedeutung haben.

Von der Gleichung 1) ausgehend, entwickelt Weber die ebenfalls von Kirchhoff berechneten Werthe Ω und U und sodann E und i, welche zunächst als Summen zweier nach $sin\,(ns/a)$ und $cos\,(ns/a)$ fortschreitenden Reihen dargestellt werden. Unter Anwendung der so erhaltenen, complicirten Ausdrücke auf einen kreisförmigen Leiter vom Radius ϱ ergiebt sich nach Weber die Dichtigkeit der freien Elektricität E und die Stromintensität i gleich

$$E = \Sigma A_1 e^{-\varepsilon t} \sin\left(\frac{ns}{\varrho} - mt + arc\,tg\,B_1\right)$$
$$+ \Sigma A_1 \,.\, e^{-\varepsilon t} \sin\left(\frac{ns}{\varrho} + mt + arc\,tg\,B_1\right)$$
$$i = \Sigma C_1 e^{-\varepsilon t} \sin\left(\frac{ns}{\varrho} - mt + arc\,tg\,D_1\right)$$
$$+ \Sigma C_1 e^{-\varepsilon t} \sin\left(\frac{ns}{\varrho} + mt + arc\,tg\,D_1\right),$$

[1]) Wären für die Messung der bewegenden und beschleunigenden Kräfte als Einheiten der Masse und Länge das Milligramm und Millimeter gewählt, so würde auch EDs in Milligrammen gemessen sein. Weber multiplicirt deshalb die linke Seite der Gleichung mit dem Factor $1/\nu$, welcher das Verhältniss des Gewichtes der Elektricitätseinheit zum Milligramm bezeichnet. Da indess in den Werthen (E) schon elektrische Massen vorkommen, die nach demselben Maasse zu messen sind, und eine davon unabhängige Messung der Werthe (E) kaum möglich erscheint, so dürfte diese Bestimmung der elektrostatischen Masseneinheiten in Milligrammen, selbst wenn die Hypothese eines besonderen ponderablen, mit dem Strome fortfliessenden Elektricitätsfluidums zugegeben wird, nicht wohl ausführbar sein. In Betreff der weiteren Betrachtungen hierüber, sowie der sehr weitläufigen Berechnungen müssen wir auf die Originalabhandlung Weber's verweisen.

worin A_1, B_1, C_1, D_1, m, E Constanten sind, die vom Anfangszustande des Drahtes abhängen.

Auch nach diesen Formeln ändert sich die Dichtigkeit und Intensität an den einzelnen Stellen des Leiters nach Art einer Wellenbewegung. Die ersten Glieder obiger Formeln stellen eine Reihe vorwärts, die zweiten eine Reihe rückwärts schreitender Wellenzüge dar, die sich über einander lagern und addiren. Der erste doppelte Wellenzug für $n = 1$ besteht aus einer vorwärts schreitenden Welle, welche für $t = 1/m \,.\, arc\,tg\,B_1$ den Raum s von 0 bis $\pi\varrho$ einnimmt und ihn mit positiver Elektricität ladet, und aus einer negativen, die von $s = \pi\varrho$ bis $s = 2\pi\varrho$ liegt und dort eine negative Ladung erzeugt. Der erste rückwärts schreitende Wellenzug erzeugt für $t = -1/m \,.\, arc\,tg\,B_1$ eine positive Welle von $s = 0$ bis $s = \pi\varrho$ und eine negative von $s = \pi\varrho$ bis $2\pi\varrho$.

Der zweite Wellenzug für $n = 2$ ergiebt ähnlich zwei vor- und rückschreitende Wellenzüge von vier Wellen, die je von 0 bis $\frac{1}{2}\pi\varrho$ u. s. f. liegen; der dritte für $n = 3$ giebt für jeden der beiden Wellenzüge sechs Wellen u. s. f. Mit wachsender Zeit nehmen diese Wellenzüge an Intensität im Verhältniss von $1 : e^{-2\varepsilon t}$ ab.

Da indess der Werth von ε sich mit dem Werthe von n ändert, so nimmt die Intensität schneller ab, als nach einer geometrischen Reihe; und zwar um so schneller, je grösser der specifische Widerstand des Leiters, je dicker der Leiter im Verhältniss zu seiner Länge und je grösser n ist, d. h. je kleiner die Wellen sind. Es ergiebt sich ferner, wie nach Kirchhoff's Berechnung, dass, je kleiner der Widerstand des Leiters ist, zugleich aber, je dünner er im Verhältniss zu seiner Länge ist, desto mehr sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einem kreisförmigen Leiter dem Werthe $C/\sqrt{2}$ nähert. — Da obige Bedingungen selten eintreten, so sind Abweichungen von dieser Gesetzmässigkeit besonders häufig zu erwarten.

1086 Regelmässig in bestimmten Intervallen auf einander folgende Vertheilungen von Elektricität in Leitern erhält man durch Induction vermittelst eines in einem geschlossenen Kreise rotirenden Magnetes, der auf verschiedene Stellen desselben inducirend wirkt. Man könnte daher bei einer derartigen Induction nach obigen Betrachtungen erwarten, dass die dabei auftretenden, entgegengesetzt gerichteten Wellenzüge Interferenzen hervorrufen sollten. Indess folgt aus der Rechnung das merkwürdige Resultat, dass die Schwingungsphasen und Amplituden an allen Stellen des geschlossenen Kreises gleichzeitig die gleichen sind. Hiernach ist auch die Stromintensität an einem Punkte des kreisförmigen Leiters stets der mittleren Intensität im ganzen Kreise gleich, ein Gesetz, welches auch für nicht kreisförmige Leiter gilt. Dasselbe gilt um so angenäherter, je länger und dünner der Leiter und je grösser die Rotationsgeschwindigkeit des Magnetes ist.

Obige Resultate hat W. Weber auf experimentellem Wege zu 1087 prüfen versucht. Die durch einen kleinen rotirenden Magnet in einem Drahtkreise erregten Inductionsströme wurden durch einen sehr langen Schliessungskreis geleitet, in welchen zwei Elektrodynamometer möglichst gleicher Construction, deren bifilar aufgehängte Rollen durch geeignete Veränderung der Abstände ihrer Aufhängungsfäden gleiche Schwingungsdauern (15 Sec.) erhielten, eingefügt werden konnten. Die Schwingungen der beweglichen Rollen wurden an zwei, je 2100 Scalentheile von denselben entfernten Scalen mittelst Spiegel und Fernrohr abgelesen. Zuerst wurde zwischen die Dynamometer nur ein kleiner Theil des Schliessungskreises eingefügt, so dass durch beide gleichmässig die Inductionsströme flossen. Man kann dann ihre Ausschläge und ihre Empfindlichkeit mit einander vergleichen. Darauf wurde das eine Elektrodynamometer durch einen besonderen Commutator an einer weit von dem ersten abliegenden Stelle in den Kreis eingeschaltet, und eine Vergleichung der Intensitäten in beiden Dynamometern vorgenommen. Geeignete Commutatoren dienten vorher dazu, die Schwingungen der Bifilarrollen beider Dynamometer durch in passender Richtung hindurchgeleitete Ströme zu beruhigen. Zwischen den beiden Einschaltungsstellen lagen zwei parallele, gleiche Drähte von je 36600 m Länge. Die beiden Hälften eines jeden waren übersponnen, sie wurden sodann neben einander zusammengelegt, durch neue Ueberspinnung zu einem Doppeldraht vereint und am einen Ende mit einander verbunden, so dass der Strom in der einen Hälfte des Drahtes hin-, in der anderen zurückfloss. Der Doppeldraht wurde auf eine Rolle gewunden, so dass beim Durchleiten des Stromes gleiche und entgegengerichtete Stromelemente neben einander lagen und keine störenden Inductionswirkungen auftreten konnten.

Hierbei erwies sich die Stromintensität an den von einander entfernten Stellen der Leitung gleich; die Schwingungsamplitude ist also dieselbe, wie der Theorie entspricht.

Wird durch eine neue Commutationsvorrichtung die bewegliche Rolle des einen Dynamometers, statt unmittelbar hinter dem Multiplicator desselben, erst durch Vermittelung der langen Verbindungsdrähte in den Stromkreis eingefügt, so könnte die Phase der elektrischen Schwingung in dem Multiplicator und der beweglichen Rolle im ersten Falle die gleiche, im zweiten event. eine verschiedene sein, und dann würden sich, wie leicht zu berechnen, verschiedene Ablenkungen ergeben. Der Versuch beweist indess, dass, entsprechend der Theorie, auch die Schwingungsphase an beiden Stellen der Leitung dieselbe ist.

Indess dürfte gegen die Beweiskraft dieser Versuche ein Bedenken geltend gemacht werden können. Obgleich die eingeschalteten langen, aus zwei parallelen, gegen einander vom Strome durchflossenen Drähten gebildeten Drahtrollen nach aussen hin keine Inductionswirkungen ausüben, so wird doch, wenn an dem einen Ende A der Spirale der Strom anwächst, sogleich an dem benachbarten, durch die ganze Länge des

Spiraldrahtes von ersterem getrennten Ende B der Spirale ein Strom inducirt, der jenem Strome entgegengerichtet ist. Tritt also in A ein Strom ein, so tritt durch die Induction zugleich in B ein Strom aus, und dies setzt sich bei der Ausbreitung des Stromes in den Spiralen bei allen folgenden, einander parallelen Elementen fort. Die durch die langen Drahtrollen getrennten Spiralen der Dynamometer erfahren also die Stromeswirkung in einem viel kürzeren Zeitintervall nach einander, als wenn der Strom wirklich die ganze eingeschaltete Drahtlänge zwischen ihnen ohne die Inductionswirkung durchlaufen hätte.

1088 Eine weitere Ausführung der auf das Weber'sche Gesetz begründeten Gleichungen von Kirchhoff, zugleich unter Hinzunahme äusserer, mit der Zeit variabler elektromotorischer Kräfte, die theils von bewegten elektrischen Massen, theils von bewegten und variablen Strömen und Magneten herrühren, und unter der Einführung der Masse der Elektricität, also der Annahme einer Trägheit derselben, ist für die Strömungen in körperlichen Leitern von Lorberg[1]) vorgenommen worden. Er hat sodann die erhaltenen Gleichungen auf die Bewegung der Elektricität in einer Kugel angewendet, und zwar zunächst ohne Einwirkung elektrostatischer Kräfte, sondern nur elektrodynamischer Kräfte, deren Resultanten der Oberfläche der Kugel an jeder Stelle parallel sind. Werden dieselben z. B. durch eine periodische Bewegung eines der Kugel concentrischen Kreisstromes in der Richtung seiner Axe hin und her erzeugt, so verlaufen die inducirten Ströme in Parallelkreisen und können in ihrer Richtung alterniren. Wird die inducirende Kraft aufgehoben, z. B. durch Anhalten der Bewegung des Kreisstromes am Ende oder in der Mitte seiner Bahn, so dauern die Inductionsströme noch längere Zeit fort. Ist z. B. die grösste Entfernung des Mittelpunktes des inducirenden Kreisstromes vom Mittelpunkte der Kugel bei seiner Hin- und Herbewegung 12 m, ist der Kugelradius 1 m, die Oscillationsdauer des Inductors vier Secunden, und wird zuerst der Inductor am Ende seiner Bahn bei der Geschwindigkeit Null angehalten, so verschwindet der inducirte Strom erster Ordnung zugleich mit der inducirenden Kraft. In dem Momente dieses Verschwindens besitzt an der Oberfläche der Strom zweiter Ordnung eine Dichtigkeit, die $^5/_{24}$ des Maximums der Dichtigkeit des ersten Stromes ist und in etwa 26 bis 32 Secunden auf $^1/_{1000}$ desselben sinkt. Wird der Inductor im Momente seiner Maximalgeschwindigkeit angehalten, und kann man annehmen, dass dabei die Dichtigkeit des inducirten Stromes erster Ordnung sehr schnell im Verhältniss zu seiner ganzen Zeitdauer sinkt, so hat der demselben entgegengerichtete Strom zweiter Ordnung anfangs eine Dichtigkeit, die $^3/_4$

---

[1]) H. Lorberg, Journ. f. reine u. angew. Mathem. 71, 53, 1870. — Wir müssen uns begnügen, auch hier nur einige der interessantesten Resultate zu geben.

der Dichtigkeit des ersten Stromes ist und in 29 bis 32 Secunden auf $^1/_{1000}$ derselben sinkt. Ist dagegen die Oscillationsdauer gross, der Kugelradius klein, so sinkt im ersten Falle die Dichtigkeit schneller, im zweiten ist die Dichtigkeit des zweiten Stromes gleich anfangs sehr klein.

Aehnliche Betrachtungen hat Kirchhoff[1]) über die oscillatorische Entladung der Leydener Batterie durchgeführt. 1089

Es sei w der Widerstand des Schliessungskreises, i die Stromintensität darin zur Zeit t in mechanischen Einheiten, während die positive Elektricität von der inneren Belegung zur äusseren fliesst. Dann ist i die in der Zeiteinheit der inneren Belegung entzogene und der äusseren zugeführte positive und die umgekehrt fliessende negative Elektricitätsmenge. Sind die Elektricitätsmengen zur Zeit t auf beiden Belegungen $Q = Q_i = Q_a$, so ist mithin:

$$\frac{d Q_i}{dt} = \frac{d Q_a}{dt} = -2i.$$

Die elektromotorische Kraft wi im Schliessungsbogen setzt sich aus mehreren Theilen zusammen:

1. aus der Differenz der Potentiale V_i und V_a an beiden Belegungen; sie ist gleich $2(V_i - V_a)$;

2. aus der inducirten elektromotorischen Kraft:

$$\frac{8}{C^2}\frac{di}{dt}\int\int\frac{Ds\,Ds'}{r}\cos\vartheta\cos\vartheta' = \frac{8}{C^2}\,W\cdot\frac{di}{dt},$$

wo W gleich dem Integralwerth, d. h. dem elektrodynamischen Potential gesetzt ist.

Hier bedeuten Ds und Ds' die Längen zweier Elemente der Leitung, r ihren Abstand, ϑ und ϑ' die Winkel (r, Ds) und (r, Ds'), C die Weber'sche Constante. Die Integration erstreckt sich über die ganze Schliessung. Demnach ist:

$$wi = 2(V_i - V_a) - \frac{8}{C^2}\,W\frac{di}{dt}.$$

Ist die Grösse der Belegungen unendlich gross gegen das Quadrat der Dicke des Glases der Flasche, so ist

$$Q_i = Q_a = Q = \beta(V_i - V_a),$$

also
$$\frac{8}{C^2}\,W\frac{d^2 Q}{dt^2} + w\frac{dQ}{dt} + \frac{4}{\beta}\,Q = 0\ ^2),$$

woraus folgt:

---

[1]) Kirchhoff, Pogg. Ann. **121**, 551, 1864. Wir behalten die Bezeichnungen des Originals bei. (Vergl. die Berechnung von W. Thomson, Bd. IV, §. 388.) — [2]) Eine andere Ableitung dieser Formel s. C. Neumann, Göttinger Nachr. 1869, S. 17.

$$Q = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} = e^{-ht}\left(A \cos \frac{t}{T} \pi + B \sin \frac{t}{T} \pi\right),$$

wo A_1 und A_2, A und B willkürliche Constanten und λ_1 und λ_2 die Wurzeln der Gleichung:

$$\frac{8}{C^2} W\lambda^2 + w\lambda + \frac{4}{\beta} = 0$$

sind,

$$h = \frac{wC^2}{16\,W} \text{ und } T = \frac{4\sqrt{2\beta W}}{C}\left(1 - \frac{wC^2\beta}{128\,W}\right)^{-1/2}$$

ist.

Ist T reell, so ist die Entladung oscillatorisch und T die Dauer einer Oscillation.

Ist die Oberfläche einer Flasche S, δ die Dicke des Glases, μ der Inductionscoëfficient, so folgt $\beta = \mu S / 4\pi\delta$.

Ist ferner l die Länge, a der Radius des Schliessungsdrahtes und kann man $log(l/a)$ als unendlich gross betrachten, so ist $W = 2\,l\,log(l/a)$. Je grösser w und je grösser β, d. h. die Länge des Drahtes und die Oberfläche der Batterie, desto grösser wird $w^2 C^2 \beta / 128\,W$, desto eher wird T imaginär.

Bildet der Draht einen Kreis, so ist $W = 2\,l\,(log\,l/a - 1{,}508)$, bildet er ein Quadrat $W = 2\,l\,(log\,l/a - 1{,}910)$. Bildet im letzteren Falle der Draht eine Schraubenlinie, deren Windungen den Abstand ε haben, ist n die Zahl derselben, b die Seite des Quadrates, so ist:

$$W = n f(o) + 2(n-1) f(\varepsilon) + 2(n-2) f(2\varepsilon) + \cdots,$$

wo

$$f(z) = 4\,b\,log \frac{\sqrt{b^2+z^2}+b}{\sqrt{b^2+z^2}-b} - 8\left(\sqrt{b^2+z^2}-z\right) - 4\,b\,log \frac{\sqrt{2b^2+z^2}+b}{\sqrt{2b^2+z^2}-b}$$
$$+ 8\left(\sqrt{2b^2+z^2} - \sqrt{b^2+z^2}\right) \text{ und}$$
$$f(o) = 8\,b\left(log \frac{2(\sqrt{2}-1)\,b}{b} - \frac{7}{4} + \sqrt{2}\right).$$

Bei Feddersen's Versuchen ist z. B. $S = 16 \times 0{,}2006$ qm, $\delta = 4$ bis 5 mm, der grösste Schliessungsbogen hat 1343 m Länge, 1,35 mm Dicke, woraus folgt:

$$\beta = 1{,}135 \,.\, 10^5; \quad w = 1{,}064 \,.\, 10^{-11}; \quad W = 3{,}896 \,.\, 10^7 \text{ und}$$
$$\frac{w^2 C^2 \beta}{128\,W} = 497 \,.\, 10^{-6}.$$

Vernachlässigt man diesen sehr kleinen Werth gegen 1, so ist $T = \pi\sqrt{2\beta W}/C$. T ist mithin reell, die Entladung oscillatorisch. Die Oscillationsdauer ist also von der Grösse der Ladung und dem Widerstande w der Schliessung unabhängig, dagegen proportional der Quadratwurzel aus der Oberfläche der Batterie und aus dem elektrodynamischen Potential. Aus letzterer Beziehung folgt, dass die Oscillationsdauer etwas

schneller als die Quadratwurzel der Länge des Drahtes wächst und mit Verkleinerung seines Radius langsam zunimmt.

Wird durch Anwendung zweier in gleicher Richtung vom Strome durchflossener Stellen der Leitung W vermehrt, so wächst die Oscillationsdauer; im gegentheiligen Falle nimmt sie ab.

Diese Resultate stimmen mit den Schlüssen von **Feddersen**.

Bei einer Versuchsreihe desselben mit zehn Flaschen und einem Schliessungsdrahte von 1,35 mm Dicke ergab sich z. B. entsprechend obiger Formel:

l	5,26	15,26	25,26	45,26	65,26	85,26	115,26	180,3	317,0	445,0
T beob.	13	31	41	60	75	84	93	131	177	227
T ber.	9	15	20	27	33	38	45	57	77	93

Die berechneten Werthe sind also etwa nur halb so gross als die beobachteten, was wohl in der Ungenauigkeit der Berechnung von W und β liegt (vergl. §. 1031).

1090 Ist nicht in allen Stellen des Schliessungsbogens die Stromintensität die gleiche, und ist $\gamma = log\,(l/\alpha)$ unendlich gross, bildet der Draht eine Linie, bei der jede Sehne zu dem zugehörigen Bogen in einem endlichen Verhältnisse steht, so ist nach §. 1082:

$$i = -\,4\gamma\,\frac{l}{w}\left(\frac{dE}{dx} + \frac{4}{C^2}\,\frac{di}{dt}\right) \quad \text{und} \quad 2\,\frac{di}{dt} = -\,\frac{dE}{dt},$$

wo s der Abstand des betrachteten Querschnittes, in welchem zur Zeit t die freie Elektricitätsmenge ε, die Stromintensität i ist, von dem Anfang des Drahtes ist. Dann lässt sich wie oben $E = X sin\,ns$, $i = Y cos\,ns$ setzen, und es wird bei Einführung neuer Constanten:

$$E = e^{-ht}\sum_1^\infty sin\,t\sqrt{\frac{C^2n^2}{2} - h^2}\,(K_1\,sin\,ns + D_1\,cos\,ns)$$
$$+ cos\,t\sqrt{\frac{C^2n^2}{2} - h^2}\,(K_2\,sin\,ns + D_2\,cos\,ns)\,. \quad .\ 1)$$

$$i = e^{-ht}\sum_1^\infty cos\,t\sqrt{\frac{C^2n^2}{2} - h^2}\,(A_1\,cos\,ns - B_1\,sin\,ns)$$
$$+ sin\,t\sqrt{\frac{C^2n^2}{2} - h^2}\,(A_2\,cos\,ns - B_2\,sin\,ns).$$

Bildet der Draht von der Länge l den Schliessungsbogen einer Leydener Flasche, an deren Belegungen die Elektricitätsmengen E_0 und E_l angehäuft sind, so sind die Potentiale $V_i = 2\gamma E_0$; $V_a = 2\gamma E_l$ und es wird: $Q_i = Q_a = 2\beta\gamma\,(E_0 - E_l)$. Dann ist

$$\frac{dQ_i}{dt} = -\,2\,i_0; \quad \frac{dQ_a}{dt} = -\,2\,i_l,$$

also

$$i_0 = i_l = -\beta\gamma\left(\frac{dE_0}{dt} - \frac{dE_l}{dt}\right) = 2\beta\gamma\left[\left(\frac{di}{ds}\right)_0 - \left(\frac{di}{ds}\right)_l\right]. \quad . \; 2)$$

Diese Bedingung muss für alle Zeiten t an den Enden des Drahtes erfüllt sein.

Setzt man

$$i = A\cos nl - B\sin nl = 2\beta\gamma n[A\sin nl - B(1 - \cos nl)] \quad 3)$$

so wird:

$$1 = 4\beta\gamma n tg\frac{nl}{2} \quad \text{oder} \quad \frac{nl}{2}tg\frac{nl}{2} = \frac{l}{8\beta\gamma} \quad . \; . \; . \; . \; 4)$$

Hierdurch sind die Werthe n in den obigen Gleichungen für E und i bestimmt. Die übrigen Constanten bestimmen sich, wenn E und i für $t = 0$ gegeben sind.

Nach dem Ausdruck für i ist der Strom an allen Stellen der Schliessung aus unendlich vielen Oscillationen zusammengesetzt, deren Dauer gleich $\pi(\frac{1}{2}C^2n^2 - h^2)^{-1/2}$ ist.

1091 Ist die rechte Seite von Gleichung 4) sehr klein, so wird für die kleinste Wurzel

$$n = \frac{1}{\sqrt{2\beta\gamma l}}; \quad \text{genauer} \; \frac{l}{\sqrt{2\beta\gamma l}}\left(1 - \frac{l}{48\beta\gamma}\right),$$

also die grösste Oscillationsdauer:

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{C^2}{4\beta\gamma l} - h^2}}.$$

Meist kann man h^2 unter dem Wurzelzeichen vernachlässigen; dann wird die grösste Oscillationsdauer:

$$T = \frac{\pi\sqrt{2}}{Cn}; \quad \text{genauer} \; \pi\frac{\sqrt{4\beta\gamma l}}{C}\left(1 + \frac{l}{48\beta\gamma}\right).$$

Die anderen Oscillationen sind viel kürzer.

Aus obiger Formel für T folgt, dass bei sehr langen Schliessungen die Oscillationen bei Verkleinerung der Oberfläche der Batterie langsamer abnehmen, als die Quadratwurzeln der Oberfläche, wie mit den Versuchen von Feddersen übereinstimmt. (Bei einem Schliessungsbogen von 1343 m Länge und 1,35 mm Dicke war das Verhältniss der Schwingungsdauern 2,64, während die Zahl der Flaschen 16 und 2, also das Wurzelverhältniss 2,83 war. Nach obiger Formel für T wird dasselbe 2,53.)

1092 Inwiefern das Gesetz von Weber den sonstigen, allgemein gültigen Naturgesetzen entspricht, ist von v. Helmholtz[1]) untersucht worden.

---

[1]) v. Helmholtz, Journ. f. reine u. angew. Mathematik **72**, 1, 1870; **75**, 35, 1872. Abhandlungen S. 545, 647 u. flgde.

Seine Resultate haben zu Entgegnungen von W. Weber[1]) und C. Neumann[2]) geführt, auf welche v. Helmholtz in einer weiteren Arbeit geantwortet hat. Wir müssen uns begnügen, hier nur die allerwesentlichsten Resultate dieser wichtigen Discussion wiederzugeben.

Das Potential zweier elektrischer Theile e und e_1 auf einander nach Weber

$$V = -\frac{ee_1}{r}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]$$

ist nur von der Entfernung r und der Geschwindigkeit dr/dt abhängig. Werden also die elektrischen Theile auf irgend einem Wege wieder in ihre frühere Lage zurückgeführt, und haben daselbst ihre frühere Geschwindigkeit in der Richtung ihrer Verbindungslinie, vollenden sie also einen vollständigen Kreisprocess, so wird dabei keine Arbeit gewonnen. In dieser Beziehung stimmt die Weber'sche Formel mit dem Princip von der Erhaltung der Energie[3]).

Anders gestalten sich die Verhältnisse bei Betrachtung der während der Bewegung der elektrischen Theilchen vorkommenden Geschwindigkeiten. Ist m die mit einem elektrischen Theilchen e verbundene Masse, welche sich unter Einfluss des abstossenden elektrischen Theilchens e_1 in der Richtung der Verbindungslinie r beider Theilchen bewegt, so ist nach W. Weber die bewegende Kraft

$$m\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{ee_1}{r^2}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{C^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad . \; . \; . \; . \quad \text{I)}$$

oder bei Multiplication mit $dr/dt.dt$ und Integration

$$\frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{b - \frac{ee_1}{r}}{\frac{1}{2}mC^2 - \frac{ee_1}{r}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II)}$$

wo k eine Constante ist.

Setzen wir in dieser Formel $2ec_1/mC^2 = \varrho$ und $b = ce_1/r_0$, so wird dieselbe

$$\frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{r - r_0}{r - \varrho}\cdot\frac{\varrho}{r_0} \text{ [4])} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{III)}$$

---

[1]) W. Weber, Math.-phys. Abh. d. K. Sächs. Gesellschaft 10, 1, 1871. — [2]) C. Neumann, Math.-phys. Berichte d. K. Sächs. Gesellsch. 1871, 20. Oct. — [3]) Siehe auch C. Neumann, Pogg. Ann. 155, 211, 1875.

[4]) Dieselbe Formel hat W. Weber, l. c., §. 1069 in einer anderen Weise aus dem Ausdruck für das Potential der elektrischen Massen auf einander entwickelt. Aus demselben folgt unmittelbar, dass, wenn die Theilchen e und e_1 aus den Entfernungen ϱ und r, in denen sie sich in gleicher relativer Bewegung gegen einander befinden, in unendliche Entfernung von einander gebracht werden, die dabei geleisteten Arbeiten $V\varrho$ und Vr sich umgekehrt wie die Entfernungen, also $V_r/V_\varrho = \varrho/r$ verhalten.

Sind aber die elektrischen Massen e und e_1 mit den mechanischen Massen m und m_1 verbunden, haben sie in der Richtung ihrer Verbindungslinie r die

1093 Ist am Anfang der Bewegung $ee_1/r > \frac{1}{2} m C^2 > k$ oder $\varrho/x > 1 > \varrho/r_0$, so ist in den Formeln rechts der Zähler grösser als der Nenner, also $(dr/dt)^2 > C^2$ und positiv. dr/dt selbst kann positiv oder negativ sein. Im ersteren Falle vergrössert sich bei der Bewegung die Ent-

---

Geschwindigkeiten α und α_1, senkrecht gegen dieselbe die Geschwindigkeiten β und β_1, so ist ihre gesammte lebendige Kraft

$$L = \tfrac{1}{2} e\,(\alpha^2 + \beta^2) + \tfrac{1}{2} e_1\,(\alpha_1^2 + \beta_1^2) = \frac{1}{2}\,\frac{m m_1}{m + m_1}\,(\alpha - \alpha_1)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{(m\alpha + m_1\alpha_1)^2}{m + m_1} + m\beta^2 + m_1\beta_1^2\right).$$

In dem ersten Gliede des letzten Ausdrucks ist $\alpha - \alpha_1$ die relative Geschwindigkeit dr/dt der elektrisch geladenen Massentheilchen in der Richtung ihrer Verbindungslinie. Das ganze Glied

$$x = \frac{1}{2}\,\frac{m m_1}{m + m_1}\,(\alpha - \alpha_1)^2 = \frac{1}{2}\,\frac{m m_1}{m + m_1}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

ist mithin die dieser Bewegung entsprechende, relative lebendige Kraft der Theilchen.

Der folgende Theil des Ausdrucks bezieht sich auf die Bewegung des Schwerpunktes beider Theile zusammen und ihre Bewegung senkrecht gegen die Verbindungslinie.

Ist die Geschwindigkeit $dr/dt = C$, also das Potential gleich Null, so wird die relative lebendige Kraft

$$a = \frac{1}{2}\,\frac{m m_1}{m + m_1}\,C^2.$$

Mit Benutzung der Werthe x und a können wir schreiben

$$V_r = \frac{ee_1}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

Werden nun die elektrischen Massen aus einer ee_1 proportionalen Entfernung $\varrho = \frac{ee_1}{a} = 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m_1}\right)\frac{ee_1}{C^2}$ in unendliche Entfernung gebracht, so ist die der dabei stattfindenden Potentialänderung entsprechende Arbeit

$$V_\varrho = \frac{r}{\varrho}\,V_r = \frac{1}{2}\,\frac{m m_1}{m + m_1}\,\frac{C^2}{ee_1}\cdot r\,V_r = a\left(1 - \frac{x}{a}\right) = a - x \quad . \quad . \quad \text{I)}$$

In diesem Falle bildet also die Potentialänderung V_ϱ zusammen mit der lebendigen Kraft x eine constante Summe a.

Bewegen sich die Theilchen nur in der Richtung der Verbindungslinie, so ist ihre relative Beschleunigung (da beide sich in entgegengesetzter Richtung zu einander hinbewegen):

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m_1}\right)\frac{dV_r}{dr} = \frac{1}{2}\,\frac{\varrho C^2}{ee_1}\,\frac{dV_r}{dr}.$$

Setzen wir den Werth von r, für welchen $dr/dt = 0$ ist, gleich r_0 und integriren von der Zeit, wo dieser Werth erreicht ist, bis zu der Zeit, wo $r = r$ ist, so ist, da $V_r = \frac{ee_1}{r}\left[\frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - 1\right]$:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{r - r_0}{r - \varrho}\cdot\frac{\varrho}{r_0}\,C^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II)}$$

Ist die eine Masse, z. B. m_1, unendlich gross, so bewegt sich nur die andere, m. Dann wird $\varrho = 2\,ee_1/m\,C^2$. Vergl. auch Pogg. Ann. Jubelband, S. 199 u. flgde.

fernung r, bis $ee_1/r = \frac{1}{2} m C^2$ oder $r = \varrho$ ist; wo dann $dr/dt = \infty$ wird. Die Entfernung ϱ möge die kritische Entfernung heissen. Ist anfangs $ee_1/r < \frac{1}{2} m C^2 < k$, also $\varrho/r < 1 < \varrho/r_0$ und dr/dt negativ, so tritt dasselbe Verhältniss ein. Es würde sich also schon bei dieser einfachen Bewegung in einer endlichen Entfernung der Theilchen eine unendliche Geschwindigkeit derselben ergeben, sie würden dadurch überhaupt nicht allgemein einen Kreisprocess zu vollenden im Stande sein.

1094 Indess ist die Voraussetzung, dass am Anfange der Bewegung $dr/dt > C^2$ ist, nach weiteren Betrachtungen von v. Helmholtz nicht nöthig. Fügt man nämlich zu den elektrischen Kräften, welche nach der Weber'schen Formel wirken, noch mechanische Kräfte R hinzu, welche direct auf die träge Masse m wirken, so wird die Gleichung I, §. 1092:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{ee_1}{r^2}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{C^2}\frac{d^2 r}{dt^2}\right] + R \quad . \quad . \quad . \quad \text{I)}$$

oder, wenn wieder $2ee_1/mC^2 = \varrho$ ist:

$$m\left(1 - \frac{\varrho}{r}\right)\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{ee_1}{r^2}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right] + R \quad . \quad . \quad \text{II)}$$

Ist in Gleichung II $r > \varrho$, also das Theilchen m ausserhalb der kritischen Entfernung, so ist $1 - \varrho/r$ positiv. Ist bei Beginn der Bewegung der Abstand der Masse m von der ruhenden Masse gleich r_0 und die Geschwindigkeit $dr/dt = 0$, so wird die Beschleunigung d^2r/dt^2 negativ, sobald $ee_1/r^2 + R$ negativ ist, die Kraft R also eine anziehende Kraft und grösser ist, als die Abstossung ee_1/r^2 der als gleichartig angenommenen Elektricitäten e und e_1. Die elektrisch geladene Masse m nähert sich also der ruhenden und erhält somit eine negative Geschwindigkeit, welche allmählich wächst, um so mehr, als auch noch zu der rechten Seite der Gleichung II das Glied $- 1/C^2 . (dr/dt)^2$ hinzutritt. Ist dann die kritische Entfernung erreicht, also $r = \varrho$, so wird die Geschwindigkeit unendlich, obgleich die elektrische Masse nicht zuerst eine sehr grosse Geschwindigkeit besitzt, auch die Kraft R nur durch eine endliche Strecke $r_0 - \varrho$ hindurch wirkt und dabei eine endliche Arbeit leistet. In kleineren Entfernungen, als ϱ, wird die Beschleunigung positiv; die in der Richtung der abnehmenden r wirkende Kraft beschleunigt also die Masse rückwärts, wie wenn sie eine negative Trägheit besässe.

1095 Es fragt sich ferner, wie gross der Werth $r = \varrho$ ist, für welchen $(dr/dt)^2$ unendlich wird, ob ϱ einen grösseren Werth besitzt, oder ob derselbe eine zwar endliche, aber doch so kleine, innerhalb der Grenzen der molecularen Wirkungen liegende Grösse darstellt, dass die Molecularkräfte zwischen den mit Elektricität beladenen Massen, welche eine Volumenveränderung derselben ausschliessen, eine weitere Beschleunigung derselben gegen einander verhindern, so dass die Geschwindigkeit nicht

unendlich gross werden kann. Dieses Verhalten wäre nach Weber analog dem zweier Massen, welche durch die Gravitation, wenn sie in zwei mathematischen Punkten concentrirt gedacht werden, bei der Annäherung bis zur Entfernung $r = 0$ eine unendliche Geschwindigkeit erhalten. In der That würden sie indess daran gehindert werden, weil die Massen eben eine endliche Ausdehnung besitzen und so, wenn ein Theil der einen sich schon nach der Annäherung wieder mit unendlicher Geschwindigkeit von der anderen entfernt, doch ein anderer Theil der ersten Masse erst jene Annäherung mit unendlicher Geschwindigkeit vornimmt.

Nach Weber würde ϱ eine derartige moleculare Entfernung sein, da in dem Ausdruck für $\varrho = 2ee_1/C^2.(1/m + 1/m_1)$ oder, wenn m_1 sehr gross ist, in $\varrho = 2ee_1/mC^2$ der Werth C jedenfalls sehr gross ist und die elektrischen Massen e und e_1 im Verhältniss zu den materiellen Massen m und m_1 unangebbar klein wären.

Der Werth $2ee_1/mC^2$ enthält indess zwei Factoren: e/m und e_1. Könnte das elektrische Theilchen e isolirt, nur mit seiner eigenen Masse μ bestehen, so ist durchaus nichts über den Werth $\beta = e/\mu$ bekannt. Er könnte also, wenn es auch durchaus nicht erwiesen ist, möglicherweise doch sehr klein sein. Noch kleiner wäre $2e/\mu C^2$ und $2e/mC^2$, wenn mit der elektrischen Masse μ noch körperliche Massen verbunden wären. Der zweite Factor e_1 kann aber jede beliebige Grösse annehmen. Wäre diese Elektricitätsmenge e_1 gleichmässig im Inneren (I) oder auf der Oberfläche (II) einer isolirenden Kugel vom Radius z angehäuft, so müsste bei gleichbleibender Dichtigkeit derselben für die $n$fache Elektricitätsmenge e_1 der Radius z bezw. (I) $\sqrt[3]{n}$ oder (II) $\sqrt[2]{n}$ mal so gross sein. Dagegen wächst die kritische Entfernung ϱ proportional mit n, also viel schneller als der Radius z, so dass mit wachsender Elektricitätsmenge e_1 die kritische Entfernung ϱ jede endliche Grösse, ihr Ende jeden beliebigen Abstand von e_1 annehmen kann, bis zuletzt z gegen ϱ verschwindend klein ist und das einfache Weber'sche Gesetz, wie für zwei einzelne Massenpunkte, gilt. Dann könnte auch die Kraft R, welche dem Maximum der elektrischen Abstossung ee_1/ϱ^2 das Gleichgewicht hält, relativ klein sein, z. B. schon durch die Gravitation geliefert werden. Selbst wenn die Elektricitätsmenge e_1 factisch nicht so gross herzustellen wäre, dass die berührten Verhältnisse zur Gültigkeit kämen, so müsste doch das Weber'sche Gesetz, wenn es ein allgemeines wäre, die Möglichkeit derselben in sich fassen. — Die Einführung einer Function, welche in endlicher Entfernung mit dem Weber'schen Gesetze zusammenfällt, in molecularen Entfernungen davon abweicht [1]), kann also nicht die betrachteten Widersprüche lösen.

1096 Ist der Radius z gegen ϱ nicht so klein, dass die Wirkung von e_1 auf e als die zweier elektrisch geladener Massenpunkte anzusehen ist, so

[1]) C. Neumann, l. c.

ist die Vertheilung der Elektricitätsmenge e_1 im Raume bei ihrer Einwirkung auf e zu berücksichtigen. Um in diesem Falle die Verhältnisse beurtheilen zu können, ist, wenn T die lebendige Kraft, V das Potential der körperlichen Massen, P das elektrostatische, U das elektrodynamische Potential ist, die nach dem Princip von der Erhaltung der Energie gültige Gleichung

$$T + V + P - U = Const. \quad \ldots \ldots \quad \text{I)}$$

zu betrachten.

Ist eine Anzahl von Massenpunkten mit den trägen Massen $m_1 \ldots m_m, m_n$ gegeben, welche mit den in elektrostatischen Einheiten gemessenen Elektricitätsmengen $e_1 \ldots e_m, e_n$ geladen sind, sind ihre Coordinaten x, y, z durch die entsprechenden Indices bezeichnet, ihre Abstände $r_{1,2} \ldots r_{m,n}$, ihre Geschwindigkeiten $q_1 \ldots q_m, q_n$, so ist

$$q_n^2 = \left(\frac{dx_n}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_n}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_n}{dt}\right)^2.$$

Das elektrostatische und das elektrodynamische Potential ist

$$P = \frac{1}{2} \sum\sum \frac{e_n e_m}{r_{mn}}; \quad U = \sum \frac{1}{r C^2} \left(\frac{dr_{m,n}}{dt}\right)^2,$$

wo $m >$ oder $< n$ ist.

Ist der Winkel zwischen $r_{m,n}$ und q_n gleich $\vartheta_{m,n}$ u. s. f., so ist

$$\frac{dr_{n,m}}{dt} = q_n \cos\vartheta_{m,n} + q_n \cos\vartheta_{n,m}.$$

Bei Einführung dieses Werthes lässt sich U in zwei Theile, $U_1 + U_2$, theilen, von denen

$$U_1 = \frac{1}{C^2} \sum\sum \left(\frac{e_n e_m}{r_{m,n}} q_n q_m \cos\vartheta_{m,n} \cos\vartheta_{n,m}\right)$$

$$U_2 = -\frac{1}{2C^2} \sum \left(e_n q_n^2 \sum \frac{e_m}{r_{m,n}} \cos^2\vartheta_{m,n}\right) \text{ oder gleich } -\frac{1}{2C^2} \sum e_n q_n^2 p_n$$

ist, wenn p_n statt des Werthes unter dem Summenzeichen gesetzt wird. Wird letzterer Ausdruck zu dem Ausdruck der lebendigen Kraft der Masse m_n, also zu $\frac{1}{2} \sum (m_n q_n^2)$ hinzugefügt, so ist die gesammte lebendige Kraft

$$T = \frac{1}{2} \sum \left(m_n - \frac{1}{C^2} e_n p_n\right) q_n^2 \quad \ldots \ldots \quad \text{II)}$$

Dieser Werth der lebendigen Kraft, die bei der Bewegung materieller Massen stets positiv sein muss, kann hier einen negativen Werth annehmen, wenn e_n positiv ist und p_n, welches von einer dem Potential analog gebildeten Function beliebig grosser elektrischer Massen abhängt, so gross und m_n, welches bis auf die Masse μ_n der freien Elektricität e_n vermindert werden könnte, so klein ist, dass $e_n p_n > m_n C^2$ wird.

1097 Sehr deutlich zeigt sich diese Abnormität, wenn man die Bewegung eines mit der Elektricitätsmenge e geladenen Massentheilchens μ im Inneren einer isolirenden Hohlkugel vom Radius R betrachtet, welche überall gleichmässig mit einer unbeweglichen Schicht von Elektricität belegt ist, die mit e gleichartig ist und die Dichtigkeit ε besitzt. Die Bewegung von μ werde durch eine äussere Kraft hervorgerufen, welcher das Potential V entspricht. Die Werthe P, p, U sind dann:

$$P = 4\pi R\varepsilon . e; \quad p = \frac{4\pi\varepsilon}{3} R; \quad U = 0,$$

welche Werthe unabhängig von der Lage des Theilchens μ in der Hohlkugel sind.

Die Gleichung der lebendigen Kraft wird

$$\frac{1}{2}\left(\mu - \frac{e}{C^2}\frac{4\pi\varepsilon}{3}R\right)q^2 + V = Const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I)}$$

Ist die Dichtigkeit ε, der Radius der Kugel R und die elektrische Masse e so gross, dass der Ausdruck $M = \mu - 4\pi e\varepsilon R/3\,C^2$ negativ wird, so tritt der schon oben erwähnte Fall ein.

Da bei unveränderter Dichtigkeit ε der Werth p proportional R wächst, so kann hierdurch in beliebigen endlichen (auch nicht molecularen) Entfernungen der Werth M negativ werden, welche Anomalie also wiederum nicht durch die Annahme besonderer Molecularkräfte zu beseitigen wäre. Die Masse M hätte so gewissermaassen negative Trägheit; die lebendige Kraft $\frac{1}{2}Mq^2$ ist negativ. Soll die Gleichung I) erfüllt sein, so müssen q^2 und V gleichzeitig wachsen und abnehmen.

Wenn also die Masse μ sich in der Richtung der dem V entsprechenden Kraft bewegt, so nimmt V ab und zugleich muss die Geschwindigkeit q abnehmen. Ebenso muss die Geschwindigkeit q zunehmen, wenn die Masse μ sich entgegen der Wirkung jener Kraft bewegt. Dieses Verhalten wäre ganz dasselbe, wie wenn z. B. ein Körper, der auf seiner Bahn einer seiner Bewegung widerstehenden Reibung begegnete, dabei entgegengesetzt der Erfahrung seine Geschwindigkeit vermehrte und somit Wärme ins Unendliche erzeugen könnte; oder wie wenn eine bewegte Masse auf ihrem Wege gegen eine kleinere elastische Masse stiesse, letztere forttriebe, dabei selbst an Geschwindigkeit gewönne und so von Neuem wiederholt gegen jene kleinere Masse stiesse. Dieses Verhalten entspräche aber der Herstellung eines Perpetuum mobile.

Da ausserdem P und V von der Lage der Masse μ in der Kugel unabhängig sind, würden diese Verhältnisse sich nicht ändern, wenn die Masse ein grösseres, nur an und für sich unveränderliches Volumen in der Kugel einnähme.

1098 Gegen diese Deductionen wendet zunächst W. Weber ein, dass die §. 1093 gemachte Voraussetzung einer Anfangsgeschwindigkeit der elek-

trischen Bewegung, welche grösser als C ist, bei dem sehr grossen Werth von C (440010 . 10^6 mm/sec.) in allen praktischen Fällen, wo stets $1/C^2 . (dr/dt)^2$ sehr klein ist, sich nicht realisirt. — Wird indess auf diese Weise die Gültigkeit des Weber'schen Ausdruckes auf bestimmte kleinere Geschwindigkeiten beschränkt, so verliert er die Bedeutung eines ganz allgemeinen Naturgesetzes und ist eine eben nur innerhalb gewisser Grenzen gültige Formel.

Sodann bemerkt W. Weber[1]) gegen die Berechnungen des §. 1096, dass der Werth $ee_1 \cos^2\vartheta / r C^2$ nicht als eine wirklich vorhandene Masse anzusehen sei, welche sich etwa mit einer Geschwindigkeit q bewege und auch eine solche nicht vertreten könne[2]); dass vielmehr, wenn die Aenderung der Geschwindigkeit dq berücksichtigt werden solle, das elektrodynamische Potential mit dem Potential der Massen zusammenzuziehen sei. Wird also die Gleichung 1), §. 1097, nach dem Wege s differenzirt, so wäre dann in der Gleichung

$$\mu q \frac{dq}{ds} - \left(\frac{4\pi}{3C^2} Re\varepsilon . q \frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right) = 0$$

der in der Klammer stehende Werth die ganze treibende Kraft, nicht aber allein, wie Helmholtz meinte, dV/ds. Multiplicirt man mit $ds/\mu q$, welches stets positiv ist, so wird nach W. Weber bei vorwärtstreibender ganzer Kraft (elektrischer und nicht elektrischer) auch dq positiv, also μ vorwärts beschleunigt.

1099 Aus der Gleichung $\frac{1}{2}\left(\mu - \frac{e}{C^2}\frac{4\pi\varepsilon}{R}\right)q^2 - V = const.$ 0 (§. 1097) hat W. Weber[3]) noch weitere Folgerungen abgeleitet, indem er annimmt, das elektrische Theilchen ε beginne seinen Weg s vom Kugelmittelpunkte aus zur Zeit $t = -T$, wo es die Geschwindigkeit $q = 0$ habe, und gleichzeitig wachse die Ladung e der Einheit der Kugeloberfläche gleichförmig von 0 zur Zeit $-T$ bis zum Werthe $\eta = 3C^2\mu/8\pi R\varepsilon$ zur Zeit $t = 0$. Dann wird

$$e = \eta\left(1 + \frac{t}{T}\right), \quad \mu = 8\pi R\varepsilon\eta/3C^2, \quad dV/ds = a$$

(vergl. Anm. zu §. 1091, wo $a = \frac{1}{2}C^2mm'/(m + m')$ gesetzt ist und m und m' die körperlichen Massen sind), und demnach

$$q \cdot \frac{dq}{ds} = \frac{dq}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = -a\frac{T}{\mu}.$$

Berücksichtigt man bei wiederholter Integration einmal, dass für $t = -T$ auch $q = 0$ ist, und dann, dass für $s = 0$ auch $t = -T$

---

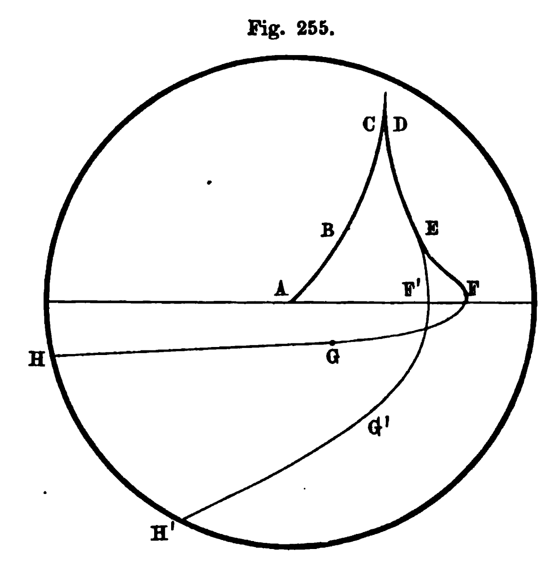
[1]) W. Weber, Wied. Ann. **156**, 21, 1875. — [2]) Dieselbe Bemerkung von Zöllner, Pogg. Ann. **158**, 482, 1876. — [3]) W. Weber, Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. **11**, 688, 1878. Wied. Ann. **4**, 366.

ist, so folgt, wenn man noch die auf μ wirkende nicht elektrische Kraft $a = g\mu$ setzt:

$$q = -\frac{gT}{ds} \log \frac{t}{T}; \quad s = gT^2\left[1 + \frac{t}{T}\left(1 - \tfrac{1}{2} \log \frac{t^2}{T^2}\right)\right].$$

Das elektrische Theilchen legt also in der Zeit T unter Einfluss der nicht elektrischen Kraft nur den halben Weg zurück, wie unter Mitwirkung der elektrischen, und erlangt zu der Zeit, wo es im ersten Falle die Geschwindigkeit gT besitzt, im zweiten eine unendlich grosse Geschwindigkeit.

Fig. 255.



Die dementsprechende unendlich grosse positive Beschleunigung geht aber sogleich in eine unendlich grosse negative Beschleunigung über, so dass die Geschwindigkeit der Theilchen zu den Zeiten $t = +\vartheta$ und $t = -\vartheta$ gleich gross (gleich Null) ist. Fig. 255, Curve $ABCDEFGH$, in welcher als Abscissen die Werthe s/gT^2, als Ordinaten die Werthe q/gT^2 verzeichnet sind, giebt den Verlauf der Geschwindigkeiten im Verhältniss zu den Wegen.

Bleibt die Ladung der Kugeloberfläche constant, nachdem sie den Werth η erreicht und nur eine beliebig kleine Grösse überschritten hat, so stellt die Curve $ACDEG'H'$ die Geschwindigkeit dar.

1100 Andere Anomalien, wie bei der Betrachtung der Bewegung einzelner elektrisch geladener Massen, ergeben sich nach v. Helmholtz auch bei der Untersuchung der in körperlichen Leitern inducirten elektrischen Ströme unter Anwendung des Weber'schen Gesetzes[1]) (siehe weiter unten).

[1]) Der Raum des Werkes gestattet nicht, die Beziehungen des Weber'schen Gesetzes zu dem Princip der Erhaltung der Energie u. s. f. hier weiter zu verfolgen. Wir müssen in Bezug hierauf auf die citirten Abhandlungen von W. Weber und C. Neumann verweisen. Wir können nur diejenigen Verhältnisse besprechen, welche sich ganz direct auf das elektrische Verhalten beziehen.

Abweichend von W. Weber hat C. Neumann[1]) aus allgemeineren **1101** Principien das Potential der elektrischen Masse e und e_1 auf einander, welche sich in der Richtung ihrer Verbindungslinie r bewegen, hypothetisch gleich

$$P_e = \frac{e e_1}{r}\left[1 + \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]$$

angenommen.

Während er den Werth ee_1/r des elektrostatischen Potentials als emissives Potential bezeichnet, da es als solches von den einzelnen Körpern ausgeht, nennt er obigen Werth das receptive Potential. Die Ableitung desselben beruht auf der Vorstellung, dass das Potential eine bestimmte Zeit braucht, um sich von einem Körper zum anderen fortzupflanzen[2]). Ist die Entfernung der Körper zu einer bestimmten Zeit t gleich r, ist ihr Abstand zu der Zeit $t_0 = t - \Delta t$ gleich $r_0 = r - \Delta r$, pflanzt sich das Potential in der Zeit Δt gerade um die Entfernung r mit der ihm eigenthümlichen, äusserst grossen Fortpflanzungsgeschwindigkeit C fort, so ist die gesuchte Form des Potentials

$$U = \frac{m m_1}{r_0} = \frac{m m_1}{r - \Delta r} \quad \dots\dots\dots \quad 1)$$

Hier wird also die Annahme gemacht, dass das in dem ersten Abstande r_0 erzeugte Potential auch bei der Bewegung der Massen m und m_1 von einander fort unverändert bleibt, und nur zur Zeit t in Wirksamkeit tritt. Der Werth C ist dann durch die Gleichung $r = C\Delta t$ gegeben.

Wird in dem Ausdrucke für U der Werth $r = f(t)$ gesetzt, $r - \Delta r = f(t - \Delta t)$ entwickelt, und sodann $\Delta t = r/C$ eingesetzt, so ist

$$U = m m_1 \left(r - \frac{r}{C}\frac{dr}{dt} + \frac{r^2}{2C^2}\frac{d^2 r}{dt^2}\cdots\right)^{-1}$$

und bei weiterer Entwickelung nach dem binomischen Satz

$$U = m m_1 \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{Cr}\frac{dr}{dt} + \frac{1}{Cr^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2C^2}\frac{d^2 r}{dt^2}\right],$$

welcher Ausdruck sich zerlegen lässt in

$$U = \frac{du_1}{dt} + u_2, \text{ wo } \frac{du_1}{dt} = m m_1 \frac{1}{Cr}\frac{dr}{dt} - \frac{1}{2C^2}\frac{d^2 r}{dt^2}\Big)$$

[1]) Carl Neumann, Die Principien der Elektrodynamik, Tübingen 1868. Gratulationsschrift für die Universität Bonn; und Auszug von Scheibner, Schlömilch's Zeitschr. 1868; auch C. Neumann, Clebsch und C. Neumann's Mathematische Annalen **1**, 317, 1869.

[2]) Vergl. hierüber eine Ansicht von Gauss, dass sich die elektrische Kraftwirkung nicht instantan, sondern in der Zeit fortpflanze. (In einem Briefe an W. Weber vom Jahre 1845. Eine Discussion hierüber von Budde. Wied. Ann. **25**, 567, 1885.)

und

$$u_2 = \frac{m m_1}{r}\left[1 + \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right].$$

Auf diesen Werth wendet Neumann das Princip von Hamilton an, nach welchem, wenn T die lebendige Kraft, U die Kräftefunction bezeichnet, die Variation des Integrals:

$$\delta \int (T + U)\, dt = 0$$

sein muss, wobei indess nur solche Variationen der Coordinaten δx, δy, δz u. s. f. berücksichtigt werden, welche ebenso, wie ihre Differentialquotienten, ausserhalb der Integrationsgrenzen verschwinden.

Es muss also sein

$$\delta \int T dt = \delta \int u_2 dt + \frac{du_1}{dt} dt = \delta \left(u_1' - u_1'' + \int u_2 dt\right),$$

wo u_1' und u_1'' die Werthe von u_1 beim Einsetzen der Grenzen sind.

Da die Variation δ nur innerhalb der Integrationsgrenzen besteht, so muss $\delta u_1' = \delta u_1'' = 0$ sein und es ist

$$\delta \int T dt = \delta \int u_2 dt.$$

Den Werth u_1 nennt demnach Neumann das ineffective Potential, da es auf die Wirkung keinen Einfluss hat, den Werth u_2 aber das effective Potential.

Wird die Variation von T und u nach r ausgeführt, so ergiebt sich die Resultante der Kräfte $R = - \delta u_2 / \delta r$. Da aber u_2 nur von r und $r' = dr/dt$ abhängig ist, so ist auch die Resultante bei Vernachlässigung der höheren Glieder, also wenn die Bewegungsgeschwindigkeit nicht zu gross ist:

$$R = -\frac{\delta u_2}{\delta r} = -\left(\frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{d\frac{\partial u_2}{\partial r'}}{dt}\right) = \frac{m m_1}{r^2}\left[1 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{C^2}\frac{d^2 r}{dt^2}\right].$$

Dies ist aber das Weber'sche Gesetz[1]).

1102 Die oben ausgesprochene Annahme, dass das im ersten Abstande r_0 der bewegten Massen erzeugte Potential unverändert nach einer Zeit Δt auf die weiter von einander entfernten Massen wirkt, führt nach Clausius[1]) bei der Reciprocität der Wirkung der Massen zu der eigenthümlichen Hypothese, dass das einmal gebildete Potential bei der Bewegung der Massen sich unendlich viel schneller fortpflanzt, als sich das der neuen Entfernung der Massen entsprechende Potential bildet. Wollte man diese Annahme nicht machen und dagegen das Potential als eine Function der jedesmaligen wirklichen Entfernung der Massen ansehen, so wäre in der ersten Gleichung für U statt $r - \Delta r$ der Abstand

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 135, 606, 1868.

zwischen der Lage der Masse m zur Zeit t_0 und der Masse m_1 zur Zeit t zu setzen, wodurch sich der Nenner daselbst und der Werth Δt wesentlich ändert. Dann wird das receptive Potential

$$m_1 = \frac{m m_1}{r}\left(1 + \frac{1}{C}\frac{dr}{dt} - \frac{r^2}{2C^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right),$$

woraus folgen würde, dass das Potential zweier constanten, nach Weber's Hypothese aus einem Doppelstrome positiver und negativer Elektricität bestehenden galvanischen Ströme auf einander gleich Null wäre.

1103 Bei dem Weber'schen Gesetze ist die Anwesenheit zweier Elektricitäten vorausgesetzt, welche sich beide gleich schnell in entgegengesetzter Richtung bewegen.

Dagegen sprechen gewisse Erscheinungen bei den Gasentladungen dafür, dass die Annahme einer gleichen und entgegengesetzten Bewegung beider Elektricitäten nicht wohl beibehalten werden kann.

Während sich in allen übrigen Fällen, z. B. bei der elektrischen Endosmose, die einseitige Bewegungsrichtung durch secundäre Umstände, Erregung der Elektricitäten durch den Contact der einander berührenden Körper u. s. w. erklären lässt, ist bei den Gasentladungen der Unterschied der positiven und negativen Entladung noch nicht auf derartige Umstände zurückgeführt. Der (später von Lehmann wiederholte) Erklärungsversuch von Riess, dass dabei durch eine Reibung an den Elektroden die Gase sich mit einer bestimmten Elektricität laden und deshalb gegen die von den Elektroden kommenden entgegengesetzten Elektricitäten verschieden verhalten sollen, ist nach den Experimenten von Faraday mit reinen Gasen nicht aufrecht zu erhalten. Hier würden sich also nach den bisherigen Erfahrungen die beiden Elektricitäten specifisch verschieden verhalten und damit fiele die Hypothese zweier gleichberechtigter entgegengesetzter Elektricitäten.

1104 C. Neumann[1]) hat dementsprechend versucht, sich auch unter Beibehaltung des Weber'schen Gesetzes von der Hypothese eines Doppelstromes positiver und negativer Elektricität frei zu machen, und dennoch zu dem Ampère'schen Grundgesetze der Elektrodynamik und dem Inductionsgesetze von F. E. Neumann zu gelangen, indem er annimmt, dass nur die eine der beiden Elektricitäten, z. B. die positive, sich bewegt, die negative aber ruht. Diese Hypothese könnte man mit der Weber'schen vereinen, wenn man zu dem von Weber supponirten Doppelstrome der entgegengesetzt fliessenden elektrischen Massen $\pm\, {}^1/_2\, e$ noch einen nach aussen unwirksamen Strom neutraler Elektricität hinzufügte, der in der Richtung des positiven Stromes die Elektricitätsmengen $\pm\, {}^1/_2\, e$ mit sich führte.

[1]) C. Neumann, Berichte der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, S. 386, 1871.

Neumann nimmt noch weiter an, dass die ruhende (negative) Elektricität fest mit der Masse des Körpers verbunden sei; eine Annahme, welche auch von der der Reibung analogen Wirkung des Widerstandes bis zu einem gewissen Grade Rechenschaft geben könnte, da dann die positive Elektricität bei ihrer Bewegung zugleich die negative und die mit ihr verbundene Masse des Körpers in Bewegung, z. B. in Wärmeschwingungen, versetzen könnte [1]).

Es wird dabei ferner vorausgesetzt, dass die Masse der Elektricität verschwindend klein sei gegen die körperliche Masse, erstere also eine verschwindende Trägheit besitze; dass ferner die Wirkung der körperlichen Massen auf einander in weiteren, als rein molecularen Entfernungen, dem Newton'schen Gravitationsgesetze folge, die Wirkung der elektrischen Massen dem Weber'schen Gesetze entspreche und die Wirkung der körperlichen und elektrischen Massen auf einander verschwinde. Bezeichnet man dann die körperlichen und elektrischen Massen mit M und μ, die körperliche Masse im Raumelemente ω mit M_ω, die „Trägheitszahl" (den Quotienten der wirkenden Kraft durch die Beschleunigung) der positiven und negativen Elektricität ebendaselbst mit p_ω und n_ω, so lässt sich das Potential (U) sämmtlicher Massenelemente, sowie die lebendige Kraft T derselben in der Gleichung

$$(U) = T + V + P - U$$

zusammenfassen, wo $V = -\frac{1}{2}\sum k\frac{MM_1}{r}$ das Potential der körperlichen Massen, $P = -\frac{1}{2}\sum\frac{\mu\mu_1}{r}$ das elektrostatische Potential der elektrischen Massen, $U = +\frac{1}{2}\sum\frac{\mu\mu_1}{C^2.r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$ das elektrodynamische Potential derselben ist.

Ist ferner das Potential der äusseren Kräfte auf diese Massen gleich S, und wird bei einer Aenderung desselben um dS zugleich (U) um $d(U)$ geändert und entsteht in dem Körper die Wärmemenge dQ, so ist

$$d(T + V + P - U) = dS - dQ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Das durch diese Formel ausgesprochene Gesetz bezeichnet C. Neumann als das Energiegesetz.

Sind die Geschwindigkeiten der vereinten Massen $M + n$ und der Masse p nach den drei Axen bezw. dx/dt und $d\xi/dt$ u. s. f., so ist, wenn wir eine Reibung der bewegten Massen p und $M + n$ an einander annehmen, die ihre Bewegung in Wärmebewegung überführt, und ϱ der Reibungscoëfficient ist:

---

[1]) Carl Neumann bezeichnet diese Ansicht mit dem Namen der „unitarischen", weil nur eine Elektricität sich bewegt. Es ist indess wohl zu beachten, dass dieselbe dennoch die Existenz beider Elektricitäten voraussetzt.

$$dQ = \sum \omega\varrho \left[\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} - \frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} - \frac{dz}{dt}\right)^2\right] = \sum \omega\varrho c^2 \quad 2)$$

wo c die relative Geschwindigkeit der Masse p gegen $M + \mu$ ist. Ist D die Dichtigkeit des sich bewegenden Elektricitätsfluidums, so ist die Stromesdichtigkeit oder „Strömung" im Volumenelement ω gleich $i = D.c$, daher

$$dQ = \sum \omega \frac{\varrho}{D^2} i^2 = \sum \omega r i^2, \text{ wo } r = \frac{\varrho}{D^2} \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

dem Leitungswiderstande des Mediums entspricht. Ist endlich an einer Stelle der Kette durch Temperaturunterschiede oder Heterogeneïtät der einander berührenden Körper „eine Schiebungskraft" nach der Richtung der Schichtungsnormale erzeugt, welche die Elektricitäten nach den drei Axen mit Kräften treibt, die für die Massen $(M + \mu)_\omega$ im Raumelemente gleich $-\omega DA$, $-\omega DM$, $-\omega DN$, für die Massen p_ω im Raumelemente $+\omega DA$ u. s. f. sind, so wird, wenn die Componenten der Elektricitätsströmung i nach den drei Axen u, v, w sind, die hierdurch in der Zeiteinheit verbrauchte Arbeit, bezw. die in Arbeitseinheiten ausgedrückte, erzeugte Wärmemenge $-dt \sum \omega (Au + Mv + Nw)$ und mithin

$$d(T + V + P - U) = dS - dt\left[\sum \omega r i^2 - \sum \omega \left(Au + Mv + Nw\right)\right] \quad 4)$$

Die Componenten der auf die vereinten Massen $M_\omega + n_\omega$ und die elektrische Masse p_ω im Raumelemente wirkenden bewegenden Kräfte sind, wenn wir $W = V + P + U$ setzen:

$$(M_\omega + n_\omega)\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega\varrho\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt}\right) - \omega DA + \\ + \sum \omega \left(-\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial \frac{dx}{dt}}\right) + X \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

$$p_\omega \frac{d^2\xi}{dt^2} = +\omega\varrho\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt}\right) + \omega DA + \\ + \sum \omega \left(-\frac{\partial W}{\partial \xi} + \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial \frac{d\xi}{dt}}\right) + \Xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

u. s. f., wo X und Ξ die nach der x-Axe gerichteten Componenten der auf $M_\omega + n_\omega$ und p_ω wirkenden äusseren Kräfte sind. Da aber die elektrischen Materien p_ω und n_ω eine nur sehr geringe Trägheit besitzen, übertragen sich alle Kräfte auf die Masse M_ω und es ist mithin bei der Addition von 5) und 6):

$$M_\omega \frac{d^2x}{dt^2} = \sum \omega \left(-\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial \frac{dx}{dt}}\right) + \sum \omega \left(-\frac{\partial W}{\partial \xi} + \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial \frac{d\xi}{dt}}\right) \quad 7)$$

und ebenso, da $-\omega\varrho\left(\frac{d\xi}{dt}-\frac{dx}{dt}\right)=-\frac{\omega\varrho u}{D}=-\omega D r u$ ist, nach Gl. 6) in Folge der verschwindenden Trägheit der Elektricität:

$$r.u = A + \frac{1}{\omega D}\sum \omega\left(-\frac{dW}{d\xi}+\frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial\frac{d\xi}{dt}}\right)+\Xi.$$

Ebenso entwickeln sich die Gleichungen für die anderen Coordinaten.

Somit sind die mit dem Leitungswiderstande multiplicirten Componenten der Strömung des im Volumenelemente enthaltenen elektrischen Fluidums gleich den Componenten der im Volumenelemente enthaltenen „Schiebungskräfte" und der auf die Masseneinheit wirkenden distantiellen Kräfte.

Sind, wie in einer Thermokette, keine äusseren Kräfte vorhanden, und tritt in derselben ein stationärer Zustand ein, für welchen also $d(U)=0$ ist, so folgt aus Gl. 1) $dQ=0$, und aus Gl. 4):

$$dQ = dt\,\Sigma\omega r i^2 - \Sigma\omega i K = 0,$$

wo K die Schiebungskraft an der Contactstelle ist. Ist nur eine Kette vorhanden, so ist demnach

$$0 = i^2 r - iK \text{ oder } i = \frac{K}{r},$$

welche Formel das Ohm'sche Gesetz darstellt.

Bewegen sich zwei unveränderliche, geschlossene Thermoketten, deren Widerstände r und r_1 sind, gegen einander, so kann man die von den Massen und elektrostatischen Anziehungen ausgehenden Kräfte und Potentiale derselben gegen die elektrodynamischen Kräfte und Potentiale U vernachlässigen. Dann folgt aus Gl. 4):

$$d(T-U) = dS - dt\,(i^2 r + i_1^2 r_1^2 - iK - i_1 K_1).$$

Ferner wird, da die Elektricität keine Trägheit besitzt,

$$dT = dS - dt\,\frac{d(V+P+U)}{dt}.$$

Dieses Gesetz ist das Potentialgesetz oder ponderomotorische Integralgesetz von C. Neumann. Dasselbe gilt nur, wenn die Bewegungen der Elektricität im Inneren der Körper gleichförmig und an ihrer Oberfläche tangential sind.

Kann man, wie oben, V und P gegen U vernachlässigen, und zerlegt man das Potential U in drei Theile, das Potential $\frac{1}{2}\,i^2 U_{00}$ des einen, $\frac{1}{2}\,i_1^2 U_{11}$ das des anderen Leiters auf sich selbst, $i i_1 U_0 U_1$ das der beiden Leiter auf einander, so folgt:

$$dT = dS - i i_1\,dU_{01},$$

also

$$i\left(\frac{dU_{00}+U_{01}i_1}{dt}+K-ir\right)+i_1\left(\frac{d(U_{10}+U_{11}i_1)}{dt}+K_1-i_1 r_1\right)=0.$$

Es ist dies das schon Bd. IV, §. 94 u. flgde. entwickelte Inductionsgesetz. Findet die Induction durch die relative Bewegung eines geschlossenen Stromkreises gegen einen Stahlmagneten oder die Erde statt, so sind letztere an Stelle des zweiten Stromkreises getreten und dabei sind stets die Aenderungen des Potentials derselben auf sich selbst, d. h. die in ihnen inducirten Ströme und Aenderungen des Magnetismus zu berücksichtigen, da sonst die aus dem Gesetze von der Erhaltung der Energie abgeleiteten Resultate mit dem Inductionsgesetze nicht übereinstimmen würden.

1105 Um die Entstehung der Thermoströme abzuleiten, fügt C. Neumann[1]) zu seiner Hypothese, dass die negative Elektricität mit den Körpermolecülen fest verbunden sei, noch die Hypothese hinzu, dass das frei bewegliche positiv-elektrische Fluidum etwa wie ein Gas dem Mariotte'schen und dem Gay-Lussac'schen Gesetze folge. Berühren sich dann zwei homogene Metalle an zwei Stellen, und ziehen sie, etwa in Folge der negativen Elektrisirung der Molecüle in ihnen, die positive Elektricität verschieden stark an, so tritt bei gleicher Temperatur der Contactstellen nur eine statische Vertheilung der Elektricität zwischen beiden Metallen ein. Wird aber die eine Contactstelle erwärmt und dadurch das freie positiv-elektrische Fluidum verdünnt, so ist daselbst die Differenz der auf die Volumeneinheit desselben von beiden Metallen aus wirkenden bewegenden Kräfte kleiner, als an der kälteren Contactstelle; durch letztere fliesst die Elektricität von dem weniger anziehenden zum stärker anziehenden Metall (ganz ähnlich, wie etwa bei der Luftheizung durch die einseitig wirkende Schwerkraft eine Luftcirculation bedingt wird). Hieraus leitet sich das thermoelektrische Spannungsgesetz ab. — Indem Neumann ferner annimmt, dass das negativ elektrische, mit den Molecülen fest verbundene Fluidum bei der Erwärmung der Metalle an der Vergrösserung des Abstandes a der Molecüle bei der Erwärmung Theil nimmt, so ändert sich, da letzterer bei der Temperatur t durch eine Formel $a_t = a + bt + ct^2$ ausgedrückt werden kann, die Differenz der Anziehung der beiden Metalle gegen das positive Fluidum ebenfalls mit der Temperaturerhöhung in einem gewissen Verhältnisse zu der Differenz $a_t - a_{1t}$ der Werthe a_t für beide Metalle, welche positiv und negativ sein kann. Die Berechnung hiernach, ob die neutrale Temperatur, welche man der einen Contactstelle mittheilen muss, während die andere auf 0° erhalten wird, damit kein Strom entstehe, über 0° C. liegt, stimmt in 28 Fällen von 31 mit der Erfahrung überein.

C. Neumann selbst betrachtet diese Hypothese als eine vorläufige Conjectur über die Ursachen der thermoelektrischen Ströme und wir

[1]) C. Neumann, Sitzungsber. der K. Sächs. Gesellsch. Math.-phys. Classe 1872, S. 49.

dürfen deshalb wohl für die weitere Ausführung auf die Orignalabhandlung verweisen.

1106 Zur Beurtheilung der Consequenzen der hier angewandten Hypothese können einige Berechnungen von Riecke[1]) dienen, nach denen ein ruhendes und constantes Stromelement in Folge derselben auf einen ruhenden elektrischen Punkt eine Abstossung ausübt (indem sich die Wirkung der bewegten positiven Elektricität im Element zu der der ruhenden negativen auf den Punkt addirt), während dies nach der gewöhnlichen Annahme zweier sich bewegender Elektricitäten nicht der Fall ist. Ebenso würde nach ersterer Hypothese ein constanter geschlossener Strom auf ein ruhendes Elektricitätstheilchen eine Wirkung ausüben, deren Componenten den negativen Differentialquotienten eines Potentialwerthes entsprächen; in einem Leiter würde also ein benachbarter, constanter, geschlossener Strom eine statische Elektricitätsvertheilung hervorrufen, und in Folge dessen auf denselben direct anziehend oder abstossend wirken[2]). Ferner würde ein beiderseits begrenztes Stück eines constanten Stromes auf einen geschlossenen Leiter eine elektromotorische Kraft ausüben und, wenn in einem geschlossenen Leiter an einer Stelle der Strom plötzlich seine Richtung änderte, daselbst eine elektromotorische Kraft auftreten. Diese Wirkungen würden bei der Annahme eines doppelten Elektricitätsstromes nicht stattfinden.

1107 Aus dem Ampère'schen Gesetze leitet C. Neumann[3]) unter Zugrundelegung des Princips der Energie ein besonderes elektromotorisches Elementargesetz her, welches nach Riecke[4]) in die Formel

$$E = 8\,A^2 I_1 \frac{\partial \psi}{\partial s} \frac{\partial^2 \psi}{\partial s_1 \partial t} Ds \,.\, Ds_1 + 4\,A^2 \frac{\partial \psi}{\partial s} \frac{\partial \psi}{\partial s_1} / \frac{\partial I_1}{\partial T_1} Ds\, Ds_1$$
$$- 4\,A^2 I_1 \frac{\partial}{\partial s_1} \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right\} Ds\, Ds_1$$

gebracht werden kann, wo die einzelnen Grössen die in §. 1074 angegebene Bedeutung haben.

Dieses Gesetz unterscheidet sich von dem ebendaselbst gegebenen von W. Weber nur durch das hinzugefügte letzte Glied.

---

1) Riecke, Göttinger Nachr. 1873, 23. Juli. — 2) Auch Clausius, Borchardt's J. 82 [2], 85, 1876. Gegen diese Deductionen s. Zöllner, Pogg. Ann. 160, 514, 1877, dessen Ableitungen indess auf einer Verwechselung der Bedeutung der Constanten beruhen, siehe Clausius, Wied. Ann. 2, 122, 1877. Auch Grassmann (Borchardt's J. 83, 57, 1877; Beibl. 1, 355) hat bei Untersuchung der Wirkung eines aus zwei concentrischen Kreisbogen und zwei geraden, sich in einem Punkte schneidenden Strecken bestehenden Sectors auf einen elektrischen Punkt diesen Widerspruch hervorgehoben. — 3) C. Neumann, Elektrische Kräfte, 1873, Leipzig, Teubner. — 4) Riecke, Wied. Ann. 11, 298, 1880 und l. l. c. c. §. 1435; s. auch Lorberg, Wied. Ann. 12, 115, 1881.

Ist die Strömung gleichmässig, so lässt sich dieses letzte Glied durch

$$H = -\frac{\partial}{\partial s_1}\left\{4A^2 I_1 \frac{\partial \psi}{\partial t}\frac{\partial \psi}{\partial s} Ds\right\} Ds_1$$

ersetzen, und wenn die Enden des Elementes α_1 (wohin die positive Elektricität strömt) und β_1 sind, so wird dasselbe

$$H = -4A^2 I_1 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\frac{\partial \psi}{\partial s}\right)_{\alpha_1} Ds + 4A^2 I_1 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\frac{\partial \psi}{\partial s}\right)_{\beta_1} Ds.$$

In der That würde, wenn Element Ds isolirt wäre, durch die Strömung sich freie Elektricität e_{α_1} und e_{β_1} an den Enden ansammeln, so dass $de_{\alpha_1}/dt = I_1$, $de_{\beta_1}/dt = -I_1$ wäre, welche Werthe bezw. in das erste und in das zweite Glied des obigen Ausdrucks statt I_1 zu setzen wären.

Danach würde, bei Zugrundelegung des Ampère'schen Gesetzes, das Princip der Energie gewahrt, wenn man zu dem Weber'schen elektromotorischen Elementargesetz noch Zusatzkräfte annähme, welche von den Enden des Elementes ausgingen. Wollte man das Ampère'sche Gesetz nicht beibehalten, so müsste man das Weber'sche Inductionsgesetz mit dem Gesetz von Helmholtz für die ponderomotorische Wirkung combiniren.

Da indess Wirkungen von den Stromenden aus nach den §. 1059 u. f. erwähnten Untersuchungen nicht nachzuweisen sind und dadurch das elementare Inductionsgesetz von Helmholtz selbst als hinfällig erwiesen ist, so können die sämmtlichen hier aufgestellten elektromotorischen Elementargesetze nicht richtig sein. Sie alle führen indess für geschlossene Ströme zu dem gleichen Resultate[1]).

[1]) Ein weiteres Eingehen in die sehr ausführlichen Abhandlungen über dieses und das Weber'sche Gesetz und deren Consequenzen von C. Neumann ist hier unmöglich; Auszüge aus denselben lassen sich nicht wohl geben und muss deshalb auf die Originalabhandlungen verwiesen werden. C. Neumann hat namentlich in seinen Elektrischen Kräften (Teubner 1873) die Verhältnisse von der Vorstellung aus behandelt, dass diese Kräfte den Stromstärken bezw. den Aenderungen derselben proportional sind und vorerst nur von der relativen Lage oder ihrer Aenderung abhängen, dass die ponderomotorischen und elektromotorischen Wirkungen der Stromelemente durch die ihrer Componenten ersetzt werden können und die elektrischen Strömungen den einwirkenden elektromotorischen Kräften proportional sind.

In seinen Abhandlungen (Ber. d. K. Sächs. Gesellschaft 1871, S. 386 und Abhandl. d. K. Sächs. Gesellsch. **11**, 77, 1875) ist er von der Vorstellung ausgegangen, dass in jeder ponderablen Masse zwei entgegengesetzte elektrische Materien vorhanden sind und die kleinsten Theilchen der letzteren nach dem Weber'schen Gesetz auf einander einwirken. Wir glauben, auf die Orginalabhandlungen um so eher verweisen zu dürfen, als, der Natur der Sache nach, trotz der sorgfältigen Studien C. Neumann's nach verschiedenen Seiten die Fragen auch nach seiner Ansicht noch nicht abgeschlossen sind.

Siehe ausser den erwähnten die Abhandlungen von C. Neumann: Ueber das Elementargesetz derjenigen elektromotorischen Kräfte, welche in einem gegebenen Conductor hervorgebracht werden durch elektrische Ströme, sei es, dass diese Ströme in demselben Conductor, sei es, dass sie in irgend einem anderen sich bewegenden Conductor stattfinden. Ber. d. K. Sächs. Gesellsch. d.

1108 In Folge der nicht mit der Beobachtung übereinstimmenden Consequenzen, welche aus dem Weber'schen Gesetze folgen, wenn man nicht direct mit W. Weber annimmt, dass beide Elekricitäten sich mit gleichen und entgegengetzten Geschwindigkeiten bewegen, hat Clausius [1]) sich veranlasst gesehen, ein anderes Grundgesetz für die gegenseitige Einwirkung bewegter Elektricitätstheilchen aufzusuchen, dessen Uebereinstimmung mit der Erfahrung davon, wie die beiden Elektricitäten an der im galvanischen Strome stattfindenden Elektricitätsbewegung betheiligt sind, unabhängig ist, und welches daher auch zulässig bleibt, wenn man annimmt, dass im galvanischen Strome nur eine Elektricität sich bewege [2]). Die von ihm gewonnene Gleichung für das elektrodynamische Potential ist folgende:

$$V = k \frac{ee'}{r} v v' \cos \varepsilon,$$

worin v und v' die Geschwindigkeiten der beiden Elektricitätstheilchen darstellen, ε den Winkel zwischen ihren Bewegungsrichtungen bedeutet,

---

Wissensch. 1872, S. 162. Ueber die Helmholtz'sche Constante k, ibid. 1874, S. 132. Das Weber'sche Gesetz in seiner Anwendung auf Gleitstellen, ibid. 1875, S. 1. Ueber das Weber'sche Gesetz, ibid. 1880, S. 35. Ueber die den Kräften elektrodynamischen Ursprungs zuzuschreibenden Elementargesetze. Abhandl. d. K. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 10, 417. Ueber das elementare Gesetz der Kräfte elektrodynamischen Ursprungs. Mathematische Annalen 5, 602, 1872; 6, 350, 1873.

Auch Mathieu (Ann. de l'école normale [2] 9, 187, 1880; Beibl. 4, 734) hat die Wechselwirkung von Elektricitätsmassen und Stromelementen in Bezug auf die erwähnten Hypothesen untersucht und dabei als gültig angenommen: 1. Das Princip der Erhaltung der Energie. 2. Das Princip der Action und Reaction. 3. Zwei auf ihrer Verbindungslinie senkrechte gleichgerichtete Stromelemente ziehen sich umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung an. 4. Die Wechselwirkung zweier linearer Stromelemente ändert sich nicht mit ihrer Krümmung. Besteht dann der Strom aus zwei gleichen und entgegengesetzten Bewegungen positiver und negativer Elektricität, so setzt sich die Wechselwirkung zwischen zwei Molecülen aus zwei Theilen zusammen; der eine liefert die von Weber gefundene Kraft, der andere enthält eine willkürliche Function. Dieser zweite Theil verschwindet aber bei der Wirkung zweier Stromelemente, die dann in das Ampère'sche Gesetz übergeht. Unter der Bedingung, dass ein geschlossener constanter Strom nicht auf statische Elektricität wirke, folgt nothwendig das Weber'sche Gesetz.

Bewegt sich nur die positive Elektricität, und ist eine gleiche Menge negativer Elektricität fest mit dem Leiter verbunden, so zeigt sich ebenso, dass zwei elektrische Molecüle nur nach dem Gesetz von Weber und zwei Stromelemente nur nach dem Gesetz von Ampère auf einander wirken können. Nach dieser Theorie würde aber ein constanter geschlossener elektrischer Strom auch auf freie ruhende Elektricität wirken, wenn man nicht voraussetzt, dass die Wirkung der strömenden Elektricität auf die ruhende sich nicht aus der der strömenden auf die strömende ableiten lässt; was wenig wahrscheinlich ist.

Die Sätze 1, 2, 3 scheinen unanfechtbar, die Annahme 4 dagegen ist durchaus nicht a priori klar. Will man daher das Ampère'sche und Weber'sche Gesetz nicht annehmen, so muss man die Annahme 4 fallen lassen.

[1]) Zuerst vorgetragen in der Niederrhein. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde, 6. Dec. 1875; Pogg. Ann. 156, 657, 1875; Wied. Ann. 1, 14, 1877. — [2]) Clausius, Borchardt's Journal für Mathematik 82, 85, 1876 und Mechan. Behandlung der Elektr., Abschn. IX; nach einer Originalmittheilung.

und k eine Constante ist, welche zu der Constanten C in folgender Beziehung steht:

$$k = \frac{2}{C^2}.$$

Man kann dieser Gleichung für V auch die nachstehende Form geben:

$$V = k\,\frac{ee'}{r}\left(\frac{dx}{dt}\,\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\,\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\,\frac{dz'}{dt}\right).$$

Dieser Ausdruck von V zeichnet sich durch grosse Einfachheit aus, indem er in Bezug auf die durch die Differentialcoëfficienten dx/dt, dy/dt, dz/dt dargestellten Geschwindigkeitscomponenten des Theilchens, e, und ebenso in Bezug auf die durch dx'/dt, dy'/dt, dz'/dt dargestellten Geschwindigkeitscomponenten des Theilchens e' homogen vom ersten Grade ist, was bei dem Weber'schen Ausdrucke von V nicht der Fall ist, in welchem die einzelnen Geschwindigkeitscomponenten auch in zweiter Potenz vorkommen, wodurch die Behandlung des Ausdruckes sehr erschwert wird.

Um aus dem elektrodynamischen Potential die auf eine Coordinatenrichtung, z. B. auf die x-Richtung bezügliche Componente der elektrodynamischen Kraft, welche das Theilchen e von dem Theilchen e' erleidet, abzuleiten, hat man dieselbe Operation anzuwenden, welche man nach Lagrange auf die in allgemeinen Coordinaten ausgedrückte lebendige Kraft anzuwenden hat. Sei nämlich $X_{ee'}$ die betreffende Kraftcomponente, so hat man folgende Gleichung zu bilden: 1109

$$X_{ee'} = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V}{\partial \frac{dx}{dt}}\right).$$

Wendet man hierin für V den zuletzt gegebenen Ausdruck an, so kommt:

$$X = k\left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\left(\frac{dx}{dt}\,\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\,\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\,\frac{dz'}{dt}\right) - \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\,\frac{dx'}{dt}\right)\right],$$

oder anders geschrieben:

$$X = k\left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\,vv'\cos\varepsilon - \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\,\frac{dx'}{dt}\right)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Die Gesammtwirkung zweier Elektricitätstheilchen, welche aus denen der ruhenden und der bewegten Elektricität zusammengesetzt ist, ist demnach in der Richtung der X-Axe:

$$(X) = -\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx}\,(1 - kvv'\cos\varepsilon) - k\,\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\,\frac{dx'}{dt}\right) \quad . \quad . \quad 2)$$

Diese Gleichung genügt dem Princip von der Erhaltung der Energie[1]).

1110 Aus dem Ausdrucke für die Kraft zweier bewegter Elektricitätstheilchen auf einander kann man auch den Ausdruck für die Kraft zweier Stromelemente auf einander ableiten. Seien Ds und Ds' die betreffenden Leiterelemente und i und i' die Intensitäten der darin stattfindenden Ströme, so erhält man für die x-Componente der Kraft, welche das erste Stromelement vom zweiten erleidet, den Ausdruck:

$$k i i' Ds Ds' \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \cos(Ds Ds') - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \frac{\partial x'}{\partial s'} \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

worin $(Ds Ds')$ den Winkel zwischen den Richtungen der Stromelemente bedeutet, und x, y, z, sowie x', y', z' ihre Coordinaten sind. Dieser Ausdruck stimmt mit dem überein, welchen H. Grassmann im Jahre 1845 aus ganz anderen Betrachtungen abgeleitet hat[2]). Die Grassmann'schen Betrachtungen sind aber weniger allgemein, indem sie nur die ponderomotorischen Kräfte zwischen galvanischen Strömen betreffen, während durch den Ausdruck des elektrodynamischen Potentials zweier bewegter Elektricitätstheilchen auf einander auch die elektromotorischen Kräfte, welche bei Lagen- und Intensitätsänderungen der Ströme eintreten, sowie überhaupt alle elektrodynamischen Kräfte bestimmt sind.

1111 In zwei späteren Abhandlungen[3]) hat Clausius die Bestimmung der elektromotorischen Kräfte und der von den ponderomotorischen und elektromotorischen Kräften geleisteten Arbeit in solcher Weise durchgeführt, dass dabei die Geschwindigkeiten, mit welchen sich die positive und die negative Elektricität im galvanischen Strome bewegen, unbestimmt gelassen werden, so dass man die Gleichungen auf jede Annahme, welche man in dieser Beziehung machen will, anwenden kann. Auch hat er die Resultate, welche aus seinem Grundgesetze hervorgehen, mit den aus dem Weber'schen und aus dem Riemann'schen Grundgesetze (s. w. u.) hervorgehenden Resultaten verglichen.

1112 Gegen das Gesetz von Clausius sind mehrfache Einwände erhoben worden.

Zunächst wird hervorgehoben, dass das Clausius'sche Gesetz für die Wirkung zweier bewegter Elektricitätstheilchen auf einander und das daraus abgeleitete, mit dem Grassmann'schen übereinstimmende Gesetz für die Wirkung zweier Stromelemente auf einander dem Princip

---

[1]) Clausius, Wied. Ann. 157, 489, 1876. — [2]) Vergl. G. Wiedemann, Elektr. 3, §. 35 u. J. f. Math. 73, 57, 1877; Beibl. 1, 355. — [3]) Clausius, Wied. Ann. 1, 14, 1877, und Mech. Behandlung der Elektricität, Abschnitt X; Wied. Ann. 11, 604, 1880.

der Gleichheit der Action und Reaction nicht entsprechen. Dies findet aber darin seine Erklärung, dass bei der Ableitung dieser Gesetze die Mitwirkung eines zwischen den betreffenden Elektricitätstheilchen oder Stromelementen befindlichen Mediums vorausgesetzt ist. Die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement findet nach Clausius und Grassmann in derselben Weise statt, wie nach Ampère.

1113 Sodann ist in dem Gesetze von Clausius die Wechselwirkung der bewegten elektrischen Theilchen von ihren absoluten Geschwindigkeiten v und v' abhängig gemacht. Danach sollten zwei mit der Erde mit der Geschwindigkeit v in parallelen Richtungen x neben einander fortbewegte Elektricitätstheilchen nach Gleichung 2) §. 1108 sich mit der Kraft $-ee'\frac{\partial 1/r}{\partial x}(1-kv^2)$ anziehen, während sie nach den Gesetzen der Elektrostatik mit der Kraft $-ee'\frac{\partial 1/r}{\partial x}$ auf einander wirkten [1]).

Clausius bemerkt hiergegen, dass der Factor $1-kv^2$ nur denselben Einfluss habe, wie wenn die elektrische Masseneinheit, in welcher e und e' gemessen werden, um eine sehr kleine Grösse verändert werde, was sich der Beobachtung entziehe [2]).

1114 Ferner hat Fröhlich [3]) berechnet, welche Wirkung nach dem Gesetze von Clausius eine mit constanter Winkelgeschwindigkeit um ihre verticale Axe rotirende, gleichmässig mit Elektricität belegte Kreislinie auf einen kleinen, kreisförmigen, constanten geschlossenen Strom ausübt, dessen Ebene vertical ist. Die elektrostatischen Beziehungen können hierbei keinen Einfluss haben. Die Wirkung lässt sich dann in zwei, von der relativen Bewegung des Kreisringes zur Erde und der absoluten Bewegung im Raume abhängige Glieder zerlegen, von denen das zweite, der Erdgeschwindigkeit entsprechende, mit einem etwa 1000fach grösseren Factor multiplicirt ist, als das, wie etwa bei den Versuchen von Rowland (§. 1034), der Rotationsgeschwindigkeit des Ringes (30 m) entsprechende. Da letzteres Glied nach den Versuchen von Rowland schon eine merkliche Wirkung hervorbringt, müsste das erste noch sehr viel erheblicher wirken. Doch ist dies nicht beobachtet worden [4]).

1115 Budde [5]) hat indess gezeigt, dass durch die Beobachtung relativ rotirender Ströme und Ladungen auf der bewegten Erde die Richtigkeit

[1]) Zöllner, Wied. Ann. 2, 604, 1877. — [2]) Clausius, Wied. Ann. 4, 217, 1878. — [3]) Fröhlich, Wied. Ann. 9, 261, 1880. — [4]) Eine weitere Consequenz, dass die Kraft nach dem Gesetze von Clausius von der Lage der in der Ringebene befindlichen X-Y-Axe abhänge, beruht nach Clausius (Wied. Ann. 10, 613, 1880) auf einem Irrthum. — [5]) Budde, Wied. Ann. 10, 553, 1880; Verh. der Berliner phys. Ges. 7, 10, 1888; Beibl. 12, 498.

des Gesetzes von Clausius nicht geprüft werden kann, da die von der Erdbewegung abhängigen Kräfte zwischen positiven oder negativen Elektricitätsmengen und geschlossenen Strömen durch Vertheilungen der Elektricität in Folge des Stromes neutralisirt werden; ebenso wie nach Clausius die ponderomotorische Kraft zwischen zwei Stromelementen, bezw. zwischen galvanischen Strömen unter einander oder Magneten und Strömen oder Magneten unter einander von der Erdbewegung unabhängig ist.

Es beruht dies wieder darauf, dass nach der Annahme von Clausius[1]) die Wechselwirkungen durch ein Zwischenmedium vermittelt werden. Bewegt sich auch dieses Medium, so sind die relativen Geschwindigkeiten der Elektricitäten gegen das Medium zu betrachten. Rotirt es mit den Elektricitäten mit der Erde, so sind für die Elektricitäten nur die Geschwindigkeiten relativ zur Erde in Rechnung zu ziehen[2]).

1116 Für alle Fälle, wo die Werthe v und v' in der Formel von Clausius mit den relativen Geschwindigkeiten der Theilchen zusammenfallen und in der Richtung ihrer Verbindungslinie liegen, wie bei den Grundprincipien des Weber'schen Gesetzes[3]), ist das Gesetz von Clausius von vornherein richtig.

Dementsprechend hat Lorberg[4]) die Folgerungen aus diesem Gesetze unter der von der Clausius'schen Anschauung abweichenden Annahme entwickelt, dass die zwischen zwei Elektricitätstheilchen wirkende Kraft nur von ihrer relativen Lage und ihrem relativen Bewegungszustande abhänge. Auch macht er keine Annahme über die Bewegung der einen oder der anderen Elektricität. Er zeigt, dass, wenn in einem Leiterelemente nicht nur, wie Clausius will, die positive Elektricität sich bewegt, die negative mit der Materie fest verbunden ist, dann noch andere Möglichkeiten bei Festhalten der Clausius'schen Prämissen eintreten können, als nur sein Gesetz.

Unter der Annahme, dass 1) ein ruhender und constanter geschlossener Strom auf ein ruhendes Leiterelement keine inducirende Kraft ausübt; 2) für die ponderomotorische Wechselwirkung zweier geschlossener Ströme das Ampère'sche Gesetz gilt, wonach die bei der beliebigen

---

[1]) Clausius, Wied. Ann. 10, 614, 1880; siehe hierzu auch Fröhlich, Wied. Ann. 12, 121, 1881 und Budde, Wied. Ann. 12, 644. — [2]) Eine Berechnung von Delsaulx (Ann. de la Soc. scient. de Bruxelles 4 [2], 1, 1881; Beibl. 5, 891) in Betreff der Einwirkung eines Winkelstromes mit unendlich langen Schenkeln auf ein Solenoid nach dem Clausius-Grassmann'schen Gesetze für die Wechselwirkung von Stromelementen, deren Resultat mit der Erfahrung nicht übereinstimmt, enthält nach Clausius (l. c. S. 610) einen Irrthum, da der Winkelstrom als geschlossen angesehen werden kann und so von vornherein die Resultate mit den aus der Ampère'schen Formel abgeleiteten und berechneten Consequenzen übereinstimmen müssen. — [3]) Zöllner, l. c. — [4]) Lorberg, Pogg. Ann. Ergänzungsb. 8, 599, 1877.

Bewegung eines Stromes von den elektrodynamischen Kräften geleistete Arbeit gleich der negativen Aenderung des Potentials

$$P = \frac{4}{C^2} i i' \int \int \frac{1}{r} \frac{d^2 (r)^2}{ds\, ds'} Ds\, Ds',$$

ist, wo C die Weber'sche Constante ist; 3) die durch Intensitätsänderungen und Bewegungen erzeugten elektromotorischen Kräfte dem Gesetze von F. E. Neumann folgen; 4) bei der gemeinschaftlichen Bewegung zweier Stromelemente die zwischen ihnen wirkende Kraft dieselbe ist, wie wenn sie ruhten, ergiebt sich nach Lorberg, dass die ponderomotorische und elektromotorische Kraft zweier Stromelemente (abgesehen von einer etwaigen elektrodynamischen Wirkung eines Stromendes [vergl. indess §. 1059]) dem Weber'schen Grundgesetze folgen, wonach in einem Stromelemente die zwei entgegengesetzten Elektricitäten sich mit entgegengesetzten gleichen Geschwindigkeiten bewegen. Ferner folgt unter den gemachten Voraussetzungen, wenn man noch mit Clausius annimmt, dass eine ruhende Elektricitätsmenge auf einen ruhenden, constanten, geschlossenen Strom keine ponderomotorische und elektromotorische Kraft ausübt, sowie dass die Arbeit der zwischen zwei Elektricitätstheilchen wirkenden Kraft während der Zeit dt ein vollständiges Differential der Zeit ist, dass das Weber'sche Grundgesetz der Elektrodynamik das einzig mögliche ist und zugleich, dass in einem Stromelemente die zwei entgegengesetzten Elektricitäten sich mit entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeiten bewegen.

1117 Abweichend von den Formeln von W. Weber und von Clausius hat Riemann[1]) in einer sehr kurzen Publication das Potential zweier Elektricitätstheilchen e und e' auf einander, deren Entfernung r ist, aus der Gleichung der Fortpflanzung der Schwingungen in elastischen Medien

$$\frac{\partial^2 U}{\partial s^2} - a^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) = -4 \pi \varrho a^2$$

abgeleitet und durch die Formel

$$V_R = e e' \frac{r^2}{C^2} \frac{d d' \left(\frac{1}{r} \right)}{dt\, dt}$$

ausgedrückt. Die Wechselwirkung zweier Leiter wird durch die doppelte Summation nach e und e' erhalten, in welcher d und d' die von der Bewegung von e und von e' herrührenden Aenderungen von $1/r$ bezeichnen.

Sind dx/dt, dx'/dt u. s. f. die Geschwindigkeitscomponenten von e und e', so folgt das Potential

$$V_R = - \frac{R}{C^2} \frac{e e'}{r} \left[\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dx'}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dy'}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dz'}{dt} \right)^2 \right].$$

[1]) Riemann, Pogg. Ann. 131, 257, 1867 (vom Jahre 1858).

Clausius[1]) hat indess gezeigt, dass diese Formeln nicht zu den elektrodynamischen Gesetzen führen[2]).

Lorberg[3]) beweist, dass sämmtliche bisher aufgestellten Inductionsgesetze von Weber, Edlund, Clausius, Maxwell, Riemann zu demselben Werthe für die elektromotorische Kraft führen, welche entsteht, wenn ein Magnet und ein ungeschlossener Strom mit einander oder einzeln um die Axe eines Magnetes rotiren.

---

1) Clausius, Pogg. Ann. **135**, 612, 1868; s. auch weitere Berechnungen von Fröhlich, Wied. Ann. **9**, 261, 1880. — 2) Betti (Nuovo Cimento **27**, 1868) nahm an, dass die einzelnen Molecüle in einem geschlossenen Kreise in periodischen Intervallen elektrisch polarisirt würden und auf einander ähnlich wirkten, wie kleine Magnete, deren Axen mit den Tangenten des Kreises zusammenfallen. Die Perioden sollten für alle Leiter die gleichen sein und nur die Phasen der Polarisirung verschieden sein können. Wenn aber ein Stromkreis, in welchem sich die Elemente polarisiren, auf einen anderen wirkt, so soll die Wirkung nicht plötzlich, sondern nach einer dem Abstande der Molecüle beider Kreise proportionalen Zeit stattfinden. Er gelangt durch diese Annahmen zu den bekannten Ausdrücken der Elektrodynamik. Vergl. dagegen Clausius (Pogg. Ann. **135**, 618, 1868), welcher nachweist, dass in der Entwickelung von Betti nicht zu vernachlässigende Glieder höherer Ordnung fortgelassen sind. — Noch andere Formeln hat Wand aufgestellt (Pogg. Ann. **159**, 94, 1876; siehe ebendaselbst eine Polemik gegen die Gesetze von Weber und Clausius). Ist r die Entfernung zweier Punkte, in denen die elektrischen Dichtigkeiten ε_1 und ε_2, die Stromintensitäten i_1 und i_2, die Strömungsrichtungen s_1 und s_2 sind, ist t die Zeit, v das Volumenelement, A die elektromagnetische Constante, so ist die vom zweiten Punkte durch Veränderungen von ε_1 und i_1 im ersten erzeugte, von Punkt 1 zu Punkt 2 gerichtete elektromotorische Kraft:

$$dv \frac{A^2}{\sqrt{r}} \left(\frac{4 d^2 \sqrt{r}}{ds_1\, dt}\, i_2 - 2 \frac{d\sqrt{r}}{dt} \frac{d\varepsilon_1}{dt} + 2 \frac{a\sqrt{r}}{ds_1} \cdot \frac{di_1}{dt} \right) + A^2 \frac{d^2 \varepsilon_1}{dt^2} + \frac{\varepsilon_1}{r^2}.$$

Die magnetische Kraft zwischen zwei Volumenelementen dv_1, dv_2 in den Punkten 1 und 2 ist gleich

$$dv_1 \,.\, dv_2 \frac{A^2}{\sqrt{r}} \frac{4 d^2 \sqrt{r}}{ds_1\, ds_2}\, i_1 i_2 + A^2 \frac{d\varepsilon_1}{dt} \frac{d\varepsilon_2}{dt} + \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{r^2}$$

und sucht die Elemente in der Richtung der Verbindungslinie zu entfernen.

Mit Ausnahme des die freien Elektricitäten enthaltenden Gliedes stimmt dieses Gesetz mit dem aus Weber's Annahmen entwickelten. Die Wirkung der freien Elektricitäten stimmt mit dem Potentialgesetze von Helmholtz. Wand nimmt aber an, dass nach dem „Princip der Erhaltung des Magnetismus" die Molecularströme im Eisen in keiner Weise durch einen elektrischen Kreisprocess verändert werden können.

Im Anschluss an die verschiedenen Gesetze der Wechselwirkung elektrischer Theilchen ist eine Reihe von Abhandlungen von wesentlich mathematischem Interesse veröffentlicht worden, welche die Bewegung dieser Theilchen nach jenen Gesetzen behandeln. Wir führen nur die folgenden an:

E. Riecke, Ueber Molecularbewegung zweier Theilchen, deren Wechselwirkung durch das Weber'sche Gesetz der elektrischen Kraft bestimmt wird, Gött. Nachr. 1874, S. 665.

G. Lolling, Bewegung elektrischer Theilchen nach dem Grundgesetze der Elektrodynamik. Nova Acta Leopoldina **44**, Nr. 3. 9. März 1882.

M. Levy, Bewegung der Theilchen bei gegebener Initialgeschwindigkeit nach den Gesetzen von Weber, Riemann und Clausius, wobei das Potential der Theilchen auf einander nach den Gesetzen in eine gemeinsame Formel zusammengefasst wird, Compt. rend. **95**, 986, 1882; Beibl. **7**, 137.

3) Lorberg, Wied. Ann. **36**, 671, 1889.

Zur Entscheidung über die Theorien von Weber, Riemann 1118 und Clausius[1]) schlägt Schatz[2]) namentlich die Untersuchung der Anziehung einer gleichmässig mit positiver Elektricität belegten, um eine feste Axe rotirenden, nichtleitenden Kugel vor. Wir erwähnen nur die folgenden, am leichtesten durch das Experiment zu prüfenden Resultate.

Ist die Rotationsaxe die X-Axe, so sind die Kraftcomponenten X_w und Z_w für äussere Punkte nach dem Weber'schen Gesetze Null für die Rotationsaxe und einen Kegel, dessen Basis ein Kreis um die Rotationsaxe ist und der eine Oeffnung von 109° 28″ hat. Innerhalb desselben wird, abgesehen von elektrostatischen Wirkungen, eine in horizontaler Richtung bewegliche positive Kugel angezogen, ausserhalb abgestossen. — Nach dem Riemann'schen Gesetze sind die beiden Räume durch eine um die Rotationsaxe gelegte Rotationsfläche geschieden, welcher die einer Lemniscate ähnliche Curve $^2/_3 (x^2 + y^2)^2 = {}^4/_5 a^2 x^2 - {}^1/_5 a^2 y^2$ zu Grunde liegt. Legt man durch den Mittelpunkt der Kugel und die Schnittpunkte der Curve mit ihrer Oberfläche einen Kegel, dessen Oeffnung 42° 50′ ist, so liegt die Rotationsfläche ausserhalb der Kugel

[1]) Budde (Wied. Ann. 29, 488, 1886; 30, 100 insbes. 154, 1887) hat noch eine Reihe von Versuchen zur Entscheidung zwischen den Gesetzen von Weber, Clausius und Riemann angegeben:

a) Ladung und Entladung eines metallenen Hohlkörpers, in dem ein Magnet mit seiner Axe in verticaler Richtung hängt. Der Magnet erleidet nach Clausius keine Wirkung, nach Weber eine sehr schwache, nach Riemann einen dreimal stärkeren Anstoss.

b) Rotatorische Schwingungen eines möglichst grossen isolirten Magneten und Ableitung desselben von dem Punkte, wo die Rotationsaxe seine Oberfläche schneidet, in dem Moment, wo er seine Maximalgeschwindigkeit hat. Kommt der Magnet zur Ruhe, so ist er nach Riemann geladen, nach Clausius und Weber nicht.

Weniger versprechend, event. nur mit ausserordentlichen Hülfsmitteln:

c) Rotation einer stark elektrisirten Scheibe, während ein ruhender Drahtring so befestigt ist, dass seine Medianebene durch die Rotationsaxe geht. Nach Weber entsteht in dem Drahtringe ein stationärer Strom, nach Clausius und Riemann nicht.

d) Rotation eines kreisförmigen Multiplicators in einem magnetischen Felde oder mit einem Commutator, der den im Ringe fliessenden galvanischen Strom nach jeder halben Drehung umkehrt. Die Axe der Drehung liegt horizontal und ein polarelektrischer Körper ist in der durch die Axe gehenden Horizontalebene fein aufzuhängen. Derselbe wird nach Weber abgelenkt, nach Clausius und Riemann nicht.

Aussichtslos sind alle Versuche über geokinetische Wirkungen nach dem Clausius'schen Gesetz und solche, in denen nur freie Elektricität vorkommt.

Unter den Punktgesetzen ist das Weber'sche ein reines Relativgesetz, es kommt nur auf die relative Bewegung zweier Punkte an, das Clausius'sche ist ein Absolutgesetz, das Riemann'sche auch, da nach ihm zwei Punkte in einem rotirenden Coordinatensystem anders auf einander wirken, als wenn letzteres ruht. In Betreff der Potentialgesetze könnten die obigen Versuche eine Entscheidung bringen, sowie auch der Versuch, ob ein isolirter Magnet im Moment seines Entstehens elektrostatische Wirkungen ausübt.

[2]) Fr. Schatz, Ueber das Grundgesetz der Elektrodynamik. Dissertation der Univ. Bonn, 17. März 1880.

noch innerhalb des Kegels. — Nach dem Clausius'schen Gesetze wirkt die Kugel, wie wenn sie nicht gedreht würde.

1119 Magnetisches Verhalten. Behalten wir die bisher erwähnten Vorstellungen über die Fernewirkungen der Elektricitäten bei, so schliessen sich an dieselben die Hypothesen über das magnetische Verhalten der Körper an. In Betreff desselben ist nur so viel ziemlich sicher, dass die Magnetisirung der magnetisirungsfähigen Stoffe in einer Einstellung der permanent magnetischen Molecüle besteht. Hierüber lassen wohl die Wechselbeziehungen zwischen dem mechanischen und magnetischen Verhalten der Körper keinen Zweifel. Worauf aber der Magnetismus der Molecüle beruht, können wir nur aus der Analogie ihres Verhaltens mit dem eines kleinen, in sich geschlossenen Kreisstromes vermuthen. Nehmen wir solche Ströme an, die in festen Bahnen um die Molecularmagnete kreisen, so lassen sich alle bisher über das Wesen der Ströme aufgestellten Hypothesen, sei es zweier gegen einander laufender oder nur eines Elektricitätsstromes, sei es einer Aetherbewegung (s. w. u.) auf die magnetischen Molecüle übertragen. Dass diese Ströme, weil sie in ihren unendlich kleinen Bahnen keinen Widerstand finden, unendlich lange andauern sollen, ist schwierig anzunehmen, sobald man die Elektricitätsbewegung an das Vorhandensein körperlicher Massen knüpft, an denen eine Art Reibung der Elektricitäten unter Wärmeerzeugung und Verlust an Bewegung stattfinden würde. Man müsste denn rotatorische Bewegungen der Molecüle selbst mit ihren Elektricitätshüllen annehmen, wobei man freilich auf neue Schwierigkeiten stiesse.

1120 Auf diese Weise kann man auch umgekehrt geschlossene galvanische Stromkreise durch die Hypothese einer von ihnen begrenzten magnetischen Doppelschicht ersetzen.

Geht man von letzterer Annahme aus, so kann man z. B. das Potential zweier solcher begrenzter Doppelschichten durch Integration der Potentiale ihrer einzelnen Elemente über ihre Oberflächen entwickeln. Verwandelt man den Ausdruck desselben in ein Doppelintegral über die Begrenzungen der beiden Flächen, so gelangt man direct zu dem Ausdruck von F. E. Neumann für das Potential zweier geschlossener Stromkreise auf einander [1]).

1121 Hertz [2]) stellt als Princip von der Einheit der elektrischen Kraft den Satz auf: „Die von Strömen ausgeübten magnetischen Kräfte sind in allen ihren Wirkungen gleichwerthig mit gleich grossen und

---

[1]) H. Heine, Originalmittheilung. Aus diesem Principe hat Waszmuth (Wien. Ber. 71 [2], 470, 1875) auch das Biot-Savart'sche Gesetz abgeleitet. — [2]) Hertz, Wied. Ann. 23, 84, 1884.

gleich gerichteten Kräften, die von Magnetpolen ausfliessen. Die aus Inductionswirkungen entspringenden Kräfte sind nach jeder Richtung gleichbedeutend mit gleichen und gleichgerichteten Kräften elektrostatischer Quelle."

Aulinger[1]) bemerkt, dass hierzu noch die elektrostatische Ladung der Oberflächen der Leiter kommt.

Boltzmann formulirt nach Aulinger das Hertz'sche Princip also: Wenn in einem endlichen oder unendlichen Strome (einem elektromagnetischen Felde) an jedem Punkte die Grösse und Richtung der (auf die daselbst ruhend gedachte Elektricitätsmenge Eins) wirkenden elektrostatischen Kraft gegeben ist und ebenso Grösse und Richtung der auf einen magnetischen Einheits(Nord)pol wirkenden magnetischen Kraft, so sind damit sämmtliche elektrische und magnetische Kräfte, welche im ganzen Felde auf bewegte und veränderliche Elektricitäten und Magnetismen wirken, vollständig und eindeutig bestimmt, welchen Ursprunges die elektrischen und magnetischen Kräfte auch sein mögen.

Nimmt man nach Ampère den Magnetismus als auf Molecularströmen beruhend an, so kann man dafür sagen, dass die im ganzen Felde wirksamen Kräfte vollständig oder eindeutig bestimmt sind, wenn wir in jedem Punkte des Feldes die Kräfte kennen, welche auf eine daselbst ruhende und auf eine mit bekannter Geschwindigkeit bewegte Elektricitätsmenge wirken.

Aus diesen Principien lassen sich die Schlüsse von Hertz in Betreff der Doppelschichten und der erlöschenden Ringmagnete ableiten.

Die Folgerungen von Hertz können aus der Einheit der elektrischen Kraft noch nicht abgeleitet werden, da das gerade auf diese Einheit basirende Weber'sche Gesetz nicht zu denselben führt, welches aber den zweiten Differentialquotienten der Coordinaten der elektrischen Masse nach der Zeit involvirt.

An einem einfachen Beispiel beweist Aulinger, dass die Weber'sche Theorie dem Hertz'schen Princip widerspricht, an einem anderen in Betreff des gegenseitigen Verhaltens der Ringmagnete, wo bei der Berechnung die zweiten Differentialquotienten fortfallen.

1122 Nach Boltzmann[2]) erzeugt ein Strom, während er in einem geschlossenen Solenoid absteigt oder zunimmt, nicht nur in einen seine Mittellinie umgebenden Leitungsdraht einen Inductionsstrom, sondern wirkt auch auf eine in der Nähe befindliche kleine elektrostatisch geladene Kugel ponderomotorisch, indem er sie um seine Mittellinie zu drehen strebt. Die Wirkung ist jedenfalls sehr klein. Es wäre dies zu prüfen, indem man eine leichte kreisförmige Metallscheibe in äquatorischer Richtung an einer darauf senkrechten Axe zwischen zwei ent-

---

[1]) Aulinger, Wied. Ann. **27**, 119, 1886. — [2]) Boltzmann, Wied. Ann. **29**, 598; Lorberg, Wied. Ann. **31**, 1887.

gegengesetzten ebenen Magnetpolen bei abwechselnder elektrostatischer Ladung der Scheibe und fortwährender Commutation der Magnetpole aufhängt.

Ebenso wirken alle elektrischen Kräfte, welche Inductionsströme erzeugen, auf elektrostatisch geladene Körper ponderomotorisch; ähnlich auf eine Franklin'sche Tafel.

Die Ableitung Lorberg's[1]), dass ausser dieser Annahme nur das Energieprincip erforderlich ist, ist nach Boltzmann nicht richtig. Es ist dazu noch die Betrachtung der elektrodynamischen Kräfte erforderlich.

Nach Aulinger folgt nicht die geringste Wirkung zwischen zwei geschlossenen, von veränderlichen Strömen durchflossenen Solenoiden aus dem Weber'schen Gesetze, wohl aber unter Annahme eines neuen, das Weber'sche Gesetz ausschliessenden Principes, nicht aber allein mittelst des Principes der Energie, welches wenigstens bisher nicht zu ungereimten Consequenzen führt.

1123 Indess darf man zur Erklärung der Wechselwirkung zwischen Magneten und Stromelementen nicht ohne Weiteres, wenn man die ersteren durch Elementarströme ersetzt, das Ampère'sche Gesetz auch für die Wechselwirkung einzelner Elemente derselben in Anwendung bringen.

Nach dem Biot-Savart'schen elektromagnetischen Gesetze bilden die zwischen einem Stromelemente Ds und einem Magnetpol thätigen Kräfte ein Kräftepaar, dessen Kräfte auf der durch das Stromelement und den Pol gelegten Ebene senkrecht stehen und bezw. am Elemente und am Pol angreifen[2]).

Ersetzt man dagegen den Magnetpol durch ein einerseits unendlich verlängertes Solenoid, so bleibt die auf das Element Ds wirkende Kraft zwar ungeändert, die auf den Pol wirkende ist aber eine andere. Da die zwischen den Elementen des Solenoids und Ds wirkenden Kräfte nach der Theorie von Ampère rein attractive sind, so muss die erwähnte Kraft gleich und entgegengesetzt der auf Ds wirkenden sein und denselben Angriffspunkt haben, d. h. ebenfalls in Ds angreifen. Der Magnet rotirt nicht um den Stromleiter als Axe.

1124 Sehr deutlich treten diese Unterschiede hervor, wenn man nach Stefan[3]) die Wechselwirkung zwischen einem Elemente und einem in sich geschlossenen, einen Elementarmagnet ersetzenden Elementarstrom betrachtet.

1. Es sei $ab = Ds$ (Fig. 256) ein vom Strome i durchflossenes Stromelement, ns ein demselben paralleler Magnet vom Moment $m = \mu\lambda$,

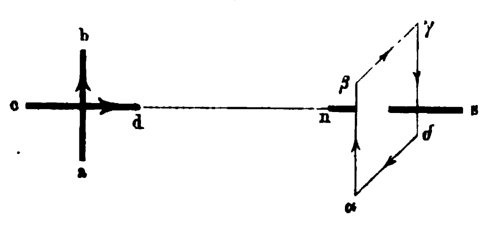
---

[1]) Lorberg, Wied. Ann. 27, 666, 1886; s. weitere Discussionen hierüber Wied. Ann. 31, 131, 1887. — [2]) Vergl. schon Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 37, 113, 1828; Beer, Pogg. Ann. 94, 177, 1855; dann auch Margules, Wien. Ber. 77 [2], 805, 1878; Wied. Ann. 6, 59, 1879. — [3]) Stefan, Wien. Ber. 79 (2), 659, 1879; Wied. Ann. 12, 620, 1881.

welche beide auf ihrer Halbirungslinie senkrecht stehen; r ihr Abstand. Dann sucht der Strom in Ds den Magnet gegen die Ebene (Ds, ns) senkrecht zu richten mit der Kraft $i Ds . \mu\lambda / r^2 = i Ds m / r^2$. Ersetzt man den Magnet durch den auf ihm senkrechten quadratischen geschlossenen Strom $\alpha\beta\gamma\delta$, so findet nach Ampère gar keine Wechselwirkung zwischen demselben und Ds statt, da Ds auf allen Elementen von $\alpha\beta\gamma\delta$ und auf r senkrecht steht.

Fig. 256.

Fig. 257.



2. Liegt der Magnet ns in der auf Ds senkrechten Halbirungslinie von Ds (Fig. 257), so sucht Ds den Strom $\alpha\beta\gamma\delta$ ganz ebenso wie Magnet ns zu drehen, dass die Seite $\alpha\beta$ parallel Ds wird. Ist die Intensität des Stromes i_1, so ist das Moment der Kraft $- const\, i i_1 \alpha\beta . \beta\gamma / r^2 = - const\, i i_1 f / r^2$, wo f die Fläche des Stromes ist: $i_1 f$ entspricht aber dem Moment m des Magnetes. Die Constante ist gleich -1, wenn i und i_1 in elektrodynamischem Maasse, gleich -2, wenn sie in elektromagnetischem Maasse gemessen werden.

3. Liegt ferner Ds in der Verbindungslinie r (cd, Fig. 256), so wirkt es nach dem Biot-Savart'schen Gesetze nicht auf den Magnet, wohl aber zieht es die Seite $\beta\gamma$ des denselben ersetzenden Elementarstromes an und stösst $\alpha\delta$ ab, und dreht somit den Strom um seine Axe ns. Nach der Ampère'schen elektrodynamischen Theorie müsste also der Magnet sich um seine eigene Axe drehen, und zwar continuirlich, da sich bei der Drehung das Kräftepaar nicht ändert. Die Kraft wäre $const . Ds . i . m / r^2$, wo $const$ in elektrodynamischem Maasse gleich $1/2$, in elektromagnetischem gleich 1 wäre.

4. Liegt der Magnet und das Element in der Verbindungslinie, Fig. 257, so wirkt weder nach der einen, noch nach der anderen Anschauung zwischen beiden eine Kraft.

In den Fällen 1. und 3. geben also die beiden Theorien von einander völlig abweichende Resultate.

Berechnet man indess nach den III. §. 81 entwickelten erweiterten Betrachtungen von Stefan diese Wechselwirkungen, so erhält man unter Beibehaltung der dort erwähnten Bezeichnungen die Drehungsmomente:

1. ab parallel der Axe von $\alpha\beta\gamma\delta$ $\quad - c i i_1 ds . \alpha\beta\gamma\delta$,
2. ab senkrecht zur Axe von $\alpha\beta\gamma\delta$ $\quad - b i i_1 ds \; \alpha\beta\gamma\delta$,
3. cd senkrecht zur Axe von $\alpha\beta\gamma\delta$ $\quad (a + d) i i_1 ds \; \alpha\beta\gamma\delta$,
4. cd parallel der Axe von $\alpha\beta\gamma\delta$ $\quad 2 d i i_1 ds \; \alpha\beta\gamma\delta$.

Diese Momente fallen mit den aus der elektromagnetischen Theorie abgeleiteten nur zusammen, wenn

$$a = 0, \quad d = 0, \quad b + c = 0$$

ist. Dann erhält man an Stelle der Formel von Ampère die von Grassmann für die Wechselwirkung eines freien Stromelementes und eines Elementes eines geschlossenen Stromes.

Das Gesetz von Clausius, welches mit dem von Grassmann übereinstimmt, führt in Betreff der Inductionserscheinungen zu denselben Resultaten, wie das Biot-Savart'sche Gesetz [1]).

1125 Ganz analoge Unterschiede ergeben sich nach beiden Betrachtungen bei der Induction durch Bewegung eines Stromelementes neben einem Magnetpol oder linearen Magnet [2]). Wir haben dies schon §. 177 u. flgde., namentlich in Betreff der unipolaren Induction besprochen.

1126 Man hat aus der unipolaren Induction abzuleiten versucht, ob in einem Stromkreise beide Elektricitäten mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzten Richtungen circuliren, oder ob die eine ruht, die andere sich bewegt, oder auch nur eine Elektricität überhaupt vorhanden und in Bewegung ist.

Gäbe es nur eine Elektricität und circulirte dieselbe in einem, einem permanenten Magnet äquivalenten Ringe, welcher auf ein Stromelement wirkt, so übt sie, wenn der Ring still steht, keine inductorische Wirkung auf das Element aus. Wird der Ring in Rotation um seine Axe versetzt, so wird dadurch nur die Geschwindigkeit der Elektricität geändert. Da dann eine Induction eintritt, würde also bei einer Geschwindigkeit eine inducirende Wirkung beobachtet werden, bei der einer anderen nicht, was nicht annehmbar ist [3]).

Fliessen im ruhenden Stromkreise die beiden entgegengesetzten Elektricitäten mit gleicher und entgegengesetzter Geschwindigkeit v, so sei die inducirende Wirkung der positiven Elektricität $f = Bv + Cv^2 + Dv^3$. Die der negativen ist die gleiche, also die Wirkung beider Elektricitäten zusammen $2(Bv + Cv^2 + \cdots)$. Ruht der Leiter, so findet für beliebige Werthe von v keine Induction statt, also müssen $B = C = D = \cdots 0$ sein. Erhält der Leiter eine Winkelgeschwindigkeit w, so ändert sich dadurch nichts, da dann die Induction $f(w) = Bw + Cw^2 - \cdots$ wiederum gleich Null ist [4]).

---

[1]) S. Stefan, l. c. u. Riecke, Wied. Ann. 11, 312, 1880. — [2]) Vergl. Margules, l. c. — [3]) Nach C. Neumann, Pogg. Ann. 155, 228, 1875; Pogg. Ann. 159, 301, 1876. — [4]) C. Neumann, l. c., setzt im zweiten

Ist die eine Elektricität mit dem Leiter fest verbunden und strömt nur die andere, so ist wieder, wenn ersterer ruht, keine Inductionswirkung vorhanden. Da die ruhende Elektricität überhaupt nicht inducirend wirken kann, kann es also auch die bewegte nicht. Eine Aenderung dieser Bewegung durch die Drehung der vorher ruhenden Elektricität bei Rotation des Leiters könnte also wiederum keinen Einfluss ausüben [1]).

Demnach lassen diese Betrachtungen keine Entscheidung über die unitarische und dualistische Theorie zu.

1127 Das **diamagnetische Verhalten** der Körper hat man (vergl. Bd. III, §. 1232) dadurch zu erklären versucht, dass man annahm, sie wären weniger magnetisch, als der umgebende Raum, so dass man also dem leeren Raume einen bestimmten Magnetismus zuweisen müsste, welcher kleiner wäre als der Magnetismus der in ihm magnetisch, grösser als der in ihm diamagnetisch erscheinenden Körper [2]).

Hiergegen spricht nach Tyndall das Verhalten zusammengepresster Körper. Möge die Masse eines Körpers sich in dem umgebenden Medium magnetisch oder diamagnetisch verhalten, d. h. stärker oder schwächer magnetisch sein als dasselbe, so müsste nach dieser Annahme der Magnetismus des Körpers durch die Verdichtung in gleichem Sinne sich ändern, also sowohl bei magnetischen wie diamagnetischen Körpern der Magnetismus zunehmen, oder, was dasselbe wäre, der Diamagnetismus abnehmen, oder in beiden Fällen das Umgekehrte eintreten. — Der Versuch zeigt im Gegentheil, dass der Magnetismus der magnetischen und auch der Diamagnetismus der diamagnetischen Körper durch die Pressung zunimmt. — Man müsste dann also, um obige Vorstellung noch beibehalten zu können, die complicirtere Annahme machen, dass in den Körpern neben ihrer magnetischen Masse auch noch das magnetische Medium enthalten wäre, und dass dieses Medium bei der Pressung durch die Massentheile selbst verdrängt würde. Bei den magnetischen Körpern würde die stärker, bei den diamagnetischen die schwächer magnetische Masse an die Stelle dieses Mediums kommen, und so würde der

---

Falle die Wirkungen der bei der Rotation des Leiters mit den Geschwindigkeiten v und v' rotirenden entgegengesetzten Elektricitäten gleich $f_+ = A + Bv + Gv^2 \ldots$ und $f_- = A' + B'v' + C'v^2 \ldots$ Ist $v = -v'$, wie beim Ruhen des Leiters, so ist $f_+ = -f_+ \ldots$, also $A = -A'$, $B = B'$, $C = -C'$ u. s. f.; und $f_- = A' - B'v + C'v^2 \ldots$, demnach brauchte $f_+ + f_-$ nicht Null zu sein, wenn v von v' verschieden ist. Indess sind doch wohl nach Edlund (Pogg. Ann. 160, 617, 1877) die Constanten $A = A'$, $B = B' \ldots$ zu setzen, da die negative Elektricität nach allen bisherigen Voraussetzungen gerade so wirkt, wie die gleiche in entgegengesetzter Richtung bewegte positive Menge. Siehe auch Edlund, Pogg. Ann. 156, 590, 1875; 157, 630, 1876. — [1]) Edlund, Pogg. Ann. 160, 617, 1877. — [2]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über das Princip der Erhaltung der Energie. Abhandl. d. math.-phys. Classe d. K. Sächs. Ges. X, Nr. 1, S. 1, 1871.

Magnetismus, wie der Diamagnetismus in der Richtung der Pressung vermehrt werden [1]).

1128 Eine andere Erklärung ist, dass in den diamagnetischen Körpern dauernde Molecularströme oder Elektricitätsrotationen um die Molecüle durch die Einwirkung eines benachbarten Magnetes oder Stromes entständen, welche in der einmal gegebenen Richtung andauerten. Dabei begegnet man derselben Schwierigkeit, wie bei der Annahme magnetischer Molecularströme überhaupt.

1129 Wollte man diese Annahme beibehalten, so könnte man glauben, dass die Molecularströme bei Einwirkung äusserer, einen Strom in den Körper inducirender Kräfte sich etwa in der Richtung derselben abwechselnd verlängerten und verkürzten. Dass dies nicht möglich ist, hat W. Weber [2]) unter Anwendung seines Gesetzes nachgewiesen. Wenn ein elektrisches Molecül um ein anderes, ruhendes, entgegengesetzt geladenes rotirt (was bei gleichartigen Theilchen nicht vorkommen kann), so entspricht dies einem Doppelstrome der entgegengesetzten Elektricitäten von halber Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung. Dann sind diese Oscillationen beharrlich und dauern ohne neuen Antrieb an. Die Möglichkeit der Existenz der Ampère'schen Molecularströme ist also begründet. Wirkt nun eine elektrische Scheidungskraft, so besteht die Rotation weiter, indess in enger geschlossenen Curven, wobei der Abstand der elektrischen Theilchen grösser ist, wenn das bewegte im Sinne der Scheidungskraft, als wenn es ihr entgegengesetzt rotirt. Ist der Abstand der Theilchen für die Momente, wo $dr/dt = 0$ ist, gleich r_0 und r_1, so sind die relativen Geschwindigkeiten, d. h. die Grösse der von der Scheidungskraft abhängigen Beschleunigung der Theilchen bezw. r_0 und $r_0 - 6ar_0^2/\alpha_0^2$. Würden die Elektricitäten nur in derartig durch die Scheidungskraft veränderten geschlossenen Molecularströmen im Leiter vorhanden sein, so würde die Scheidung gerade im entgegengesetzten Sinne erfolgen, als in der That der Fall ist. Die Molecularströme müssen also aufgelöst werden, so dass sich die Theilchen von einander entfernen. Bei dem Aufhören der Scheidungskraft könnten sie sich wieder zu Molecularströmen vereinen.

In einem Conductor würden die Elektricitäten der aufgelösten Molecularströme mit denen anderer Molecularströme zusammentreffen, sich mit ihnen zu neuen Molecularströmen vereinen u. s. f. Dabei wird beim Fortrücken eine Arbeit geleistet in Form von Zunahme der lebendigen Kraft der Theilchen bezw. der neu gebildeten Molecularströme,

---

[1]) Vergl. Tyndall, Phil. Mag. [4] 9, 205, 1853; W. Thomson, ibid. p. 290; auch Williamson, ibid. p. 541; Hirst, ibid. 10, 442; Braun, Wied. Ann. 33, 318, 1888. — [2]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbest. über das Princip der Energie. Abhandl. d. math.-phys. Classe d. K. Sächs. Ges. der Wissensch. X, Nr. 1, S. 1.

welche proportional ist der Scheidungskraft E und dem in der Richtung derselben zurückgelegten Wege, d. h. der Intensität I entspricht, also, wenn E/I gleich dem Widerstande ist, auch dem letzteren.

1130 Bei der Erzeugung der Thermoströme könnten zuerst bei Temperaturgleichheit die Bewegungsenergien der Molecularströme beider einander berührender Metalle gleich sein, was bei verschiedener Masse bei umgekehrt veränderter Geschwindigkeit eintreten kann. Wird ein Ring aus den beiden Metallen gebildet, durch welchen ein constanter Strom geleitet wird, und geht durch alle Schnitte des Ringes gleich viel Elektricität in gleicher Zeit, so kommt die Elektricität aus dem ersten Leiter, wo die bewegte Masse m grösser, die Geschwindigkeit v der Elektricität kleiner ist, zu dem folgenden Leiter, wo die umgekehrten Verhältnisse stattfinden, und gelangt in die erste Schicht des letzteren mit geringerer lebendiger Kraft. In dem zweiten Conductor gelangt aber von der ersten zur zweiten Schicht die Elektricität mit grösserer Geschwindigkeit. Die erste Schicht muss also an die folgende zweite mehr Energie abgeben, als sie von der letzten des ersten Conductors erhält; daher eine Abnahme der Energie und eine Temperaturerniedrigung. Das Umgekehrte tritt bei umgekehrter Stromesrichtung ein.

1131 Im Anschluss an diese Vorstellungen hat Riecke[1]) das Potential eines Ampère'schen Molecularstromes auf einen ruhenden elektrischen Punkt, sowie die Wirkung zwischen beiden berechnet, indem er dabei die negative Elektricität im Centrum des Stromes fest, die gleiche Menge der positiven Elektricität in einem rotirenden Kreisringe um dasselbe gelagert denkt. Letzterer Ring verschiebt sich bei Wirkung äusserer Scheidungskräfte gegen das Centrum, ohne zu zerreissen. Daraus folgt, dass, wenn durch den elektrischen Punkt in einem dielektrischen Medium gelegenen Ampère'schen Strom der Ring verschoben wird, das Potential auf letzteren völlig die Form hat, wie das Potential eines Molecularmagnets auf einen magnetischen Punkt, so dass, wie wir schon Bd. II angeführt haben, die mathematischen Formeln in beiden Gebieten coincidiren. Dasselbe ergiebt sich bei der Wechselwirkung zweier Ampère'scher Ströme u. s. f.

1132 Die magnetische Drehung der Polarisationsebene könnte aus der Fernewirkung zwischen den bewegten Elektricitäten und Lichtätherteilchen folgen, wenn man nach C. Neumann für die Wechselwirkung derselben das Weber'sche Gesetz, event. mit Abänderung der darin vorkommenden Functionen der Geschwindigkeit und Beschleunigung der elektrischen Massen annimmt. Bei der Identificirung der Elektricität mit dem Lichtäther folgt dies noch directer. Freilich ist

[1]) Riecke, Pogg. Ann. Jubelband, S. 321, 1874.

dabei zu beachten, dass die Versuche von Verdet nicht vollständig mit den Resultaten der Theorie übereinstimmen. Die weiteren Theorien siehe Bd. III, S. 1111 u. flgnde.

1133 Die Ablenkung des Stromes in einer, magnetischen Einflüssen unterworfenen Metallplatte (das sogenannte Hall'sche Phänomen) ist nach den neueren Versuchen von Shelford Bidwell[1]) möglicherweise secundären thermoelektrischen Ursprungs; es wird deshalb bis zur Feststellung des wahren Sachverhalts genügen, auf die bezüglich desselben aufgestellten Theorien hinzuweisen, aus welchen weitere Beziehungen zur elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichtes, sowie die Geschwindigkeit der Elektricität abgeleitet worden sind[2]).

1134 Die vorhergehenden Theorien der Wechselwirkung von elektrischen Theilchen und Stromelementen sind zum grössten Theil auf der Annahme von Fernewirkungen der Elektricitäten basirt. Auch ist, wie in den Theorien von C. Neumann (§. 1100) und Clausius (§. 1108), eine Fortpflanzung durch ein zwischenliegendes Medium angenommen worden[3]). Indess ist über die Art der letzteren und auch über das Wesen der Elektricität als solcher keine speciellere Annahme gemacht.

1135 Um einen näheren Einblick in die Ursachen der elektrischen und magnetischen Erscheinungen zu gewinnen, hat man sich zuerst durch Analogien leiten lassen.

Loschmidt[4]) und nachher auch G. Schmidt[5]) haben, wie dies gelegentlich auch schon früher geschehen war, die bei dem Durchfliessen der Flüssigkeiten durch sehr enge Röhren wirkende Widerstandshöhe, die Reibung und die durchströmende Flüssigkeitsmenge mit der elektromotorischen Kraft, dem Leitungswiderstande und der Stromintensität parallelisirt.

1136 Dann vergleicht Decharme[6]) die Anziehungserscheinungen beim Zusammentreffen zweier Flüssigkeitsstrahlen in einem spitzen Winkel

---

[1]) Shelford Bidwell, Phil. Mag. [5] 17, 250, 1884; Beibl. 8, 660. — [2]) Rowland, Phil. Mag. [5] 9, 432, 1880. von Ettingshausen, Wien. Ber. 4. März 1880; Wied. Ann. 11, 432, 1880; Beibl. 4, 736. Boltzmann, Wien. Anz. 1880, 12; Beibl. 4, 408. Hall, Sillim. J. 20, 52, 1880; Beibl. 4, 736. — [3]) Auch Loschmidt (Wien. Ber. 58 [2], 7, 1868) hat das Weber'sche Potential aus der Annahme entwickelt, dass sich von den Elektricitätstheilchen periodische Impulse mit constanter Geschwindigkeit im Raume fortpflanzen und die Zahl der die Theilchen treffenden Impulse bei ihrer Bewegung geändert wird. — [4]) Loschmidt, Wien. Ber. 58 [2], 596, 1868. — [5]) G. Schmidt, Wien. Ber. 86 [2], 1882; Beibl. 7, 411. — [6]) Decharme, Compt. rend. 94, 440, 527, 643, 722, 1882; Beibl. 6, 515, 516; Compt. rend. 95, 87, 913, 1882; Beibl. 7, 53, 136, 137; Ann. de Chim. et de Phys. [5] 28, 198, 1883. Dagegen Ledieu, Compt. rend. 96, 98, 1883; Beibl. 7, 322; ferner Decharme, Ann. de Chim. et de Phys. [5] 29, 404, 1883; Beibl. 8, 270; Lum. électrique 13, 123, 1884; Beibl. 8, 829; Compt. rend. 98, 558; Ann. de Chim. et de Phys. [6] 1,

mit denen gleichgerichteter galvanischer Ströme, die Figuren, welche sich beim Auftreffen von Wasserstrahlen auf eine unter Wasser befindliche, mit Mennige oder Bleiweiss bedeckte Glasplatte bilden, mit den Nobili'schen Ringen; die Anziehung einer Platte durch eine parallele Platte, durch deren Mitte gegen die erste unter Wasser ein Wasserstrahl fliesst, mit der Anziehung eines Ankers durch einen Elektromagnet, die Anziehung zweier paralleler Platten unter Wasser, durch deren Mitten Wasserstrahlen gegen einander strömen, mit der zweier Elektromagnete u. s. f.

1137 Élie[1]) lässt in Wasser getauchte Kugeln mindestens zehnmal in der Secunde um einen Durchmesser rotiren. Zwei neben einander rotirende Kugeln stossen sich bei gleichgerichteter Rotation ab und ziehen sich bei entgegengerichteter an. Sie werden von einer festen Wand zurückgestossen. Zwei über einander um die gemeinsame Axe rotirende Kugeln ziehen sich dagegen bei gleicher Rotationsrichtung an.

Systeme von solchen, in parallelen Ebenen rotirenden Kugeln sollen den Niveauflächen, die darauf senkrechten Linien den Kraftlinien eines Dielektricums entsprechen.

Eine allgemeine Theorie stationärer Strömungen, welche ebensowohl für die Bewegung der Luft, der Flüssigkeiten, der Wärme, wie für den galvanischen Strom gilt, hat von Bezold[2]) entwickelt.

Nach C. Neumann[3]) haben indess die Analogien zwischen Hydrodynamik und Elektrodynamik keine tieferen Gründe, sondern sind nur rein äusserlich.

1138 Ferner hat man auf die mannigfachen Aehnlichkeiten aufmerksam gemacht, welche zwischen den Bewegungen von Flüssigkeiten und der Ausbreitung der Elektricität in Gasen statthaben; so z. B. beim Durchgang der positiven Entladung in mässig verdünnten Räumen von einer Spitze zu einer Platte[4]), auf die Aehnlichkeit der elektrischen Lichtfiguren auf Flüssigkeitsflächen und der Figuren beim Auffallen von Tropfen auf dieselben, ferner auf die Analogie bei der Bildung von Kugeln und Intermittenzstellen beim Schmelzen von Drähten durch den galvanischen Strom, sowie bei der Bildung von Bäuchen in Flüssigkeitsstrahlen und von Knoten in schwingenden Drähten u. s. f.[5]).

Die von von Bezold hervorgehobene Aehnlichkeit der Lichtenberg'schen Figuren mit den durch Aufsaugung von Flüssigkeiten

558, 1884; Beibl. 8, 841, 842; Compt. rend. 99, 416; siehe auch Decharme, Lum. électrique 17, 289, 345, 439, 465, 533, 1885; Wronsky, Ztschr. zur Förderung des phys. Unterrichts 2, 34, 1885; Cross, Compt. rend. 103, 1001, 1886; Boulanger, Lum. électrique 20, 141, 486. — [1]) Élie, J. de Phys. [2] 1, 71, 1882; Beibl. 6, 387. — [2]) von Bezold, Wied. Ann. 3, 12, 1878. — [3]) C. Neumann, Ber. d. K. Sächs. Ges. d. Wissensch. 1892. — [4]) Vergl. G. Wiedemann, Elektricität, Bd. IV, §. 537. — [5]) G. Planté, Recherches sur l'électr. 2, 41, 1879; Beibl. 4, 809.

erhaltenen Figuren wird im V. Bande bei den Gasentladungen erwähnt werden.

1139 Bjerknes[1]) hat die magnetischen Anziehungs- und Abstossungserscheinungen mit dem Verhalten von Trommeln aus einem beiderseits mit Kautschukmembranen überspannten Metallring verglichen. Wird eine derselben unter Wasser beweglich aufgehängt, die andere ihr mit der einen Fläche genähert, und in beiden die Luft gleichzeitig stossweise verdichtet und dilatirt, so ziehen sie sich nach dem Gesetze des umgekehrten Quadrats der Entfernung an, wie zwei Magnetpole. Während indess die Trommeln bei gleichen Zuständen sich anziehen, stossen sich gleichartige Magnetpole ab.

In analoger Weise verhalten sich oscillirende Kugeln, welche an den Enden eines Armes einer Drehwage unter Wasser angebracht werden.

Alle Erscheinungen erfolgen, den analytischen Sätzen gemäss, als ob jede oscillirende Kugel ein nach der augenblicklichen Oscillationsrichtung von Süd gegen Nord orientirter Magnet wäre, nur dass wieder der oben angegebene Gegensatz in den Polwirkungen angenommen werden muss. — Auch die gegenseitigen Wirkungen zwischen pulsirenden und oscillirenden Körpern (Polen und Magneten) können geprüft werden. Man hat nur zu dem Obigen hinzuzufügen, dass ein pulsirender Körper als Nordpol betrachtet werden soll in der Zeit der Dilatation, als Südpol in der Zeit der Contraction.

Durch pulsirende Trommeln oder oscillirende Kugeln werden die Wassertheilchen selbst in oscillatorische Schwingungen versetzt, und zwar genau nach den entsprechenden magnetischen Linien. Wegen des Gegensatzes in den Polwirkungen haben sie also das Betreben, von dem schwingenden Körper zu fliehen. Bringt man in die Nähe derselben einen leichteren Körper, z. B. eine Korkkugel, so schwingt dieselbe wegen ihrer kleineren Masse stärker, als eine an ihrer Stelle befindliche Wassermasse; sie wird von dem pulsirenden oder oscillirenden Körper stärker abgestossen und entfernt sich von ihm. Eine schwerere Kugel wird im Gegentheil angezogen.

Wird analog neben die oscillirende Trommel ein Stäbchen von Kork und von Metall horizontal im Wasser aufgehängt, so stellt sich ersteres äquatorial, letzteres axial.

Diese Erscheinungen werden als Analogien zum Verhalten der para- und diamagnetischen Körper betrachtet.

Wird zwischen zwei in der Verticallinie einander gegenüberliegende magnetische Nordpole in der Aequatorialebene ein Stück Eisen gebracht, so wird es aus der axialen Linie herausgestossen; in weiterer Entfernung von derselben wird es von den Polen angezogen. Wird in analoger

---

[1]) Bjerknes, Nature 24, 360, 1881; Compt. rend. 93, 303, 1881; Beibl. 6, 47.

Weise zwischen zwei vertical über einander gleichmässig pulsirende Trommeln ein an zwei Korkstücken durch Drähte angehängtes Plättchen gebracht, so weicht es ebenfalls und auf dieselbe Weise nach der Seite aus.

Um die Oscillationen in dem die verschiedenartig schwingenden Körper oder Körpercomplexe umgebenden Wasser zu fixiren, bringt Bjerknes in dasselbe an verschiedenen Stellen eine auf einer feinen Feder befestigte Kugel oder einen Cylinder, welcher oben einen zarten, mit Farbe versehenen Pinsel trägt. Werden die Vibrationen der Körper so regulirt, dass sie mit denen der Feder isochron sind, so sind die Schwingungen des Cylinders gross genug, dass beim Hinabsenken einer an vier Fäden befestigten Glasplatte durch den Pinsel auf derselben die Schwingungsrichtung verzeichnet wird. Bei Anwendung zweier gleich oder entgegengerichtet schwingenden Trommeln erhält man so Figuren, welche den magnetischen Figuren ganz analog sind, wie sich auch durch Rechnung ergiebt.

Werden zwei Cylinder in Syrup in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung in Rotation versetzt, und wird in ähnlicher Weise die Bewegungsrichtung der Flüssigkeit bestimmt, so entsprechen die erhaltenen Curven denen von Eisenfeilen in der Nähe zweier gleich oder entgegengerichteter Ströme.

1140 Aehnliche Analogien lassen sich noch anderweitig aufstellen. So ist von Sir W. Thomson[1]) nachgewiesen worden, dass die Formeln, welche die Gesetze der Anziehungen nach dem umgekehrten Quadrat der Entfernung für Elektricitätsmengen und ebenso für magnetische Fluida darstellen, die auf der Oberfläche der Körper verbreitet sind, in gewissen Beziehungen mit den Formeln übereinstimmen, welche die Bewegungen der Wärme bei ihrer Leitung durch die Körper darstellen, indem die bei den ersteren vorkommenden Potentialfunctionen an den verschiedenen Punkten der Körper bei letzteren durch den Temperaturüberschuss, die resultirenden Anziehungen bei ersteren durch den resultirenden Wärmefluss bei letzteren ersetzt werden (Bd. I, §. 146). Wollte man daher auch eine Fortpflanzung der Bewegung von magnetischen Fluidis, analog der Wärmebewegung, annehmen, welche etwa in den Magnetkraftlinien stattfände, so würden sich auch hier dieselben Gesetze ergeben, wie sie aus der früheren Annahme der Fernewirkung der Magnetismen folgen. Die Wirkungen eines in das Magnetfeld gebrachten Eisenstabes würden sich mit dem Einlegen eines die Wärme gut leitenden Körpers in ein schlecht leitendes Medium vergleichen lassen, und umgekehrt ein diamagnetischer Körper in einem magnetischen oder weniger diamagnetischen Medium sich analog, wie ein schlechterer Wärmeleiter in einem gut leitenden Medium verhalten.

---

[1]) Sir W. Thomson, Phil. Mag. [4] 7, 502 und 8, 42, 1854.

1141 Ferner hatte Helmholtz[1]) nachgewiesen, dass eine in Wirbelbewegung befindliche Flüssigkeitsmasse *a*, deren Bewegungen nicht auf die gewöhnlichen hydrodynamischen Gleichungen zurückgeführt werden können, einem anderen Theilchen *b* der Flüssigkeitmasse eine Geschwindigkeit ertheilt, welche senkrecht steht auf der durch die Rotationsaxe und das zweite Theilchen gelegten Ebene; und dass die Geschwindigkeit dem Volumen von *a*, dem Sinus des Winkels zwischen der Rotationsaxe und Linie *ab* direct und dem Quadrat der Entfernung *ab* umgekehrt proportional ist. Es wirkt also die wirbelnde Flüssigkeit auf das Theilchen *b* nach demselben Gesetze, wie ein Stromelement, dessen Richtung mit der Axe des Wirbels zusammenfällt, auf einen im Punkte *b* befindlichen Magnetpol.

Selbstverständlich schliessen diese Analogien in den Formeln nicht unmittelbar eine endgültige Erklärung der magnetischen und diamagnetischen Erscheinungen in sich. Wohl aber sind sie für die mathematische Behandlung derselben von grosser Wichtigkeit und zeigen die Möglichkeit, dass man jene Phänomene auch auf andere Weise, als durch Annahme von Fernewirkungen, begründen könnte.

1142 Man hat auch wohl eine directe Analogie zwischen der Ausbreitung eines galvanischen Stromes und der des Lichtes aufzufinden geglaubt, indem sich beim Uebergange des Stromes zwischen zwei Medien von verschiedener Leitungsfähigkeit in schräger Richtung durch die Trennungsebene eine Art Brechung zeigt.

Indess ergiebt sich dieselbe direct aus den Berechnungen von Kirchhoff über die Stromverzweigung; auch ist das Gesetz dabei ein ganz anderes, als bei der Brechung des Lichtes (vergl. Bd. I, §. 373).

1143 An der Grenzfläche der Dielektrica werden die Kraftlinien nach demselben Tangentengesetz gebrochen, wie in den Leitern die Strömungslinien, da in der That die beide Erscheinungsgebiete bestimmenden Formeln die gleichen sind, und nur an Stelle der Leitvermögen im einen die Dielektricitätsconstanten im anderen treten[2]).

v. Bezold[3]) hat diese Brechung auch experimentell nachgewiesen. Es wurde ein Paraffinklotz hergestellt, in dessen Innerem sich 3 cm von der einen 22,5 cm breiten und 7 cm hohen Seitenfläche eine Messingkugel befand, von welcher andererseits ein Messingdraht nach aussen führte. Vor jener Fläche wurde an einem Coconfaden eine 4 cm lange, horizontale Schellacknadel aufgehängt, welche auf beiden Enden entgegengesetzt geladene Hollundermarkkügelchen trug, und deren Schwingungen durch einen in Flüssigkeit tauchenden Schellackflügel gedämpft

[1]) Helmholtz, Crelle's Journ. 55, 1, 1859. — [2]) Vergl. Mascart und Joubert, Leçons de l'Électricité, p. 114, Paris, Masson, 1882. — [3]) von Bezold, Sitzungsber. der Münch. Akad., Math.-phys. Classe 1883, Heft 3; Wied. Ann. 21, 401, 1884.

waren. Dieselbe stellte sich in der That im Allgemeinen in die Richtung der elektrischen Kraftlinien ein, welche nach der Rechnung in der durch den Mittelpunkt der Kugel gehenden Horizontalebene nach einem hinter der Kugel gelegenen, 11,5 cm von der Vorderfläche der Paraffinplatte entfernten Punkte convergiren.

Der von Mascart beobachtete Weg der Funken durch zwei Flüssigkeiten ist zu sehr von Nebenumständen, Strömungen u. dergl. m. beeinflusst, um hierfür entscheidend zu sein; nur der erste Funken verläuft in der dem Brechungsgesetze entsprechenden Richtung.

1144 So interessant diese Analogien auch sind, so geben sie doch keinen Aufschluss über das Wesen der Elektricität und des Magnetismus. Erklärlich ist, dass, wenn bei Flüssigkeitsströmungen ebenso wie bei denen der Elektricität und bei den elektrischen und magnetischen Anziehungserscheinungen gewisse Niveaulinien, wenn auch verschiedener Art, auftreten, sich auch überhaupt gewisse Analogien in den Erscheinungen zeigen müssen.

1145 In directerer Weise und ausführlicher hat zuerst Faraday die Fernewirkungen der elektrischen und magnetischen Fluida auf eine Art Fortpflanzung in einem Zwischenmedium zurückzuführen versucht. Er wendet sich dabei zunächst den magnetischen Erscheinungen zu.

Bei den in die Ferne ausgeübten Kraftwirkungen der Körper können wir zwei wesentlich verschiedene Erscheinungsgruppen unterscheiden. Die einen dieser Kraftäusserungen sind bedingt durch Anziehungskräfte in die Ferne, wie die der allgemeinen Gravitation. Wir haben zu diesen früher auch die elektrischen und magnetischen Kräfte gerechnet, obgleich sich bei letzteren keine indifferente Anziehung, sondern ein polares Auftreten von Anziehungs- und Abstossungskräften zeigt. Diese Kräfte wirken unverändert nach demselben Gesetz der Entfernung zwischen den einzelnen Theilen zweier schwerer, elektrischer oder magnetischer Körper, wenn auch zwischen sie ein dritter Körper gebracht wird, dessen Einwirkung sich zu der der ersten beiden Körper addirt, wobei freilich durch Influenz z. B. die Magnetisirung oder elektrische Ladung der Körper oder ihrer einzelnen Theile geändert wird. — Es wäre deshalb irrig, wenn man z. B. bei der Magnetisirung eines hohlen Cylinders durch eine hineingesenkte Spirale, in welcher sich ein Eisenkern befindet, eine Verhinderung der magnetisirenden Wirkung der einen Seite der Spirale auf die diametral gegenüberliegenden Theile des Cylinders durch den Eisenkern annehmen wollte (vergl. Bd. III, §. 671)[1]).

[1]) Vergl. hierüber auch Seydler, Sitzungsber. der K. Böhm. Ges. der Wissensch. zu Prag 1882; Beibl. 7, 551.

Die zweiten Wirkungsäusserungen der Körper bestehen in einer Fortpflanzung von Druck und Bewegung (lebendiger Kraft) durch ein den Raum erfüllendes Medium von Theilchen zu Theilchen; so verhält sich z. B. die Fortpflanzung des Lichtes durch den Lichtäther von einem Körper zum anderen. Diese Wirkungsäusserungen werden durch Zwischenstellung eines dritten Körpers zwischen die beiden ersten wesentlich geändert.

Faraday[1]) ist geneigt, auch bei den magnetischen Erscheinungen eine Fernewirkung ohne vermittelndes Medium auszuschliessen. Ohne eine bestimmte Vorstellung auszusprechen, aber doch wohl geleitet von der Idee einer von den Magnetpolen ausgehenden, auf irgend eine Weise fortgepflanzten Thätigkeit, nimmt er an, dass in dem Magnetfelde, d. i. in dem Raume, in welchem ein Magnet auf die Körper magnetische Wirkungen ausübt, gewisse Magnetkraftlinien existiren, welche sich im Allgemeinen ausserhalb des Magnetes in krummen Linien von dem einen Pol zum anderen hinziehen, deren Lage am besten durch die mittelst Eisenfeilen erhaltenen magnetischen Figuren erkannt werden soll. Je nach der Lage der Pole nehmen sie also verschiedene Gestalt an. Diese Linien sollen auch durch die Masse des Magnetes hindurchgehen, aber in viel grösserer Dichtigkeit als ausserhalb. Kommt nun ein paramagnetischer Körper, z. B. ein Eisenstab (welcher die Fähigkeit der „magnetischen Leitung" besitzt), in das Magnetfeld, so condensirt er in sich die Kraftlinien. Die Zahl der Magnetkraftlinien im Ganzen bleibt dabei ungeändert; es sind daher ausserhalb des magnetischen Eisenstabes jetzt deren weniger als vorher. Werden also die magnetischen Wirkungen an den verschiedenen Orten des Magnetfeldes untersucht, so sind sie schwächer, als vor dem Einbringen des Eisenstabes. Werden die Pole des Magnetes direct durch letzteren verbunden, so sind alle Kraftlinien in ihm angehäuft; der geschlossene Magnet zeigt nach aussen keine Wirkung. — Ein diamagnetischer Körper stösst dagegen die Kraftlinien zurück, sie verdünnen sich in dem von ihm eingenommenen Raume. — Die magnetische Polarität tritt überall da auf, wo die Magnetkraftlinien ihre Dichtigkeit ändern, und zwar muss sie sich je nach der Richtung von einem Magnetpol zum anderen umkehren. Bei der Verdichtung der Magnetkraftlinien in paramagnetischen Substanzen, z. B. im Eisen, wird auf der den Magnetpolen zugewandten Seite der Substanzen eine den Polen ungleichnamige Polarität erzeugt, bei der Verdünnung in diamagnetischen Substanzen soll die gleichnamige Polarität entstehen. — Die Einstellung der magnetischen und diamagnetischen Körper erfolgt hiernach so, dass erstere sich im Magnetfelde dahin begeben, wo sie am meisten Kraft-

---

[1]) Faraday, Exp. Res. namentlich Ser. 28, 1851. Sonst sind die Magnetkraftlinien bereits Ser. 1, §. 114, Ann. 1831 erwähnt. — Ueber die elektrischen Kraftlinien, als eine zunächst empirische Darstellung der auf der Niveaufläche senkrechten Linien ohne eine theoretische Bedeutung siehe Bd. I, §. 115; über die analogen Magnetkraftlinien, Bd. III, §. 493, und ihre Bedeutung für die Induction, Bd. IV, §. 95.

linien zu sich hinziehen können, letztere, wo ihre Abstossung gegen die Magnetkraftlinien am geringsten wird[1]).

1146 Da in einem Magnetstabe das Moment der einzelnen Theile gegen seine Enden hin abnimmt, kann man die Rechnung über die Vertheilung des Magnetismus in der Weise führen, dass man annimmt, durch die Mitte des Stabes gehe eine Anzahl Kraftlinien hindurch und ihre Zahl vermindere sich allmählich gegen das Ende. Das Verhältniss wäre ähnlich, wie wenn die Kraftlinien zum Theil aus den Seiten des Stabes heraustäten und sich ausserhalb bis zu den correspondirenden Punkten fortsetzten. Man kann dann die Formeln ähnlich entwickeln, wie wenn Wärme mit einer gewissen inneren Leitungsfähigkeit durch den Stab geleitet und mit einer gewissen äusseren Leitungsfähigkeit an der Oberfläche abgeleitet würde. Dadurch reduciren sich die Gleichungen auf die bekannten Gleichungen der Wärmeleitung, welche schliesslich zu denselben Ausdrücken führen, wie die bisherigen directen Betrachtungen[2]).

1147 Nach dieser Vorstellung kann man auch einen Magnet in einem magnetischen Medium mit einer galvanischen Säule in einem leitenden Medium parallelisiren und die Differenz der magnetischen Potentiale an den Polen des Magnetes gewissermaassen als „magnetomotorische" Kraft[3]) behandeln, dem umgebenden Medium aber einen gewissen magnetischen „Widerstand" zuertheilen, und auf diese Weise die Wirkung des Magnetes berechnen (vergl. Thl. III, §. 505).

---

[1]) Herwig (Pogg. Ann. 153, 250, 1874) sucht zu entscheiden, ob, wenn ein Körper an einer Stelle der Erde plötzlich in den magnetischen Zustand gelangt, dann die Einwirkung des ganzen Erdmagneten sofort vollständig eintritt, oder erst allmählich sich ausbildet, wenn die Wirkungen der einzelnen Erdpartien nach Durchlaufen ihrer Entfernungsstrecken eintreffen.

Es wurde eine Rolle mit 14600 Windungen Kupferdraht so aufgehängt, dass die Ebene der Windungen in den magnetischen Meridian fiel. In der Meridianebene und in gleicher Höhe wurden vier Magnetstäbe von Wolframstahl so aufgestellt, dass ihre Südpole nach Norden zeigten und sie genau die Wirkung des Erdmagnetismus compensirten (also die Rolle beim Hindurchleiten eines dauernden Stromes nicht abgelenkt wurde). Bei plötzlichem Stromschluss oder Stromöffnen zeigte sich ebenfalls keine Ablenkung oder Aenderung der Schwingungen, so dass hiernach der Erdmagnetismus ganz plötzlich in weniger als $^1/_{300}$ Secunde seine Wirkung in vollem Maasse ausüben, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der erdmagnetischen Wirkung mindestens 500000 Meilen pro Secunde betragen soll. — Indess ist diese Consequenz nicht ganz richtig. Findet überhaupt eine Fortpflanzung der magnetischen Wirkung der einzelnen Theile der Erde statt, so müssen wir annehmen, dass sich die von den verschiedenen Stellen der Erde ausgehende Wirkung permanent etwa durch ein Medium fortpflanzt, und so an allen Orten dauernd besteht. Tritt dann an irgend einer Stelle ein Strom oder ein Magnet auf, so wird er sofort in dem schon vorhandenen Magnetfelde mit voller Kraft beeinflusst werden. Dagegen wäre zu untersuchen, wenn an irgend einem Orte ein Magnet entsteht, ob die Wirkung desselben an einem entfernten Orte momentan oder erst nach längerer Zeit zu beobachten wäre.

[2]) Vergl. Rowland, Phil. Mag. [4] 50, 257, 1876; Sillim. J. [3] 10, 325, 451, 1875. — [3]) Bosanquet, Phil. Mag. [5] 15, 205, 257, 309, 1883; Beibl. 7, 481.

Dass diese Vorstellungen nur Hülfsmittel der Rechnung sind, nicht aber direct das Wesen des Magnetismus erklären, ist kaum nöthig zu erwähnen. Dass die Differentialgleichungen, auf die man bei der Lösung verschiedener physikalischer Probleme geführt wird, einander gleich sind, ist noch kein Beweis für die Gleichheit der Processe.

So ist auch der Begriff des Widerstandes des Stabes für die Längeneinheit nur ein rein supponirter.

1148 Faraday bediente sich hierbei des Ausdrucks, die Körper, welche von den Kraftlinien getroffen würden, wären dadurch in einen dauernden, elektrotonischen Zustand[1]) versetzt, dessen Aenderungen zu Inductionsströmen u. s. f. Veranlassung geben könnten. Ein vollständiger, mathematisch klarer Ausdruck, in welcher Weise eigentlich die Wirkungen hierbei ausgeübt werden, ist indess nicht von ihm gegeben worden.

1149 Jedenfalls können die Magnetkraftlinien Faraday's ein sehr bequemes und anschauliches Bild der Veränderung des Potentials der von gewissen Punkten des Raumes ausgehenden magnetischen Kräfte auf andere Punkte des Raumes bieten, wenn wir sie als die Linien auffassen, welche auf den Flächen gleichen magnetischen Potentials senkrecht stehen und somit die Richtung der in jedem Punkte des Mediums auf ein magnetisches Theilchen wirkenden Kraft angeben[2]).

Denken wir uns um einen Magnetpol von dem magnetischen Fluidum Eins (in elektromagnetischem Maasse) eine Kugelfläche vom Radius Eins gelegt, und zu jedem Oberflächenelemente von der Einheit der Fläche eine radiale Magnetkraftlinie von dem Pole aus gezogen, so sind im Ganzen 4π solcher Linien vorhanden.

Bringen wir ein magnetisirbares Theilchen in das Magnetfeld, so wird dasselbe im quadratischen Verhältniss der Entfernung r von dem Magnetpole von immer weniger Kraftlinien getroffen, so dass die Zahl n derselben, welche das Theilchen schneidet, die Kraft angiebt, mit welcher der Magnetpol auf das Theilchen wirkt. Der in dem magnetisirbaren Theilchen erzeugte Magnetismus wird $c\mu/r^2$ sein, wenn die magnetische Inductionsfähigkeit desselben gegen die der Luft gleich μ ist und c von den Dimensionen des Theilchens abhängt.

Auch der Erdmagnetismus wird unmittelbar durch die Zahl der Kraftlinien bestimmt, welche eine gegen seine Richtung senkrechte Ebene auf der Flächeneinheit schneiden. Diese Zahl ist der in absolutem Maasse ausgedrückten Intensität des Erdmagnetismus gleich.

Der elektrotonische Zustand nach Faraday würde demnach gewissermaassen durch die elektromagnetische Potentialfunction an jeder

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. I, §. 60, 1831. — [2]) Maxwell on Faraday's Lines of force. Transact. Cambridge Phil. Soc. 10, 1, 3, 1856.

Stelle des Magnetfeldes gemessen werden, da auch hier die Aenderungen des Potentials entsprechende Inductionswirkungen erzeugen.

Die Theorie der Induction vermittelst der Kraftlinien haben wir schon Thl. IV, §. 95 u. flgnde. besprochen.

1150 Das Verhalten der magnetischen Kräfte, wie sie durch die Magnetkraftlinien und Flächen gleichen Potentials dargestellt werden, bietet eine grosse Analogie mit dem Verhalten einer schwerelosen, nicht zusammendrückbaren Flüssigkeit, welche sich durch ein widerstehendes Medium bewegt, deren Bewegung durch eine ihrer Geschwindigkeit proportionale Widerstandskraft, ähnlich wie eine Reibung, gehemmt wird, so dass die Geschwindigkeit der Flüssigkeit an jeder Stelle nur der sie bewegenden Druckdifferenz entspricht.

Schon Euler[1]) nahm ähnliche Bewegungen eines den Weltraum erfüllenden magnetischen Fluidums an, welches auf eine eigenthümliche Weise in den Nordpol der Magnete ein- und aus dem Südpol derselben austreten sollte, um durch den äusseren Raum zum Nordpol zurückzufliessen.

1151 Vollständiger ist indess diese Analogie von Maxwell (l. c.) begründet worden. Verzeichnet man in einer nach obiger Hypothese sich bewegenden Flüssigkeit Flächen gleichen Druckes, so steht die Flüssigkeitsströmung auf denselben senkrecht. Ist dann h der Abstand zweier solcher benachbarter Flächen, zwischen denen die Druckdifferenz gleich Eins ist, so ist die Druckdifferenz für die Entfernung Eins gleich $1/h$, und wird der Flüssigkeit dadurch die Geschwindigkeit v ertheilt, so muss, wenn k der Reibungscoëfficient ist,

$$k \,.\, v = \frac{1}{h}$$

sein.

Geht ferner die Flüssigkeitsströmung von einem Centrum aus, so dass von demselben aus in der Zeiteinheit nach allen Seiten zusammen das Volumen Eins der Flüssigkeit fliesst und diese Menge in der Zeiteinheit durch jede um das Centrum gelegte Kugelschale hindurchgeht, so muss an jeder Stelle einer mit dem Radius r um das Centrum beschriebenen Kugelschale die radiale Geschwindigkeit des Flusses $v = 1/4\pi r^2$ sein.

---

[1]) Euler's Briefe, deutsch v. Kries, 1794, 3, Brf. 190 bis 197. In Betreff einer hydrodynamischen Theorie des Magnetismus von Challis (zuletzt Phil. Mag. [4] 43, 401, 1872), nach welcher beim Magnetisiren eines Eisen- oder Stahlstabes in einer bestimmten Richtung, bei magnetischen Einwirkungen in einem diamagnetischen Körper in entgegengesetzter Richtung eine Verdichtung der Molecüle erzeugt wird und dadurch eine Bewegung des zwischen denselben befindlichen Aethers von den dünneren zu den dichteren Stellen bewirkt wird, müssen wir auf die Originalabhandlungen verweisen.

Ist p der Druck an der betreffenden Stelle, k der Widerstand, den die Flüssigkeitsbewegung findet, so muss, damit dieselbe sich nicht beschleunige, $kv = \partial p/\partial r = - k/4\pi r^2$, oder $p = k/4\pi r$ sein. Der Druck p nimmt also proportional mit der Entfernung von dem Centrum ab. Somit entsprechen direct die Flächen gleichen Druckes den Flächen gleichen Potentials, wenn vom Centrum eine Attractionskraft ausgeht; so dass analog die die Flüssigkeit beschleunigende Kraft $\partial p/\partial r$ der Aenderung des Potentials oder der Aenderung der Zahl der Kraftlinien von einem Oberflächenelemente einer solchen Fläche zu dem einer benachbarten Fläche entspricht. Flösse daher von einem Magnetpol ein Strom einer nicht zusammendrückbaren Flüssigkeit durch den Raum oder zu einem entgegengesetzten Magnetpol hin, so könnten die Erscheinungen des Druckes der Flüssigkeit vollständig die Vertheilung der magnetischen Kraft im Magnetfelde darstellen.

In einem auf gewöhnliche Weise gleichförmig magnetisirten Stabe, in welchem also die magnetische Vertheilung in parallelen Fasern statthat (solenoidale oder tubulare Vertheilung), stellen die einzelnen, axial gerichteten Molecularmagnete gewissermaassen Flüssigkeitszellen dar. Die aus der einen austretende Flüssigkeit tritt in die andere ein und erst an den Enden des Magnetes ergeben sich mit Ausbreitung der Flüssigkeit Druckverschiedenheiten, so dass die Flüssigkeitsquellen an die Enden verlegt wären, von denen die eine, z. B. eine positive, ausgehende, die andere eine negative, aufsaugende wäre [1]) (vergl. §. 1145).

1152 Für die Fernewirkung elektrostatisch geladener Körper kann man in ganz analoger Weise „elektrische Kraftlinien" substituiren und dafür die gleichen Betrachtungen, wie für die Magnetkraftlinien, anstellen.

1153 Als denjenigen Stoff, durch welchen die elektrischen und magnetischen Wirkungen von einem Körper zum anderen übertragen werden, hatte schon Faraday den Lichtäther angesehen.

Dass das elektrische Fluidum mit dem Lichtäther identisch wäre, hatte man schon vor langer Zeit vermuthet. So hat Green (vergl. Bd. V) die Lichterscheinungen bei den Entladungen im Vacuum als Bewegungen des Lichtstoffes angesehen, welchen er somit mit der Elektricität identificirte [2]).

---

[1]) Weiteres vergl. Maxwell, l. c. — [2]) Verdet, Théorèmes de la chaleur 1, 141. — Aehnliche, wenn auch nicht weiter ausgeführte Theorien dieser Art siehe Renard, Compt. rend. 47, 414, 1858; Henrici, Pogg. Ann. 64, 349, 1845, welcher auch Aetherbewegungen annimmt; ferner auch Laming, Phil. Mag. [3] 27, 420, 1845; Sloggett, ibid. [3] 28, 443, 1846; Robida, Fortschr. d. Phys. 15, 373, 1859 und Marié Davy, Compt. rend. [4] 6, 25, 41, 1865, welche Longitudinalschwingungen supponiren u. s. f.; ebenso Zetsche, Schlömilch's Zeitschr. f. Math. u. Phys. 3, 336, 1858; 4, 131, 1859. Eine Schwin-

Die zuerst von Eilh. Wiedemann festgestellte, in gewissen Fällen verschwindend kleine Temperaturerhöhung der sehr verdünnten Gase beim Durchgange der Entladung (vergl. Bd. V) deutet noch weiter darauf hin, dass das Leuchten dabei nicht in einer bis zum Glühen gesteigerten Wärmebewegung der einzelnen Gasmolecüle besteht, sondern vielmehr, der Phosphorescenz oder Fluorescenz ähnlich, eine Luminescenz ist, und somit wahrscheinlich die Elektricität durch eine Bewegung des Lichtäthers vermittelt wird, welche sich erst secundär in Wärmebewegung umsetzt. Ebenso deutet das Verhalten der Kathodenstrahlen darauf hin.

Auch Ampère hatte die Vorstellung, dass der Aether die Wirkungen des Stromes von einem Leiter zum anderen übertragen könnte.

Ledieu[1]) betrachtet ebenfalls die Körper zusammengesetzt aus ponderablen Atomen von verschiedenen Massen, welche mit Hüllen von Aethermolecülen je von gleicher Masse umgeben sind und um Axen rotiren, welche durch den Schwerpunkt gehen und zugleich oscilliren. Die Elektricität soll die potentielle Energie des mit der ponderablen Materie verbundenen Aethers sein. Da die Wirkung beider auf einander sehr gross ist, so können die Wirkungen trotz der kleinen Masse des Aethers sehr bedeutend sein. Bei Annäherung zweier Körper an einander ändert sich diese Energie, wodurch elektrische Ladungen u. s. f. auftreten können.

1154 Ein mit den Polen einer Elektricitätsquelle verbundener Draht wirkt nach einer Hypothese von Strecker[2]) in dem Strome auf eine Magnetnadel in Folge eines Vorganges im Aether, welcher den Strom darstellt. Derselbe pflanzt sich in den Leitern selbst in Form von molecularer Bewegung, Wärmebewegung, fort, deren Energie der vom Drahte aufgenommenen Wärmemenge gleich ist. Die Nichtleiter können keine Energie aufnehmen, es entsteht kein Strom.

Bei den Elektrolyten ist dagegen eine Zustandsänderung des dieselben umgebenden Aethers nicht vorhanden, sondern sie heftet sich an die kleinsten Mengen, an die kleinsten Massentheilchen und geht von Theilchen zu Theilchen durch die Elektrolyte. Trotzdem ist der Vorgang im Aether, bezw. die Ablenkung der Magnetnadel und auch die Erwärmung des Elektrolyten die gleiche wie bei Metalldrähten.

Deshalb nimmt Strecker an, wie in den metallischen Leitern, würde auch von den Elektrolyten elektrische Energie aus dem Aether aufgenommen und in moleculare Energie, Wärme, verwandelt, indess mit der Modification, dass diese Verwandlung allein durch die Ionen ge-

---

gungstheorie der Elektricität siehe auch Maas, Bullet. de Bruxelles 14 [2], 41, 1847; 15 [1], 469, 1848. Auch Hare, Phil. Mag. 32, 461, 1848, vergleicht die oscillatorische Entladung der Leydener Batterie mit elektrischen Schwingungen eines Elektricitätsäthers.

[1]) Ledieu, Compt. rend. 95, 669, 753, 1882; Beibl. 7, 320. — [2]) K. Strecker, Wied. Ann. 54, 434, 1895.

schieht. In den Elektrolyten befinde sich ebenso freier Aether, wie in der Luft, aus dem die Ionentheilchen die elektrische Energie aufnehmen.

Vor dem Durchgange des Stromes sind in der Masse des Elektrolyten die Molecüle gleichmässig vertheilt und nehmen an der Wärmebewegung theil, indem sie mit den nicht dissociirten Molecülen Stösse wechseln, Geschwindigkeit austauschen, wobei kinetische in moleculare Energie von Theilchen zu Theilchen übergeht. Die Theilchen, Molecüle wie Ionen, verändern ihren Ort, ohne Bevorzugung einer Richtung, die Beschaffenheit der Flüssigkeit bleibt gleichmässig.

Wird ein Elektrolyt in einen Stromkreis eingeschaltet, so nehmen die Ionen Energie aus dem Aether anf und verwandeln sie in moleculare Energie, in potentielle, z. B. bei der Magnetisirung, bei der Ladung eines Dielektricums und eines Elektrolyten, wobei sie überall von der Stromstärke abhängt. Beim Aufhören des Stromes kehren die Ionen von selbst in ihren früheren Zustand zurück, ausser an den Grenzschichten an den Elektroden.

Wird, wie wir annehmen wollen, die ganze Energie des Aethers in kinetischer Form aufgenommen, so schliessen wir dadurch zunächst eine genauere Betrachtung des Ueberganges der Energie aus dem Aether auf die Massentheilchen aus. Dann wird die Bewegung eines Ionentheilchens z. B. unter Einfluss seines Wechselstromes von der Richtung desselben abhängen, wie die Wärmebewegung.

Ist eine elektromotorische Kraft von constanter Richtung mit dem, z. B. in einer cylindrischen Glasröhre enthaltenen Elektrolyten in einen Stromkreis eingeschaltet, so bewegen sich die Ionentheilchen in der Richtung der Kraftlinien. Jedes Ion giebt den Ueberschuss der empfangenen Energie an benachbarte ab. Es bewegt sich dabei vorwärts, was sich dann im folgenden Querschnitt wiederholt. Auch hier beim Gleichstrom ist im Inneren des Elektrolyten der Vorgang wesentlich der gleiche, wie beim Wärmevorgang. Nur wird von der gesammten aus dem Aether aufgenommenen Energie im Elektrolyten ein kleiner Bruchtheil zur polaren Verschiebung verwendet, was bei der Erwärmung nicht der Fall ist. An den Elektroden werden die Ionen in der einen und der anderen Richtung wechseln, Arbeit wird wesentlich gegen chemische Kräfte geleistet. Die aus dem Aether in die Reihe der Elektroden aufgenommene Energie wird in potentielle chemische Energie verwandelt und erscheint als Polarisation, indem die Ionentheilchen sich zu Molecülen vereinen.

1155 Gauss versuchte ebenfalls die elektrodynamischen Wirkungen aus der Annahme einer eine bestimmte Zeit erfordernden Fortpflanzung derselben, ähnlich wie der des Lichtes, abzuleiten (siehe auch §. 1062, Anmerkung).

1156 Bestimmtere Vorstellungen über die Bewegungen des die elektrischen Erscheinungen vermittelnden Mediums, als welches event. der Lichtäther anzusehen wäre, hat Hankel im Jahre 1865 entwickelt.

Nach Hankel[1]) bestehen die elektrischen Vorgänge in kreisförmigen Schwingungen, welche sich in folgender Weise gestalten:

Elektrostatik. Wird ein Körper, z. B. eine isolirte Kugel, mit freier Elektricität geladen, so entstehen auf allen Punkten ihrer Oberfläche unendlich kleine kreisförmige Schwingungen (Wirbel), welche eine grössere Anzahl von Aethertheilchen (unter einer gewissen Theilnahme der materiellen Molecüle) gemeinsam vollführen. Je nachdem der Umschwung um die auf jedem Punkte nach aussen errichtete Normale in der einen oder der anderen Richtung erfolgt, erscheint die elektrische Ladung der Kugel positiv oder negativ, so dass sich also die positive und negative Elektricität nur durch die Richtung unterscheiden, in welcher die Umdrehung dem Beobachter erscheint, und eine und dieselbe Schwingung, je nachdem sie von der einen oder der anderen Seite betrachtet wird, die positive oder negative Elektricität darstellt.

Im Zustande der Ruhe muss bei stabilem Gleichgewicht die Summe aller Abstossungen der Aethertheilchen ein Minimum sein. Wird nun ein Theil des Aethers gegen den anderen um eine im Verhältnisse zum Abstande der Molecüle des Aethers sehr kleine Grösse parallel mit einer Ebene verschoben, so wächst die Summe der Abstossungen. Diese Zunahme der Abstossungen lässt sich zerlegen in eine mit jener Ebene parallele und in eine zweite gegen dieselbe senkrechte. Da die erstere mit der Richtung der Verschiebung ihr Zeichen ändert, so wird sie mit der ersten Potenz jener Verschiebung (oder allgemein einer Function, welche mit der Umkehrung der Richtung ihr Zeichen wechselt) proportional sein, während die zweite von der Richtung der Verschiebung unabhängig ist, und also der zweiten Potenz der Verschiebung proportional geht. Die erste Componente dient, um die Bewegung der verschobenen Schicht auf die nächste zu übertragen, während die zweite Componente die gegenseitige Abstossung dieser beiden Schichten vermehrt. Da die Fortpflanzung der Bewegung von einer Schicht bis zur nächsten eine gewisse Zeit gebraucht, so wird bei der kreisförmigen Schwingung die Verschiebung der einen Schicht (Wirbels) gegen die nächstfolgende um so grösser sein, je grösser die Rotationsgeschwindigkeit des Wirbels ist; es wird also die Abstossung der beiden Schichten mit dem Quadrat der Rotationsgeschwindigkeit wachsen.

Bei der Ausbreitung der Schwingungen im Raume ändert sich, wenn der Einfachheit wegen den Wirbeln gleiche Durchmesser beigelegt werden, die Rotationsgeschwindigkeit im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen.

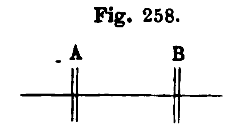
Trifft bei dieser Ausbreitung die z. B. von einer elektrischen Kugel a vom Radius 1 mit einer Rotationsgeschwindigkeit ω ausgehende Wirbel-

[1]) Gefällige Originalmittheilung des Autors, vergl. auch Hankel, Pogg. Ann. 126, 440, 1865; 131, 607, 1860; Math.-phys. Ber. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1865, S. 30; 1866, S. 269.

bewegung im Abstande r auf einen dort befindlichen Wirbel b, welcher die Rotationsgeschwindigkeit ω' besitzt, so lässt sich dieser Fall auf den vorhergehenden zurückführen, indem man dem ganzen System eine Geschwindigkeit $- \omega/r^2$ beigelegt denkt. Dadurch erscheint der Aether neben b ruhend, und zwischen dem Wirbel b und der anliegenden Aetherschicht entsteht eine Abstossung, welche dem Quadrat der Differenz der beiden an diesem Orte zusammentreffenden Schwingungen ω' und ω/r^2, also $(\omega' - \omega/r^2)^2$, proportional ist. Wenn ω negativ ist, so wird der vorstehende Ausdruck $(\omega' + \omega/r^2)^2$.

Es seien zwei kleine, aus einer isolirenden Substanz gebildete Scheibchen A und B, Fig. 258, gegeben, und jede durch Reiben überall gleich stark, z. B. positiv, geladen; es möge ferner bei positiver Elektrisirung die Rotation um die in jedem Punkte der Oberfläche errichtete äussere Normale rechtsum erfolgen: so treffen die von der rechten Seite von A ausgehenden Schwingungen die Wirbel auf der linken Seite von B in der entgegengesetzten Richtung, die auf der rechten Seite von B aber in gleichem Sinne rotirend. Die Abstossung der Wirbel auf der linken Seite von B gegen die anliegende Aetherschicht ist also proportional mit $(-\omega' - \omega r^{-2})^2$ oder $(\omega' + \omega r^{-2})^2$, während die Abstossung auf der rechten Seite von B gegen die anliegende Aetherschicht proportional mit $(\omega' - \omega r^{-2})^2$ ist. In Folge der grösseren Abstossung auf der linken Seite von B erfolgt also eine Entfernung des Scheibchens B vom Scheibchen A, und die Grösse der Abstossung $(\omega' + \omega r^{-2})^2 - (\omega' - \omega r^{-2})^2 = 4\omega\omega' r^{-2}$ ist proportional den elektrischen Spannungen auf den beiden Scheiben und umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes beider. Ist B negativ elektrisirt, so wird die Wirkung auf der rechten Seite von B die grössere, und es erfolgt eine Annäherung an A; die scheinbare Anziehung ist proportional mit $-4\omega\omega' r^{-2}$.

Fig. 258.



Durch absolute Nichtleiter gehen die elektrischen Schwingungen hindurch, wie die Lichtstrahlen durch farbloses, klares Glas, oder die Wärmestrahlen durch Steinsalz. Treffen sie aber auf einen Leiter, so erzeugen sie auf seiner Oberfläche stehende Schwingungen, in Folge dessen der Leiter selbst elektrisch wird, und zwar erscheint auf der dem elektrischen Körper zugewandten Seite die entgegengesetzte Polarität, weil die Schwingungen hier von der entgegengesetzten Seite, als auf dem elektrischen Körper, gesehen werden und also um die daselbst nach aussen errichteten Normalen in entgegengesetztem Sinne rotiren.

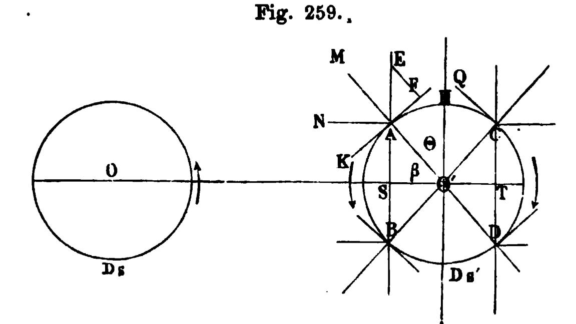
1157 Elektrodynamik. Fliesst ein elektrischer Strom durch einen Draht, so bilden die in jedem Querschnitte des Drahtes liegenden Aethermolecüle unter Betheiligung der materiellen Molecüle des Metalles einen

in gemeinsamer Rotation um die Axe des Drahtes begriffenen Wirbel, dessen Umschwung je nach der Richtung des Stromes in dem einen oder anderen Sinne erfolgt. Als Maass der Stromstärke kann die Tangentialgeschwindigkeit an der Oberfläche eines Drahtes vom Halbmesser Eins gelten.

Bei der Ausbreitung eines solchen Wirbels in den umgebenden Aether werden in Folge der allerseits gleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit die Bewegungen gleichzeitig auf der Oberfläche einer Kugel anlangen, deren Theilchen also in gleicher Zeit ihre Umdrehung vollenden. Betrachtet man die Axe des Drahtes als Polaxe jener Kugel, so sind die Tangentialgeschwindigkeiten an den verschiedenen Punkten der Kugeloberfläche proportional dem Sinus der Poldistanz; von einer Kugeloberfläche zur anderen aber ändern sie sich im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Radien.

Es seien O und O', Fig. 259, die in einer Ebene liegenden Querschnitte zweier paralleler Drahtelemente Ds und Ds' vom Halbmesser Eins, welche auf der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte senkrecht stehen. In Ds fliesse ein Strom von der Intensität ω (Rotationsgeschwindigkeit an der Oberfläche von O) und in Ds' ein Strom von der Intensität ω'. Endlich sei die Richtung der durch beide Elemente fliessenden Ströme dieselbe, die Rotation finde also in beiden Querschnitten in gleichem Sinne statt, und der Abstand der beiden Mittelpunkte $OO' = r$ sei so gross gegen den Halbmesser Eins, dass man die von O ausgesandten Bewegungen auf ihrem Durchgange durch den Querschnitt O' als geradlinig und auf OO' senkrecht stehend betrachten kann.

Fig. 259.

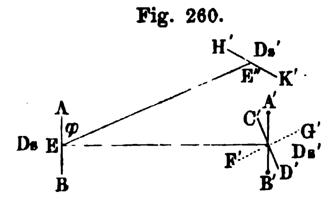


Um nun die auf O' ausgeübte Wirkung zu finden, hat man die beiden daselbst zusammentreffenden Bewegungen zu addiren. Im Punkte A ist die Bewegung von O' nach AK gerichtet und gleich ω'; die von O ausgegangene hat in A die Richtung AE und die Grösse ω/r^2; letztere zerlegt nach der Tangente giebt $AF = \omega r^{-2} \sin \Theta$, wenn Θ den Winkel $AO'H$ bedeutet. Die Summe dieser beiden Geschwindigkeiten ist also $\omega' - \omega r^{-2} \sin \Theta$; in Folge dieser entsteht gegen die anliegende Aetherschicht eine Abstossung in der Richtung AM, welche mit $(\omega' - \omega r^{-2} \sin \Theta)^2$ proportional ist. Diese kann zerlegt werden in $(\omega' - \omega r^{-2} \sin \Theta)^2 \sin \Theta$ parallel zu OO', und in $(\omega' - \omega r^{-2} \sin \Theta)^2 \cos \Theta$ senkrecht gegen OO'. Sucht man dieselben Componenten für den entsprechend gelegenen Punkt

B, so erhält man $(\omega' - \omega r^{-2} \sin\Theta)^2 \sin\Theta$ und $-(\omega' - \omega r^{-2} \sin\Theta)^2 \cos\Theta$. Die gegen OO' senkrechten Componenten heben sich also auf, während die mit OO' parallelen die Resultirende $2(\omega' - \omega r^{-2} \sin\Theta)^2 \sin\Theta$ geben. Berechnet man in gleicher Weise die aus der Wirkung in C und D sich ergebende, mit OO' parallele Resultirende, so wird sie $2(\omega' + \omega r^{-2} \sin\Theta)^2 \sin\Theta$. Die Grösse der mit OO' parallel Resultirenden aus den Wirkungen auf die vier entsprechend liegenden Punkte A, B, C, D findet man also $-8\omega\omega' r^{-2} \sin^2\Theta$, worin das Zeichen $-$ die Anziehung bedeutet. Durch Multiplication dieses Ausdruckes mit Ds und Integration von 0 bis $\frac{1}{2}\pi$ erhält man die auf den ganzen Querschnitt O' ausgeübte Kraft $= -2\pi\omega\omega' r^{-2}$, d. h. die Anziehung ist proportional den beiden Stromintensitäten und umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes. Ist die Richtung des Stromes in O' die entgegengesetzte, so ergiebt sich die Kraft $+2\pi\omega\omega' r^{-2}$, d. h. eine Abstossung von gleicher Grösse. Die Kraft ist senkrecht gegen das Element Ds'.

Wenn das Element Ds', Fig. 260, nicht mehr mit Ds parallel, sondern z. B. aus der Lage $A'B'$ in die Lage $C'D'$ gedreht ist, so bleibt der zuvor berechnete Ausdruck für die Kraft derselbe, und auch jetzt steht diese Kraft wieder senkrecht auf dem Elemente Ds', wirkt also in der Richtung $F'G'$. Wird das Element Ds' in der Ebene $ABA'B'$ nach $H'K'$ geschoben, so ist die auf dasselbe wirkende Kraft, wenn φ den Winkel AEE'' bezeichnet, proportional mit $\omega\omega' r^{-2} \sin\varphi$ und steht senkrecht auf dem Elemente $H'K'$. Bildet das Element E'' mit der durch das Element $E(AB)$ und $r(EE'')$ gelegten Ebene einen Winkel ψ, so muss seine Rotationsgeschwindigkeit zerlegt werden in eine Drehung um eine in jener Ebene liegende Axe und in eine zweite Drehung um eine auf derselben senkrechte Axe. Die erste Componente, zusammengesetzt mit der von E ausgehenden Geschwindigkeit, giebt die Kraft, mit welcher das Element E'' seinen Ort zu verändern strebt.

Fig. 260.



Sind also zwei beliebige Stromelemente a und b gegeben, so erhält man die von a auf b ausgeübte Kraft proportional dem Product aus der Stromstärke in a und der Projection der Stromstärke von b auf die durch die Axe von a und die Verbindungslinie ab gelegten Ebene, multiplicirt mit dem Sinus zwischen der Axe von a und der Linie ab, und dividirt durch $(ab)^2$.

1158 Induction. Wenn die galvanische Kette geschlossen wird, so bedarf der Strom zu seiner vollen Ausbildung in Folge der in seiner Bahn gelegenen Widerstände einer gewissen Zeit. Während dieses allmählichen Anwachsens breiten sich die von ihm ausgehenden Schwingungen in den umgebenden Aether aus und besitzen, wenn ω seine Intensität ist, im Punkte (r, φ) die Grösse $\omega r^{-2} \sin\varphi$.

Ueber den Punkt (r, φ) sind also alle von Ds während des Anwachsens des Stromes von 0 bis ω ausgesandten Schwingungen hinweggegangen und haben auf den dort befindlichen Aether ihre Wirkungen ausgeübt. Die Summe aller dieser Wirkungen ist gleich derjenigen, welche erhalten wird, wenn man den Punkt aus unendlicher Entfernung in einer auf dem Elemente Ds senkrechten Richtung bis zum Punkte (r, φ) heranführt. Man erhält für jene Summe den Werth $-\omega/r$.

Hieraus folgt die durch eine Aenderung der Stromintensität um $d\omega$ hervorgebrachte Wirkung $= -d\omega/r$, und die durch eine Aenderung des Abstandes um dr erzeugte $= \omega r^{-2} dr$.

Es seien zunächst wieder zwei parallele Drahtelemente Ds und Ds' vom Halbmesser $= 1$, welche auf der Verbindungslinie r ihrer Mitten senkrecht stehen, gegeben, und die Kreise O und O' in Fig. 259 stellen ihren Durchschnitt dar. Fliesst nun in Ds ein constanter Strom, so suchen seine durch O' gehenden Schwingungen daselbst den Aether in Bewegung zu setzen, und zwar in je zwei zur Mitte O' symmetrisch gelegenen Punkten in entgegengesetzter Richtung, in A nach AF und in C nach CQ. Es lässt sich zeigen, dass, so lange der Strom constant und der Abstand r ungeändert bleibt, die in einer Richtung wirkenden Kräfte genau durch die in der entgegengesetzten wirkenden compensirt werden, so dass ein constanter Strom bei ruhenden Leitern keinen Inductionsstrom erzeugen kann.

Wenn jedoch der Strom in O seine Intensität ändert, z. B. um $d\omega$ wächst, so trifft dieser Zuwachs zuerst die linke Hälfte des Querschnittes O', und setzt daselbst den Aether in Bewegung; die Wirkung auf jedes Oberflächenelement A der linken Hälfte ist $-d\omega/r . \cos\beta$, wenn β den Winkel $AO'S$ bezeichnet, und wird erst später durch die gleich grosse, entgegengesetzt gerichtete Wirkung auf das entsprechende Element C der rechten Hälfte aufgehoben. Jene Wirkung dauert also fort, bis die Schwingungen sich um $ST = 2\cos\beta$ fortgepflanzt haben. Die Summe der in A und B erzeugten Wirkungen ist $= -2d\omega/r . \cos\beta$; dieselben bestehen während einer mit $2\cos\beta$ proportionalen Zeit. Um die Wirkung auf die gesammte Oberfläche zu erhalten, ist $-2d\omega/r . \cos\beta$ mit $2\cos\beta$ und $d\beta$ zu multipliciren und von $\beta = 0$ bis $\beta = \frac{1}{2}\pi$ zu integriren. Dies giebt $-\pi d\omega/r$; der Inductionsstrom hat die entgegengesetzte Richtung von dem entstehenden. Nimmt die Intensität in Ds ab, so treffen die stärkeren Schwingungen zuletzt die rechte Seite und der Inductionsstrom hat die gleiche Richtung mit dem in Ds.

Der Ausdruck $-d\omega/r$ giebt die elektromotorische Kraft, so lange überhaupt Ds' mit Ds parallel bleibt. Bildet Ds' mit Ds einen Winkel (Ds, Ds'), so sind die von Ds ausgehenden Schwingungen durch Multiplication mit $\cos(Ds, Ds')$ erst nach der Ebene des auf Ds' senkrechten Querschnittes zu zerlegen. Die elektromotorische Kraft ist dann $-d\omega/r . \cos(Ds, Ds')$. Für zwei Leiter wird die-

selbe also

$$-\frac{d\omega}{r}\int\int\frac{\cos(Ds, Ds')}{r}\,Ds, Ds'.$$

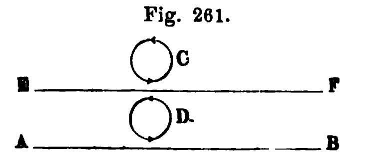
Aendert das Element O seinen Ort, nähert es sich z. B. dem Elemente Ds' um dr, so treffen die stärkeren Wirkungen zunächst die linke Seite von O' und es entsteht ein Inductionsstrom in entgegengesetzter Richtung von dem in Ds fliessenden. Durch eine ähnliche Rechnung, wie vorhin, ergiebt sich die durch die Wirkung auf den ganzen Umfang in Folge einer Aenderung dr entstehende elektromotorische Kraft $= \omega dr/r^2$; welcher Ausdruck, wenn die Elemente Ds und Ds' den Winkel (Ds, Ds') bilden, noch mit $\cos(Ds, Ds')$ zu multipliciren ist.

Auf diesen Fall lässt sich der andere, wenn das Element Ds' bewegt wird, zurückführen, indem man dem ganzen Systeme eine der Geschwindigkeit von Ds' gleiche, aber entgegengesetzte Geschwindigkeit beilegt.

1159 In anderer Weise hat Reynard[1]) die Bewegungen des Aethers zur Erklärung der Wechselwirkung der galvanischen Ströme herbeigezogen.

Er stellt sich vor, dass in dem zwischen den Stromleitern befindlichen Medium unendlich kleine Wirbel nach allen Richtungen liegen, die durch die Ströme gerichtet, so dass sie in der Nähe des Stromes die gleiche Richtung mit letzterem hätten, oder auch in ihrer Geschwindigkeit in gleichem Sinne durch den Strom beschleunigt würden. Solche Wirbel würden, wie Luft- und Wasserwirbel, die bewegten Molecüle nach aussen treiben und dadurch eine Repulsivkraft unter einander ausüben. Sie würden dagegen die in ihrer Axe liegenden Molecüle zu sich hinziehen und dadurch in dieser Richtung Attractionen bewirken können. Ist durch einen Strom AB, Fig. 261, ein System von Wirbeln erzeugt oder gerichtet, und tritt zwischen dieselben ein vom Strome durchflossener Leiter, so wird, wenn der Strom in demselben eine Componente in der Richtung von E nach F in der Ebene der Wirbel besitzt, also gegen dieselbe nicht senkrecht ist, der Stromantheil in der Componente EF die Wirbel C beschleunigen, die Wirbel D verzögern; dadurch würde er von C stärker abgestossen, als von D, und sich AB nähern. Das Umgekehrte träte bei entgegengesetzter Stromrichtung in EF ein. Bei gegen einander geneigten Strömen zeigen sich die analogen Verhältnisse. Bei einem zwischen zwei entgegengerichteten Strömen gestellten Magnet würde die Richtung der Molecularströme der der Wirbel entsprechen;

Fig. 261.



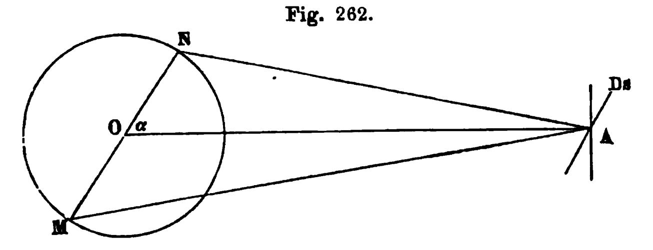
[1]) Reynard, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 19, 272, 1870.

ihre Wechselwirkung und die der Ströme gegen sie würde die elektromagnetischen Erscheinungen bedingen.

Wirkt nun (die Ableitung soll nur eine Vorstellung von dem Ideengange von Reynard geben, ist deshalb kürzer und weniger vollständig, als seine Betrachtungen) ein Element Ds in einem Punkte A, in dem ein Strom von der Intensität Eins fliesst, auf ein Element Ds_1 in B, bildet Ds mit der Verbindungslinie AB der Mitten beider Elemente den Winkel ϑ, und Ds_1 mit der durch Ds und AB gelegten Ebene den Winkel ψ, so werden die Wirbel, welche von der auf der Ebene $DsAB$ senkrechten Componente $Ds_1 \sin\psi$ von Ds_1 ausgehen, von Ds nicht verändert. Die Wirbel, welche um die in der Ebene $DsAB$ liegende Componente $Ds_1 \cos\psi$ nach allen Richtungen herumliegen, und durch $Ds_1 \cos\psi$ so gerichtet sind, dass ihre Ebenen $Ds_1 \cos\psi$ schneiden, können alle in Wirbel in der Ebene $DsAB$ und senkrecht dagegen zerlegt werden, von denen letztere wiederum durch Ds nicht beeinflusst werden. Ebenso können wir Ds in zwei Componenten, $Ds \cos\vartheta$ in der Richtung von AB und $Ds \sin\vartheta$ senkrecht dagegen zerlegen, von denen nur die letztere wirksam ist.

Es sei der Durchmesser eines der wirksamen Wirbel O, Fig. 262, gleich δ. Dann setzt Reynard die beschleunigende Wirkung des Ele-

Fig. 262.



mentes $Ds \sin\vartheta$ auf ein im Punkte N liegendes Element $\frac{1}{2}\delta d\alpha$ des Wirbels, welches im Winkelabstande α von der Linie OA entfernt ist, gleich $\frac{1}{2}\delta i Ds \sin\vartheta \cos\alpha d\alpha / AN$, und die entgegengesetzt wirkende Beschleunigung auf das N diametral gegenüberliegende Element M gleich $-\frac{1}{2}\delta i Ds \sin\vartheta \cos\alpha d\, d/AM$, indem sich die Wirkung des Elementes $Ds \sin\vartheta$ nach den Seiten desselben in Cylinderoberflächen ausbreiten, d. h. proportional der Entfernung vermindern soll.

Ist OA sehr gross, so kann $AM = AN + \delta \cos\alpha$ und nachher bei Addition der obigen beiden Ausdrücke in dem gemeinschaftlichen Nenner $AM = AN = AO = r$ gesetzt werden. Wird die Summe von 0 bis $\pi/2$ integrirt, so erhält man die Gesammtbeschleunigung des Wirbels:

$$\frac{\delta^2 \pi}{4} i Ds \frac{\sin\vartheta}{r^2}.$$

Der Wirbel hat im Allgemeinen eine der Intensität i_1 des Stromes in Ds_1 proportionale Geschwindigkeit v. Sein Druck gegen $Ds_1 \cos\psi$,

ebenso wie der Druck der auf allen Seiten desselben liegenden Wirbel ist demnach proportional v^2. Aendert sich v um dv, so ändert sich der Druck um $2vdv$, d. h. um einen Werth, der gleich

$$D = const\,\frac{i i_1\, Ds Ds_1 \sin\vartheta \cos\psi}{r^2}$$

ist. Eine entsprechende entgegengesetzte Veränderung des Druckes erleidet der auf der anderen Seite des Elementes liegende, entgegengesetzt rotirende Wirbel, so dass das Element je nach der Stromrichtung nach der einen oder anderen Seite in einer auf seiner Richtung senkrechten Richtung mit einer jenem Werthe proportionalen Kraft bewegt wird. Dies ist aber die Formel für die Anziehung eines Stromelementes durch ein anderes, einem geschlossenen Strome angehöriges, wie sie zuerst Grassmann (Bd. III, §. 35) aufgestellt hat.

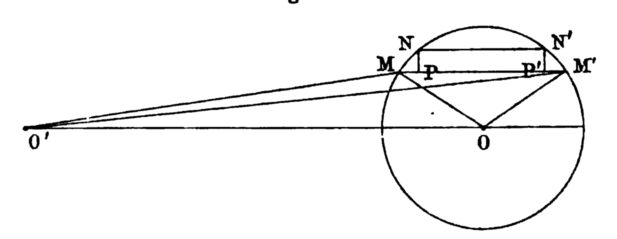
Aehnliche Betrachtungen lassen sich für die Inductionswirkungen u. s. f. anstellen.

1160 Moutier[1]) leitet ebenfalls die Elektricitätserscheinungen von einer Aetherbewegung ab. Pflanzt sich von einem Elemente Ds die Geschwindigkeit des Aethers nach dem Gesetze der Undulationen fort, so drückt der Aether in einem Punkte des Raumes mit einer dem Quadrat seiner Geschwindigkeit proportionalen Kraft.

Ist m die Masse des in einem Elemente Ds enthaltenen Aethers, v die Geschwindigkeit desselben, i die Stromintensität, so kann man, wenn man den elektrischen Strom als einen Strom von Aether ansieht, $iDs = \mu v$ setzen. Bildet Ds mit den Axen die Winkel α, β, γ, so lassen sich durch Multiplicationen mit $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ die Componenten desselben nach den drei Axen in beiden Arten ausdrücken.

Es lässt sich nun zunächst die Wirkung zweier paralleler, und auf ihrer Verbindungslinie senkrechter Elemente Ds und Ds' ableiten. Liegt das Element Ds' im Punkte O' (Fig. 263) und ist $MNN'M'$ der Quer-

Fig. 263.



schnitt des Leiters O, dem das Element Ds angehört, durch eine auf den Elementen senkrechte Ebene, und zieht man zwei sehr nahe an ein-

[1]) Moutier, Ann. de Chim. et de Phys. [5] 4, 267, 1875; siehe auch schon Compt. rend. 63, 299, 1866; 78, 1201, 1874.

ander liegende Sehnen $MM' = l$ und $NN' = l + dl$ parallel OO', ist $< MOO' = \alpha$, $M'OO' = \alpha'$, $OM = R$, $O'M = \varrho$, $O'M' = \varrho'$, $OO' = r$, so ist mit Vernachlässigung der höheren Potenzen kleiner Grössen:

$$\varrho = r - R\cos\alpha, \qquad \frac{1}{\varrho} = \frac{1}{r} + \frac{R}{r^2}\cos\alpha;$$

$$\varrho' = r = R\cos\alpha', \qquad \frac{1}{\varrho'} = \frac{1}{r} + \frac{R}{r^2}\cos\alpha'.$$

Sind u und u' die Geschwindigkeiten, die von Ds' aus dem Aether des Elementes Ds in M und M' ertheilt werden, so ist:

$$u = \frac{k}{\varrho} = \frac{k}{r}\left(1 + \frac{R}{r}\cos\alpha\right); \qquad u' = \frac{k}{\varrho'} = \frac{k}{r}\left(1 + \frac{R}{r}\cos\alpha'\right).$$

Ist v die Geschwindigkeit des Aethers in Ds, so ist der Normaldruck auf MN und $M'N'$ gleich $\mu\,(v + u)^2 MN + \mu(v + u')^2 M'N'$. Zerlegt man diesen Druck in Componenten senkrecht und parallel OO', so ist die erstere bei Entwickelung der Quadrate, Vernachlässigung der Quadrate von u und u' und Einsetzen der Werthe für u, wobei wieder die höheren Glieder vernachlässigt werden und P und P' die Fusspunkte der von N und N' auf MM' gefällten Lothe sind:

$$D_p = \mu v\left(v + \frac{2k}{r}(MP + M'P') = -\mu v\left(v + \frac{2k}{r}\right) dl.\right.$$

Für den ganzen Umkreis des Elementes ist mithin die Gesammtcomponente $\sum D_p = 0$. Die OO' parallelen Componenten werden, wenn der Abstand der beiden Sehnen dy ist, zusammen bei Vernachlässigung der höheren Glieder gleich $D_a = 2\mu v\,(u - u')\,dy = 2\mu v\,(R\cos\alpha - R'\cos\alpha')\,dy = 2\mu vkl\,dy/r^2$. Für den ganzen Schnitt ist demnach die Componente $\sum D_a = 2\mu vk\omega/r^2$, wenn ω den Querschnitt von Ds bezeichnet. Da nun die Intensität des Stromes $i = \mu v\omega$ und $k = i'Ds' = \mu'v'$ zu setzen ist, so folgt $\sum D_a = 2\,ii'\,Ds\,Ds'/r^2$, wie nach dem Ampère'schen Gesetze. — Aehnlich entwickelt sich die Wirkung zweier Elemente, die in einer geraden Linie liegen, indem man die Differenz des Druckes auf ihre beiden Enden nimmt, gleich $ii'DsDs'/r^2$. Die gegen die Elemente transversal gerichteten Componenten heben sich auf; die Geschwindigkeiten des Aethers an beiden Enden von Ds seien $v + u$ und $v + u'$, wo v die eigenthümliche Geschwindigkeit des Aethers darin, u und u' wie oben, die daselbst von Ds' aus mitgetheilten sind. Dann ist der Zug, der beide Elemente gegen einander zieht

$$\omega\left(\frac{1}{2}\,\mu\,(v + u)^2 - \frac{1}{2}\,\mu(v + u')^2\right) = \frac{1}{2}\,\mu\omega v(u - u') = \mu\omega v\,\frac{k}{r^2}\,Ds$$

oder gleich

$$\frac{ii'DsDs'}{r^2}.$$

Die Formel von **Ampère** ergiebt sich dann aus der Summation der Wirkungen der einzelnen Componenten.

Die Induction beruht nach **Moutier** auf Aenderung der Geschwindigkeit des Aethers, sei es in Folge der Veränderung der Intensität, sei es in Folge der Bewegung des Leiters. Ist P das Potential der vom Strome Eins durchflossenen Ströme auf einander, so ist im ersten Falle die halbe Aenderung der lebendigen Kraft des Aethers $PiPi'$, wenn die Intensität i' des Stromes im zweiten Elemente sich um di' ändert; im zweiten Falle $ii'dP$. Dies entspricht der negativ genommenen elementaren Arbeit.

Die Hypothesen von **Hankel**, **Reynard** und **Moutier** sind von vornherein durch die Annahme der Constanz der Energie in Uebereinstimmung mit diesem Princip.

1161 Eine vollständiger durchgeführte Aethertheorie der Elektricität hat **Edlund** entwickelt [1]).

Er hat versucht darzuthun, dass die elektrischen Phänomene mit Hülfe des Lichtäthers auf zufriedenstellende Weise erklärt werden können, ohne dass man deswegen dem Aether Eigenschaften beizulegen braucht, die in irgend einem Widerspruche zu den optischen Erscheinungen stehen. Hierbei ist angenommen, dass sich die Molecüle des Aethers nach dem Gesetze des umgekehrten Quadrates der Entfernung abstossen, dass der Aether von den materiellen Körpern angezogen wird, und zwar, wie man in der Optik annimmt, in verschiedenem Grade von verschiedenen Körpern; weiter, dass die Molecüle des Aethers beweglich sind und sich von einer Stelle nach einer anderen begeben können, nicht nur im leeren Raume, sondern auch in den materiellen Körpern; in letzterem Falle jedoch mit grösserer oder geringerer Leichtigkeit, je nach der verschiedenen Leitfähigkeit dieser Körper. In tropfbar flüssigen oder gasförmigen, nichtleitenden Körpern bewegen sich die Molecüle des Aethers zusammen mit den Partikeln derselben. Wird ein Molecül von allen Seiten gleich stark abgestossen, so befindet es sich natürlicher Weise in Ruhe. Innerhalb eines einfachen Molecüls μ von gewöhnlicher Materie giebt es offenbar keinen Aether, denn der von μ eingenommene Raum ist mit gewöhnlicher Materie angefüllt. Ein Aethermolecül, welches sich in der unmittelbaren Nähe eines solchen Molecüls μ befindet, wird folglich gegen

---

[1]) Zum Theil nach einer gefälligen Originalmittheilung des Herrn Autors. **Edlund**, Archives des sciences phys. et nat., Nouv. Sér. **43**, 209, 297, 1872; Pogg. Ann. Ergänzungsbd. **6**, 95, 241, 1873; Théorie des phénomènes électriques Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar **12**, Nr. 8; auch Pogg. Ann. **148**, 421 (Widerstand, **Ohm**'sches Gesetz, Wärmewirkungen); **149**, 87 (chemische Wirkungen). — Nach **Martini** (Atti del R. Ist. Venet. [7] **1**, 145, 192; Beibl. **17**, 233, 1893) hat **Magrini** in Abhandlungen aus den Jahren 1844 bis 1847 (gesammelt im Giornale des R. Ist. Lombardo 1852) schon ähnliche Ansichten wie die der Jetztzeit über die Identität von Licht und Elektricität bei Inductionswirkungen ausgesprochen, was indess bezweifelt worden ist.

dasselbe hingetrieben, indem die Abstossung von der Seite aus, auf welcher μ liegt, geringer ist, als von den anderen. Da ausserdem die materiellen Molecüle auf die Aethermolecüle eine Anziehung ausüben, so muss das materielle Molecül μ sich aus diesen beiden Gründen mit einer verdichteten Aetherhülle bekleiden, und zwar bis zu einer solchen Dicke, dass die Abstossung derselben weniger der Anziehung des materiellen Molecüls μ auf oin in der Nähe befindliches Aethermolecül m ebenso gross ist, wie die Abstossung der umgebenden Aethermasse auf m in entgegengesetzter Richtung. Das materielle Molecül μ mit seiner umgebenden Aetherhülle wirkt deshalb auf ein äusseres Aethermolecül m ganz als wäre μ nicht vorhanden und der von ihm eingenommene Raum mit Aether von der normalen Dichtigkeit angefüllt.

Es möge jetzt in den freien Aether ein materieller Körper eingesenkt sein, welcher der gewöhnlichen Vorstellungsweise gemäss aus materiellen Molecülen mit leeren Räumen zwischen denselben besteht. Dann muss in letztere Aether einströmen, bis ein in der Nähe der Oberfläche dieses Körpers befindliches Aethermolecül von allen Seiten gleich stark abgestossen wird und deshalb in Ruhe bleibt. Die Aethermasse im Körper mit Ausnahme derjenigen, welche die Anziehung der materiellen Molecüle gebunden hält, ist deshalb dann ebenso gross wie diejenige, welche, falls der Körper nicht da wäre, sich in dem von dem Körper eingenommenen Raume befinden würde. Wenn ein Körper die normale Menge Aether enthält, so ist er unelektrisch, enthält er davon mehr, so ist er positiv, enthält er weniger, so ist er negativ elektrisch. Will man die Bewegung des einen von zwei elektrisirten Körpern in Folge ihrer Wechselwirkung berechnen, so ist zu beachten, dass sich der Körper nicht im leeren Raume, sondern im Aether bewegt, d. h. man hat hier das Archimedische Princip in Anwendung zu bringen. Ausserdem werden die Körper von dem ganzen umgebenden Aether beeinflusst. Ist also ein Körper A in Ruhe und wirkt auf einen anderen Körper B, welche beide im unelektrischen Zustande die Aethermengen a und a_1 enthalten, haben A und B einen Ueberschuss an Aether b und b_1, so ist die Wirkung

1) der Aethermasse in A auf dieselbe in B: $+ (a + b)(a_1 + b_1)/r^2$,

2) des Aethers im Raume ausserhalb A auf den Aether in B: $- a(a_1 + b_1)/r^2$,

3) und 4) davon geht ab die Wirkung des Aethers in A und des Aethers im Raume auf den von B verdrängten Aether, welche beide bezw. gleich $+ (a + b)(a_1/r^2$ und $- a a_1/r^2$ sind. Die Summe giebt die Abstossung $+ b b_1/r^2$.

Der Ueberschuss der Gehalte b und b_1 an Aether entspricht der positiv-elektrischen Ladung mit den Elektricitätsmengen $+ b$ und $+ b_1$. Sind b und b_1 negativ, so folgt ebenso die Abstossung $b b_1/r^2$, und ist der eine Gehalt positiv, der andere aber negativ, so erhält man die Anziehung $- b b_1/r^2$.

In Analogie hiermit kann man die Ladungsphänomene, die Influenzerscheinungen, die Ursache, warum sich die Elektricität an der Oberfläche des geladenen Körpers anhäuft u. s. w. erklären.

1162 Der galvanische Strom besteht in der Bewegung des Aethers von einem Punkte zu einem anderen; die Stromstärke ist der Aethermenge proportional, welche in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Leitungsbahn hindurchgeht. Die Aethermasse, welche sich in der geschlossenen Leitungsbahn nach Beginn des Stromes befindet, ist ebenso gross wie vorher, als der Aether noch in Ruhe war. Die elektromotorische Kraft hat also nur die Aetherschwingungen zum Theil in eine translatorische Bewegung verwandelt, weshalb auch an der Stelle, an welcher die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, eine Abkühlung entsteht, was von der Erfahrung bestätigt wird. Wenn die Geschwindigkeit des Aethers zunimmt, so wächst die Stärke des Stromes, ohne dass dabei die Dichtigkeit des in Bewegung befindlichen Aethers verändert würde. Hierbei muss man aber genau zwischen zwei verschiedenen Arten von Geschwindigkeiten unterscheiden, nämlich zwischen der von der Elasticität des Aethers abhängigen, von der Stromstärke aber unabhängigen Geschwindigkeit, womit sich in der Aethermasse eine Bewegung von einer Stelle zu einer anderen fortpflanzt, und derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher sich ein Aethermolecül verschiebt. Die letztere ist von der Elasticität unabhängig, mit der Stromstärke aber proportional. In sehr schwachen Strömen dürfte diese Geschwindigkeit sich auf nicht mehr als einige Meter in der Secunde belaufen, während sie bei den stärkeren dagegen Tausende von Kilometern beträgt.

1163 Den Widerstand definirt Edlund folgendermaassen:

Wenn ein Flüssigkeitsstrom hinter einander ein Rohr von einfachem und $n$fachem Querschnitte durchfliesst, und ein hydrostatischer Gegendruck gegen die treibende Kraft wirkt, so ist der dadurch bewirkte Widerstand gegen die Geschwindigkeit des Fliessens nur durch die Grösse dieses Gegendruckes auf die Querschnittseinheit bedingt. Theilt sich analog ein Strom i, der durch einen Draht vom Querschnitte Eins fliesst, zwischen n ebenso dicken Drähten, so ist in jedem derselben die Intensität i/n. Ebenso ist auch der Widerstand in letzteren zusammen, also entsprechend dem obigen, der Gegendruck in jedem einzelnen Drahte $1/n$ des Widerstandes oder Gegendruckes in dem einfachen Drahte. Der galvanische Bewegungswiderstand r ist also der Stromintensität i proportional, daher gleich $r_0 i$ zu setzen, wo r_0 der Widerstand im Ohm'schen Sinne wäre.

Diese Ableitung unterscheidet sich von der §. 1026 gegebenen, wo der Widerstand als eine Reibung aufgefasst wurde, die bei der in der That stattfindenden Bewegung der Elektricitäten auftritt, während hier zunächst ein hydrostatisches Phänomen herbeigezogen wird.

In §. 1026 war unmittelbar klar, dass der „Reibungswiderstand" der Elektricität diesem Verhältniss folgen muss und sich dadurch die potentielle Energie der elektromotorischen Kraft E in Arbeit umsetzt, sowie, dass der eigentliche Widerstand unabhängig von der Stromintensität dem Nenner der Ohm'schen Formel entspricht.

Nach Edlund's Vorstellung stellt dagegen die elektromotorische Kraft E der Ohm'schen Formel die Bewegungsgrösse dar, welche z. B. beim Contact zweier Körper der durch die Contactfläche getriebenen Aethermasse auf der Einheit ihrer Oberfläche ertheilt wird. Hat die Contactfläche die Oberfläche n, so wäre die elektromotorische Kraft insgesammt nE.

Da bei $p$facher Stromintensität die in der Zeiteinheit durch die Contactfläche hindurchgehende Aethermasse bei unveränderter Dichtigkeit zwar $p$mal so gross ist, aber auch nur $1/p$ der Zeit der Wirkung der Kraft ausgesetzt ist, so bleibt hiernach die elektromotorische Kraft mit veränderter Stromintensität ungeändert nE. Ist r_0 der Widerstand im Ohm'schen Sinne, so wäre der Gegendruck auf der Oberfläche n gleich $n.r_0.i$. Ist L die Länge der ganzen Leitung, so wäre

$$L\frac{di}{dt} = nE - nr_0 i \text{ oder, für } t = \infty,\ i = \frac{E}{r_0},$$

entsprechend dem Ohm'schen Gesetze.

Die elektromotorische Scheidungskraft wirkt dabei in einem offenen Kreise nach Nyström[1]) etwa wie eine Pumpe, welche den Aether auf der einen Seite verdünnt, auf der anderen verdichtet. In einem geschlossenen Kreise gleicht sich dieser Druckunterschied durch eine Strömung aus, wobei der Druck von der einen Seite der Stelle der elektromotorischen Kraft bis zur anderen Seite sich allmählich ändert.

1164 Die in einem Leiterelemente von der Länge l entwickelte Wärmemenge wäre, wenn h die Geschwindigkeit des Aethers ist, entsprechend der Arbeit $r_0 i.h.l$. Ist δ die Masse des Aethers, welche sich in der Einheit des Volumens bewegt, der Querschnitt des Leiters a, so ist $i = a\delta h$, also die Arbeit gleich $r_0 i^2 l/\delta a$, wie es dem Joule'schen Gesetze entspricht[2]).

1) Nyström, Les Mondes 48, 297, 1879.

2) In Betreff der Betrachtung der Spannungsverhältnisse auf der Oberfläche der einen Strom führenden Leiter, der Gesetze der Stromverzweigung, der Wärmeentwickelung der Batterieentladung, der Dauer derselben und der oscillatorischen Entladung müssen wir auf die Originalabhandlung verweisen. Letztere soll entstehen, indem der von der positiven Belegung des Condensators zur negativen überströmende Aether eine Trägheit besitzt, sich in Folge dessen in der letzteren anstaut, zurückströmt u. s. f. Bisher hielt man für oscillatorische Entladungen die Erzeugung von Inductionswirkungen für nöthig, z. B. durch Einschaltung einer Inductionsspirale in den Schliessungskreis. Auch der Oeffnungsfunken soll in Folge der Trägheit des in Bewegung gesetzten Aethers entstehen, welcher bei kleiner Masse doch eine grosse Geschwindigkeit und lebendige Kraft besitzt.

1165 Zur Erklärung der elektrolytischen Erscheinungen nimmt Edlund[1]) an, die Molecüle der verschiedenen Körper condensiren den Aether in verschiedenem Maasse auf ihrer Oberfläche; so z. B. die Chlor- und Wasserstoffmolecüle m_{Cl} und m_H die ungleichen Aethermengen e_{Cl} und e_H, bis die Anziehungen zwischen den Molecülen und einem äusseren Aethermolecüle gleich sind der Abstossung des letzteren gegen den condensirten Aether auf den Molecülen. Vereinen sich m_{Cl} und m_H zu einem Molecül Chlorwasserstoff, so soll dieses Molecül die gesammte Aethermenge $e_{Cl} + e_H$ behalten, während in Folge der ungleichen Anziehung ein Theil derselben auf m_H übergeht, wodurch m_H positiv, m_{Cl} negativ elektrisch in der Verbindung erscheint. Bewegt sich ein Aethertheilchen m im Strome gegen das Chlorwasserstoffmolecül hin, ein anderes auf der entgegengesetzten Seite fort, so ist die Gesammtanziehung auf m_1 in jenem Molecül (vergl. die Formeln des §. 1166):

$$-\frac{m m_1}{r^2}\left[\left(1 - av - \frac{1}{4}kv^2\right) - \left(1 + av - \frac{1}{4}kv^2\right)\right] = + \frac{2 m m_1}{r^2} av,$$

wo wegen der grossen Nähe der wirkenden Elektricitäten event. für r^2 eine höhere Potenz von r zu setzen ist.

Die Kraft wirkt also in der Richtung des der positiven Elektricität entsprechenden Aetherstromes. Hierdurch wird m_H mit seinem Ueberschuss von Aether nach der Seite des abfliessenden, m_{Cl} nach der Seite des zufliessenden Aethers im Strome gewendet. Zugleich wird noch mehr Aether im Chlorwasserstoffmolecül von m_{Cl} nach m_H übergeführt, bis die äusseren Kräfte so gross sind, dass sich m_{Cl} und m_H trennen, um sich sodann mit den entgegenkommenden Atomen der benachbarten Chlorwasserstoffmolecüle wieder zu vereinigen u. s. f. Die Grösse der Zerlegungskraft, daher auch die Schnelligkeit der Zersetzung, ist also $m_I v$, d. h. der Intensität des Stromes an jener Stelle des Elektrolyten proportional. Die Scheidungskräfte, welche sich in Folge der ungleichen Dichtigkeit des im Leiter oder auf seiner Oberfläche ruhenden Aethers zu den eben betrachteten addiren, sind zu vernachlässigen.

Da schon sehr schwache Ströme die Elektrolyte zersetzen, so muss angenommen werden, dass die Aethermolecüle in denselben von dem einen Bestandtheile zum anderen mit grosser Leichtigkeit durch die äusseren Anziehungen übergeführt werden.

1166 Die Diaphragmenströme von Quincke sollen eine Folge des Gegendruckes sein, den ein Leiter dem im galvanischen Strome hindurchfliessenden Aether entgegensetzt und welcher der Differenz der Geschwindigkeiten v des Aethers und der Körpermolecüle v_1, also $v - v_1$ proportional ist. In Folge der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung muss also, wenn die Körpermolecüle mit der Geschwindigkeit v_1 bewegt werden, ein

[1]) Edlund, l. c. und Pogg. Ann. **149**, 87, 1873.

Druck auf den Aether in derselben Richtung stattfinden, welcher ihm eine Geschwindigkeit ertheilt, die kleiner als v_1 ist.

Würde der Aether nach Edlund[1]) bei denselben mit der strömenden Flüssigkeit mitgerissen, so müsste die Stromrichtung überall die gleiche sein. Dagegen findet Dorn[2]) bei Wachsüberzügen eine allmählich in einen der Flüssigkeitsbewegung gleichgerichteten Strom übergehende entgegengesetzte Erregung [Elster[3]) nicht], Quincke[4]) bei einer Art Alkohol, Dorn[5]) bei absolutem Alkohol entgegengesetzte Erregungen. Edlund erklärt dies durch moleculare Eigenschaften, die indess bei Eis und Wasser nicht vorhanden sind, wo Sohncke ebenfalls Diaphragmenströme beobachtete.

Nach den bisher angestellten Versuchen dürften die Diaphragmenströme aber auf einer elektromotorischen Erregung zwischen den festen Wänden und der Flüssigkeit beruhen, welche bei der Bewegung die in ihr vertheilte Elektricität mit sich führt.

1167 Das eigenthümliche Verhalten der Gase gegenüber dem galvanischen Strome erklärt Edlund[6]) durch den nach der unitarischen Ansicht dem Widerstande entsprechenden Druck k, welchen der Leiter auf der Einheit des Querschnittes gegen die Fortpflanzung des Stromes ausübt und der in einer Gassäule vom Querschnitt a gleich ka ist (während er bei der Stromintensität i in festen oder tropfbar flüssigen Körpern gleich ki ist). Ist h die vom Strome in der Zeiteinheit zurückgelegte Weglänge, δ eine Constante, so ist $i = \delta a h$, also $kha = ki/\delta$ die vom Strome in der Zeiteinheit verrichtete Arbeit, welche der Wärmeerzeugung entspricht. Sie ist also der Stromstärke proportional und vom Querschnitt des Rohres unabhängig; demnach ist auch der Widerstand von letzterem unabhängig.

Bei den Gasen würde demnach der Widerstand R der Gassäule in dem Ohm'schen Gesetze $i = (E - R)/r$ im Zähler stehen und etwa wie eine Polarisation wirken, welche von einer grösseren elektromotorischen Kraft E überwunden werden muss, damit ein Strom i entstehen kann.

1168 Um die elektrodynamischen Erscheinungen abzuleiten, nimmt ferner Edlund, ganz ähnlich wie C. Neumann, an, dass die einer Entfernung $r + \Delta r$ entsprechende Abstossung $mm_1/(r + \Delta r)^2$ zweier Aethertheilchen sich bei ihrer constanten Bewegung gegen einander bis zu einem Abstande r nicht gleichzeitig bis auf mm_1/r^2 ändere, sondern hierzu eine grössere Zeit erforderlich sei, als die Zeit ihrer Bewegung ist. Die Abstossung im Abstande r ist dann von der constanten Bewegungsgeschwindigkeit v abhängig und kann durch $mm_1/r^2 . [1 + \varphi(dr/dt)]$

1) Edlund, Wied. Ann. 1, 161, 1877. — 2) Dorn, Wied. Ann. 5, 39, 1878. — 3) Elster, Wied. Ann. 6, 580, 1879. — 4) Quincke, Pogg. Ann. 113, 559, 1861. — 5) Dorn, Pogg. Ann. 160, 69, 1873. — 6) Edlund, Wied. Ann. 15, 165, 1882.

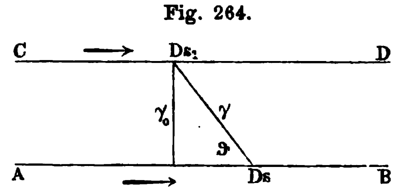
dargestellt werden, wo φ für $dr/dt = 0$ verschwindet und für negative Werthe von dr/dt negativ wird. Das Umgekehrte würde bei der constanten Bewegung der Theilchen aus der Entfernung $r - \Delta r$ bis zur Entfernung r von einander fort eintreten. In diesem Falle erhält man denselben Ausdruck, φ wird aber positiv, weil dr/dt positiv ist. Aendert sich die Geschwindigkeit, so kann auch hierdurch, wie Edlund gezeigt, eine Aenderung der Abstossung der Aethertheilchen eintreten, die aber zugleich von der Grösse der Abstossung, d. h. indirect von r abhängen kann. Hiernach ist die Wirkung des bewegten Aethertheilchens auf das ruhende:

$$\frac{m m_1}{r^2}\left[1 + \varphi\left(\frac{dr}{dt}\right) + \psi\left(r, \frac{d^2 r}{dt^2}\right)\right].$$

Entsprechend der Ableitung dieser Formel ist sie auch für den Fall gültig, wo die beiden Aethertheilchen in Bewegung sind. dr/dt repräsentirt dann die Summe der relativen Bewegungen und d^2r/dt^2 die Summe ihrer Veränderungen.

1169 Um die Functionsformen φ und ψ zu bestimmen, kann man auf folgende Weise verfahren. Angenommen, dass in den parallelen Leitungsbahnen AB und CD, von denen AB unbeweglich, CD aber beweglich ist, die Aethermolecüle m und m_1 sich in den Bahnelementen Ds und Ds_1 in gleicher Richtung und mit der gleichen Geschwindigkeit v bewegen, so ist, da der Abstand r zwischen ihnen unverändert bleibt, 1) die Abstossung zwischen ihnen ebenso gross, wie wenn sie sich in Ruhe befänden, oder $m m_1/r^2$ wäre. Die Einwirkung der umgebenden Aethermasse, mit Ausnahme von m auf m_1, muss, mit umgekehrtem Zeichen genommen, offenbar der Einwirkung auf m_1 von m, als stillstehend betrachtet, gleich sein. Wird m als stillstehend betrachtet, so nähert sich ihm m_1. Ist der Winkel zwischen AB und der Verbindungslinie zwischen Ds und Ds_1 gleich ϑ, so ist $dr/dt = v \cos\vartheta$ und $d^2r/dt^2 = v^2 r^{-1} (1 - \cos^2\vartheta)$. 2) Die ganze Einwirkung der umgebenden Aethermasse auf m_1 ist folglich

Fig. 264.



$$-\frac{m m_1}{r^2}\left[1 + \varphi\,(v \cos\vartheta) + \psi\left(r, \frac{v^2}{r}\,(1 - \cos^2\vartheta)\right)\right].$$

Die Summe dieser beiden Werthe

$$-\frac{m m_1}{r^2}\left[\varphi\,(v \cos\vartheta) + \psi\left(r, \frac{v^2}{r}\,(1 - \cos^2\vartheta)\right)\right]$$

bezeichnet die ganze Einwirkung auf das in Bewegung befindliche Aethermolecül m_1. Will man nun die Bewegung berechnen, welche das Bahn-

element Ds_1 hierdurch erhält, so muss man in Betracht ziehen, dass Ds_1 sich nicht im leeren Raume, sondern im Aether bewegt und dass die Aethermenge m_1 von ihm verdrängt wird. Die Einwirkung von m auf die in Ruhe befindliche Aethermenge m_1 ist, indem m sich von ihr entfernt, 3)

$$\frac{m\,m_1}{r^2}\left[1+\varphi(-v\cos\vartheta)+\psi\left(r,\frac{v^2}{r}(1-\cos^2\vartheta)\right)\right].$$

Die ganze Einwirkung der übrigen Aethermasse auf m_1 ist dagegen 4) $-mm_1/r^2$. Wird nun die Summe der beiden letzten Werthe von der der erstgenannten subtrahirt, so erhält man

$$-\frac{m\,m_1}{r^2}\left[\varphi(v\cos\vartheta)+\varphi(-v\cos\vartheta)+2\psi\left(r,\frac{v^2}{r}(1-\cos^2\vartheta)\right)\right] \quad 1)$$

als Ausdruck für die Kraft, die das Element Ds_1 zu bewegen strebt. Wird diese Formel mit Ampère's empirischer Formel verglichen, so kann man die Functionsformen φ und ψ bestimmen.

Fliessen in den Elementen Ds und Ds_1 Ströme von der Intensität i und i_1, so ist die Anziehung nach Ampère gleich

$$-\frac{k\,i\,i_1\,Ds\,Ds_1}{r^2}\left(1-\frac{3}{2}\cos^2\vartheta\right).$$

Die Werthe iDs und i_1Ds_1 sind aber gleich mv und m_1v. Werden diese Werthe in die letzte Formel eingeführt und macht man $\vartheta=90^0$, so folgt $\varphi=0$ und $2\psi(r_0, v^2/r_0)=kv^2$. Hiernach setzt Edlund (da die Gleichung für jeden Werth von r_0 und v gilt) auch $2\psi[r, v^2r^{-1}(1-\cos^2\vartheta)] = kv^2(\cos^2\vartheta)$. Wird $\vartheta=0$ gesetzt, so dass die Elemente in einer geraden Linie liegen, so wird, weil in diesem Falle $\psi(r)=0$ wird, $\varphi(\pm v\cos\vartheta)+\varphi(-v\cos\vartheta)={}^1/_2\,kv^2\cos^2\vartheta$. Die Function $\varphi(+v\cos\vartheta)$ muss aber nach dem Obigen immer negativ und $\varphi(-v\cos\vartheta)$ positiv sein. Entwickelt man daher $\varphi(\mp v\cos\vartheta)$ in eine Reihe und schneidet mit dem zweiten Gliede ab, so kann man hiernach setzen, wenn $a=const$:

$$\varphi(\mp v\cos\vartheta)=\mp a\,v\cos\vartheta-\frac{1}{4}\,k\,v^2\cos\vartheta.$$

Auch wenn die Geschwindigkeiten v und v_1 verschieden sind oder die Elektricitäten m und m_1 sich in entgegengesetzter Richtung bewegen, sowie auch, wenn die Stromelemente Ds und Ds_1 einen beliebigen Winkel im Raume mit einander machen, stimmen die Formeln mit den Ampère'schen Resultaten überein.

In einer ähnlichen Weise entwickelt Edlund die Inductionsgesetze, **1170** indem er annimmt, dass, wenn ein Strom an einer Stelle entsteht, die Gleichgewichtslagen der elektrischen Molecüle im Raume sowohl, wie in einem benachbarten geschlossenen Leiter geändert werden und so während dieser Aenderung ein Inductionsstrom entsteht.

Ist m_1 ein ruhendes Theilchen des überall gleichmässig vertheilten Elektricitätsäthers in dem Leiterelemente Ds_1 und wird in seiner Nähe ein anderes Element Ds, welches den Aether m enthält, in einer Richtung bewegt, die mit der Verbindungslinie r den Winkel ϑ macht, so tritt dadurch eine Abstossung ein, deren Ausdruck ist:

$$+\frac{m m_1}{r^2}\left[1 - a v \cos\vartheta + \frac{1}{2} k v^2 \left(1 - \frac{3}{2}\cos^2\vartheta\right)\right].$$

Die Einwirkung auf m_1 von der ganzen umgebenden Aethermasse mit Ausnahme von m wird $- m m_1 / r^2$. Der Rest der Wirkung ist also für den ersten Moment der Bewegung und zwar in der Richtung der Verbindungslinie:

$$-\frac{m m_1}{r^2}\left[a v \cos\vartheta - \frac{1}{2} k v^2 \left(1 - \frac{3}{2}\cos^2\vartheta\right)\right].$$

1171 Setzen wir, wie oben, $m.v = i Ds$, ist μ_1 die in der Raumeinheit von Ds_1 enthaltene Aethermenge, also $m_1 = \mu_1 Ds_1$, multipliciren wir endlich obige Formel mit $\cos\vartheta_1$, wo ϑ_1 der Winkel zwischen dem inducirten Element und r ist, und dividiren mit μ, so erhalten wir die in der Richtung von Ds_1 inducirte, die Einheit des Elektricitätsäthers beschleunigende elektromotorische Kraft:

$$-\frac{i}{r^2}\left[a \cos\vartheta - \frac{1}{2} k v \left(1 - \frac{3}{2}\cos^2\vartheta\right)\right] \cos\vartheta_1 Ds . Ds_1 .$$

Bei der Integration verschwindet das Glied $k v i / 2 r^2 . \cos\vartheta_1 Ds\, Ds_1$, so dass die endliche Formel für die inducirte elektromotorische Kraft

$$-\frac{i}{r^2}\left(a \cos\vartheta + \frac{3}{4} k v \cos^2\vartheta\right) \cos\vartheta_1 Ds\, Ds_1$$

ist. Da indess die Induction nicht mit dem ersten Augenblicke abgeschlossen ist, sondern eine längere Zeit mit abnehmender Stärke andauert, indem die Molecüle des Aethers im Leiter und im Raume nur allmählich ihre Gleichgewichtszustände erreichen, so muss obiger Werth noch mit einer Function $F(r)$ multiplicirt werden.

Da nach W. Weber $1/\sqrt{k} = 440 . 10^6$ m/sec, v nach den Versuchen von Fizeau und Gounelle (die indess doch nur die Ladungszeit der Leiter, nicht die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität angeben) höchstens $180 . 10^6$ m/sec ist, so soll nach Edlund das zweite Glied in der Formel gegen das erste zu vernachlässigen sein. Dasselbe fällt stets fort, wenn der inducirende und inducirte Kreis geschlossen sind und beide durch dieselbe Ebene in zwei symmetrische Hälften getheilt werden können, und man nun die gesammte Inductionswirkung des einen auf den anderen berechnet.

1172 Aus den Versuchen von Felici (Bd. IV, §. 34 u. f.) leitet endlich Edlund ab, dass $F(r) = const . r$ ist, so dass die endliche Formel für

die inducirte elektromotorische Kraft unter den soeben angegebenen Bedingungen wird:

$$E = - const\, i \int \frac{1}{r} \cos\vartheta \cos\vartheta_1\, Ds\, Ds_1.$$

Diese Formel ist von Sundell[1]) experimentell geprüft worden, indem er zwei grössere oder zwei kleinere Holzscheiben von bezw. im Mittel 21,7 und 7,1 cm Durchmesser, in deren vertieften Rand Windungen gewickelt waren, zunächst conaxial einander gegenüberstellte und durch einen Commutator bewirkte, dass beim Durchleiten des Stromes durch die eine Drahtrolle in der anderen nur die Oeffnungsströme zu Stande kamen. Es wurden je 80 solcher Ströme inducirt und durch ein Weber'sches Galvanometer geleitet. Bei Ausführung der Integration erhält man die Intensität des inducirten Stromes:

$$I = const\; 4\pi R^2 i l m n \int_{-R}^{+R} \frac{\sqrt{R^2 - y^2}}{(R^2 + R_1^2 + z^2 + 2Ry)^{3/2}} Ds,$$

wo l das Leitvermögen des inducirten Kreises, R und R_1, sowie m und n die Radien und Windungszahlen des inducirten und inducirenden Kreises bezeichnen, z der Abstand ihrer Centren ist.

Die Beobachtung stimmte gut mit der Rechnung überein. Es war z. B.:

z	1,5	15	25	40 cm
I beob.	176,0	93,3	46,8	17,9
I ber.	176,7	93,4	46,6	18,1

Werden ferner die Kreise so gestellt, dass die Ebene des einen die des anderen halbirt, und die Ebenen beider Kreise auf einander senkrecht stehen, so sollte der Einfluss des zweiten Gliedes der im vorigen Paragraphen entwickelten Formel hervortreten, wenn man dem inducirenden Strome abwechselnd entgegengesetzte Richtung giebt. Dabei wechselt das erste Glied der obigen Formel sein Zeichen, das zweite bleibt unverändert. Die halbe Summe der beide Male beobachteten Ausschläge des Galvanometers sollte also dem letzteren entsprechen. Indess ergiebt sich dasselbe so klein, dass eine Prüfung der Richtigkeit der Formel in dieser Art unmöglich erscheint.

Zur Erklärung der unipolaren Induction stellt Edlund folgende **1173** Betrachtungen an[2]).

---

[1]) Sundell, Oefversigt af Kongl. Vetenskaps-Akadem. Förhandl. 1872, Nr. 2, p. 63.

[2]) Edlund, Wied. Ann. 2, 347, 1877; s. auch Pogg. Ann. 156, 590, 1875; auch K. Svenska Vetensk. Akad. Handl. 16, Nr. 1, p. 1, 1878; Beibl. 2, 661; Bihang till Svenska Vetensk. Akad. Handl. 5, 1, 1879; Beibl. 3, 755. Dass übrigens die Theorie der unipolaren Induction von Edlund nicht mit der Erfahrung übereinstimmt, haben wir schon Bd. IV, §. 185 erwähnt. Ferner ist

Befindet sich in einem senkrechten hohlen Metallcylinder ein Eisencylinder und wird letzterer magnetisch gemacht, so entstehen in ersterem horizontal verlaufende Inductionsströme, indem die freien Aetherschichten aus den Gleichgewichtslagen vor der Magnetisirung fortgeführt werden. Zugleich werden die um die Molecüle gelagerten gebundenen Aetherschichten fortgeführt, welche dadurch auf ihren gegen den Aetherstrom gewandten Seiten dichter werden, die freien sich bewegenden Aethermolecüle abstossen, und ihre Geschwindigkeit allmählich auf Null vermindern. Bei Entfernung der inducirenden Wirkung kehren sie durch die Abstossung in ihre frühere Gleichgewichtslage zurück; es entsteht ein entgegengerichteter Inductionsstrom.

Ist der Nordpol des Magnetes nach oben gerichtet und wird der Metallcylinder entgegen der Bewegung der Zeiger der Uhr um den Magnet mit der constanten Winkelgeschwindigkeit ω gedreht, so müssen die freien Aethermolecüle des Metallcylinders, welche in der oben erwähnten Weise gehindert wurden, sich selbst zu bewegen, mit den Molecülen des Cylinders rotiren. Sie erzeugen einen Strom in der oben angegebenen Richtung. Dieser Strom sucht sich, wie ein in gleicher Richtung vom Strome durchflossener Drahtring, der Indifferenzebene des Magnetes mit einer $M\omega$ proportionalen Kraft zu nähern, wo M das Moment des Magnetes ist. Die Dichtigkeit des freien Aethers nimmt also von den Polen zur Indifferenzebene zu, und so entsteht bei Verbindung des Poles und der letzteren ein Strom von der Mittelebene zu den Polen.

Ein Solenoid verhält sich dabei wie ein Magnet.

Die übrigen Inductionsfälle ergeben sich in gleicher Weise.

1174 Gegen die Theorie von Edlund sind mehrfache Einwände erhoben worden, so z. B. dass der leere Raum nicht leite, während doch die Elektricitätsbewegung durch den auch in ihm vorhandenen Lichtäther vermittelt werde[1]). Dieser Einwand wird bis zu einem gewissen Grade von Edlund widerlegt, wonach der grosse Widerstand der sehr verdünnten Räume wesentlich auf dem Uebergang der Elektricität von den metallischen Elektroden in dieselben beruht.

1175 Sodann hat Chwolson[2]) gegen die Formel Edlund's in Betreff der Fernewirkung der bewegten Aethertheilchen Bedenken erhoben. Indess hatte Edlund schon früher geltend gemacht, dass dieselbe kein allgemeines Naturgesetz darstellen sollte, sondern nur ein in weiten Grenzen anwendbarer Ausdruck wäre, ebenso wie die Ampère'sche Formel,

---

die Behauptung von Edlund (K. Svenska Vetensk. Akad. Handl. Nr. 5, 1887) nicht gerechtfertigt, dass die bisherige Theorie der unipolaren Leitung mit dem Princip der Erhaltung der Energie im Widerspruch sei. — [1]) Baumgarten, Pogg. Ann. 154, 305, 1875. — [2]) Siehe Chwolson, Pogg. Ann. Ergänzungsband 8, 140, 1876; Ergänzungsband 8, 478, 1877; auch Herwig, Pogg. Ann. 150, 623, 1873. Dagegen Edlund, Pogg. Ann. 151, 133; 152, 643; 153, 612, 1874.

welche er zur Feststellung der Constanten hinzugezogen hatte, auf die also eine Kritik im ersten Sinne nicht anzuwenden wäre.

Auch hat sich Chwolson u. A. dagegen gewendet, dass, wenn nach Edlund eine gewisse Zeit zur Entwickelung und zum Verschwinden der Abstossung erforderlich wäre, die von ihm postulirte Verringerung der Anziehung ruhender elektrischer Molecüle bei ihrer Annäherung an einander und die Verstärkung derselben bei der Entfernung nicht statthaben könnte. Edlund vergleicht dieses Verhalten mit dem analogen eines Eisenkernes, welcher einem Magneten genähert wird, wo auch zur Aenderung der Anziehung eine bestimmte Zeit erforderlich wäre. Dieselbe ist indess doch nur secundär durch die Inductionsströme in der Eisenmasse bedingt.

Ferner hat Chwolson[1]) gegen die Formel der Fernewirkung der bewegten Aethertheilchen Bedenken ausgesprochen. Er meint namentlich, dass bei dem Ausdruck derselben in der Form $- m m_1 r^{-2} f(h)$, wo $f(h) < 1$ ist, bei gegebenem h der Kraftverlust stets der gleiche aliquote Theil der ganzen Kraft der ruhenden Theilchen sei; die Kraft müsse vielmehr durch $m m_1 [r^{-2} + f(r, h)]$ dargestellt werden, wo f für negative h auch negativ sei. Sodann setze Edlund die bei der Annäherung verkleinerte Kraft gleich $- m m_1 / r^2 . [1 + \varphi(h)]$, die bei der Entfernung vergrösserte gleich $- m m_1 / r^2 . [1 + \varphi(-h)]$, wo $\varphi(h) = a h - \frac{1}{4} k h^2$, $\varphi(-h) = - a h - \frac{1}{4} k h^2$ ist. Letzterer Werth ist also absolut grösser als ersterer. Werde also ein Theilchen oftmals auf demselben Wege hin und her bewegt, so trete bei Rückkehr in die Anfangslage eine Arbeitsleistung aus nichts hervor. Der Werth $\varphi(-h)$ wächst mit wachsendem h beständig, der Werth $\varphi(+h)$ erreicht für $h = 2a/k$ ein Maximum a^2/k und wird für $h = 4a/k$ gleich Null und dann mit wachsendem h negativ. Bei einer gewissen Geschwindigkeit der Annäherung wäre also die Kraft ebenso gross wie bei der Ruhe.

1176 Ich selbst hatte darauf aufmerksam gemacht, dass nach Edlund's Theorie Aenderungen der Dichtigkeit des gegen die körperlichen Massen so bedeutend dünneren Aethers bedeutende Aenderungen der Abstossung in die Ferne hervorrufen können, worauf Edlund[2]) erwidert, dass die Abstossung der Aethertheilchen nicht nur von der Entfernung abhänge, sondern auch eine Function von der relativen Geschwindigkeit und Beschleunigung der Aethermolecüle sei. Auch könne die Abstossung auf einer Fortpflanzung von Molecül zu Molecül beruhen.

1177 Gegen die Annahme von Edlund über die Identität von Elektricität und Lichtäther sprechen folgende Versuche von Ruoss[3]):

---

[1]) Chwolson, Pogg. Ann. Ergänzungsband 8, 140, 1876. — [2]) Edlund, Pogg. Ann. 153, 612, 1874. — [3]) Ruoss, Schlömilch's Zeitschr. 37 [2], 125, 1892; Beibl. 16, 751.

Eine Planconvexlinse wird auf eine vernickelte ebene Metallplatte durch zwei grössere, bis auf ihre Mitte lackirte Glasplatten festgedrückt. Die bei 130facher Linearvergrösserung beobachteten Newton'schen Ringe änderten sich bei möglichst starker Elektrisirung der Metallplatte nicht. Die Annahme Edlund's, die Elektricität sei mit dem Aether identisch, dürfte hiernach nach Ruoss nicht aufrecht erhalten werden können.

1178 Nach Roiti müsste, wenn der Strom in der von Edlund angenommenen Art durch eine Aetherbewegung zu Stande käme, der Durchgang des Lichtes durch leitende Körper vom Strome geändert werden.

Indess ändern sich die Diffractionserscheinungen nicht, wenn das Licht durch zwei Spalten geleitet wird, und vor dieselben zwei Glaströge mit verdünnter Schwefelsäure gestellt werden, deren einer vom Strome durchflossen ist (die Aenderung des Brechungsverhältnisses müsste hierbei weniger als $^1/_{1000000}$ betragen); ebensowenig, wenn das Licht zur einen Spalte über die Oberfläche einer geladenen Franklin'schen Tafel hingeführt wird [1]. — Wurden bei dem Diffractionsversuch die Tröge mit Zinkvitriollösung gefüllt und wurde ein Strom in der einen oder der anderen Richtung hindurchgeleitet, so konnte ebensowenig eine Einwirkung wahrgenommen werden [2].

Ein eben solches negatives Resultat hat Lecher [3] bei Anwendung von Lösung von salpetersaurem Silber zwischen Silberelektroden erhalten.

Ebensowenig wird nach Lecher ein Lichtstrahl direct durch magnetische Einflüsse geändert. Wurde ein polarisirter Lichtstrahl durch den Hohlraum einer kräftigen Inductionsspirale geleitet, durch welche mittelst einer Stimmgabel ein oft unterbrochener Strom geleitet wurde, und durchsetzte der Strahl dann eine zweite, mit einem Telephon verbundene, von der ersten hinlänglich entfernte Inductionsspirale, so tönte das Telephon doch nicht [4].

Edlund [5] bemerkt dagegen, dass die Geschwindigkeit der Aetherbewegung durch den Strom mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Lichtschwingungen in demselben nicht in directem Zusammenhange stehe, ähnlich wie die Schnelligkeit des Einschiebens eines Stempels in ein mit Luft erfülltes Rohr nichts mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in letzterem zu thun habe.

Analog sucht Wilberforce [6] zu entscheiden, ob die Lichtgeschwin-

---

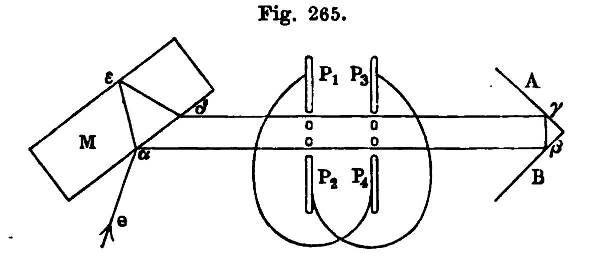
[1]) Wild, Pogg. Ann. 124, 517, 1855. — [2]) Roiti, Pogg. Ann. 150, 164, 1873. — [3]) Lecher, Rep. d. Phys. 20, 151, 1884; Beibl. 8, 665. — [4]) Siehe übrigens neuere Versuche von Zeemann. — [5]) Edlund, Pogg. Ann. 151, 133, 1873. Weitere Einwände siehe Herwig, Pogg. Ann. 150, 623, 1873 und dagegen Edlund, Pogg. Ann. 152, 643, 1874 und auch Hoorweg, Maandblad van Natuurwetenschappen 6, Nr. 8, p. 124. — [6]) Wilberforce, Trans. Cambridge de Phil. Soc. 14, 170, 1887; Beibl. 11, 795.

digkeit in einem Dielektricum durch einen Verschiebungsstrom gleicher Richtung beeinflusst wird.

Von einer Knallgaslampe fällt paralleles Licht auf die etwa 20 mm dicke planparallele Spiegelglasplatte *M*. An der Vorderfläche von *M* theilt sich der Strahl in zwei, von denen der erste den Weg $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\alpha e$, der zweite den umgekehrten Weg $\alpha\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha e$ zurücklegt. *A*, *B* sind zwei auf chemischem Wege versilberte, genau zu einander senkrechte Spiegel; ihre Schnittlinie ist der Ebene von *M* parallel. Die übrigen parallelen Strahlen legen nahezu gleiche Wege zurück und man erhält daher im Beobachtungsfernrohr ein System von Interferenzstreifen.

P_1, P_2, P_3, P_4 sind vier Stanniolbelegungen, zwischen denen sich als zu untersuchendes Dielektricum eine Glasplatte mit ebenen parallelen Endflächen von 26 mm Dicke befand. Die Lichtbündel gehen durch

Fig. 265.



kleine, in den Belegungen befindliche Löcher. P_1, P_4 sind mit einander verbunden und werden auf das Potential *V* geladen. P_2, P_3 sind zur Erde abgeleitet.

Wenn der beim Laden des Condensators auftretende Verschiebungsstrom zugleich eine translatorische Bewegung des Aethers von genügender Grösse bedingte, so hätte sich eine Verschiebung der Interferenzstreifen zeigen müssen. Aus dem negativen Resultat berechnet der Verf., dass für die supponirte translatorische Bewegung des Aethers als obere Grenze der Geschwindigkeit desselben sich 41 m in der Secunde ergeben würde. Roiti fand seiner Zeit als obere Grenze 200 m.

Trowbridge[1]) bestimmte das specifische Inductionsvermögen *D* verschiedener Dielectrica und die Grenze *G* der Wellenlänge bis zu den ultravioletten Strahlen, welche durch dieselben hindurchgelassen werden. Er fand für

	Glas	Paraffin	Ebonit	Kautschuk	Quarz	Kalkspath
D	3,243	2,32	3,15	3,24	4,6	8,4
G	ca. 3800	ca. 3400	dunkel	dunkel	<2000	<2000

Danach verhalten sich lange Wellen von elektrischer Strahlung wie lange Wellen von strahlender Energie, d. h. Wärmewellen. Die kurzen

[1]) Trowbridge, Sillim. Journ. of Sc. 38 [3] 217, 1889. Lum. électr. 34, 93; Beibl. 13, 973.

Wellen von elektrischer Energie werden, wenn sie den kurzen Lichtwellen analog sind, scheinbar nicht durch die Dielectrica absorbirt, wenn letztere sehr vollkommen sind. Somit scheint die elektrische Anziehung, wie z. B. zweier Condensatorplatten, durch sehr schnelle Aetherschwingungen nicht erklärt werden zu können.

1179 Auch Lorenz [1]) bezieht die elektrischen Erscheinungen auf Bewegungen des Lichtäthers und vergleicht zunächst die Induction von Strömen in geschlossenen Leitern durch veränderliche Ströme mit Lichtschwingungen, welche in ähnlicher Weise parallele Schwingungen induciren.

Er betrachtet die Kirchhoff'schen Gleichungen [§. 1081, Gleich. 3) und 4)] als erste Glieder einer Reihenentwickelung, indem er in der Gleichung für Ω daselbst ε' und e' durch $\varepsilon'(t - r/a)$ und $e'(t - r/a)$ ersetzt, wo a eine Constante ist, wodurch die Function Ω in eine neue $\overline{\Omega}$ übergeht, und ebenso die Werthe $U V W$ nunmehr als Functionen der Zeit gleich $u'(1 - r/a)$ u. s. f. gesetzt werden. Dann ist in die obigen Gleichungen die Bedingung eingeführt, dass die von den Elektricitäten und elektrischen Strömen ausgehende Wirkung zur Fortpflanzung Zeit braucht, indem die Wirkung im Punkte xyz im Moment t nicht dem gleichzeitigen Zustande in einem Punkte x', y', z' entspricht, sondern dem, wie er im Moment $t - r/a$ war. Für $a = \infty$ gehen die Gleichungen in die früheren über. Aus denselben ergiebt sich, dass periodische elektrische Schwingungen sich senkrecht gegen ihre Schwingungsrichtung mit einer bestimmten Geschwindigkeit a, ähnlich wie die des Lichtes, fortpflanzen können, und zwar, wenn die elektrische Leitfähigkeit sehr klein ist, mit der Lichtgeschwindigkeit. Führt man die neuen Werthe in die Gleichungen 5) und 6) von Kirchhoff ein und dann in die Werthe Ω, so erhält man Gleichungen von der Form

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) - \frac{d}{dz}\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right) = \frac{1}{a^2}\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{16\pi\varkappa}{a^2}\frac{du}{dt},$$

welche bis auf das letzte Glied mit den für die Lichtcomponenten von Lorenz [2]) gefundenen Gleichungen übereinstimmen und nur transversale Schwingungen zulassen. Das letzte Glied deutet eine der Leitfähigkeit entsprechende Absorption an. In der That wird in den gut leitenden Körpern das Licht in hohem Grade absorbirt; und umgekehrt leiten durchsichtige Körper sehr schlecht. Auch folgt daraus, dass im Gegensatz zu Kirchhoff's Annahme im Inneren eines Leiters von constanter Leitfähigkeit ein Auftreten von freier Elektricität nicht möglich ist.

Umgekehrt entwickelt Lorenz auch aus den Gleichungen für die Lichtbewegung die Gesetze der elektrischen Ströme.

---

[1]) Lorenz, Pogg. Ann. **131**, 243, 1867. — [2]) Lorenz, Pogg. Ann. **118**, 111, 1863; **121**, 579, 1864.

Im Strome kann die Elektricitätsbewegung hiernach nicht in einer fortschreitenden Bewegung des Aethers bestehen, da diese mit den Lichtschwingungen nicht übereinstimmt. Lorenz nimmt deshalb an — wie auch Hankel — sie bestehe aus circularen Aetherschwingungen um Axen, welche der Stromesrichtung parallel sind, in guten Leitern andauern und sich in jener Richtung fortpflanzen, während sie in schlechten Leitern periodisch sind und sich in Richtungen senkrecht gegen die Rotationsaxe fortpflanzen.

1180 In weiterer Ausführung und auf specielleren Anschauungen über die Art der Fortpflanzung der elektrischen (und magnetischen) Wirkungen in einem Zwischenmedium basirend, hat Maxwell[1]) im Anschluss an die §. 1145 u. f. erwähnten Vorstellungen von Faraday diese Erscheinungen betrachtet und eine mathematische Theorie derselben entwickelt.

Hiernach soll das Zwischenmedium zwischen den auf einander wirkenden Körpern sich, ähnlich wie ein gespanntes Seil oder wie ein zusammengepresster Stab, in einem Zustande mechanischer elektrischer Spannung befinden.

Wirkt eine Scheidungskraft auf ein Dielektricum, so bedingt sie die Polarisation seiner Elemente, welche mit dem Verschwinden der Scheidungskraft ebenfalls aufhört. Diese Polarisation besteht in einer elektrischen Verschiebung in dem Elemente in der Richtung der Scheidungskraft, und zwar soll sie proportional der Aenderung der letzteren sich gleichfalls ändern. Die Grösse der elektrischen Verschiebung wird durch die die Einheit der Fläche durchströmende Elektricitätsmenge gemessen, während erstere von Null bis zu ihrem wirklichen Werthe wächst.

Das Verhältniss der Scheidungskraft zu der entsprechenden Verschiebung bezeichnet Maxwell mit dem Namen Coëfficient der elektrischen Elasticität in dem Medium. Es ist in verschiedenen Medien verschieden.

Die Aenderungen der elektrischen Verschiebung bedingen einen während derselben andauernden Strom, welcher indess nur bis zu einer bestimmten Grösse anwachsen kann, da, wenn die elektrische Verschiebung eine gewisse Grösse überschreitet, diruptive Entladungen eintreten.

In den Leitern entsteht dagegen durch die elektrischen Verschiebungen ein beliebig anwachsender Strom.

1181 Ist eine Kugel O gleichförmig auf ihrer Oberfläche mit der Elektricitätsmenge e beladen und wirkt sie auf einen von ihr in derEntfernung r belegenen Punkt P eines dielektrischen Mediums, so ist die elektrische Verschiebung in P proportional e/r^2 und die Gesammtverschiebung E

[1]) Maxwell, Treatise on Electr. 2. ed., 1, 59 u. a. a. O.

auf einer durch P concentrisch mit O gelegten Kugelfläche gleich $E = 4r^2\pi . e/r^2 = 4\pi e$. E ist also vom Radius unabhängig.

Um die Beziehung zwischen der Ladung e der Oberfläche von Kugel O und der Verschiebung E auf derselben zu entwickeln, sei zwischen zwei zu O concentrischen ausserhalb O gelegenen Kugelflächen, auf denen die Potentiale V_1 und V_2 sind, die elektrische Verschiebung E um δE vermehrt. Dann ist die hierzu verbrauchte Arbeit $(V_1 - V_2)\,\delta E$. Fällt die eine Kugelfläche mit der Oberfläche von O zusammen, wo das Potential gleich $V_1 = V$ sei, liegt die andere in unendlicher Entfernung, wo $V_2 = 0$ ist, so wird die Arbeit in dem O umgebenden Medium $V\delta E$.

Nach der gewöhnlichen Vorstellung ist bei Steigerung der Ladung um δe die Arbeit gleich $V\delta e$, welche also auf die Vermehrung der elektrischen Verschiebung verwendet wird. Somit ist $\delta e = \delta E$ und, da beide gleichzeitig verschwinden, $e = E$.

Die Verschiebung in irgend einer, der geladenen Kugelschale concentrischen Kugelfläche ist also gleich der Ladung der Kugel[1]).

1182 Um diese Vorstellungen anschaulich zu machen, stellt Lodge[2]) den Elektricitätsstrom durch ein Seil dar, welches über zwei Rollen A, B geht, die an der Mitte der kurzen Seiten eines rechteckigen Rahmens befestigt sind. Das Seil schliesst sich sodann in sich selbst, indem es über zwei andere ausserhalb des Rahmens neben den ersten befindliche Rollen geht. Eine der äusseren Rollen kann durch eine seitliche Schraube S gebremst werden, was der Einführung eines unendlichen Widerstandes entspricht; um die andere ist ausserdem eine Schnur mit einem Gewichte G gewunden, wodurch das Seil in Bewegung gesetzt wird. Das Gewicht entspricht einer elektromotorischen Kraft. Zwischen den Rollen A und B sind auf das Seil durchbohrte Perlen, welche die Molecüle darstellen, geschoben, die durch transversale, an dem Rahmen beiderseits befestigte elastische Fäden in ihrer Lage festgehalten werden.

Reiben sich die Perlen stark am Seil, sind die elastischen Fäden schwach gespannt, und wird das Seil durch ein Gewicht W erst vorwärts bewegt und bleibt dann in dieser Stellung, so verbleiben die mit dem Seil verschobenen Perlen in ihren neuen Lagen; der Zustand entspricht dem einer geladenen Leydener Flasche, die Spannung des Seiles durch die gedehnten Fäden der Polarisation des Dielektricums, wobei vorausgesetzt wird, dass die Ansammlung der Elektricität nach einer Seite an

---

1) Auf ähnliche Vorstellungen wie Maxwell ist unabhängig davon Ermacora gekommen. Er nimmt dabei im Gegensatze zu Maxwell ein Eindringen der Elektricität in die Dielektrica, eine Absorption der Elektricität oder eine absolute Ladung der Materie an, welche Maxwell für unmöglich hält, dagegen keine Spannung in der Richtung der Kraftlinien, sondern Drucke im umgebenden Medium. Die Consequenzen für die Elektrostatik werden in elementarer Weise in dem Werke: Sopra un modo d'interpretare i fenomeni elettrostatici, Padova 1882, entwickelt. — 2) Lodge, Phil. Mag. [5] 2, 353, 524, 1876.

Stelle der Trennung beider Elektricitäten gesetzt ist. Wird das Gewicht W entfernt und Schraube S plötzlich gelöst, so kehrt das Seil durch den Zug der Fäden nach einigen Schwingungen in seine Ruhelage zurück. Dieser Vorgang entspricht der oscillatorischen Entladung der Flasche. — Gleiten die Perlen in Folge des Zuges bei geringerer Reibung am Seil alle gleichförmig und langsam in ihre ersten Ruhelagen zurück, so ist das Verhalten das eines schwach leitenden Dielektricums, welches sich allmählich nach der Ladung vollständig von selbst entladet. Reiben sich die Perlen verschieden stark am Seil, so dass sie zum Theil nicht, zum Theil mehr oder weniger stark mit ihm verschoben werden und nach Aufhebung der Arretirung mit dem Seil mehr oder weniger zurückschwingen, so können sie nachher in verschiedenen Abständen von einander verbleiben. Dann stellt das Modell ein zusammengesetztes Dielektricum dar, welches nach Aufhören der Scheidungskraft noch innere Ladungen bewahrt. Eine ganz glatte Perle würde dabei das Verhalten eines ganz gut leitenden Elementes in dem schlechten Leiter, z. B. eines zwischen Glasplatten eingeschlossenen Goldblattes, darstellen.

1183 Werden die elastischen Fäden durch Metallstäbe ersetzt, deren Enden um die Seitenstäbe des Rahmens gewunden sind, auf denen sie somit gleiten, so bewegen sich die Perlen mit dem Seil, wie bei der Elektrolyse das eine der Ionen mit dem Strom. Stossen sie an dem Ende ihres Weges gegen ein elastisches Polster, so tritt dadurch die Erscheinung der Polarisation ein. Ist auf dem Polster eine mehr oder weniger scharfe Schneide befestigt, welche die Perlen zerschneidet, so entspricht dies dem Entweichen der Ionen in Gasform. Ein zweites Seil mit Perlen, welches sich in entgegengesetzter Richtung bewegt, kann den Weg des zweiten Ions darstellen.

Wird statt des das Seil constant bewegenden Gewichtes ein gespannter elastischer Faden zum vorübergehenden Antrieb desselben verwendet, so entspricht dies einer kurze Zeit wirkenden elektromotorischen Kraft, wie bei der Entladung der Leydener Flasche; wird das Seil durch eine äussere Kraft mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt, so ist das Verhalten ähnlich der Elektricitätserzeugung durch eine Elektrisirmaschine.

Ist der Widerstand, den das Seil in den Perlen findet, klein, die Biegsamkeit der Federn gering, so verschieben sich die Perlen kaum, sie gerathen nur in Schwingungen um eine in der Richtung der Bewegung des Seiles etwas verschobene Gleichgewichtslage; die Beschleunigung des Seiles wird durch die Reibung an den Perlen verzehrt. Es wäre dies das Bild der metallischen Leitung.

Auch die Wechselwirkungen eines Lichtstrahles und eines Stromes werden mittelst eines solchen Modelles betrachtet. Wegen weiterer Betrachtungen über die Wärmeerscheinungen hierbei, wenn die Perlen rauh und an elastischen Stäben befestigt sind und somit schwingen u. s. f.,

wobei sie auch noch nach einer Richtung leichter gleiten können, als nach den anderen, Erscheinungen, welche zur Aufstellung einer thermoelektrischen Hypothese verwendet werden, müssen wir auf die Originalabhandlung verweisen.

1184 Bei der specielleren Ausführung seiner Theorie hat Maxwell[1]) im Wesentlichen den folgenden Weg eingeschlagen.

Wird in einem Leiter ein Strom durch eine elektromotorische Kraft, z. B. durch Bewegung im Magnetfelde, erzeugt, so wird dabei kinetische Energie hervorgebracht, die sich theils als Wärme im Leiter selbst, theils als Arbeit, z. B. beim Treiben einer magnetelektrischen Maschine, theils auch als Steigerung der Intensität des Stromes, also der lebendigen Kraft der Elektricitätsbewegung, selbst äussert. Nimmt man daher an, dass überhaupt hierbei theils der Leiter selbst, theils die Theilchen eines Mediums bewegt sind, welches durch seine Bewegung den elektrischen Strom in den Leitern oder auch die Uebertragung dieser Bewegung auf andere Leiter, wie bei der Induction, vermittelt, so kann man auf diese Bewegungen die Bewegungsgleichungen von Lagrange anwenden. Wir lassen dabei vorläufig unbestimmt, ob jenes Medium der Lichtäther selbst sei, wie Faraday[2]) vermuthete.

1185 Ist die Lage der einzelnen materiellen Punkte $a_1 a_2 \ldots$ eines Systems durch die allgemeinen Coordinaten $\psi_1, \psi_2 \ldots \varphi_1, \varphi_2 \ldots$ gegeben, bezeichnen $\dot{\psi} = d\psi/dt$ u. s. f. die Geschwindigkeiten der Punkte nach der Richtung dieser Coordinaten, sind $\Psi_1 \Psi_2 \ldots \Phi_1 \Phi_2$ die nach der Richtung der ψ, $\varphi \ldots$ auf die Punkte wirkenden Componenten der bewegenden Kräfte, also $p_\psi = \int \Psi\, dt$ u. s. f. die ihnen entsprechenden Bewegungsmomente zur Zeit t, sind endlich T die lebendigen Kräfte der einzelnen Punkte, so ist nach Lagrange allgemein:

$$\Psi = \frac{dp_\psi}{dt} - \frac{dT}{d\psi}; \qquad \Phi = \frac{dp_\varphi}{dt} - \frac{dT}{d\varphi} \quad \ldots \quad \text{I)}$$

oder, da $p_\psi = dT/d\dot{\psi}$ u. s. f. ist:

$$\Psi = \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{\psi}}\right) - \frac{dT}{d\psi}; \qquad \Phi = \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{\varphi}}\right) - \frac{dT}{d\varphi} \quad \ldots \quad \text{II)}$$

wo die für die einzelnen Punkte gültigen Werthe von p_ψ, ψ, Ψ; p_φ, φ, Φ u. s. f. nach einander einzufügen sind. — Da die lebendige Kraft T eine homogene Function zweiten Grades in Bezug auf die Geschwindigkeiten $\dot{\psi}$, $\dot{\varphi}$ u. s. f. ist, so kann man sie schreiben

$$T = \tfrac{1}{2}\,(P_{11}\dot{\psi}_1^2 + 2\,P_{12}\dot{\psi}_1\dot{\psi}_2 + \cdots),$$

[1]) J. Clerk Maxwell, A dynamic theory of the Electromagnetic field. Phil. Trans. 1864, p. 459; ausführlicher in Treatise on Electricity and Magnetism, 2, 195 und flgde. 1873; 2. ed., p. 196 u. f., 1881. — [2]) Faraday, Thoughts on Ray vibrations, Phil. Mag. 1846.

wo $P_{11} = \partial^2 T / \partial \dot{\psi}_1^2$, $P_{12} = \partial^2 T / \partial \dot{\psi}_1 \partial \dot{\psi}_2$ u. s. f. nur Functionen der Coordinaten sind.

Die lebendige Kraft hängt also von Gliedern ab, welche sowohl Quadrate der einzelnen Geschwindigkeiten, wie auch Producte derselben enthalten.

Bewegt sich ein System von Leitern, in denen Ströme fliessen, so **1186** kann ein Theil T_m der kinetischen Energie in der Bewegung der materiellen Massen, ein anderer T_e in der der Elektricitäten, ein dritter T_{me} in der relativen Bewegung beider gegen einander begründet sein. Bezeichnen wir die unbestimmten Coordinaten der Massen mit x, die der Elektricitäten mit ξ, so sind diese drei Theile der kinetischen Energie:

$$\begin{aligned} T_m &= {}^1/_2\, L_{m1}\, \dot{x}_1^2 + {}^1/_2\, L_{m2}\, \dot{x}_2^2 \cdots + M_{m12}\, \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \cdots \\ T_e &= {}^1/_2\, L_{e1}\, \dot{\xi}_1^2 + {}^1/_2\, L_{e2}\, \dot{\xi}_2^2 \cdots + M_{e12}\, \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 + \cdots \\ T_{me} &= L_{me1}\, \dot{x}_1 \dot{\xi}_1 + \cdots \end{aligned}$$

wo die Coëfficienten der Quadrate und Producte der Geschwindigkeiten $\dot{x}$ und $\dot{\xi}$ Functionen der Coordinaten x und ξ sein könnten. Fliessen aber neben einander verschiedene Ströme von constanter Intensität in ruhenden Leitern, so sind die lebendigen Kräfte T constant und ebenso die Geschwindigkeiten $\dot{\xi}$, obgleich die Werthe ξ sich ändern. Letztere können also in den Gleichungen nicht vorkommen, und die Coëfficienten sind nur Functionen der Coordinaten x.

Nach der Formel von Lagrange können wir die Kräfte x entwickeln, welche die Coordinaten x ändern, also die Leiter selbst bewegen, und die Kräfte Ξ, welche die Coordinaten ξ und die Geschwindigkeiten $\dot{\xi}$ bestimmen, also die elektromotorischen Kräfte in den Leitern. Die Kräfte X sind:

$$X = \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{x}}\right) - \frac{dT}{dx}.$$

Sie lassen sich in drei Theile $X_m + X_e + X_{me}$ zertheilen, von denen X_m rein mechanische, den mechanischen Bewegungen des Systems entsprechende, hier nicht zu behandelnde Kräfte darstellt, X_e die elektromagnetischen Kräfte, welche in Folge der Wechselwirkung der beweglichen Elektricitäten mechanische Bewegungen verursachen, X_{me} endlich Kräfte zwischen den Massen und Elektricitäten bezeichnen. Wir erhalten X_e und X_{me} durch Einführung von T_e und T_{me} in die obige Gleichung.

Da T_e die Geschwindigkeiten x nicht enthält, so wird

$$X_e = -\frac{dT_e}{dx}.$$

Die Kraft also, welche die elektromagnetische Wechselwirkung der bewegten Elektricitäten compensirt, ist gleich dem negativen Diffe-

rentialquotienten der kinetischen Energie der Elektricitäten in Bezug auf die Coordinate x.

1187 Ferner ist

$$X_{me} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\,T_{me}}{d\,\dot{x}}\right) - \frac{d\,T_{me}}{d\,x}.$$

Da T_{me} nur Producte der Geschwindigkeiten $\dot{x}$ mit den den Stromintensitäten proportionalen Geschwindigkeiten $\dot{\xi}$ enthält, so entspricht das erste Glied einer mechanischen Kraft, welche nur bei einer Aenderung der Stromintensitäten auftritt, bei Constanz derselben verschwindet. Indess lässt sich eine solche Kraft noch nicht nachweisen, wie sie sich zeigen müsste, wenn die Elektricität eine bestimmte Masse besässe. Hängte Maxwell eine flache Spirale in horizontaler Ebene an einem verticalen, ihr conaxialen Draht auf und leitete mittelst dieses Drahtes und eines unterhalb in einen Quecksilbernapf tauchenden Verticaldrahtes einen Strom plötzlich hindurch, so änderte sich die durch Spiegelablesung bestimmte Lage der Spirale nicht, wenn die Wirkung des Erdmagnetismus durch einen Magnet compensirt war.

1188 Der zweite Theil von X_{me} würde in Wirksamkeit treten, wenn der Leiter bewegt würde. Hierzu befestigte Maxwell eine cylindrische Drahtspirale an einer gegen ihre Axe senkrechten Axe und liess letztere in zwei, an den Enden des Horizontaldurchmessers eines verticalen Metallringes angebrachten Metalllagern ruhen. Die Drahtspirale war so äquilibrirt, dass ihr Trägheitsmoment in der Richtung ihrer Axe etwas kleiner war, als in der auf letzterer und der Aufhängungsaxe senkrechten Richtung. Der Metallring wurde um eine verticale Axe, die zugleich die Zuleitung des Stromes zur Spirale vermittelte, in Rotation versetzt. Würde in der Spirale die Elektricität wie eine Masse rotiren, so hätte sich hierbei ihre Axe, die gegen die verticale Drehungsaxe ein wenig geneigt war, verstellen müssen. Dies fand indess nicht statt, auch nicht beim Einlegen eines Eisenkernes in die Spirale.

Soweit diese, noch nicht als definitiv anzusehenden Versuche schliessen lassen, ist also keine aus der relativen Verschiebung der materiellen und elektrischen Theile entspringende Kraft zu beobachten (vgl. §. 1026 u. f.).

1189 Die auf die Elektricitäten wirkenden elektromotorischen Kräfte sind

$$\Xi = -\frac{d}{dt}\left(\frac{d\,T}{d\,\dot{\xi}}\right) - \frac{d\,T}{d\,\xi}.$$

Da aber T keine Glieder mit ξ enthält, so fällt das letzte Glied fort.

Von den drei Theilen von Ξ, nämlich Ξ_m, Ξ_e und Ξ_{me}, ist der erste, welcher die Wirkung auf die Massen betrifft, gleich Null, da T_m kein $\dot{\xi}$ enthält. Der zweite ist

$$\Xi_e = -\frac{d}{dt}\left(\frac{dT_e}{d\xi}\right),$$

worin $dT_e/d\xi$ die Intensitäten nur in der ersten Potenz enthält. Er entspricht der inducirten elektromotorischen Kraft. Der dritte Theil, welcher $dT_{me}/d\xi$, also nur eine lineare Function der Geschwindigkeit $\dot{x}$ der Leiter enthielte, würde eine elektromotorische Kraft ergeben, die unabhängig von allen Strömen nur durch die Aenderung der Geschwindigkeit der Leiter erzeugt würde.

Solche Kräfte hat Colley nachzuweisen versucht. **1190**

Da nach Colley[1]) ein in einer Lösung von salpetersaurem Silber von oben nach unten absteigender Strom stärker ist, in einer Lösung von Jodcadmium gerade umgekehrt schwächer ist, als der aufsteigende, so soll dadurch die Existenz einer elektromotorischen Kraft nachgewiesen sein, welche gegenüber der Schwerkraft erzeugt wird, und es würde diese Kraft der erwähnten Kraft entsprechen, und nur von der Bewegung des Leiters, nicht von äusseren magnetischen Kräften oder Strömen abhängen, auch nur von der Beschleunigung, welche positiv oder negativ sein kann, nicht von der absoluten Geschwindigkeit.

Ebenso könnte umgekehrt bei Bewegungen der elektrolytischen Flüssigkeiten die Kraft Ξ_{me} nachgewiesen werden.

Indess bedürfte es wohl noch weiterer Untersuchungen, um die Existenz der sehr kleinen bei den Versuchen beobachteten Kräfte zu constatiren, auch einer speciellen Discussion, ob dieselben mit den Kräften Maxwell's übereinstimmen.

Weitere Versuche hierüber hat Colley[2]) in der Art angestellt, dass **1191** er eine starkwandige verticale Glasröhre voll nahezu concentrirter Jodcadmiumlösung zwischen zwei verticalen Führungsdrähten hinabfallen liess. Oben und unten war die Röhre mit amalgamirten Cadmiumelektroden versehen, welche mit einem Thomson'schen Galvanometer communicirten. Unten war an die Röhre ein Holzconus angesetzt, welcher beim Fallen 10 bis 15 cm tief in Sand eindrang. Die Lösung war in der Röhre nach Verbindung mit der Luftpumpe ausgekocht. In Folge der Ungleichheit der Elektroden war in ihr stets ein Strom vorhanden, welcher nach längerer Verbindung der Elektroden allmählich aufhörte.

Fällt die Röhre hinab, so muss nach Colley das Jod des Jodcadmiums, dessen Bewegungsgrösse am bedeutendsten ist, in der Bewegung zurückzubleiben streben und dadurch ein niedersteigender Strom ent-

---

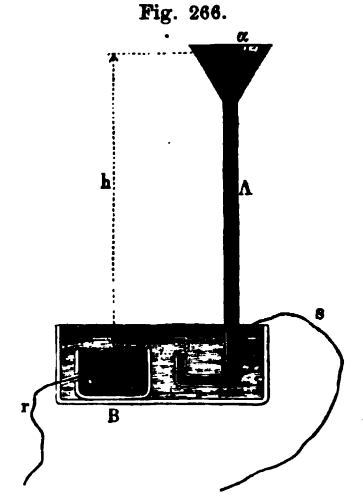
[1]) Colley, J. d. phys.-chem. Ges. zu St. Petersburg 13, 1881; Auszug d. Verf. Beibl. 5, 457. Dann die Polemik von Borgmann, J. d. phys.-chem. Ges. 13, 414; 14, 15 u. Colley, 14, 260, 1882 u. Beibl. 6, 889. — [2]) Colley, Wied. Ann. 17, 55, 1884.

stehen, welcher in der That beobachtet wurde. — Die Schwerkraft für sich sollte einen gleich gerichteten Strom auch ohne die Bewegung erzeugen (wie man auch beim Umkehren der Röhre beobachten kann). Da dieselbe aber permanent gleich wirkt, so hat sie auf das Resultat beim freien Fallen keinen Einfluss.

Es mag dahin gestellt bleiben, ob bei diesen Versuchen nicht durch den Stoss beim Fallen, wobei die Flüssigkeit gegen die eine oder andere Elektrode andringt, die noch immer eventuell bestehende Beladung der Elektroden mit heterogenen Substanzen, welche sich nur durch die vorherige Schliessung ausgeglichen hat, einseitig wieder hervortritt, und so, wie bei den Strömen beim Drücken der Elektroden, die Reinheit der Beobachtungen trübt.

1192 Aehnliche Resultate erhielt Des Coudres[1]). In einem mit Quecksilbersalzlösung gefüllten Glastrog steht ein Glastrog B (Fig. 266), der mit Quecksilber gefüllt ist, und ein längeres, unten zu einer Capillaröffnung ausgezogenes Glasrohr A, welches ebenfalls Quecksilber enthält. A und B sind isolirt durch Platindrähte r und s mit einem Galvanometer verbunden. Die Niveaudifferenz des Quecksilbers in A und B sei h. Die Arbeit, um q g Quecksilber von B nach A zu transportiren oder sie in a hineinzupressen, ist $q \cdot g \cdot h$, wo g die Gravitationsconstante ist. Ist das specifische Gewicht des Quecksilbers 13,6, $h = 10^6/g$ 13,6 cm, so ist diese Arbeit $\frac{q}{13,6}\, 10^6$ Erg. Geht ein Coulomb von A nach B in der einen oder anderen Richtung über, so wandern zugleich 0,001037 bezw. 0,002074 in der Richtung des positiven Stromes über, je nachdem das Salz der Lösung ein Oxyd- oder ein Oxydulsalz ist. Ist E_{ab} die Potentialdifferenz zwischen b und a, so beträgt die Arbeit beim Uebergang eines Coulomb von B nach A

Fig. 266.



$$E_{ab} \,.\, 10^7 \text{ Erg.}$$

Setzt man die mechanische und elektrische Arbeit gleich, so wird für $q = 0,002074$ (bei einem Oxydulsalz)

$$E_{ab} \text{ pro Megadyne} = \frac{0,0_3 2074}{13,5956\,(1 - \beta t)} \text{ Volt,}$$

---

[1]) Des Coudres, Wied. Ann. 46, 292, 1892.

wo β der Ausdehnungscoëfficient, t der Temperaturcoëfficient, 13,5956 die Dichte des Quecksilbers bei 0° ist.

Bei Zimmertemperatur beträgt die elektromotorische Kraft bei 1 Atmosphäre Druckdifferenz etwa 15,3 Mikrovolt[1]).

Schon bei sehr geringen Druckdifferenzen kann man diese Verhältnisse qualitativ nachweisen. Statt der Capillare eines mit Druckvorrichtung und Manometer versehenen Lippmann'schen Capillarelektrometers wird mittelst Siegellack eine vorher mit Wasser und dann mit Mercurinitrat ausgekochte Pergamentpapiermembran eingefügt. Bei verschiedenen Drucken ergaben sich folgende, am Galvanometer A beobachtete Ausschläge, während eine elektromotorische Kraft von 0,0001 Volt 38 Scalentheilen entsprach.

D	36	40	42	46	52	113 cm
A beob.	2,8	3,6	3,6	4,0	5,0	7,8
A ber.	2,7	3,0	3,2	3,5	4,0	8,7

Höhere Drucke geben zunehmend kleinere elektromotorische Kräfte. Auch wirken immer störende Umstände, Durchbiegung der Membran, Temperaturänderungen des Quecksilbers bei Compression und Dilatation, ein.

Nehmen wir an, dass diese elektromotorischen Kräfte nicht existiren, **1193** so bleiben nur die von

$$T_e = \tfrac{1}{2} L_{e1} \dot{\xi}_1^2 + \tfrac{1}{2} L_{e2} \dot{\xi}_2^2 \cdots + M_{e12} \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 \cdots \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

abhängigen, welche lebendige Kraft nur die Quadrate und die Producte der den Stromintensitäten proportionalen Geschwindigkeiten $\dot{\xi}$ der Elektricitäten enthält. Die mit den Producten $\dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2$ versehenen Glieder deuten auf einen Antheil der lebendigen Kraft, welcher von der Intensität je zweier der auf einander wirkenden Ströme abhängt. Es muss also ein dem entsprechendes Bewegtes vorhanden sein, welches sich ebensowohl in den Leitern, als in dem dieselben umgebenden Raum befinden kann.

Zur Bestimmung der elektrodynamischen und elektromagnetischen **1194** Erscheinungen haben wir also nach §. 1186 die Gleichung der Kraft[2])

$$X = -\frac{dT}{dx}.$$

Sind z. B. zwei Leiter gegeben, in denen constante Ströme von den Intensitäten $\dot{\xi}_1$ und $\dot{\xi}_2$ fliessen, ist ihre Form unveränderlich und bewegen sie sich durch ihre gegenseitige elektrodynamische Wirkung in einer

[1]) Aehnliche Resultate ergaben sich aus der Theorie von Nernst (Zeitschr. f. phys. Chem. 4, 129, 1889) über die Lösungstension. — [2]) Wir lassen im Folgenden die Indices e fort.

Richtung x, so sind L_1 und L_2 von x unabhängig; also die Kraft, welche ihre Wirkung compensirt:

$$X = -\frac{dT}{dx} = -\frac{dM_{12}}{dx} \cdot \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2.$$

Sind $\dot{\xi}_1$ und $\dot{\xi}_2$ von gleichem Zeichen, so ist X positiv; die dieser Kraft entgegengesetzte Wechselwirkung der Leiter sucht sie also einander zu nähern.

Der Werth M_{12} entspricht in dieser, mit den aus der Erfahrung gewonnenen Sätzen übereinstimmenden Formel dem Potential der Leiter auf einander, wenn beide vom Strome Eins durchflossen sind.

Zur Bestimmung der inducirten elektromotorischen Kraft haben wir die Gleichung

$$\Xi = \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{\xi}}\right) = -\frac{dp}{dt},$$

wo $p = dT/d\dot{\xi}$ das „elektrokinetische Bewegungsmoment" des betreffenden Leiters, eine lineare Function der Stromintensität ist.

1195 Sind also z. B. zwei lineare Leiter gegeben, in denen Ströme von der Intensität $\dot{\xi}_1$ und $\dot{\xi}_2$ fliessen, sind in denselben, etwa durch die chemische Wirkung, die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 thätig, denen sich die Widerstandskräfte $R_1 \dot{\xi}_1$ und $R_2 \dot{\xi}_2$ entgegenstellen, so ist

$$T = \tfrac{1}{2} L_1 \dot{\xi}_1^2 + \tfrac{1}{2} L_2 \dot{\xi}_2^2 + M_{12} \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2, \text{ also}$$

$$E_1 = R_1 \dot{\xi}_1 + d\,\frac{L_1 \dot{\xi}_1 + M_{12} \dot{\xi}_2}{dt}$$

und

$$E_2 = R_1 \dot{\xi}_2 + d\,\frac{L_2 \dot{\xi}_2 + M_{12} \dot{\xi}_1}{dt}.$$

Es sind dies die bekannten Inductionsgesetze, welche, wenn z. B. die Leiter unveränderlich, und somit L, N, M constant sind, vollkommen mit den Bd. IV, §. 205 entwickelten Gleichungen zusammenfallen. Die Werthe L_1, L_2 sind somit die Potentiale der Leiter auf sich selbst, M_{12} ist das Potential der Leiter auf einander, wenn sie vom Strome Eins durchflossen sind.

1196 Wir betrachten zuerst den Coëfficienten der gegenseitigen Induction, also nur den Antheil $M_{12}\dot{\xi}$ des elektrokinetischen Bewegungsmomentes p.

Es mögen auf den secundären Leiter verschiedene elektromagnetische Kräfte, geschlossene Ströme u. s. f. einwirken. Wir können dann annehmen, dass sich die Gesammtwirkung aus der Wirkung auf die einzelnen Elemente ds desselben zusammensetzt, und somit $p = \int I ds$ ge-

setzt werden kann. Ersetzen wir nach den Versuchen von Felici (Bd. IV, §. 34 u. flgde.) ds durch seine Componenten dx, dy, dz nach den drei Coordinatenaxen und bezeichnen die entsprechenden Componenten von Ids mit $V_x dx$, $V_y dy$, $V_z dz$, so ist

$$p = \int \left(V_x \frac{dx}{ds} + V_y \frac{dy}{ds} + V_z \frac{dz}{ds} \right) ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Umschliesst der Stromkreis $abcd$, Fig. 267, das Flächenelement $dydz$, und ist das elektrokinetische Bewegungsmoment in Bezug auf die Seite ab, dessen Aenderungen also in der Richtung ab eine elektromotorische Kraft erzeugen, gleich $V_y dy$, so ist dasselbe in Bezug auf cd gleich

Fig. 267.

$$-\left(V_y + \frac{\partial V_y}{\partial z} dz \right) dy,$$

also auf ab und cd zusammen gleich $-\frac{\partial V_y}{dz} dydz$.

Ebenso ist das Moment der beiden Seiten ad und bc zusammen mit Berücksichtigung der Richtungen in dem geschlossenen Kreise gleich $+\frac{\partial V_z}{\partial y} dydz$; also das elektrokinetische Bewegungsmoment des ganzen Kreises $dydz$:

$$\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) dydz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Hiernach ist das elektrokinetische Bewegungsmoment proportional der Oberfläche des Flächenelementes $dydz$. Ist $dydz$ die Projection des Elementes dS der vom inducirten Leiter umschlossenen Fläche auf die yz-Ebene, sind $dydz/dS = l$, $dzdx/dS = m$, $dxdy/dS = n$ die Cosinus zwischen der Normale auf dS und den drei Axen, so ergiebt sich bei weiterer Ausführung dieser Betrachtung:

$$p = \int \int \left[l \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) + m \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) + n \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \right] dS,$$

oder, wenn

$$\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} = a, \quad \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} = b, \quad \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial y} = c \quad . \quad . \quad A)$$

gesetzt wird,

$$p = \int \int (la + mb + nc)\, dS \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

Die Werthe a, b, c sind auch noch in anderer Weise zu definiren. **1197** Bereits Bd. III, §. 444 haben wir dieselben als die Componenten der Kräfte definirt, die auf einen Magnetpol von der Einheit der Stärke wirken, welcher zwischen zwei parallelen, sehr grossen, entgegengesetzt magnetisirten Flächen liegt. Ist μ die magnetische Vertheilungscapacität des Körpers, $\varkappa$ der Coëfficient des vertheilten Magnetismus (die magne-

tische Susceptibilität), ist φ das Potential sämmtlicher aussen und innen befindlicher freier Magnetismen auf den Pol, sind α, β, γ die Componenten der demselben entsprechenden Kräfte, so ist auch

$$a = (1 + 4\pi\varkappa)\,\alpha = \mu\alpha = -\mu\,\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

und ebenso

$$b = -\mu\,\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \qquad c = -\mu\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Die magnetische Vertheilung in einer bestimmten Richtung auf irgend einer Fläche entspricht nach Faraday der Zahl der Magnetkraftlinien, welche durch dieselbe in jener Richtung hindurchgehen. Ist also, wie im vorigen Paragraphen, das Oberflächenelement dS, sind die Cosinus der Winkel der Normale auf dS mit den drei Axen l, m, n, so ist die Zahl der Magnetkraftlinien, die in der normalen Richtung durch dS hindurchgehen, gleich $\int\int (la + mb + nc)\, dS$.

Es ist dies dieselbe Gleichung, welche §. 1196 unter 1 a) das elektrokinetische Moment p eines Stromkreises ergab, der eine Fläche umschliesst, deren Element dS ist. Auch folgt ebenso aus Gl. A), §. 1196 wie aus der Gl. 1) dieses Paragraphen:

$$\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z} = 0.$$

In der That ist die durch die Aenderungen von p ausgedrückte elektromotorische Kraft der elektrischen Induction in jenem Stromkreise proportional der Aenderung der Zahl der durch denselben hindurchgehenden Magnetkraftlinien. Somit sind die Werthe a, b, c in den Gleichungen A) die Werthe der magnetischen Vertheilung nach den drei Axen.

1198 Findet in dem Medium, in welchem ein Magnetpol magnetischen Kräften ausgesetzt ist, keine magnetische Vertheilung statt, wie wenn z. B. die Kräfte durch Molecularströme ersetzt werden können, die nur in die Ferne wirken, so sind die in mechanischem Maasse gemessenen, auf den Pol wirkenden Kräfte α, β, γ, während sie bei Annahme des magnetisch polarisirbaren Mediums in elektromagnetischem Maasse $a = \mu\alpha$, $b = \mu\beta$, $c = \mu\gamma$ sind. Um also die in elektromagnetischem Maasse gemessenen Kräfte auf mechanisches Maass zu reduciren, sind sie mit der Vertheilungscapacität μ zu dividiren. Denken wir uns die magnetische Kraft von einem geschlossenen Strome ausgehend, und den im Medium befindlichen Magnetpol ebenfalls einem durch einen geschlossenen Strom ersetzten Magneten angehörig, so entspricht die Wirkung beider auf einander dem Product ihrer Intensitäten. Werden letztere in elektromagnetischem Maasse gemessen, so erscheinen sie v mal kleiner, ihre Wirkung auf einander also v^2 mal kleiner, als in elektrostatisch-magnetischem Maasse. Es ist mithin $\mu = v^{-2}$.

1199 Die in einem bewegten Leiter inducirte elektromotorische Kraft kann zusammengesetzt betrachtet werden aus zwei Theilen, die bedingt sind:

1. Durch den Einfluss der von aussen auf den Leiter wirkenden elektrostatischen Kräfte. Ist das Potential der freien Elektricitäten auf einen Punkt xyz des Leiters gleich ψ, wo ψ mit der Lage des Punktes und der Zeit t variabel ist, so ist der durch die Veränderungen von ψ nach der Richtung der x-, y- und z-Axe erzeugte Antheil der elektromotorischen Kraft

$$-\frac{\partial \psi}{\partial x},\ -\frac{\partial \psi}{\partial y},\ -\frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

2. Durch die Aenderung der Intensität der auf den Leiter wirkenden elektromagnetischen Kräfte.

Die dieser Aenderung entsprechende elektromotorische Kraft ist $E = -dp/dt$. Wird Gl. 1), §. 1196 unter dem Integralzeichen differenzirt und dabei beachtet, dass bei der Bewegung des inducirten Leiters auch die Coordinaten x, y, z Functionen von t sind, so erhält man unter Berücksichtigung der Gleichungen A), §. 1196 die folgenden „Gleichungen für die gesammte inducirte elektromotorische Kraft“:

$$E = \int \left(E_x \frac{dx}{ds} + E_y \frac{dy}{ds} + E_z \frac{dz}{ds} \right) ds,$$

wo

$$\left.\begin{aligned} E_x &= c\frac{dy}{dt} - b\frac{dz}{dt} - \frac{\partial V_x}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ E_y &= a\frac{dz}{dt} - c\frac{dx}{dt} - \frac{\partial V_y}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ E_z &= b\frac{dx}{dt} - a\frac{dy}{dt} - \frac{\partial V_z}{dt} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots B)$$

ist. In diesen Gleichungen entsprechen die ersten zwei Glieder der Verschiebung des Leiterelementes im Raume, das dritte der Aenderung der elektromagnetischen Einwirkungen auf dasselbe mit der Zeit, mögen sie durch Aenderung der Intensität des Stromes im inducirenden Leiter oder durch Bewegung desselben, oder auch durch die entsprechenden Veränderungen des den Leiter ersetzenden, inducirenden Magnetes hervorgerufen sein. Das vierte Glied entspricht der Induction durch die elektrostatischen Kräfte, welches bei den sonstigen Theorien der Induction nicht in die Formeln einbegriffen wird.

1200 Nach §. 1194 ist die elektromagnetische Kraft, welche in der Richtung der x-Axe einen Leiter antreibt, der von einem Strome von der Intensität $\dot{\xi}_2$ durchflossen ist, während die elektromagnetischen Kräfte, welche auf ihn wirken, durch einen geschlossenen Strom von der Intensität $\dot{\xi}_1$ ersetzt werden können:

$$X = \frac{dM}{dx} \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2,$$

wo M der Coëfficient der gegenseitigen Induction ist. $\dot{\xi}_1$ ist von x unabhängig, so dass $M\dot{\xi}_1 = p$ und $X = \dot{\xi}_2 \cdot dp/dx$ zu setzen ist. Die Wirkung auf jedes Element ds des Stromes $\dot{\xi}_2$ wird demnach $dX/ds \,.\, ds$. Führt man den Werth p aus Gl. 1), §. 1196 ein und berücksichtigt die Gl. 1 a) daselbst, so erhält man

$$\frac{dX}{ds} = \dot{\xi}_2 \left(c \frac{dy}{ds} - b \frac{dz}{ds}\right)$$

und entsprechend die Werthe für die in der Richtung der Y- und Z-Axe auf jedes Element ds wirkenden Kräfte.

Ist der Leiter ein Draht vom Querschnitt S, so ist das dem Element ds entsprechende Volumen Sds. Sind u, v, w die Stromesdichtigkeiten in den drei Coordinatenrichtungen, so ist $u = \dot{\xi}_2 / S \,.\, dx/ds$. Sind die auf die Einheit des Volumens wirkenden Kraftcomponenten gleich (X), (Y), (Z), so ist $dX = (X) S \,.\, ds$. Demnach werden die „Gleichungen der elektromagnetischen Kraft“:

$$(X) = cv - bw; \quad (Y) = au - cw; \quad (Z) = bu - av.$$

1201 Ist die Kraft, welche von einem Strome aus auf einen Magnetpol von der Intensität Eins an einem Punkte $A\,(xyz)$, Fig. 268, wirkt, durch ihre Componenten α, β, γ nach den drei Axen gegeben, und umschreiben wir mit dem Pol das kleine, von den Elementen dx und dy begrenzte Viereck $ABCD$, so ist die Arbeit, welche der Pol auf dem Wege AB leistet, gleich αdx, und auf dem Wege CD gleich $-(\alpha + \partial\alpha/\partial y)\, dx$, also die Arbeit auf beiden Wegen gleich $-\partial\alpha/\partial y \,.\, dy dx$. Die Arbeit bei Umschreibung eines kleinen Vierecks $ABCD$ in der xy-Ebene, dessen Oberfläche gleich der Flächeneinheit ist, ist demnach $\partial\beta/\partial x - \partial\alpha/\partial y$. Bewegt sich der Pol in einem geschlossenen Kreise neben einem Strome, von welchem die Kräfte α, β, γ ausgehen, so leistet er dabei keine Arbeit, es ist also dann

Fig. 268.

$$\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y} = 0 \text{ und analog } \frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z} = 0 \text{ und } \frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x} = 0.$$

Danach ist

$$\alpha dx + \beta dy + \gamma dz = d\Omega$$

ein vollständiges Differential einer Function Ω der drei Coordinaten des magnetischen Potentials, dessen Differentialquotienten nach x, y, z bezw. α, β, γ sind.

Bewegt sich aber der Magnetpol um das Viereck $ABCD$ in der XY-Ebene, während durch dasselbe hindurch in der Richtung der Z-Axe ein Strom von der Intensität w fliesst, so erhält der Pol einen

rotatorischen Antrieb in der XY-Ebene um den Strom, und bei jedem Umgang wird dabei die Arbeit $4\pi w$ geleistet. Dann ist

und ebenso
$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\beta}{\partial x}-\frac{\partial\alpha}{\partial y}&=4\pi w\\ \frac{\partial\alpha}{\partial z}-\frac{\partial\gamma}{\partial x}&=4\pi v\\ \frac{\partial\gamma}{\partial y}-\frac{\partial\beta}{\partial z}&=4\pi u\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\quad C)$$

Bei der Differentiation nach x, y, z erhält man

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0.$$

Der Strom muss also, wie eine nicht zusammendrückbare Flüssigkeit, in einem geschlossenen Kreise fliessen, wobei u, v, w die Componenten der sowohl durch die gewöhnliche Leitung, als auch durch die Aenderung der elektrostatischen Vertheilung bedingten Strömung sind.

Setzen wir

$$V_x = V'_x + d\zeta/dx \text{ u. s. f.,}$$

wo $V_x = 1/\mu . \int\int\int u/r . dxdydz$ u. s. f., $\zeta = 4\pi/\mu . \int\int\int I/r . dxdydz$, $I = \partial V_x/\partial x + \partial V_y/\partial y + \partial V_z/\partial z$ ist, so wird durch diese Werthe den Gleichungen genügt. Der Werth ζ hat hier keine physikalische Bedeutung, so dass $I = 0$ ist, und es bleibt dann der Werth $V'_x = V_x$, welcher dem gewöhnlichen Werthe des Potentials des Stromes entspricht.

Die Componenten u, v, w der Dichtigkeit des Stromes nach den drei Coordinatenrichtungen in einem Körper, auf welchen von aussen eine elektromotorische Kraft wirkt, hängen von zwei Bedingungen ab: Erstens von den Elektricitätsmengen, welche durch Leitung durch die Leiter geführt werden. Sind diese Mengen gleich p, q, r, ist die Leitfähigkeit des Körpers in der Richtung der drei Axen gleich F_x, F_y, F_z, so ist 1202

$$p = F_xE_x,\quad q = F_yE_y,\quad r = F_zE_z;\quad\ldots\quad D)$$

Zweitens von den zeitlichen Aenderungen der elektrischen Vertheilung in den einzelnen Molecülen, wie sie sich in schlecht leitenden Körpern fast ausschliesslich herstellt, in gut leitenden fast verschwindet. Geht diese Vertheilung von einer Stelle aus, und ist die specifische Vertheilungscapacität des Mediums K, sind endlich die Componenten dieser elektrischen Vertheilung für die Einheit des Querschnitts e_x, e_y, e_z, so können wir setzen:

$$e_x = \frac{1}{4\pi}K_xE_x,\quad e_y = \frac{1}{4\pi}K_yE_y,\quad e_z = \frac{1}{4\pi}K_zE_z\quad\ldots\quad E)$$

In einem isotropen Medium sind die Coëfficienten F und die Coëfficienten K je unter einander gleich. Dann ist

$$u = F E_x + \frac{K}{4\pi}\frac{dE_x}{dt};\ v = F E_y + \frac{K}{4\pi}\frac{dE_y}{dt};\ w = F E_z + \frac{K}{4\pi}\frac{dE_z}{dt} \quad \ldots \quad F)$$

Sind in dem Raumelemente $dx dy dz$ eines Körpers die Elektricitäten $\pm e_x dy dz$, $\pm e_y dx dz$, $\pm e_z dx dy$ nach den drei Axenrichtungen geschieden, sind in den benachbarten Elementen die Mengen

$$\pm (e_x + \partial e_x/\partial x . dx) dy dz \text{ u. s. f.}$$

geschieden, so ist, da sich an den Contactstellen der benachbarten Elemente die entgegengesetzten Elektricitäten vorfinden und nur der Unterschied derselben frei auftritt, an jeder Stelle die freie Elektricität der Volumeneinheit oder die elektrische Dichtigkeit

$$e = -\left(\frac{\partial e_x}{\partial x} + \frac{\partial e_y}{\partial y} + \frac{\partial e_z}{\partial z}\right) \quad \ldots \ldots \quad G)$$

1203 Berühren sich zwei Körper, in denen die Componenten der elektrischen Vertheilung bezw. e_x, e_y, e_z und e'_x, e'_y, e'_z sind, und bildet die Normale zur Berührungsfläche an einer Stelle mit den drei Axen in beiden Körpern Winkel, deren Cosinus ϑ, η, ζ, ϑ', η', ζ' sind, so ist die Dichtigkeit der freien Elektricität an der Contactfläche:

$$\sigma = \vartheta e_x + \eta e_y + \zeta e_z + \vartheta' e'_x + \eta' e'_y + \zeta' e'_z.$$

Aendert sich endlich die Stromdichtigkeit von Element zu Element auf der Längeneinheit nach den drei Axenrichtungen um $\partial u/\partial x$, $\partial v/\partial y$, $\partial w/\partial z$, ist der Zuwachs der freien Elektricität in der Volumeneinheit gleich $\partial e/\partial t$, so muss, wenn eine constante Strömung und keine Anhäufung von freier Elektricität stattfindet,

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \ldots \ldots \quad H)$$

sein.

Wir haben somit 20 Gleichungen (3 A, 3 B, 3 C, 3 D, 3 E, 3 F, 1 G, 1 H) zur Bestimmung der 20 Werthe V_x, V_y, V_z, a, b, c, E_x, E_y, E_z, u, v, w, e_x, e_y, e_z, p, q, r, e und ψ [1]).

---

[1]) Um nur ein Beispiel der Anwendung der Formeln von Maxwell zu geben, berechnen wir die Induction eines aus zwei parallelen, entgegengesetzt vom Strome durchflossenen Theilen bestehenden Leiters von kreisförmigem Querschnitt auf sich selbst (Maxwell, Treatise 2, 286 u. flgde.).

Es sei zuerst ein Leiter von kreisförmigem Querschnitte vom Radius R parallel der Z-Axe gegeben, durch den ein Strom fliesst, dessen Dichtigkeit w eine Function des Abstandes r von seiner Axe ist. Bei den Untersuchungen der Wirkungen nach aussen ist dann nur der Werth V_z zu betrachten und so werden die Componenten der magnetischen Vertheilung (§. 1193)

$$a = \frac{\partial V_z}{\partial y};\quad b = -\frac{\partial V_z}{\partial x};\quad c = 0 \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Wir können zunächst aus den gewonnenen Gleichungen die ganze innere Energie in einem Magnetfelde berechnen, in welchem sich erstens 1204

---

und die Gleichung der Ströme (§. 1197)

$$u = 0, \quad v = 0, \quad 4\pi w = \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo die magnetischen Kräfte β und α durch die Gleichungen $b = \mu\beta$; $a = \mu\alpha$ gegeben sind. Bei Einführung von Polarcoordinaten $x = r\cos\vartheta$, $y = r\sin\vartheta$ wird

$$4\pi w = \frac{d\beta}{dr} + \frac{1}{r}\beta = \frac{1}{r}\frac{d(\beta r)}{dr} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Danach ist die Gesammtintensität des Stromes I in einem cylindrischen Stücke des Leiters, dessen Querschnitt ein um die Axe beschriebener Kreis mit dem Radius r ist,

$$I = \int_0^r 2\pi r . w\, dr = \frac{1}{2}\beta r; \quad \text{also } \beta = 2\frac{I}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Die magnetische Kraft ist also direct proportional der Gesammtintensität und unabhängig von ihrer Vertheilung in den verschiedenen cylindrischen Schichten des Leiters.

Ist der Strom im Leiter gleichmässig vertheilt, so ist seine Gesammtintensität $I_0 = R^2\pi . w$, also für jeden Punkt ausserhalb des Leiters $\beta = 2I_0/r$; für jeden Punkt innerhalb, dessen Abstand von der Mitte grösser als r ist, $\beta = 2I/r$, oder da $I = r^2\pi w$ ist,

$$\beta = 2I_0\frac{r}{R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Aus Gl. 3) und 4) folgt für die Punkte ausserhalb des Cylinders, für welche $\mu = \mu_0$ sei,

$$V_s = -\int \mu\beta\, dr = A - 2\mu_0 I_0 \log r \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

wo A eine Constante ist.

Besteht der Strom aus zwei parallelen Röhren von kreisförmigem Querschnitt vom Radius R_1 und R_2, deren Abstand e ist, so ist die gesammte kinetische Energie des Systems $T = \frac{1}{2}\int\int\int w V_s\, dx\, dy\, dz$, oder für eine Länge l der Leiter zwischen zwei auf ihren Axen senkrechten Ebenen, $T = \frac{1}{2}l\int\int w V_s\, dx\, dy$, wo sich der Werth unter dem Integralzeichen aus allen, für beide Leiter geltenden Werthen zusammensetzt, welche wir durch die Indices 1 und 2 bezeichnen. Dann ist

$$T = \frac{1}{2}l\Big(\int\int w_2 V_{1s}\, dx_2 dy_2 + \int\int w_1 V_{2s}\, dx_1 dy_1 + \int\int w_1 V_{1s}\, dx_1 dy_1$$
$$+ \int\int w_2 V_{2s}\, dx_2 dy_2\Big) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Werden hier die Werthe für V_{1s} und V_{2s} aus Gl. 6) eingeführt, wobei zu beachten ist, dass in den Leitern die Intensität $I'_0 = -I_0$ ist, so folgt, wenn wir noch $T = \frac{1}{2}LI_0^2$ setzen, wo L der Coëfficient der Induction der Leiter auf einander ist:

$$\frac{L}{l} = 2\mu_0 \log\frac{e^2}{R_1 R_2} + \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2).$$

Nur für eiserne Leiter ist hierbei die Induction der Leiter auf sich selbst zu beachten, in allen anderen Fällen ist $\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = 1$. Der Werth L wird um so kleiner, je näher die Leiter an einander liegen. Berühren sie sich, so ist $e = R_1 + R_2$ und

$$L = 2l\left(\log\frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1 R_2} + \frac{1}{2}\right).$$

geschlossene Ströme und Magnete vorfinden, die also als Arbeit hervortreten würde, wenn plötzlich alle Ströme in den Leitern aufhörten und die Magnete vernichtet würden, in welchem **zweitens** durch elektromotorische Kräfte elektrische Vertheilungen entständen, die bei ihrem Verschwinden ebenfalls Arbeit erzeugen können.

Die dem **ersten Antheile** entsprechende ganze Energie ist, wenn zunächst nur Ströme zugegen sind, gleich

$$A_1 = {}^1/_2 \int (V_x u + V_y v + V_z w)\, dx\, dy\, dz,$$

wie sich ergiebt, wenn in Gl. 1), §. 1193 $\Sigma L \dot{\xi} = p$ gesetzt und dann p aus Gl. 1), §. 1196 eingeführt wird, wobei die Integration über alle im Raume befindlichen Ströme auszudehnen ist. Werden die Werthe u, v, w aus den Gleichungen C) eingesetzt und darauf die einzelnen Glieder partiell integrirt, wobei z. B.

$$\int V_x \frac{\partial \alpha}{\partial y}\, dx\, dy\, dz = \int \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y}\, dy \,.\, V_x dx\, dz\right)$$

gesetzt wird, so erhält man, da die Werthe α, β, γ für die unendlichen Grenzen verschwinden:

Dieser Werth wird ein Minimum, wenn $R_1 = R_2$, wo dann $L = 3{,}7726\, l$ ist. Bei flachen Leitern kann derselbe noch kleiner werden.

Nach §. 1188 ist die elektrodynamische Kraft, mit welcher sich die zwei parallelen Leiter abstossen,

$$X = \frac{1}{2} \frac{dL}{de} I_0^2 = 2 \mu_0 \frac{l}{e} I_0^2,$$

wo in der Luft $\mu_0 = 1$ ist, wie es auch aus der **Ampère**'schen Formel folgt. Ebenso ist die Spannung, die jeder Leiter in seiner eigenen Richtung erfährt:

$$Z = \frac{1}{2} \frac{dL}{dl} I_0^2 = I_0^2 \left(\mu_0 \log \frac{e^2}{R_1 R_2} + \frac{\mu}{2}\right).$$

Diese Rechnung begründet auch nach dieser Rechnung das Bd. III, §. 9 erwähnte Experiment, durch welches **Ampère** die Abstossung zweier auf einander folgender Stromeselemente begründen wollte. Die in dem Quecksilber zu dem einen der beiden parallelen Arme des schwimmenden Bügels fliessenden Stromestheile stossen den anderen parallelen Arm des letzteren ab und umgekehrt. Die Abstossung wird um so grösser, je grösser e ist.

Durch eine ähnliche Berechnung findet **Maxwell**, dass in einem Leiter von grösserem kreisförmigen Querschnitte, der Länge l und dem Widerstande W beim Entstehen des Stromes I die elektromotorische Kraft

$$E = WI + l\left(A + \frac{1}{2}\right)\frac{dI}{dt} + \frac{1}{12}\frac{l^2}{W}\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{1}{48}\frac{l^3}{W^2}\frac{d^3 I}{dt^3} + \cdots$$

ist, wo das erste Glied rechts nach dem **Ohm**'schen Gesetze die elektromotorische Kraft zur Ueberwindung des Widerstandes, das zweite Glied die elektromotorische Kraft zur Vermehrung des elektrokinetischen Momentes angiebt, die übrigen Glieder die Correction in Folge der Ungleichheit der Stromintensität in den verschiedenen concentrischen Schichten des Leiters bezeichnen. — A ist eine von der Gestalt des Schliessungskreises abhängige Constante.

Alle diese Resultate könnte man ebensowohl aus den Formeln von **Ampère**, **Clausius**, **Grassmann**, **Weber** und **Neumann** ableiten.

$$A_1 = \frac{1}{8\pi}\int (a\alpha + b\beta + c\gamma)\, dx dy dz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

oder, wenn das Medium isotrop ist, also $a = \mu\alpha$, $b = \mu\beta$, $c = \mu\gamma$ zu setzen ist:

$$A_1 = \frac{\mu}{8\pi}\int (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\, dx dy dz = \frac{1}{8\pi} M^2 \quad . \quad . \quad 1a)$$

Die dem Vorhandensein von Magneten entsprechende Energie lässt sich in gleicher Weise ausdrücken, da die Magnete durch Systeme kleiner Ströme ersetzt werden können.

1205 Die Werthe α, β, γ können als Differentialquotienten des magnetischen Potentials φ an jeder Stelle des Raumes aufgefasst werden (vergl. §. 1197), wenn nicht in dem Magnetfelde geschlossene Ströme vorhanden sind, wo dann der Werth des Potentials vieldeutig wird. Indess unterscheiden sich die einzelnen Werthe nur um eine Constante ($4n\pi i$, vergl. §. 1197), so dass doch die Differentialquotienten unverändert bleiben. Dann ist

$$\alpha = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad \beta = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad \gamma = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

und die innere Energie des Magnetfeldes wird nach §. 1204, Gl. 1) bei partieller Integration

$$A_1 = -\frac{1}{8\pi}\int \varphi \left(\frac{da}{dx} + \frac{db}{dy} + \frac{dc}{dz}\right) dx dy dz.$$

Der Ausdruck $(da/dx + db/dy + dc/dz)\, dx dy dz$ entspricht der Aenderung der magnetischen Kraft im Elemente $dx dy dz$, also dem freien, daselbst auftretenden Magnetismus, oder der Zahl der von dem Elemente ausgehenden Kraftlinien. Da nun von einem Pole, welcher auf eine um die Längeneinheit entfernte Flächeneinheit mit der Kraft Eins wirkt, 4π Kraftlinien ausgehen, so können wir ihm die Intensität 4π, also einem Pole von der Kraft m die Intensität $4\pi m$ zuertheilen und so obigen Ausdruck gleich $4\pi m . dx dy dz$ setzen. Es wird dann

$$A_1 = {}^1/_2 \int (\varphi m)\, dx dy dz.$$

Sind nur zwei Pole m_1 und m_2 vorhanden, welche die Potentiale φ_1 und φ_2 erzeugen, und wird m_2 in der Richtung der, beide Pole verbindenden X-Axe durch eine Kraft X um dx bewegt, so ist die geleistete Arbeit gleich der Abnahme von A_1, also

$$X dx = {}^1/_2\, d[(\varphi_1 + \varphi_2)(m_1 + m_2)].$$

Da aber nach den Sätzen von Green $m_1 \varphi_2 = m_2 \varphi_1$ ist, so folgt

$$X = m_2 \frac{d\varphi_1}{dx}.$$

Ist μ das magnetische Vertheilungsvermögen des Mediums, so ist das vom Pol m_1 im Abstande r von demselben erzeugte Potential

$$\varphi_1 = -\frac{m_1}{\mu r};$$

also die Abstossung der Pole

$$X = \frac{1}{\mu}\frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{1}{1 + 4\pi\varkappa}\cdot\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

wo $\varkappa$ die magnetische Susceptibilität ist (vergl. Bd. III, §. 444).

1206 Der zweite, durch die elektrische Vertheilung bedingte Antheil der Energie ist

$$A_\psi = {}^1/_2 \int\int\int dx\,dy\,dz\,(e\,.\,\psi),$$

wo ψ die elektromotorische Kraft, e die in der Volumeneinheit vertheilte Elektricität ist, und die Integration über den ganzen Raum auszudehnen ist. Wird hier der Werth e aus Gl. G), §. 1202 eingeführt, und partiell integrirt, wobei zu berücksichtigen ist, dass in Gl. D) und E) die Werthe

$$E_x = -\,d\psi/dx, \quad E_y = -\,d\psi/dy, \quad E_z = -\,d\psi/dz$$

sind, so folgt unter Zuhülfenahme der Gleichungen E) und Beachtung, dass für die Unendlichkeit ψ unendlich klein ist,

$$A_\psi = {}^1/_2\int\int\int (E_x e_x + E_y e_y + E_z e_z)\,dx\,dy\,dz.$$

1207 Durch eine gleiche Deduction, wie für die Abstossung der Magnetpole, lässt sich zeigen, dass in einem Medium, in welchem die Dielektricitätsconstante gleich K oder das specifische Vertheilungsvermögen gleich $K/4\pi$ ist, die Abstossung zweier freien Elektricitätsmengen e_1 und e_2 gleich

$$\frac{1}{K}\,\frac{e_1 e_2}{r^2}$$

ist.

1208 Die vorliegende Darstellung der elektromagnetischen Erscheinungen unterscheidet sich wesentlich von den früheren dadurch, dass bei ihr stets auch die durch die Bildung von elektrostatischen Spannungen erzeugten Strömungen u. s. f. berücksichtigt sind. Es sind daher in dieselbe die in den Nichtleitern vorgehenden Erscheinungen einbegriffen, in denen zugleich der Durchgang des Lichtes studirt werden kann. Bei der Theorie von Maxwell ist ferner die Existenz eines Mediums in und ausserhalb der Körper vorausgesetzt, in welchem die elektromagnetischen Störungen in Form von kinetischer Energie vor sich gehen. Die Hypothese, dass dieses Medium der Lichtäther ist, kann wenigstens bis zu einem gewissen Grade auf ihre Wahrscheinlichkeit durch die Vergleichung der Geschwindigkeiten geprüft werden, mit der sich elektromagnetische und optische Bewegungen in demselben Medium fortpflanzen.

Die Gleichungen C), §. 1201 haben die Abhängigkeit der Dichtigkeit der elektrischen Strömung von den an jeder Stelle wirkenden elektromagnetischen äusseren Kräften ergeben. Wird in dieselben für ein isotropes Medium $a = \mu\alpha$, $b = \mu\beta$, $c = \mu\gamma$ (§. 1197) eingeführt und werden darauf a, b, c nach den Gleichungen A), §. 1196 in V_x, V_y, V_z ausgedrückt, so wird z. B. die Gleichung

$$\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\alpha}{\partial z} = 4\pi u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

$$\frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial x \partial z} = 4\mu\pi u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

u. s. f. Setzen wir

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = I$$

und

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = \overline{\Delta^2 V_x}$$

u. s. f., so ist diese Gleichung

$$\frac{\partial I}{\partial x} - \overline{\Delta^2 V_x} = 4\mu\pi u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Analog sind die Gleichungen für v und w. Die Werthe u, v, w ergeben sich aus den Gleichungen F), in welche die Ausdrücke für die elektromotorische Kraft E aus den Gleichungen B) einzuführen sind.

1209 Ruht das betrachtete Medium, so fallen in letzteren Gleichungen die ersten dx/dt, dy/dt, dz/dt enthaltenden Glieder fort und es bleiben für die Gleichungen 3) die folgenden Ausdrücke:

$$\mu\left(4\pi F + K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial I}{\partial t} + \overline{\Delta^2 V_x} = 0 \quad . \quad . \quad 4)$$

u. s. f. Werden die drei so gewonnenen Gleichungen nach x, y und z differenzirt und addirt, so ist

$$\mu\left(4\pi F + K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{\partial I}{\partial x} - \overline{\Delta^2\psi}\right) = 0.$$

Ist das Medium ein Nichtleiter, so ist $F = 0$. $\overline{\Delta^2\psi}$ stellt die Dichtigkeit der freien Elektricität der Volumeneinheit dar und ist von t unabhängig. I ist demnach eine lineare Function von t und das Glied $\partial I/\partial x$ in Gl. 4) kann ebenso wenig, wie das ψ enthaltende Glied periodische Veränderungen des Mediums involviren. Diese sind nur ausgedrückt durch

$$\mu K \frac{\partial^2 V_x}{\partial t^2} + \overline{\Delta^2 V_x} = 0$$

und ebenso

$$\mu K \frac{\partial^2 V_y}{\partial t^2} + \overline{\Delta^2 V_y} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

$$\mu K \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} + \overline{\Delta^2 V_z} = 0.$$

Dies sind dieselben Gleichungen, welche die Bewegungen eines elastischen festen Körpers darstellen, in welchem sich Schwingungen mit der Geschwindigkeit $V = 1 / \sqrt{\mu K}$ fortpflanzen.

1210 Werden die Constanten in elektrostatischen Einheiten gemessen, so ist in der Luft $K = 1$ und $\mu = v^{-2}$ (vergl. §. 1198), also

$$V = v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Störungen in der Luft wäre demnach gleich der Geschwindigkeit, welche die Zahl der elektrostatischen Einheiten in einer elektromagnetischen Einheit ausdrückt und die nach den verschiedenen Versuchen im Mittel etwa $30 \,.\, 10^9$ cm/sec beträgt, ein Werth, der in der That der Lichtgeschwindigkeit, 29,85 bis $30{,}13 \,.\, 10^9$ cm/sec, sehr nahe steht.

1211 Ist die Dielektricitätsconstante eines nichtleitenden Körpers K_n, seine magnetische Inductionsconstante μ_n, welche in den nicht magnetischen Körpern der Constante μ für die Luft gleich gesetzt werden kann, so wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit C_n der Störungen in diesem Körper

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{K_n}} C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

oder, wenn $n = C / C_n$ gleich dem Brechungsindex des Körpers ist,

$$K_n = n^2.$$

Nach der Theorie von **Maxwell** ist also das elektrische specifische Vertheilungsvermögen eines Körpers gleich dem Quadrat seines Brechungsindex.

Die Bestätigungen dieses Satzes haben wir bereits Bd. II, §. 44 u. f. angeführt.

Da die Fortpflanzung der Elektricitätsstörungen in schlechten Leitern sehr langsam erfolgt, so ist für vergleichende Messungen der elektrischen und optischen Erscheinungen Licht von der grössten Wellenlänge zu wählen.

1212 Können sich die elektrischen und magnetischen Störungen in ebenen Wellen fortpflanzen, welche z. B. normal zur Z-Axe sind, so können die dieselben bedingenden Werthe sich nur in der Richtung der Z-Axe ändern, also nur Functionen von z und t sein. Dann ist also, wenn

$a = \mu\alpha$, $b = \mu\beta$, $c = \mu\gamma$ ist, in Gl. C) unter Berücksichtigung von Gl. A)

$$a = -\frac{\partial V_y}{\partial z}; \quad b = -\frac{\partial V_x}{\partial z}; \quad c = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

$$4\pi\mu u = -\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2}; \quad 4\pi\mu v = -\frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2}; \quad 4\pi\mu w = 0 \quad . \quad . \quad 9)$$

Die Werthe 8) entsprechen den magnetischen, die Werthe 9) den elektrischen Störungen, welche beide in die Wellenebene fallen. Wenn die wirkende Kraft eine magnetische Störung nur in der Richtung der X-Axe erzeugt, so fällt die elektrische Störung mit der Y-Axe zusammen, steht also auf ersterer senkrecht. Aus den Gl. 5) folgt unter denselben Bedingungen in Folge der Gl. C)

$$\mu K \frac{\partial^2 V_x}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = 0; \quad \mu K \frac{\partial^2 V_y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} = 0; \quad \mu K \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} = 0. \quad . \quad 10)$$

Während die ersten beiden Gleichungen die Fortpflanzung ebener Wellen nach den Formeln

$$V_x = F(z - Vt) + f(z + Vt); \quad V_y = \Phi(z - Vt) + \varphi(z + Vt) \quad 11)$$

darstellen, ergiebt die dritte Gleichung

$$V_z = \frac{1}{\mu K}(A + Bt) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

Der Werth V_z kann also an der Wellenbewegung keinen Antheil haben. Die elektrisch-magnetischen Störungen können keine Longitudinalwellen geben.

1213 Nimmt man an, dass die elektrostatische Vertheilung nach den drei Axenrichtungen verschieden ist, so erhält man analog den bisherigen Betrachtungen Gleichungen, welche der Fortpflanzung der Lichtwellen in krystallinischen Medien entsprechen, wenn die Polarisationsebene des Lichtes als senkrecht zur Ebene der elektrischen Störungen durch den Strahl angenommen wird.

1214 Sind im Gegentheil die Körper so gute Leiter, dass die elektrostatische Vertheilung zu vernachlässigen ist, so wird die Ausbreitung der elektrischen Störungen mit der Zeit durch Gleichung 4) dargestellt, in welcher nunmehr $K = 0$ zu setzen ist. Dann ist

$$\overline{\Delta^2 V_x} + 4\pi\mu F \frac{\partial V_x}{\partial t} = 0$$

u. s. f. Diese Gleichung entspricht der Gleichung der Wärmeleitung. Die Aenderung von V_x in der Richtung der auf der XY-Ebene senkrechten Z-Axe findet in ganz derselben Weise statt, wie die Ausbreitung der Wärme in einem festen Körper, wenn die Anfangszustände von V_x und der Temperatur t dieselben sind.

Wird also an einer Stelle eines Mediums ein Strom in der Richtung der X-Axe erzeugt, so entsteht dicht daneben ein entgegengerichteter Inductionsstrom; beide Ströme heben sich zuerst in ihrer elektromagnetischen Wirkung auf entfernte Punkte auf. Dann verschwindet der Inductionsstrom, erzeugt entfernter vom ursprünglichen Strome einen neuen Inductionsstrom u. s. f., so dass sich die Induction mit abnehmender Intensität immer weiter ausbreitet, gerade wie die Wärme.

Hierbei ist diese laterale Leitfähigkeit umgekehrt proportional $4\pi\mu F$ zu nehmen (während nach den Versuchen die elektrische Leitfähigkeit der thermischen direct proportional ist), so dass also ein bestimmter Zustand des Mediums um so langsamer erreicht wird, je besser dasselbe leitet. In der That wird, wenn ein geschlossener Stromkreis von einer unendlich gut leitenden Hülle umgeben ist, und in ersterem ein Strom erzeugt wird, die inducirende Wirkung nach aussen vollständig gehindert [1].

1215 Nach Fourier ist, wenn (F) die Temperatur eines Punktes der Substanz, γ die thermische Leitfähigkeit ist,

$$\Delta(F) - \frac{1}{\gamma}\frac{\partial(F)}{\partial t} = 0.$$

Sollen die [illegible] optischen und elektromagnetischen Erscheinungen [illegible] auf gleichen Störungen beruhen, so sollte $4\pi\mu F = 1/\gamma$ sein. [illegible] welche durch die [illegible] der Volumeneinheiten der Substanz, welche bei 1° Temperatur [illegible] erwärmt wird, welche bei 1° Temperatur- [illegible] Wärmemenge [illegible] durch zwei gegenüberliegende Flächen eines Cubus derselben [illegible] in der Zeiteinheit strömt. Sie wird also aus [illegible] der Volumeneinheit [illegible] durch Division mit der specifischen Wärme der [illegible] Leitfähigkeit [illegible] nach Fröhlich [2] für der Volumeneinheit erhalten. Dann werden nach Fröhlich [2] für

	Mg	Cu	Au	Sn	Fe	Pb	Pt	Bi
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9,5	1,9
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	135,5	1915,7	678,5	1408,3	2840,1
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]					

Die Zahlen stimmen also nicht mit einander überein.

[illegible] das Medium [illegible], so wird die Gleichung der Wellenbewegung [illegible]

$$[illegible] = \mu X [illegible] - 4\pi\mu F \frac{\partial X_x}{\partial t},$$

[illegible] wenn $q^2 - p^2 = \mu K n^2 \dots$ [illegible]

[illegible] elektromagnetische Vertheilung, wie eine [illegible] in Wärme [illegible] entsprechende [illegible] der Gleichung würde ergeben, [illegible] Durchgange absorbirt werden [illegible] durchaus keine all- [illegible]

[1] [illegible]

[2] [illegible] 1880. S. 577. [illegible]

Dass die Gleichungen von Maxwell unter gewissen Voraussetzungen aus einer Vervollständigung der gewöhnlichen elektrodynamischen Gleichungen folgen, hat Hertz[1]) berechnet. Unter der Annahme, dass die von Strömen und Magnetpolen ausgehenden magnetischen Kräfte identisch seien, ebenso die elektrischen Kräfte in Folge von Inductionswirkungen und elektrostatischen Einwirkungen, betrachtet er das Verhalten von Ringmagneten. Verschwindet der Magnetismus eines Ringmagnetes, so sucht er nach Hertz die in seiner Nähe vorhandene Elektricität um sich mit einer der Geschwindigkeit des Erlöschens proportionalen Kraft herumzuwirbeln. Die Vertheilung der Kraft im Raume ist dieselbe, wie die Vertheilung der magnetischen Kraft um einen an Stelle des Magnetes tretenden Kreisstrom. Man kann dies ausdrücken, indem man die Veränderung der magnetischen Polarisation in einem Ringmagnet als einen „magnetischen Strom" im Ringe bezeichnet. Dann ziehen sich nach Hertz zwei verschwindende Ringmagnete bei gleichgerichteter „Polarisation", bezw. gleichgerichtete magnetische Ströme an, entgegengesetzte stossen sich ab, magnetische Ströme müssten elektrisch geladene Körper bewegen und sich bei Einwirkung elektrostatisch geladener Kräfte senkrecht gegen deren Richtung einstellen. In weiterer Analogie der magnetischen und elektrischen geschlossenen Ströme müsste ein zur Kraftrichtung eines elektrischen Feldes senkrechter Eisenring bei Aenderung der Intensität des Feldes sich plötzlich polarisiren, wenn er um eine gegen jene Kraftrichtung senkrechte Axe gedreht wird; ein Ringmagnet müsste bei Aenderung seiner Polarisationsrichtung in benachbarten Eisenringen wechselnde Polarisationen durch Induction hervorrufen. Indess sind alle diese Erscheinungen noch nicht beobachtet worden. 1216

Ersetzt man den Ringmagnet durch ein geschlossenes Solenoid, in welchem die Stromintensität wechselt, so erzeugt es wie jener bei veränderlicher Magnetisirung inducirte elektromotorische Kräfte. Die veränderlichen Solenoide müssten also ganz ähnliche elektrodynamische Anziehungen ausüben, wie die veränderlichen Ringmagnete. Danach sollte entgegen den Annahmen in der gewöhnlichen Elektrodynamik die Anziehung von Strömen von ihrer Veränderung, nicht allein von ihrer jeweiligen Intensität abhängen. Deshalb sind Zusatzglieder zu der magnetischen Wirkung constanter Ströme anzubringen, welche auch eine Correctur der inducirten elektrischen Kräfte verlangt, die wieder eine Aenderung in den magnetischen Kräften bedingt u. s. f. Führt man diese Ergänzung durch, so gelangt man zu den Gleichungen von Maxwell.

Die Entwickelung der Formeln von Maxwell leidet zudem nach Hertz[2]) an Ungleichheiten. Er geht von unvermittelten Fernkräften aus und gelangt dabei zu Betrachtungen über Veränderungen der Polari- 1217

[1]) H. Hertz, Wied. Ann. 23, 84, 1884. — [2]) Ibid. 40, 577.

Wird also an einer Stelle eines Mediums ein Strom in der Richtung der X-Axe erzeugt, so entsteht dicht daneben ein entgegengerichteter Inductionsstrom; beide Ströme heben sich zuerst in ihrer elektromagnetischen Wirkung auf entfernte Punkte auf. Dann verschwindet der Inductionsstrom, erzeugt entfernter vom ursprünglichen Strome einen neuen Inductionsstrom u. s. f., so dass sich die Induction mit abnehmender Intensität immer weiter ausbreitet, gerade wie die Wärme.

Hierbei ist diese laterale Leitfähigkeit umgekehrt proportional $4\pi\mu F$ zu nehmen (während nach den Versuchen die elektrische Leitfähigkeit der thermischen direct proportional ist), so dass also ein bestimmter Zustand des Mediums um so langsamer erreicht wird, je besser dasselbe leitet. In der That wird, wenn ein geschlossener Stromkreis von einer unendlich gut leitenden Hülle umgeben ist, und in ersterem ein Strom erzeugt wird, die inducirende Wirkung nach aussen vollständig gehindert[1]).

1215 Nach Fourier ist, wenn (F) die Temperatur eines Punktes der Substanz, γ die thermische Leitfähigkeit ist,

$$\Delta^2(F) + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial(F)}{\partial t} = 0.$$

Sollen die thermischen, optischen und elektromagnetischen Erscheinungen alle auf gleichen Störungen beruhen, so sollte $4\pi\mu F = 1/\gamma$ sein. γ ist die Zahl der Volumeneinheiten der Substanz, welche durch diejenige Wärmemenge um 1° C. erwärmt wird, welche bei 1° Temperaturdifferenz durch zwei gegenüberliegende Flächen eines Cubus derselben von der Volumeneinheit in der Zeiteinheit strömt. Sie wird also aus der thermischen Leitfähigkeit durch Division mit der specifischen Wärme der Volumeneinheit erhalten. Dann werden nach Fröhlich[2]) für

	Mg	Cu	Au	Sn	Fe	Pb	Pt	Bi
$4\pi\mu F$ . .	100	77,2	60,7	15,7	6250	8,7	9,5	1,9
$1/\gamma$ . . .	100	188,3	194,7	185,6	1205,7	679,5	1408,3	2840,1

Die Zahlen stimmen also nicht mit einander überein.

---

1) Leitet das Medium unvollkommen, so wird die Gleichung der Wellenbewegung

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = \mu K \frac{\partial^2 V_x}{\partial t^2} + 4\pi\mu F \frac{\partial V_x}{\partial t},$$

deren Lösung $V_x = e^{-pz} \cos(nt - qz)$ ist, wenn $q^2 - p^2 = \mu K n$, $2pq = 4\pi\mu F n$ ist.

In diesem Falle findet sowohl eine elektrostatische Vertheilung, wie eine Leitung statt und die der letzteren entsprechende Energie setzt sich in Wärme um, wird also absorbirt. Die genauere Discussion der Gleichung würde ergeben, dass in einem Medium um so mehr Licht bei dem Durchgange absorbirt werden müsste, je besser dasselbe leitete. Indess hat dieser Satz durchaus keine allgemeine Gültigkeit.

2) Fröhlich, Pogg. Ann. 160, 97, 1877.

1216 Dass die Gleichungen von Maxwell unter gewissen Voraussetzungen aus einer Vervollständigung der gewöhnlichen elektrodynamischen Gleichungen folgen, hat Hertz[1]) berechnet. Unter der Annahme, dass die von Strömen und Magnetpolen ausgehenden magnetischen Kräfte identisch seien, ebenso die elektrischen Kräfte in Folge von Inductionswirkungen und elektrostatischen Einwirkungen, betrachtet er das Verhalten von Ringmagneten. Verschwindet der Magnetismus eines Ringmagnetes, so sucht er nach Hertz die in seiner Nähe vorhandene Elektricität um sich mit einer der Geschwindigkeit des Erlöschens proportionalen Kraft herumzuwirbeln. Die Vertheilung der Kraft im Raume ist dieselbe, wie die Vertheilung der magnetischen Kraft um einen an Stelle des Magnetes tretenden Kreisstrom. Man kann dies ausdrücken, indem man die Veränderung der magnetischen Polarisation in einem Ringmagnet als einen „magnetischen Strom" im Ringe bezeichnet. Dann ziehen sich nach Hertz zwei verschwindende Ringmagnete bei gleichgerichteter „Polarisation", bezw. gleichgerichtete magnetische Ströme an, entgegengesetzte stossen sich ab, magnetische Ströme müssten elektrisch geladene Körper bewegen und sich bei Einwirkung elektrostatisch geladener Kräfte senkrecht gegen deren Richtung einstellen. In weiterer Analogie der magnetischen und elektrischen geschlossenen Ströme müsste ein zur Kraftrichtung eines elektrischen Feldes senkrechter Eisenring bei Aenderung der Intensität des Feldes sich plötzlich polarisiren, wenn er um eine gegen jene Kraftrichtung senkrechte Axe gedreht wird; ein Ringmagnet müsste bei Aenderung seiner Polarisationsrichtung in benachbarten Eisenringen wechselnde Polarisationen durch Induction hervorrufen. Indess sind alle diese Erscheinungen noch nicht beobachtet worden.

Ersetzt man den Ringmagnet durch ein geschlossenes Solenoid, in welchem die Stromintensität wechselt, so erzeugt es wie jener bei veränderlicher Magnetisirung inducirte elektromotorische Kräfte. Die veränderlichen Solenoide müssten also ganz ähnliche elektrodynamische Anziehungen ausüben, wie die veränderlichen Ringmagnete. Danach sollte entgegen den Annahmen in der gewöhnlichen Elektrodynamik die Anziehung von Strömen von ihrer Veränderung, nicht allein von ihrer jeweiligen Intensität abhängen. Deshalb sind Zusatzglieder zu der magnetischen Wirkung constanter Ströme anzubringen, welche auch eine Correctur der inducirten elektrischen Kräfte verlangt, die wieder eine Aenderung in den magnetischen Kräften bedingt u. s. f. Führt man diese Ergänzung durch, so gelangt man zu den Gleichungen von Maxwell.

1217 Die Entwickelung der Formeln von Maxwell leidet zudem nach Hertz[2]) an Ungleichheiten. Er geht von unvermittelten Fernkräften aus und gelangt dabei zu Betrachtungen über Veränderungen der Polari-

[1]) H. Hertz, Wied. Ann. 23, 84, 1884. — [2]) Ibid. 40, 577.

sation des dielektrischen Aethers, welche eigentlich nicht durch jene Kräfte erzeugt sein sollen. Auch ist eine Anzahl überflüssiger Begriffe benutzt, die in der älteren Theorie der unvermittelten Fernwirkung ihre eigentliche Bedeutung besitzen, so die dielektrische Verschiebung im freien Aether und die dieselbe erzeugende elektrische Kraft, und ihr Verhältniss zu der erzeugenden elektrischen Kraft. Auch ist nach Hertz bei Maxwell die überwiegende Einführung der Vectorpotentiale zu beachten.

Heaviside und nach ihm Hertz haben die überflüssigen Begriffe aus den Maxwell'schen Gleichungen fortzuschaffen versucht.

Wir behandeln zuerst kurz die Entwickelungen des Letzteren, wobei freilich noch von vornherein aprioristische Gleichungen ohne Basirung auf Thatsachen aufgestellt werden, von denen erst nachher bewiesen wird, dass sie mit letzteren übereinstimmen.

Hertz unterscheidet elektrische und magnetische Störungen, welche aus uns im Wesen unbekannten Zustandsänderungen entspringen. Beide Arten von Störungen können dauernd im Inneren aller Körper mit dem darin enthaltenen Aether unabhängig von einander bestehen, jedoch bedingen zeitliche Aenderungen der einen zugleich solche der anderen. Zur Erzeugung des geänderten Zustandes ist ein Aufwand von Energie erforderlich, welcher beim Verschwinden der Störung wieder gewonnen wird. Eine einzige Richtungsgrösse genügt, um die Aenderung völlig zu erklären, bezw. ihre drei Componenten nach den drei Coordinatenaxen. Dagegen sind einzelne Erscheinungen, z. B. der permanente Magnetismus, nicht nur durch Darstellung der elektrischen und magnetischen Kraft, sondern nur durch mehrere Variable darzustellen. Diese fallen aus der Betrachtung heraus.

1218 Elektrische Kraft ist die auf einen elektrisirten Körper im elektrisch gestörten leeren Raume wirkende mechanische Kraft. Beide sind einander proportional. Elektrische Kraft in einem Punkte eines ponderablen Körpers ist die auf ihn im Inneren eines unendlich kleinen, in der Richtung der Kraft unendlich gestreckten cylindrischen Hohlraumes wirkende Kraft.

Magnetische Kraft entspricht ganz dieser Definition, nur ist statt elektrisch, bezw. magnetisch, statt eines (positiv) elektrisirten Theilchens ein magnetischer (Nord-)Pol zu setzen. Die Componente der elektrischen Kräfte nach den drei Axen[1]) werden mit X, Y, Z, die der magnetischen mit L, M, N bezeichnet.

Der Energievorrath eines Volumens reinen Aethers, in dem die elektrischen und magnetischen Kräfte einen bestimmten Werth nach den drei Axen haben, ist im absoluten Gauss'schen Maasse festgesetzt

[1]) Die positiven X sind nach vorn, die Z nach oben, die Y nach rechts fortschreitend gedacht.

gleich der Summe, wenn im freien Aether die Constante den Werth $1/8\pi$ haben soll:

$$\frac{1}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2) \quad . \quad . \quad 1)$$

In der Volumeneinheit eines isotropen ponderablen Körpers ist die Energie

$$\frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2) \quad . \quad . \quad 2)$$

wo ε und μ positive ganze Zahlen, die Dielektricitätsconstante und die Magnetisirungsconstante sind.

Für anisotrope und krystallinische Körper ist die Energie der Volumeneinheit

$$\frac{1}{8\pi}(\varepsilon_{11} X^2 + \varepsilon_{22} Y^2 + \varepsilon_{33} Z^2 + 2\varepsilon_{12} XY + 2\varepsilon_{23} YZ + 2\varepsilon_{13} XZ)$$
$$+ \frac{1}{8\pi}(\mu_{11} L^2 + \mu_{22} M^2 + \mu_{33} N^2 + 2\mu_{12} LM + 2\mu_{23} MN + 2\mu_{13} LN),$$

worin durch geeignete Wahl der Axen der eine Theil in eine Summe von drei Quadraten umgeformt werden kann.

Danach wird **angenommen**, dass die elektrischen und magnetischen Kräfte im Aether durch folgende Gleichungen verbunden sind: 1219

$$\left.\begin{aligned} A\frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \\ A\frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \\ A\frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx} = \frac{dX}{dy} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3a)$$

$$\left.\begin{aligned} A\frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \\ A\frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} \\ A\frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3b)$$

wozu noch für den Aether kommt:

$$\frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0, \qquad \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0 \quad . \quad . \quad 3c)$$

Die Dimensionen von L, M, N und X, Y, Z sind die gleichen, also muss A eine reciproke Geschwindigkeit sein. Sie ist eine **innere**, von der Anwesenheit anderer Körper und willkürlichen Annahmen unabhängige Constante.

Werden die Gleichungen alle mit $(1/4\pi A)d\tau$ und dann noch einzeln mit L, M, N, X, Y, Z multiplicirt, addirt und ihre beiden Seiten über einen Raum integrirt, dessen Oberflächenelement $d\omega$ mit den Coordinatenaxen die Winkel (n,x), (n,y), (n,z) bildet, so wird:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)+\frac{1}{8\pi}(L^2+M^2+N^2)\right\}d\tau \\ &=\frac{1}{4\pi A}\int\{(NY-MZ)\cos n,x+(LZ-NX)\cos n,y \\ &\qquad +(MX-LY)\cos n,z\}\,d\omega. \end{aligned}\right\} \quad 4)$$

Diese Gleichung giebt die Aenderung der elektromagnetischen Energie des Raumes in Ausdrücken an, die sich auf die Oberfläche derselben beziehen.

1220 Für einen isotropen homogenen Nichtleiter ist für beide Systeme der Gleichungen 3a) und 3b) statt A bezw. $A\mu$ und $A\varepsilon$, in der Gleichung 4) ist ebenso in dem ersten X, Y, Z enthaltenden Gliede, $\varepsilon/8\pi$, im zweiten L, M, N enthaltenden Gliede bezw. $\mu/8\pi$ zu setzen.

1221 In den Nichtleitern ist jede Aenderung der elektrischen Kraft durch die Anwesenheit magnetischer Kräfte bedingt. Ohne diese bleibt die elektrische Vertheilung ungeändert. In den Leitern verschwindet die elektrische Kraft von selbst und kann nur durch magnetische oder andere Kräfte erhalten bleiben.

Nehmen wir an, dass der Verlust derselben der Kraft selbst proportional ist, und neben demselben magnetische Kräfte wie in den Nichtleitern wirken, so wird nach der ersten Annahme, wenn λ eine neue Constante ist, die specifische elektrostatisch gemessene Leitfähigkeit:

$$A\varepsilon\frac{dX}{dt}=-4\pi\lambda AX,$$

nach der zweiten

$$A\varepsilon\frac{dX}{dt}=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}-4\pi\lambda AX.$$

λ ist der reciproke Werth einer Zeit, also $\varepsilon/4\pi\lambda$ eine Zeit und zwar die sogenannte Relaxationszeit[1]), in der die sich selbst überlassene Kraft auf den $e$ten Theil ihres Anfangswerthes sinkt, die ebenfalls eine innere Constante des Körpers ist.

1222 Hiernach werden die den Erfahrungen genügenden Gleichungen für isotrope Körper vermuthungsweise (vgl. Gl. 3):

---

1) Vergl. Cohn, Berl. Ber. 26, 405, 1889.

$$\left.\begin{aligned} A\mu\frac{dL}{dt}&=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\\ A\mu\frac{dM}{dt}&=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\\ A\mu\frac{dN}{dt}&=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\quad 6a)$$

$$\left.\begin{aligned} A\varepsilon\frac{dX}{dt}&=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}-4\pi\lambda AX\\ A\varepsilon\frac{dY}{dt}&=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}-4\pi\lambda AY\\ A\varepsilon\frac{dZ}{dt}&=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}-4\pi\lambda AZ\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad 6b)$$

Sind die Körper zwar isotrop, aber nicht homogen, so fällt die elektrische Kraft von selbst nicht ganz auf Null, sondern auf einen Endwerth, dessen Componenten X' Y' Z' und unabhängig von der Zeit seien. Ist dann die elektromotorische Kraft proportional dem Unterschiede zwischen dem absoluten und dem Endwerthe, so ist in den Gleichungen 6b) statt $4\pi\lambda AX$ zu setzen $4\pi\lambda A\,(X - X')$ u. s. f.

In anisotropen Körpern ist voraussichtlich der Abfall jeder Componente der sich selbst überlassenen Kraft eine lineare Function der drei Componenten. Für verschwindendes Leitvermögen werden dann die Gleichungen: 1223

$$\left.\begin{aligned} A\left(\mu_{11}\frac{dL}{dt}+\mu_{12}\frac{dM}{dt}+\mu_{13}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\\ A\left(\mu_{21}\frac{dL}{dt}+\mu_{22}\frac{dM}{dt}+\mu_{23}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\\ A\left(\mu_{31}\frac{dL}{dt}+\mu_{32}\frac{dM}{dt}+\mu_{33}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad 7a)$$

$$\left.\begin{aligned} A\left(\varepsilon_{11}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{12}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{13}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dM}{dz}-\frac{dZ}{dy}\\ &-4\pi A\{\lambda_{11}(X-X')+\lambda_{12}(Y-Y')+\lambda_{13}(Z-Z')\},\\ A\left(\varepsilon_{21}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{22}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}\\ &-4\pi A\{\lambda_{21}(X-X')+\lambda_{22}(Y-Y')+\lambda_{23}(Z-Z')\},\\ A\left(\varepsilon_{31}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{32}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}\\ &-4\pi A\{\lambda_{31}(X-X')+\lambda_{32}(Y-Y')+\lambda_{33}(Z-Z')\}.\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad 7b)$$

An der Grenzfläche zweier homogener Körper gelten die obigen Gleichungen ebenfalls, wir können dieselben als eine Uebergangsschicht 1224

ansehen, in der nur die Constanten sehr schnell von einem Werthe zum anderen übergehen.

Die Grenzfläche falle mit der XY-Ebene zusammen. Dann bleiben in den beiden ersten der Gl. 7a) und 7b): dX/dz, dY/dz, dM/dz, dL/dz endlich und ebenso in der Uebergangsschicht. Gelten also die Indices 1 und 2 auf den beiden Seiten derselben, so ist

$$Y_2 - Y_1 = 0;\; X_2 - X_1 = 0;\; M_2 - M_1 = 0;\; L_2 - L_1 = 0 \quad . \quad . \quad 8a)$$

d. h. die zur Grenzfläche tangentialen Componenten der Kräfte pflanzen sich stetig durch dieselbe fort. Wird dies auf die dritten Gleichungen von 7a) und 7b) angewendet, so müssen die Ausdrücke

$$\left.\begin{array}{l} \mu_{13}\dfrac{dL}{dt} + \mu_{23}\dfrac{dM}{dt} + \mu_{33}\dfrac{dN}{dt} \text{ und} \\ \varepsilon_{13}\dfrac{dX}{dt} + \varepsilon_{23}\dfrac{dY}{dt} + \varepsilon_{33}\dfrac{dZ}{dt} + 4\pi(\lambda_{31}X + \lambda_{32}Y + \lambda_{33}Z) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad 8b)$$

auf beiden Seiten der Grenzschicht gleich sein.

Für isotrope Körper werden diese Gleichungen

$$\mu_1\frac{dN_1}{dt} - \mu_2\frac{dN_2}{dt} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8c)$$

$$\varepsilon_1\frac{dZ_1}{dt} - \varepsilon_2\frac{dZ_2}{dt} = -4\pi(\lambda_1 Z_2 - \lambda_2 Z_1) \quad . \quad . \quad . \quad 8d)$$

gesetzt.

1225 Sind elektromotorische Kräfte in der Grenzfläche vorhanden, so wird die zur Grenzfläche normale Componente Z' derselben in der Uebergangsschicht selbst unendlich, das durch die Grenze erstreckte Integral $\int Z'dz$ bleibt endlich, also neben L, M, N, X, Y auch $Z - Z'$.

Setzen wir $\int Zdz = \int Z'dz = \varphi_{12}$ und integriren die ersten zwei Gleichungen von 7a) und 7b) nach Multiplication mit dz durch die Uebergangsschicht, so wird, da wegen der Kürze des Weges das Integral jeder endlichen Grösse verschwindet,

$$\left.\begin{array}{l} Y_2 - Y_1 = \dfrac{d\varphi_{1,2}}{dy} \\ X_2 - X_1 = \dfrac{d\varphi_{1,2}}{dx} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8f)$$

$$\left.\begin{array}{l} M_2 - M_1 = 0 \\ N_2 - N_1 = 0 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8g)$$

Die dritten Gleichungen von 7a) und 7b) geben als Bedingungen für die Normalkräfte dieselben Werthe wie 8b), nur dass in dem letzten Gliede statt X, Y, Z, bezw. $X - X'$, $Y - Y'$, $Z - Z'$ zu setzen ist. Auch sind wie in 8b) beide Seiten der Grenzfläche gleich. Sind

also die Körper beiderseits homogen, so werden durch die Existenz der elektromotorischen Kräfte die Bedingungen nicht verändert, welche die Kräfte auf beiden Seiten der Grenzschicht mit einander verbinden. Da die Grenzbedingungen aus Gl. 7a) und 7b) gebildet sind, so müssen letztere auch für die in dem Bereiche vorkommenden Grenzen heterogener Körper gelten.

1226 Aus der bisherigen Theorie lässt sich eine Anzahl Umformungen ableiten, die theils die Ausdrücke abkürzen, theils sie mit den älteren Anschauungen verknüpfen. Es wird gesetzt

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L} &= \mu_{11} L + \mu_{12} M + \mu_{13} N \\ \mathfrak{M} &= \mu_{12} L + \mu_{22} M + \mu_{23} N \\ \mathfrak{N} &= \mu_{13} L + \mu_{23} M + \mu_{33} N \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9c)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X} &= \varepsilon_{11} X + \varepsilon_{12} Y + \varepsilon_{13} Z \\ \mathfrak{Y} &= \varepsilon_{12} X + \varepsilon_{22} Y + \varepsilon_{23} Z \\ \mathfrak{Z} &= \varepsilon_{13} X + \varepsilon_{23} Y + \varepsilon_{33} Z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9d)$$

Die Werthe $\mathfrak{L}$ bis $\mathfrak{Z}$ werden als Polarisationen bezeichnet, und zwar die Resultante von $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ als magnetisehe und von $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ als elektrische Polarisation.

In isotropen Medien sind die Polarisationen und die Kräfte gleichgerichtet und das Verhältniss der ersteren zu letzteren ist die Dielektricitäts- und Magnetisirungsconstante. Im Aether fallen Kräfte und Polarisationen zusammen. Mit Einführung der Polarisationen auf der linken Seite der Gleichungen erhalten wir durch jede derselbe die Aenderung jeder einzelnen Polarisationscomponente als Folge der jeweiligen vorhandenen Kräfte.

1227 Ferner wird gesetzt:

$$\left.\begin{aligned} u &= \lambda_{11}(X - X') + \lambda_{12}(Y - Y') + \lambda_{13}(Z - Z'), \\ v &= \lambda_{21}(X - X') + \lambda_{22}(Y - Y') + \lambda_{23}(Z - Z'), \\ w &= \lambda_{31}(X - X') + \lambda_{32}(Y - Y') + \lambda_{33}(Z - Z'). \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 9e)$$

u, v, w sind die elektrostatisch gemessenen Componenten der elektrischen Strömung.

Danach werden die allgemeinsten Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} A \frac{d\mathfrak{L}}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \\ A \frac{d\mathfrak{M}}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \\ A \frac{d\mathfrak{N}}{dt} &= \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9a)$$

$$\left.\begin{aligned} A\frac{d\mathfrak{X}}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} - 4\pi Au \\ A\frac{d\mathfrak{Y}}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} - 4\pi Av \\ A\frac{d\mathfrak{Z}}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} - 4\pi Aw \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9\text{b)}$$

Die elektromagnetische Energie einer Volumeneinheit eines beliebigen Körpers wird bei Einführung der Polarisationen:

$$\frac{1}{8\pi}(\mathfrak{X}X + \mathfrak{Y}Y + \mathfrak{Z}Z) + \frac{1}{8\pi}(\mathfrak{L}L + \mathfrak{M}M + \mathfrak{N}N).$$

Diese Gleichungen gelten für alle Punkte des unendlichen Raumes und durch beliebige Annahme von ε, μ, λ, X' Y' Z' als Functionen des Raumes, die sich theils stetig, theils unstetig von Punkt zu Punkt ändern, umfassen sie alle Probleme dieses Gebietes.

1228 Im Anschluss hieran werden besondere schärfere Definitionen der die elektrischen und magnetischen Vorgänge betreffenden Grössen gegeben.

Bei Differentiation der drei Gleichungen 9 b) nach x, y, z und Addition ergiebt sich

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right) = -4\pi\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right).$$

Bei Integration über einen Raum, dessen Element $d\tau$ ist und dessen Oberflächenelement $d\omega$ eine Normale besitzt, die mit den Axen die Winkel n, x, n, y, n, z bildet, ergiebt sich, da an der Fläche u, v, w Null sind:

$$\frac{d}{dt}\int\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)d\tau = \frac{d}{dt}\int(\mathfrak{X}\cos n,x + \mathfrak{Y}\cos n,y + \mathfrak{Z}\cos n,z)\,d\omega$$

$$= -4\pi\int\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right)d\tau$$

$$= -4\pi\int(u\cos n,x + v\cos n,y + w\cos n,z)\,d\omega = 0,$$

also, wenn e eine von der Zeit unabhängige Grösse bezeichnet:

$$\left.\begin{aligned} &\int\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)d\tau \\ &= \int(\mathfrak{X}\cos n,x + \mathfrak{Y}\cos n,y + \mathfrak{Z}\cos n,z)\,d\omega = 4\pi e \end{aligned}\right\} \quad .\ .\ 10\text{a)}$$

e ist eine Function des elektrischen Zustandes des Systemes, die durch innere oder äussere elektrodynamische Vorgänge nicht verändert werden kann. e würde also als die Menge einer im System enthaltenen unzerstörbaren Substanz anzusehen sein, oder als die Menge der darin enthaltenen Elektricität bezw. als die Differenz beider entgegengesetzten

Elektricitäten zu einander oder die Abweichung der darin enthaltenen Elektricität von der normalen.

Danach wird der Elektricitätsgehalt des Raumelementes **1229**

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)d\tau$$

als **wahre** Elektricität desselben, der Ausdruck

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)$$

als die **wahre räumliche Dichte** und an der Grenzfläche verschiedener Körper

$$1/4\pi\,\{(\mathfrak{X}_2-\mathfrak{X}_1)\cos n, x+(\mathfrak{Y}_2-\mathfrak{Y}_1)\cos n, y+(\mathfrak{Z}_2-\mathfrak{Z}_1)\cos n, z\}$$

als die **wahre Flächendichte** der Elektricität bezeichnet.

Eine andere Reihe von Definitionen erhält man durch die Thatsache, dass im leeren Raume Polarisationen und Kräfte identisch sind, wonach für Gleichung 10a) die Gleichung

$$\left.\begin{aligned}4\pi e &= \int (X\cos n, x+Y\cos n, y+Z\cos n, z)\,d\omega\\ &= \int\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)d\tau,\end{aligned}\right\}\quad . . 10\text{b})$$

kommt, und

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)d\tau$$

der vom Raumelement $d\tau$ gelieferte Beitrag zu e ist.

Der letztere Ausdruck ist die **freie Elektricität** eines Raumelementes, der Ausdruck

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)$$

die **freie räumliche Dichte** und an Unstetigkeitsstellen

$$1/4\pi\{(X_2-X_1)\cos n, x+(Y_2-Y_1)\cos n, y+(Z_2-Z_1)\cos n, z\}$$

die **freie Flächendichte** der Elektricität.

Die Differenz der wahren und freien Elektricität heisst die **gebundene** Elektricität.

Der Werth

$$\int(\mathfrak{X}\cos n, x+\mathfrak{Y}\cos n, y+\mathfrak{Z}\cos n, z)\,d\omega$$

ist die von einer beliebigen Fläche umschlossene **wahre** Elektricität.

Ist die Fläche nicht geschlossen, so ist die Zahl der dieselbe im **1230** Sinne der positiven Normalen durchschneidenden elektrischen Kraftlinien diesem Integrale gleich. Dieselben verlaufen in der Richtung der Polarisation, nicht der Kraft. Die mit 4π multiplicirte Menge der in einem

beliebigen Raume enthaltenen wahren Elektricität ist gleich dem Ueberschusse der in denselben eintretenden Kraftlinien über die austretenden. Die irgendwie endenden Kraftlinien münden an wahrer Elektricität. Sie entspricht den freien Enden der Kraftlinien.

Die Aenderung der wahren Elektricität e_w in einem beliebig begrenzten Theile des Systems, von dem $d\omega$ ein Element der Grenzfläche ist, ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{d e_w}{dt} &= -\int\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right) d\tau \\ &= -\int (u \cos n, x + v \cos n, y + w \cos n, z)\, d\omega \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots 10c)$$

Verläuft die Grenzfläche in Körpern, in welchen $\lambda = 0$ ist, so verschwinden in derselben u, v, w; der Inhalt des umspannten Raumes an wahrer Elektricität ist constant. Durch rein elektrodynamische Vorgänge kann also aus einem Raume, der von solchen Körpern umgeben ist, freie Elektricität nicht entweichen. Sie sind also Nichtleiter. Geht die Grenzfläche ganz oder theilweise durch Körper, für welche λ nicht gleich Null ist, so kann dies geschehen, die wahre Elektricität im Raume bleibt nicht constant; die Körper sind Leiter.

Auf freie Elektricität bezieht sich dieser Unterschied nicht, für sie können alle Körper in Folge der Verschiebungsströme als Leiter angesehen werden.

1231 Das Integral der Gleichung 10c) bestimmt die Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch jede geschlossene Oberfläche tritt; durch jedes Flächenelement derselben tritt also die Menge

$$u \cos n, x + v \cos n, y + w \cos n, z.$$

u, v, w sind die Componenten der elektrischen Strömung und das über eine nicht geschlossene Oberfläche genommene

$$\int (u \cos n, x + v \cos n, y + w \cos n, z)\, d\omega$$

ist der durch dieselbe fliessende elektrische Strom.

Ist ein Theil des Systemes durch rein elektromagnetische Vorgänge aus dem unelektrischen in den elektrischen Zustand übergegangen, oder kann er durch ebensolche Vorgänge in den nichtelektrischen Zustand zurückkehren, so ist in allen Nichtleitern des Systemes die wahre Elektricität Null. Dann treten zu den allgemeinen Gleichungen noch als Beschränkungen die zulässigen Anfangszustände für das Innere der Nichtleiter und für die Grenze zweier heterogenen Nichtleiter:

$$\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz} = 0$$

und

$$(\mathfrak{X}_2 - \mathfrak{X}_1) \cos n, x + (\mathfrak{Y}_2 - \mathfrak{Y}_1) \cos n, y + (\mathfrak{Z}_2 - \mathfrak{Z}_1) \cos n, z = 0.$$

Analoge Betrachtungen lassen sich für die magnetischen Erscheinungen anstellen. 1232

Die wahre räumliche Dichte im Inneren des Körpers ist

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)$$

und an der Grenze zweier Körper die wahre Flächendichtigkeit des Magnetismus

$$1/4\pi\,\{(\mathfrak{L}_2-\mathfrak{L}_1)\cos n,x+(\mathfrak{M}_2-\mathfrak{M}_1)\cos n,y+(\mathfrak{N}_2-\mathfrak{N}_1)\cos n,z\},$$

endlich das über einen bestimmten Theil des Raumes genommene Integral dieser Grösse der in diesem Theile enthaltene wahre Magnetismus.

$$\int(\mathfrak{L}\cos n,x+\mathfrak{M}\cos n,y+\mathfrak{N}\cos n,z)\,d\omega$$

ist das über eine nicht geschlossene Fläche genommene Integral, die Zahl der durch diese Fläche bezw. ihren Umfang tretenden magnetischen Kraftlinien.

Die freie räumliche Dichte für das Innere des Körpers ist

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dL}{dx}+\frac{dM}{dy}+\frac{dN}{dz}\right)$$

und die freie Flächendichtigkeit des Magnetismus an der Grenze zweier Körper

$$1/4\pi\,\{(L_2-L_1)\cos n,x+(M_2-M_1)\cos n,y+(N_2-N_1)\cos n,z\}.$$

Der Unterschied von Leitern und Nichtleitern fällt hier fort. Für den freien Magnetismus können alle Körper als Leiter angesehen werden.

Ist ein System durch reine elektromagnetische Vorgänge aus dem unmagnetischen Zustande hervorgegangen, bezw. in denselben zurückversetzt, so gelten dafür die Gleichungen:

a) für das Innere

$$\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}=0,$$

b) für die Grenzfläche heterogener Körper

$$(\mathfrak{L}_2-\mathfrak{L}_1)\cos n,x+(\mathfrak{M}_2-\mathfrak{M}_1)\cos n,y+(\mathfrak{N}_2-\mathfrak{N}_1)\cos n,z=0.$$

Ponderomotorische Kräfte. Die mechanischen Kräfte im elektromagnetisch gestörten Felde sind Resultanten von mechanischen Druckkräften in Folge magnetischer Störungen im Aether und den übrigen Körpern und somit völlig bestimmt durch den elektromagnetischen Zustand seiner Umgebung. Die Druckkräfte mögen keine Resultanten ergeben, die das Innere des Aethers zu bewegen streben. Danach müssen auch die an den ponderabelen Körpern wirkenden mechanischen Kräfte dem Principe der Action und Reaction entsprechen. Diese Kräfte sind noch nicht direct bestimmt. Um die Erscheinungen aus den Grundgleichungen 1233

abzuleiten, werden sie in statische, stationäre nnd dynamische getheilt. Bei den beiden ersten darf keine Aenderung der elektrischen oder magnetischen Kräfte mit der Zeit stattfinden. Deshalb müssen die linken Seiten der Gleichungen 9a) und 9b) verschwinden. Sollen die Erscheinungen statische sein, so müssen sie sich mit der Zeit ändern, also keinen dauernden Energieumsatz in andere Formen bedingen. Dann müsste auch u, v, w in den Gleichungen 9a) und 9b) verschwinden. Damit zerfällt das System in zwei von einander unabhängige, deren eines nur die elektrischen, deren anderes nur die magnetischen Kräfte enthält. Die betreffenden Aufgaben gehören der Elektrostatik bezw. der Lehre vom ruhenden Magnetismus an.

1234 Elektrostatik. Die elektromotorischen Kräfte mögen wegen ihrer schwachen Wirkung vernachlässigt werden. Verschwinden also in den Leitern die λ nicht, so müssen die Kräfte X, Y, Z verschwinden. Für die Nichtleiter werden dann die Gleichungen 9a):

$$\frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} = \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} = \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} = 0.$$

Die Kräfte sind also die negativen Differentialquotienten eines Potentials φ, welches überall stetig ist, da die Kräfte überall endlich sind. Es setzt sich durch die Körper fort und ist in diesen constant. An einer Grenzfläche setzen sich die zur Grenzfläche tangentialen Differentialquotienten von φ stetig durch die Fläche fort. Ist e_f die räumliche Dichte der freien Elektricität, so genügt im Raume φ die Gleichung $\Delta\varphi = -4\pi e_f$, welche im freien Aether zu $\Delta\varphi = 0$ wird und für die Trennungsfläche heterogener Körper, wenn die Flächendichtigkeit daselbst e'_f ist, zu

$$\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2 - \left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1 = -4\pi e'_f$$

wird. Aus allem folgt φ, abgesehen von einer Contante, eindeutig bestimmt der Werth $\varphi = \int (e_f/r)\,d\tau$, das Integral über den ganzen Raum bis zu den Grenzflächen ausgedehnt. Ist also das Potential und sind die Kräfte gleich vertheilt, so sind die freien Elektricitäten die gleichen, die wahren aber stehen für das Innere zweier homogener Nichtleiter im Verhältniss der Dielektricitätsconstanten.

Soll im Inneren der Nichtleiter die Dichtigkeit der wahren Elektricität einen bestimmten Werth e_w haben, so muss im isotropen Körper

$$\frac{d}{dx}\left(\varepsilon\frac{d\varphi}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\varepsilon\frac{d\varphi}{dy}\right) + \frac{d}{dz}\left(\varepsilon\frac{d\varphi}{dz}\right) = -4\pi e_w$$

sein und an der Grenzfläche, wenn e'_w die Flächendichte der wahren Elektricität daselbst ist,

$$\varepsilon_2\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2 - \varepsilon_1\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1 = -4\pi e'_w.$$

Ruhender Magnetismus. Die Componenten der ruhenden magnetischen Kräfte sind die gleichen, wie die der ruhenden elektrischen Kräfte unter Aenderung der Bezeichnungen. Doch weichen die Probleme auch in mathematischer Beziehung von denen der Elektrostatik aus folgenden Gründen ab. Leiter existiren hier nicht. Ausser in den Körpern, welche permanenten oder remanenten Magnetismus zeigen, kommt **wahrer** Magnetismus nicht vor. Sind sie isotrop, so gilt für ihr Inneres, für das magnetische Potential ψ: 1235

$$\frac{d}{dx}\left(\mu\frac{d\psi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(\mu\frac{d\psi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(\mu\frac{d\psi}{dz}\right)=0$$

und an der Grenze solcher Körper

$$\mu_2\left(\frac{d\psi}{dn}\right)_2-\mu_1\left(\frac{d\psi}{dn}\right)_1=0.$$

An Stelle der Dielektricitätsconstante tritt hier die Magnetisirungsconstante, welche auch kleiner als Eins sein kann und je nach der Grösse der magnetisirenden Kraft verschiedene Werthe annimmt. Die freie magnetische Dichte an der Oberfläche eines an den leeren Raum grenzenden isotropen Körpers ist gleich dem $(1-\mu)$fachen der vom Inneren des Körpers zur Oberfläche gerichteten Kraft.

Stationäre Zustände. In den Nichtleitern gelten die gleichen Bedingungen, wie für den statischen Zustand; in den als isotrop angenommenen Leitern verändern sich die Gleichungen 9a), 9b), 9c) in: 1236

$$\left.\begin{aligned}\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}&=0\\ \frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}&=0\\ \frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}&=0\end{aligned}\right\}\quad ..\ 15a)\qquad \left.\begin{aligned}\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}&=4\pi A u\\ \frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}&=4\pi A v\\ \frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}&=4\pi A w\end{aligned}\right\}\quad ..\ 15b)$$

$$u=\lambda\,(X-X');\quad v=\lambda\,(Y-Y');\quad w=\lambda\,(Z-Z').\quad .\ 15c)$$

Bei Differentiation nach x, y, z und Addition wird

$$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}=0\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ 15d)$$

welche Gleichung an Flächen, wo sich die Strömungen sprungweise ändern, übergeht in

$$(u_2-u_1)\cos n,x+(v_2-v_1)\cos n,y+(w_2-w_1)\cos n,z=0\qquad 15e)$$

Wird zu den Gleichungen 15a) und 15c) noch Gleichung 15d) und 15e) hinzugefügt, so enthält das resultirende System nur elektrische Kräfte und kann ohne Rücksicht auf magnetische Kräfte behandelt werden. So erhält man die Theorie der Stromvertheilung. Sind u, v, w gefunden,

so geben die Gleichungen 15b) die von den Strömungen ausgeübten magnetischen Kräfte.

1237 **Vertheilung stationärer Ströme.** Aus den Gleichungen 15a) folgt, dass auch im Inneren der vom Strome durchflossenen Körper die Kräfte als negative Differentialquotienten eines Potentials φ darzustellen sind, welches der Bedingung genügt:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dx}\left(\lambda\frac{d\varphi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(\lambda\frac{d\varphi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(\lambda\frac{d\varphi}{dz}\right)\\ &=-\frac{d}{dx}(\lambda X')-\frac{d}{dy}(\lambda Y')-\frac{d}{dz}(\lambda Z')\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad 15\text{f})$$

An der Grenzfläche zweier heterogener Leiter wird diese Gleichung

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_2\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2-\lambda_1\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1=-(\lambda_2 X_2'-\lambda_1 X_1')\cos n,x\\ &-(\lambda_2 Y_2'-\lambda_1 Y_1')\cos n,y=(\lambda_2 Z_2'-\lambda_1 Z_1')\cos n,z\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad 15\text{g})$$

und an der Grenzfläche eines Leiters gegen einen Nichtleiter

$$\frac{d\varphi}{dn}=-X'\cos n,x-Y'\cos n,y-Z'\cos n,z\quad\ldots\quad 15\text{h})$$

An Grenzflächen, wo die elektromotorischen Kräfte unendlich werden, kommt hinzu für homogene Leiter:

Im Inneren der Leiter:

$$\Delta\varphi=0,$$

an der Grenze zweier Leiter:

$$\lambda_1\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1=\lambda_2\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2,$$

an der Grenze gegen einen Nichtleiter:

$$\frac{d\varphi}{dn}=0,$$

an einer elektromotorisch wirksamen Grenzfläche:

$$\varphi_1-\varphi_2=\varphi_{1,2}\qquad\ldots\ldots\quad 15\text{i})$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich direct die Stromvertheilung in Körpern von drei Dimensionen ableiten, ebenso die Strömung in flächenförmigen und linearen Leitern, woraus die Definition des Widerstandes, das Ohm'sche Gesetz und die Gesetze über die Stromverzweigung folgen.

1238 **Magnetische Kräfte stationärer Ströme.** Bezeichnen wir die über den ganzen Strom erstreckten Componenten des Vectorpotentials mit

$$U=\int\frac{u}{r}\,d\tau,\qquad V=\int\frac{v}{r}\,d\tau,\qquad W=\int\frac{w}{r}\,d\tau,$$

so wird in Folge des stationären Zustandes dabei

$$\frac{dU}{dx}+\frac{dV}{dy}+\frac{dW}{dz}=0.$$

Setzen wir

$$\left.\begin{array}{c} L=A\left(\frac{dV}{dz}-\frac{dW}{dy}\right), \quad M=A\left(\frac{dW}{dx}-\frac{dU}{dz}\right) \\ N=A\left(\frac{dU}{dy}-\frac{dV}{dx}\right) \end{array}\right\} \quad . \; . \quad 16a)$$

so sind sie Lösungen der Gleichungen 15b) und genügen der Gleichung

$$\frac{dL}{dx}+\frac{dM}{dy}+\frac{dN}{dz}=0.$$

Sind ruhende Magnetismen nicht vorhanden, so sind hierdurch die vorhandenen magnetischen Kräfte völlig gegeben.

Sind nur lineare Stromleiter vorhanden, in denen die Stromstärke i ist, so ist $u\,d\tau = i\,dx$, $v\,d\tau = i\,dy$, $w\,d\tau = i\,dz$ zu setzen, wo dx, dy, dz die Projectionen des Stromelementes ds der Strombahn auf die Coordinatenaxen sind. Sind die magnetischen Kräfte die Summen der Wirkungen der einzelnen Stromelemente, so wird, wenn ds im Nullpunkt und der Punkt $x'y'z'$ in der XY-Ebene liegt,

$$L=0, \quad M=0, \quad N=A\,i\,dx\,\frac{d\,1/r}{dy'}=-\frac{A\,i\,dx}{r^2}\cdot\frac{y'}{r},$$

was der Ampère'schen Regel und dem Biot-Savart'schen Gesetze entspricht.

Die Werthe der Kräfte müssen nach Gleichung 15b) da, wo u, v, w verschwinden, also ausserhalb der durchströmten Leiter, der negativen Differentialquotienten eines Potentials ψ gleich sein. Rühren sie nur von einer linearen geschlossenen Strombahn her, so kann gesetzt werden:

$$\psi=-A\,i\int\frac{d\,\frac{1}{r}}{dn}\,d\omega+const. \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 16b)$$

wo $d\omega$ das Element einer beliebigen, durch die Strombahn gelegten Fläche ist, deren Normale n ist.

Das Integral kann als Potential einer magnetischen Doppelschicht aufgefasst werden, was der Theorie des Magnetismus nach Ampère entspricht, oder mit Gauss als sphärischer Winkel, unter dem vom Punkte aus die Strombahn erscheint. Es kann demnach auch für einen Punkt die Zahl der Kraftlinien darstellen, die von einem in dem Punkte gelegenen Einheitspol durch die Strombahn gehen. Bezw. ist die Differenz der Werthe des Potentials in zwei Punkten gleich der mit $A\,i$ multiplicirten Zahl der Kraftlinien, welche die Strombahn in einer Richtung durchschneiden, wenn ein Einheitspol auf irgend einem Wege von dem

einen Punkte zum anderen übergeführt wird. Hieraus ergiebt sich unmittelbar die mechanische Arbeit bei Verschiebung eines Magnetpoles oder magnetischen Systems in der Nähe eines constanten linearen Stromes und umgekehrt, bei der Verschiebung eines constanten Stromes neben einem anderen und eines constanten Stromes 1 in der Nähe eines constanten Stromes 2.

1239 Induction in geschlossenen Kreisen. Nach Gleichung 9a) sind in einem sich verändernden magnetischen Felde elektrische Kräfte verbreitet, die wegen der Kleinheit von A sehr schwach sind. Wir erkennen sie durch den Strom in einer geschlossenen Leitungsbahn also nur durch das über eine geschlossene Linie gewonnene Integral:

$$\int (X dx + Y dy + Z dz),$$

welches gleich ist dem Flächenintegral:

$$\int \left\{ \left(\frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \right) \cos n, x + \left(\frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \right) \cos n, y + \left(\frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} \right) \cos n, z \right\} d\omega,$$

wo $d\omega$ ein Element der von der betreffenden Linie begrenzten Fläche ist. Nach Gleichung 9a) ist dieser Ausdruck gleich:

$$A \frac{d}{dt} \int (\mathfrak{L} \cos n, x + \mathfrak{M} \cos n, y + \mathfrak{N} \cos n, z)\, d\omega.$$

Die in einer geschlossenen Strombahn inducirte elektromotorische Kraft ist gleich der mit A multiplicirten Aenderung der Anzahl der durch die Strombahn hindurchgehenden magnetischen Kraftlinien für die Zeiteinheit. Sind keine magnetisirbaren Körper vorhanden und rührt die Induction von einem geschlossenen veränderlichen Strome her, so ist die inducirte elektromotorische Kraft gleich dem Product von A^2 mit dem Neumann'schen Potential und der Aenderung der Intensität des inducirenden Stromes in der Zeiteinheit [1]).

Hierdurch sind die Gesetze der Induction in ruhenden Leitern bestimmt.

1240 In den früheren Betrachtungen entsprechen in jedem Punkte elektrische und magnetische Kräfte besonderen Zuständen des Mediums daselbst und die Ursachen derselben sind unter Ausschluss jeder Fernewirkung nur in den Verhältnissen der unmittelbaren Nachbarschaft begründet.

Sodann war angenommen, dass der elektrische und magnetische Zustand des Mediums an jeder Stelle durch eine einzige Richtungsgrösse völlig bestimmt sei.

Es ist zu untersuchen, ob dieselben Annahmen auch die elektrodynamischen Erscheinungen in bewegten Körpern umfassen. Da sich

---

[1]) Die Elektrodynamik ungeschlossener Ströme ist von Hertz nicht durchgeführt und die Anwendung auf die Lichtbewegung gehört nicht hierher.

hierbei auch der Aether bewegt, so sind willkürliche Annahmen über die Bewegung desselben unumgänglich und eine unabhängige Bewegung der elektromagnetischen Materie des Aethers nöthig. Für die elektromagnetischen Eigenschaften in bewegten Körpern sind also mindestens zwei Richtungsgrössen für den elektrischen und den magnetischen Zustand einzuführen.

Für die eigentlichen elektromagnetischen Erscheinungen, wie sie mit Sicherheit studirt sind, ist es nicht nöthig, eine von der ponderablen Materie unabhängige Bewegung des Aethers anzunehmen.

Danach besitzt jeder Punkt nur eine einzige Geschwindigkeit, deren endliche und von Punkt zu Punkt stetig veränderliche Coordinaten nach der Richtung der x, y, z gleich α, β, γ sein mögen. Ihre Differentialquotienten $d\alpha/dx$ u. s. f. mögen überall endlich bleiben. An Orten, wo keine gewöhnliche Materie vorhanden ist, kann man α, β, γ jeden beliebigen Werth von gleicher Grössenordnung beilegen.

1241 Die Grundgleichungen für bewegte Körper[1]). Zu der die zeitliche Aenderung des magnetischen Zustandes in einem ruhenden Körper bedingenden Vertheilung der elektrischen Kraft in der Nachbarschaft des betreffenden Punktes kommt im bewegten Körper eine zweite, die von der Verzerrung herrührt, welche die Nachbarschaft des Punktes bei der Bewegung erleidet. Dies entspricht der Vorstellung, dass die Kraftlinien, welche den magnetischen Zustand des Körpers für einen Augenblick bezeichnen, mit dem Körper fortgeführt werden. Aehnliches gilt für die elektrische Polarisation. Ein kleines Flächenstück im Inneren der bewegten Materie liege im Beginne des Zeitelementes parallel der yz-Ebene und verzerre und verschiebe sich mit der Materie. Durch dasselbe gehen von dem Beginn der Zeit dt die Anzahl von $\mathfrak{L}$ Kraftlinien; ebenso seien $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ die Anzahl der Kraftlinien, welche ein der yz, zx, xy-Ebene paralleles Flächenstück durchsetzen. Bei der Bewegung ändert sich die Zahl der Kraftlinien, 1) wenn das Flächenelement in seiner ursprünglichen Lage ruht, um $d\mathfrak{L}/dt \,.\, dt$; 2) indem das Element mit der Geschwindigkeit α, β, γ zu Orten geführt wird, wo $\mathfrak{L}$ andere Werthe annimmt, um $(\alpha d\mathfrak{L}/dx + \beta d\mathfrak{L}/dy + \gamma d\mathfrak{L}/dz)dt$; 3) indem sich die Ebene des Elementes mit der Geschwindigkeit $d\alpha/dy$ um die z-Axe und mit $d\alpha/dz$ um die y-Axe dreht, wobei Kraftlinien in das Element treten, welche demselben vorher parallel lagen, um $(\mathfrak{M} d\alpha/dy + \mathfrak{N} d\alpha/dz)dt$; 4) dadurch, dass das Element seinen Inhalt mit der Geschwindigkeit um $d\beta/dy + d\gamma/dz$ vermehrt, um $\mathfrak{L}(d\beta/dy + d\gamma/dz)dt$.

Theilen wir die durch die Summe dargestellte Gesammtänderung in zwei Theile; den einen, der durch die elektrischen Kräfte in der Nachbarschaft allein und den anderen, der durch die Bewegung allein hervorgebracht wird, so ist der erste Theil $1/A \,.\, (dZ/dy - dY/dz)dt$, wie

---

[1]) Hertz, Wied. Ann. 41, 369, 1890.

für ruhende Leiter, der zweite gleich Null. Bei Gleichsetzung beider Summen, dividiren durch dt, multipliciren mit A und subtrahiren der Glieder $\alpha\, d\mathfrak{M}/dy + \alpha\, d\mathfrak{N}/dz$, erhalten wir bei gleicher Betrachtung der übrigen Componenten:

$$\left.\begin{aligned}
&\left\{\frac{d\mathfrak{L}}{dt} + \frac{d}{dy}(\beta\mathfrak{L} - \alpha\mathfrak{M}) - \frac{d}{dz}(\alpha\mathfrak{N} - \gamma\mathfrak{L}) + \alpha\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx} + \frac{d\mathfrak{M}}{dy} + \frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\right\} \\
&\qquad = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}, \\
A&\left\{\frac{d\mathfrak{M}}{dt} + \frac{d}{dz}(\gamma\mathfrak{M} - \beta\mathfrak{N}) - \frac{d}{dx}(\beta\mathfrak{L} - \alpha\mathfrak{M}) + \beta\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx} + \frac{d\mathfrak{M}}{dy} + \frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\right\} \\
&\qquad = \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}, \\
A&\left\{\frac{d\mathfrak{N}}{dt} + \frac{d}{dx}(\alpha\mathfrak{N} - \gamma\mathfrak{L}) - \frac{d}{dy}(\gamma\mathfrak{M} - \beta\mathfrak{N}) + \gamma\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx} + \frac{d\mathfrak{M}}{dy} + \frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\right\} \\
&\qquad = \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy},
\end{aligned}\right\} \quad 1\,\mathrm{a})$$

$$\left.\begin{aligned}
A&\left\{\frac{d\mathfrak{X}}{dt} + \frac{d}{dy}(\beta\mathfrak{X} - \alpha\mathfrak{Y}) - \frac{d}{dz}(\alpha\mathfrak{Z} - \gamma\mathfrak{X}) + \alpha\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\right\} \\
&\qquad = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} - 4\pi A u, \\
A&\left\{\frac{d\mathfrak{Y}}{dt} + \frac{d}{dz}(\gamma\mathfrak{Y} - \beta\mathfrak{Z}) - \frac{d}{dx}(\beta\mathfrak{X} - \alpha\mathfrak{Y}) + \beta\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\right\} \\
&\qquad = \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} - \pi A v, \\
A&\left\{\frac{d\mathfrak{Z}}{dt} + \frac{d}{dx}(\alpha\mathfrak{Z} - \gamma\mathfrak{X}) - \frac{d}{dy}(\gamma\mathfrak{Y} - \beta\mathfrak{Z}) + \gamma\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\right\} \\
&\qquad = \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} - 4\pi A w.
\end{aligned}\right\} \quad 1\mathrm{b})$$

1242 Die Ableitung erfordert nicht, dass das zuerst gewählte Coordinatensystem absolut im Raume ruhe. Die Gleichungen gelten für jedes andere, beliebig bewegte System, wenn wir mit α, β, γ die relativen Geschwindigkeitscomponenten für das neue System bezeichnen und die von der Richtung abhängigen Constanten ε, μ, λ, X', Y', Z' stets auf letzteres beziehen. Somit hat die absolute Bewegung eines starren Körpers keinen Einfluss auf irgend welche innere elektrodynamischen Vorgänge, wenn nur alle in Betracht kommenden Theile, auch der Aether, daran Theil nehmen.

Wird auch nur ein einzelner Theil eines bewegten Körpers wie ein starrer Körper bewegt, so sind die Vorgänge in diesem gerade wie im ruhenden Körper. Zeigt sich bei der Bewegung ein Einfluss, so muss

er in den Gebieten entstanden sein, in welchen Verzerrungen der Elemente stattfinden und sich secundär auf die ersteren Theile fortgepflanzt haben.

Unabhängige Ursachen für die Aenderung der elektrischen bezw. magnetischen Polarisationen sind hiernach die magnetischen, die elektrischen Kräfte und die Bewegung der materiellen Körper. Erstere Ursache bewirkt für ruhende Körper keine Verschiebung der wahren Elektricitäten in den nichtleitenden Körpern, bezw. keine Verschiebung des wahren Magnetismus überhaupt. Letztere Ursache kann hier für sich sehr wohl eine Verschiebung der Elektricität und des Magnetismus gegen den ruhenden Raum bedingen, aber keine Verschiebung gegen die bewegte Materie, da dieselbe die Kraftlinien, deren freie Enden als Elektricität und Magnetismus anzusehen sind, mit sich fortführt. Auch beim Zusammenwirken beider Ursachen ist für den wahren Magnetismus, überhaupt für die wahre Elektricität in den Nichtleitern eine relative Bewegung gegen die umgebende Materie ausgeschlossen. Beide bewegen sich mit der Materie, wie wenn sie mit derselben unzertrennbar verknüpft wären.

1243

Induction in geschlossenen Bahnen. Die grössten, den Körpern zu ertheilenden Geschwindigkeiten sind gegen die Lichtgeschwindigkeiten, mit deren reciproken Werthe in Gleichungen 1a) und 1b) die α, β, γ multiplicirt sind, so klein, dass eigentliche elektrodynamische Wirkungen derselben nur in dem Falle zugänglich sind, wenn sie in der Induction eines elektrischen Stromes in einem geschlossenen Leiter bestehen. — Ein beliebiges, nicht geschlossenes Flächenstück ω', im Inneren der Materie gelegen, werde mit den bewegten Theilchen, durch die es geführt werde, verschoben. Seine Grenzcurve sei s, ζ' die Zahl der durch ω' in jeder Zeit hindurchgehenden Kraftlinien. Als unabhängig wirkende Ursachen, welche ζ' verändern, sind anzusehen die elektrischen Kräfte und die Bewegung der Materie. Wirkten erstere allein, wäre also das System ein ruhendes, so wäre die mit A multiplicirte Aenderungsgeschwindigkeit von ζ' gleich dem um den ganzen Umfang s genommenen Integral der elektrischen Kraft, in dem Sinne, welcher, von der positiven Normale gesehen, der Drehung des Uhrzeigers entspricht. Durch die Bewegung allein würde ζ' nicht verändert werden, da dadurch mit der Fläche ω' die dieselbe durchsetzenden Kraftlinien fortgeführt würden. Also auch in dem Falle des Zusammenwirkens beider Ursachen ist das erwähnte Integral der elektrischen Kraft gleich A mal der Aenderungsgeschwindigkeit der Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche anfangs die durch die Curve s begrenzte beliebige Fläche ω' durchsetzen. Für die Praxis ist allein der einbegriffene Fall wichtig, dass die Curve s der Bahn eines linearen Leiters folgt und die Bewegung langsam genug ist, um die entstehenden Zustände als stationär, den Strom in allen Theilen der Leitung s als gleichförmig ansehen zu können.

Kann die bewegte Curve s vollständig in einem einfach zusammenhängenden Raum abgegrenzt werden, in welchem sich wahrer Magnetismus nicht findet, so ist es gleichgültig, ob die Hülfsfläche ω' der Verschiebung der materiellen Theile folgt oder unabhängig von denselben sich verschiebt, so lange sie nur innerhalb jenes Raumes und von s begrenzt bleibt. Dann ist das um die geschlossene Curve s genommene Integral gleich der mit A multiplicirten Aenderungsgeschwindigkeit der Zahl der von der Curve s umfassten magnetischen Kraftlinien. Ist noch trotz der Bewegung von s die magnetische Polarisation in jedem festen Punkte des Raumes constant, so ist die in Curve s inducirte Kraft gleich der mit A multiplicirten Zahl der im Raume ruhend gedachten magnetischen Kraftlinien, welche Curve s bei ihrer Bewegung in einem bestimmten Sinne schneidet. — Rühren die magnetischen Kräfte, unter deren Einfluss sich s bewegt, von einem gleichförmigen Strome in einer Strombahn t her, so ist die Zahl der durch s hindurchgehenden Kraftlinien gleich dem Producte des Neumann'schen Potentials der Curven s und t auf einander und der Stromstärke in t. Die in s wirksame elektromotorische Kraft ist also gleich der mit A multiplicirten Aenderung jenes Productes in der Zeiteinheit.

Obige Sätze enthalten alle bekannten Gesetze der Induction, auch der unipolaren.

1244 Im Weiteren behandelt Hertz die Vorgänge an den Gleitflächen, sowie der Erhaltung der Energie und die ponderomotorischen Druckkräfte, was sich dem Vorhergehenden vollständig anschliesst. Eine weitere Ausführung dürfte zu weit führen, um so mehr, als Hertz selbst die hier vorgetragene Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen nur unter gewissen willkürlichen Beschränkungen wiedergiebt. Bei einer strengen Theorie würden an jeder Stelle die Zustände des Aethers und die der eingeleiteten Materie zu unterscheiden sein. Dabei würde man jetzt einer grösseren Anzahl und willkürlicherer Hypothesen bedürfen, als in vorliegender Theorie.

1245 In §. 599 und 600[1]) haben wir erwähnt, dass nach Hertz die Erzeugung von Strömen in Resonatorkreisen, die durch eine kleine Funkenstrecke unterbrochen sind, der Ausbreitung der elektrostatischen Kraft und der Kraft der Induction zuzuschreiben wäre. Durch Annahme einer ungleichen Ausbreitungsgeschwindigkeit wären die Erscheinungen, wenn auch nicht mit vollständigem Erfolge, zu erklären.

Hertz[2]) versucht indess, ob eine Erklärung derselben nach der Maxwell'schen Theorie möglich ist, der jeder Unterschied fremd ist.

---

[1]) Vergl. auch Hertz, Wied. Ann. 34, 155, 1888, Abh. 5. — [2]) Hertz, Wied. Ann. 36, 1, 1889, Abh. 9.

Gelingt dies, so muss in der Maxwell'schen Theorie eine besondere Ausbreitung der elektrostatischen Kraft bedeutungslos sein.

1246 Es werden zuerst nur Kräfte im freien Aether behandelt. X, Y, Z seien die Componenten der elektrischen Kraft in demselben nach den Coordinaten der x, y, z; L, M, N, die Componenten der magnetischen Kraft, beide Kräfte in Gauss'schem Maasse. t sei die Zeit, A die reciproke Lichtgeschwindigkeit.

Die zeitliche Aenderung der Kräfte ist nach Maxwell von ihrer räumlichen Vertheilung abhängig nach folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} A\frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \\ A\frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \\ A\frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; 1) \qquad \left.\begin{aligned} A\frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \\ A\frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} \\ A\frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; 2)$$

Am Anfang soll sein und ist zu jeder Zeit:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} &= 0 \\ \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 3)$$

Die in einem Raumtheile τ des Aethers enthaltene elektrische und magnetische Energie ist

$$1/8\pi . \int (X^2 + Y^2 + Z^2)\, d\tau,$$

$$1/8\pi . \int (L^2 + M^2 + N^2)\, d\tau.$$

Beide Theilenergien bilden zusammen die Gesammtenergie.

1247 Diese Gleichungen können nicht direct aus der Erfahrung bewiesen werden. Maxwell begründete sie, indem er von Fernkräften ausging und den Aether als in hohem Grade dielektrisch polarisirbar betrachtete.

Werden Gleichungen 1) mit L, M, N, Gleichungen 2) mit X, Y, Z multiplicirt, alle Gleichungen addirt und über den Raum integrirt, dessen Raumelement $d\tau$, dessen Oberflächenelement $d\omega$ ist, so folgt:

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{8\pi}\int (X^2 + Y^2 + Z^2)\, d\tau + \frac{1}{8\pi}\int (L^2 + M^2 + N^2)\, d\tau\right\}$$

$$= \frac{1}{4\pi A}\int \{(NY - MZ)\cos n,x + (LZ - NX)\cos n,y +$$

$$+ (MX - LY)\cos n,z\}\, d\omega.$$

nx, ny, nz sind die Winkel zwischen der Normale von $d\omega$ mit den Axen.

Die Zunahme der Energie des Raumes sei durch Eintritt der Oberflächenelemente bedingt. Jedes Oberflächenelement hat hinzugebracht einen Betrag gleich dem Producte aus den in die Oberfläche fallenden Componenten der elektrischen und magnetischen Kraft, multiplicirt mit dem Sinus des Winkels zwischen denselben und dividirt durch $4\pi A$.

Die elektrische Kraft sei beispielsweise symmetrisch um die Z-Axe vertheilt, sie falle in jedem Punkte in die durch die Z-Axe gelegte Meridianebene und sei nur abhängig von der Z-Coordinate des Punktes und seinem Abstande $\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}$ von derselben. Die Componente der elektrischen Kraft in der Richtung von ϱ sei $R = Xx/\varrho + Yy/\varrho$. Die Componente der auf der Meridianebene senkrechten Kraft sei $P = Ly/\varrho - Mx/\varrho$.

Ist dann Π eine beliebige Function von ϱ, z, t, welche der Gleichung

$$A^2 d^2 \Pi / dt^2 = \Delta \Pi$$

genügt, und wird $Q = \varrho\, d\Pi / d\varrho$ gesetzt, so ist das System:

$$\varrho Z = \quad dQ/d\varrho, \qquad \varrho P = A\,dQ/dt,$$
$$\varrho R = -\,dQ/dz, \qquad N = 0$$

eine mögliche Lösung der Gleichungen.

Die Linien, in welchen die Rotationsflächen $Q = const.$ ihre Meridianebene schneiden, sind die elektrischen Kraftlinien. Wird der Zwischenraum zwischen Fläche Q und $Q + dQ$ durch Rotationsflächen um die Z-Axe geschnitten, so dass Q je um gleich viel wächst, so ist für alle solche Querschnitte das Product aus elektrischer Kraft und Querschnitt — nach Maxwell die Induction durch den Querschnitt — das gleiche. In der ebenen Figur, die durch den Schnitt der Meridianebene mit den äquidistanten Flächen $Q = const.$ entsteht, ist die elektrische Kraft umgekehrt proportional dem Producte der senkrechten Abstände zweier Linien $Q = Const.$ und der Coordinate ϱ des betrachteten Punktes, wenn die verglichenen Punkte gleich weit von der Z-Axe liegen.

1248 Um die Kräfte um eine geradlinige Schwingung zu bestimmen, sei E eine Elektricitätsmenge, l eine Länge, $m = \pi/\lambda$ eine reciproke Länge, $n = \pi/T$ eine reciproke Zeit. Ist

$$\Pi = El\,\frac{\sin(mr - nt)}{r}$$

und setzen wir $m/n = T/\lambda = A$, λ/T also gleich der Lichtgeschwindigkeit, so genügt der Werth Π der Gleichung:

$$\frac{A^2 d^2 \Pi}{dt^2} = \Delta \Pi$$

überall, ausser im Nullpunkt des Coordinatensystems.

Setzt man r verschwindend klein gegen λ und vernachlässigt mr gegen nt, so wird

$$\Pi = -\,El \sin nt / r.$$

Da

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}\right)\frac{1}{r}=-\frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{1}{r}\right),$$

so ist

$$X=-\frac{d^2\Pi}{dx\,dz},\qquad Y=-\frac{d^2\Pi}{dy\,dz},\qquad Z=-\frac{d^2\Pi}{dz\,dz}.$$

Die Kräfte sind also Ableitungen des Potentials:

$$\varphi\frac{d\Pi}{dz}=El\sin nt\,\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{r}\right).$$

Dies entspricht einem elektrischen Doppelpunkt, dessen Axe in die Z-Axe fällt und dessen Moment zwischen den Werthen $+El$ und $-El$ hin und her schwankt, also eine geradlinige Schwingung von der sehr kleinen Länge l darstellt, an deren Polen im Maximum die Elektricitätsmengen $\pm E$ frei werden.

1. Die magnetische Kraft steht senkrecht auf der Richtung der Schwingung, dicht bei derselben ist: 1249

$$P=AEln\cos nt\sin\frac{\vartheta}{r^2}.$$

Dies ist nach dem Gesetze von Biot-Savart die Kraft eines in die Z-Axe fallenden Stromelementes von der Länge l, dessen Intensität, magnetisch gemessen, zwischen den Extremen $\pm\pi AE/T$ schwankt.

Aus Π folgt:

$$Q=Elm\left\{\cos(mr-nt)-\frac{\sin(mr-nt)}{mr}\right\}\sin^2\vartheta,$$

und hieraus folgen die Kräfte Z, R, P durch Differentiation.

2. In der Z-Axe, also der Richtung der Schwingung, ist $d\varrho=r\,d\vartheta$, $dz=dr$, $\vartheta=0$, also $R=0$, $P=0$, und 1250

$$Z=2\,Elm/r^2\left\{\cos(mr-nt)-\frac{\sin(mr-nt)}{mr}\right\}.$$

Die elektrische Kraft fällt also in die Richtung der Schwingungen, und nimmt in kleinen Entfernungen ab wie die dritte Potenz, in grösseren wie das Quadrat des umgekehrten Abstandes.

3. In der xy-Axe ist für $z=0$, $dz=-r\,d\vartheta$, $d\varrho=dr$, $\vartheta=90^0$. 1251 Daraus folgen die Werthe für P, R, Z:

$$P=\frac{AElmn}{r}\left\{\sin(mr-nt)+\frac{\cos(mr-nt)}{mr}\right\},$$

$$R=0,$$

$$Z=\frac{Elm^2}{r}\left\{-\sin(mr-nt)-\frac{\cos(mr-nt)}{mr}+\frac{\sin(mr-nt)}{m^2r^2}\right\}.$$

Die elektrische Kraft ist in der durch die Schwingung gelegten Aequatorialebene parallel der Schwingung. Ihre Amplitude ist gleich $El/r^3 . \sqrt{1 - m^2 r^2 + m^4 r^4}$. Mit der Entfernung von der Schwingung nimmt die Kraft beständig ab, erst schnell wie die dritte Potenz des reciproken Abstandes, dann nachher sehr langsam, umgekehrt proportional dem Abstande.

In grossen Abständen steht die Kraft überall senkrecht auf der Richtung vom Ausgangspunkte, sie breitet sich als reine Transversalwelle aus. Ihre Grösse ist $El m^2 \sin(mr - nt) \sin\vartheta / r$. Sie nimmt bei constanter Entfernung vom Nullpunkte gegen die Axe hin ab, wie der Abstand von der letzteren.

Durch graphische Darstellungen lässt sich die Ausbreitung der Kräfte, bezw. die der Kraftlinien darstellen.

Interferenz. Zur Ermittelung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Kraft in der Aequatorialebene wurde die Wirkung der elektrischen Kraft in Leitern mit der Wirkung einer mit gleichbleibender Geschwindigkeit in einem Draht fortschreitenden Welle zur Interferenz gebracht. Die auftretenden Interferenzen ändern sich in der Nähe der Schwingungen schneller, als in grossen Abständen. Die frühere Erklärung des Zerlegens in einen elektrodynamischen mit der Lichtgeschwindigkeit und einen elektrostatischen, sich viel schneller fortpflanzenden Theil, ist nicht richtig. Nach der jetzigen Theorie ist die Kraft in der Aequatorialebene:

$$Z = El m^3 \left\{ - \frac{\sin(mr - nt)}{mr} - \frac{\cos(mr - nt)}{m^2 r^2} + \frac{\sin(mr - nt)}{m^3 r^3} \right\},$$

welche sich nicht in zwei mit verschiedener Geschwindigkeit fortschreitende Wellen zerlegen lässt.

1252 Um die Möglichkeit der Erklärung nach gegenwärtiger Theorie zu prüfen, wird $Z = B \sin(nt - \delta_1)$ gesetzt, wo die Amplitude der Kraft $B = El/r^3 \sqrt{1 - m^2 r^2 + m^4 r^4}$ und die Phase δ_1 bestimmt ist (nach einer Umformung) durch die Gleichung

$$\delta_1 = mr - \operatorname{arctg} \frac{mr}{1 - m^2 r^2}.$$

Die Versuche ergeben, dass die Phase so verläuft, als entstände die Welle im Abstande von $\frac{1}{2}\lambda$ im Raume und liefe von dort theils gegen den Leiter, theils in den Raum hinaus. In grossen Entfernungen ist die Phase um den Werth π kleiner, als wenn die Welle mit constanter Geschwindigkeit vom Ursprunge ausgegangen wäre, also verhält sich die Welle, wie wenn sie die erste halbe Welle mit unendlicher Geschwindigkeit durchlaufen habe. Die Theorie entspricht im Allgemeinen der Erfahrung, aber doch nicht ganz genügend.

Dasselbe gilt für Wellen in drahtförmigen Leitern.

Eine Ableitung der Hertz'schen Gleichungen aus den Grund- 1253
Experimenten hat P. Drude in seinem Buche „Physik des Aethers"[1]) gegeben. Als Kernpunkte der Theorie werden festgehalten:

1. Die Zurückführung aller Eigenschaften des elektromagnetischen Feldes auf Nahewirkungen.

2. Die Einheit der Eigenschaften des elektromagnetischen Feldes, zufolge deren die Wirkungen der in Isolatoren stattfindenden sogenannten Verschiebungsströme mit Nothwendigkeit gefolgert werden können aus den beobachtbaren Wirkungen der in Metallen stattfindenden Leitungsströme.

Die Nahewirkungsgesetze werden immer in derjenigen Form hingeschrieben, dass sie auch auf inhomogene Körper auszudehnen sind, was von Wichtigkeit ist, wenn man aus den Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes die Grenzbedingungen beim Uebergange über die Grenze zweier verschiedener Körper durch die Betrachtung gewinnen will, dass die Grenzfläche, streng genommen, eine sehr dünne, stark inhomogene Uebergangsschicht ist. Es gelingt dies (nach dem vom Verf. genannten Princip der Unveränderlichkeit der Nahewirkungen), indem Nahewirkungsgesetze für Zustandsgrössen aufgestellt werden, welche nach ihrer Definition von der Natur ihrer Umgebung ganz unabhängig sind, wie z. B. der Begriff der elektrischen Ladung.

Das eine Tripel der Hertz'schen Gleichungen, die sogenannten 1254
Maxwell'schen Gleichungen, welche den Zusammenhang der elektrischen Strömung mit den Wirbelcomponenten der magnetischen Kraft geben, leitet Drude aus elektromagnetischen Wirkungen ab, und zwar lediglich aus der Erfahrung, dass bei Umführung eines Magnetpoles um einen elektrischen Strom eine positive oder negative Arbeit geleistet wird, die man gleich 4π mal Stromstärke mal Stärke des Magnetpoles setzt. Wenn man die gewonnenen Nahewirkungsgesetze in jedem Falle festhält, so folgt die allgemeine Existenz von stets geschlossenen elektrischen Strömen mit Nothwendigkeit aus dem Beweise, dass für jedes Magnetfeld die Wirbelräume geschlossene Ringe bilden müssen.

Das zweite Tripel der Hertz'schen Gleichungen wird aus Grundexperimenten über die Elektroinduction gewonnen. Es wird die Theorie mehrerer experimenteller Methoden zur Bestimmung der Dielektricitäts- und Magnetisirungsconstante besprochen, speciell aus der Formel für die elektromagnetische Energie die Erscheinungen der Elektro- bezw. Magnetostriction, sowie die im Felde eintretenden Temperaturänderungen.

Nach einem ausführlichen Capitel über elektrische Schwingungen werden die Grundzüge der elektromagnetischen Theorie des Lichtes gegeben. Es wird betont, dass bisher ein Zusammenhang der optischen Eigenschaften der Metalle und ihrer elektrischen in ausreichender, rech-

[1]) Drude, Die Physik des Aethers. Stuttgart, Enke, 1894. Gef. Mittheilung des Herrn Autors.

nungsmässiger Weise nicht besteht; im Anschluss daran wird speciell untersucht, ob bei den Metallen aus Experimenten mit elektrischen Schwingungen vielleicht ausser auf ihre Leitfähigkeit auch auf eine etwa vorhandene Dielektricitätsconstante Schlüsse gezogen werden können.

1255 Die Darstellung der Elektricitätslehre nach den Grundanschauungen von Maxwell ist, wie in den vorigen Paragraphen, von Hertz versucht worden. Ein erneuter Versuch von Cohn[1]) unterscheidet sich in einzelnen Punkten in formaler Weise von dem von Hertz, namentlich in der Art, dass die Begriffe der elektrischen und magnetischen Menge, sowie der Dielektricitätsconstante, der magnetischen Constante und des Leitvermögens nicht a priori hinzugezogen werden, sondern nur Constanten, welche rein mechanisch aus Länge, Masse und Zeit definirbar sind, also die inneren Constanten der Körper.

1256 Es werden zunächst nur isotrope Körper behandelt.

Grundgleichungen. Ein elektromagnetisches Feld ist ein Raum, dessen Element $d\tau$ Energie von folgender Form enthält:

$$dW = dW_e + dW_m; \quad dW_e = \tfrac{1}{2} E^2 d\tau; \quad dW_m = \tfrac{1}{2} M^2 d\tau \quad . \quad . \quad 1)$$

Hierin sind E und M zwei Richtungsgrössen, deren Componenten X, Y, Z und L, M, N für M innerhalb eines homogenen Mediums gegeben sind durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t} &= V\left(-\frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{\partial Y}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial M}{\partial t} &= V\left(-\frac{\partial X}{\partial z} + \frac{\partial Z}{\partial x}\right) \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= V\left(-\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{X}{T} + \frac{\partial X}{\partial T} &= V\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right) \\ \frac{Y}{T} + \frac{\partial Y}{\partial T} &= V\left(\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}\right) \\ \frac{Z}{T} + \frac{\partial Z}{\partial T} &= V\left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Hierin ist t die variable Zeit, x, y, z sind von der Zeit unabhängige rechtwinkelige Coordinaten eines materiellen Punktes. Ferner ist T eine Zeit, V eine Geschwindigkeit, die Relaxationszeit und kritische Geschwindigkeit, die Constanten des Mediums. dW sei die elektromagnetische Energie des Elementes $d\tau$, welche aus der elektrischen Energie dW_e und der magnetischen dW_m besteht.

[1]) Cohn, Wied. Ann. 40, 625, 1890.

Aus diesen Grundgleichungen werden die Begriffe der Elektricitäts- und magnetischen Menge, der Stromintensität, der elektrischen und magnetischen Constante, bezw. mit denselben Eigenschaften wie früher abgeleitet. Es bedurfte einer hier leider nicht völlig möglichen Wiedergabe des Ganges der Rechnung, um dazu zu gelangen.

Die Maxwell'sche Elektrodynamik ist nach den Hertz'schen Versuchen für Isolatoren in ihren Grundlagen als richtig bewiesen. 1257

Für Leiter ist bei sehr schnell veränderlichen Zuständen ein Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung [1]), indem nach Maxwell Elektrolyte und Metalle für Lichtwellen besser durchsichtig sind, als es ihren elektrischen Constanten entspricht. Bei den ersteren kann dies in der Bewegung der Ionen, also ponderablen Massen liegen [2]).

Diesen Widerspruch begründet Cohn eingehend.

Die Ausbreitung einer ebenen elektromagnetischen Welle im Inneren eines homogenen Leiters ist durch die inneren Constanten des Mediums, die kritische Geschwindigkeit V, die Relaxationszeit T bestimmt. Die übrigen Constanten müssen sich durch V und T ausdrücken lassen.

Nach den Gleichungen von Cohn lassen sich die Maxwell'schen Formeln darstellen durch

$$\frac{dL}{dt} = V\left(-\frac{dZ}{dy} + \frac{dY}{dx}\right) \text{ u. s. f.} \quad \ldots \quad 1)$$

$$\frac{X}{T} + \frac{dY}{dt} = V\left(\frac{dN}{dy} - \frac{dM}{dz}\right) \text{ u. s. f.} \quad \ldots \quad 2)$$

wobei $\frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2)$ und $\frac{1}{2}(L^2 + M^2 + N^2)$ . . . 3)

die elektrische und magnetische Energie der Volumeneinheit sind. Werden aus 1) und 2) L, M, N oder X, Y, Z eliminirt, so ist unter der Voraussetzung, dass $dX/dx + dY/dy + dZ/dz = 0$ sei, u. A.

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{1}{T}\frac{dX}{dt} + V^2 \Delta^2 X. \quad \ldots \quad 4)$$

Sind $X \ldots N$ von X und Y unabhängig, so ist das Integral von 4)

$$X = e^{-px} \sin(nt - qz) \quad \ldots \quad 5)$$

falls

$$V^2 (q^2 - p^2) - 12z \quad \ldots \quad 6)$$

und

$$V^2 . 2pq = n/T \quad \ldots \quad 7)$$

ist. Gl. 5) stellt eine nach z fortschreitende Welle von der Schwingungs-

---

[1]) Siehe schon Maxwell, Phil. Trans. 504, 1864; Treatise 2, 795 flgde. — [2]) Cohn, Wied. Ann. 40, 624, 1890; 45, 55, 1892.

dauer $2\pi/n$, der Wellenlänge $2\pi/q$ und dem Absorptionscoëfficienten p/q dar [1]).

1258 Maxwell berechnet p allein aus Gl. 7) und setzt dabei den specifischen Widerstand des Goldes für constante Ströme ein, sowie die magnetische Constante und Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Werthe, die der Grössenordnung nach mit denen der Luft übereinstimmen. Er findet so die Absorption viel stärker als nach der Beobachtung. Aehnliches ergaben neuere Beobachtungen.

Werden aber Gl. 6) und 7) zusammen benutzt, so werden Brechung und Absorption als Function der Schwingungszahl für alle Körper durch das gleiche Gesetz dargestellt, wo nur V und T für den einzelnen Körper verschieden sind, und dann gäbe es keine anomale Dispersion und keine auswählende Absorption. Das Gesetz bewährt sich also durchaus nicht.

Aber auch so würde die Theorie selbst für Isolatoren nicht gelten, dieselben besässen danach keine Dispersion.

Auch die Relaxationszeit T, der wir für wechselnde Schwingungszahl wechselnde Werthe zuschreiben könnten, genügt nicht und ebenso bei Leitern, sie müsste positiv sein, während sie für alle Metalle negativ ist. Denn p/q ist nach Kundt und Rathenow und nach Drude > 1.

Die Gl. 1), 2), 3) haben sich bewährt: 1. für $T = \infty$, d. h. für Nichtleiter, wenn V als empirische Function der Periode betrachtet wird. 2. Für endliche T, also für Leiter für stationäre Zustände, Ohm'sches Gesetz, Stromverzweigung, magnetische Wirkung stationärer elektrischer Ströme, wo die Glieder dX/dt u. s. f. nicht in Betracht kommen. 3. Für sehr langsam verlaufende Vorgänge, wo die zeitliche Ausbreitung im Leiter nicht hervortritt, also für Inductionserscheinungen bis inclusive zur Entladung Leydener Flaschen. Auch hier kommen die Glieder $\frac{dX}{dt}$ u. s. f. nicht in Betracht.

Auch für die viel schnelleren Hertz'schen Schwingungen gelten die Gleichungen. Die Vorgänge finden aber nicht im Inneren der Körper statt, sondern nur im umgebenden Dielektricum.

Auch für sehr schlecht leitende Flüssigkeiten gelten sie, für den Specialfall, wo die rechten Seiten gleich Null werden.

Für eine experimentell untersuchte Gruppe versagen die Gleichungen, wo die Gl. 1) und 2) mit sämmtlichen Gliedern zur Geltung kommen müssten, für die Durchstrahlung der Leiter.

---

[1]) Gl. 4) bis 7) werden in Maxwell's Bezeichnungen (Treatise 2, p. 798) durch Substitution von $T = \frac{K}{4\pi C}$ und $V^2 = \frac{1}{\mu K}$ ausgedrückt, wo K die Dielektricitätsconstante, C das Leitvermögen und μ die magnetische Constante ist.

In einem, einen unendlich langen Kreiscylinder, einen Kupferdraht vom Radius a umgebenden Luftraum[1]) wird nach Hertz[2]) den elektrodynamischen Gleichungen durch die Gleichungen genügt: 1259

$$R = B \sin nt \sin mz \frac{1}{\varrho}, \quad P = B \cos nt \; mz \frac{1}{\varrho},$$

$$m = nA.$$

A ist die Constante der Grundgleichungen, t die Zeit, die z-Axe fällt mit der Axe des Cylinders zusammen, ϱ ist ein zu z senkrechter Radius vector, R die Grösse der in die Richtung von ϱ fallenden Feldintensität, positiv in der Richtung der wachsenden ϱ; P die magnetische Feldintensitat, senkrecht zu z und R, also in Kreisen um die z-Axe verlaufend, positiv in dem Sinne, in dem der Radius einer Rechtsschraube rotirt, während die Axe in der Richtung der wachsenden z vorschreitet[3]).

Die Gleichungen entsprechen einer stehenden elektromagnetischen Welle, deren Wellenlänge (von Knoten zu Knoten) $\lambda = \pi/m$ und deren einfache Schwingungsdauer $T = \pi/m$ ist und die aus zwei in entgegengesetzter Richtung mit der Geschwindigkeit $1/A$ an dem Cylinder entlang gleitenden Wellen zusammengesetzt ist. $1/A$ ist zugleich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Vacuum. Die gegebene Form der Welle, wobei die elektrischen Kraftlinien die Drahtoberfläche senkrecht treffen, ist nach Hertz mit dem Werthe $1/A$ nothwendig verknüpft und für den Grenzfall eines vollkommenen Leiters, als welcher der Kupferdraht anzusehen ist, bei einer beliebig hohen Schwingungszahl die einzig mögliche Kraftvertheilung. Zugleich treten Schwingungen gleicher Periode in messbaren Tiefen in die Metallmassen nicht ein[4]).

Letztere Thatsache entspricht folgenden Eigenschaften: Die elektrische Intensität ist innerhalb einer jeden zu z senkrechten Ebene in jedem Moment dieselbe, wie wenn der Draht in seiner ganzen Ausdehnung mit ruhender Elektricität von constanter Dichte geladen wäre (die aber für jede Ebene und für jede Zeit verschieden anzunehmen wäre), d. h. innerhalb jeder Schicht ist sie aus einem Potential φ abzuleiten, für welches im Luftraume $\partial^2\varphi/\partial\varrho^2 + 1/\varrho \, . \, \partial\varphi/\partial\varrho = 0$ ist, und auf der Drahtoberfläche stehen die elektrischen Kraftlinien senkrecht. 1260

Analog ist die Vertheilung der magnetischen Intensität in jeder zu z senkrechten Ebene und zu jeder Zeit dieselbe, wie wenn im Draht ein constanter Strom flösse (dessen Intensität aber für jede Schicht und jede Zeit verschieden anzunehmen wäre). Die magnetischen Kraftlinien fallen mit den elektrischen Aequipotentiallinien zusammen.

Das elektromagnetische Feld, bestehend aus einem System von Wellen, welche eine beliebige Anzahl paralleler Drähte umgeben, lässt sich

---

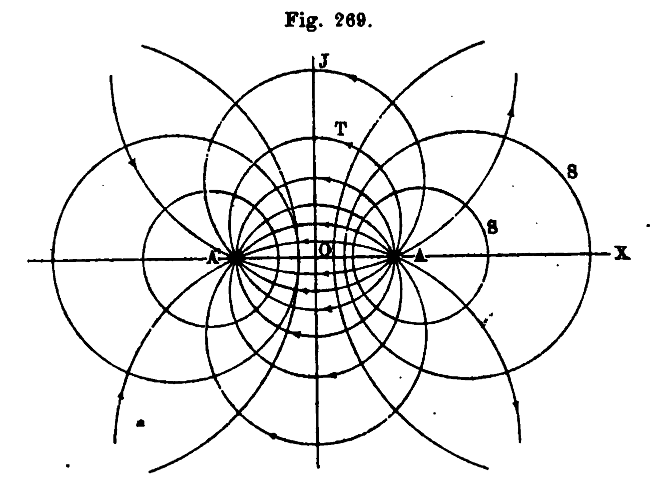
1) Cohn und Heerwagen, Wied. Ann. 43, 355, 1891. — 2) Hertz, Wied. Ann. 36, 1, 1889. — 3) l. c. S. 2. — 4) Hertz, Wied. Ann. 37, 395, 1889.

also aus dem dieselben Drähte umgebenden elektrostatischen Felde ableiten.

1261 Sind nur zwei Paralleldrähte im Abstande b von einander gegeben, deren entsprechende Punkte sich in jedem Moment in entgegengesetzter Phase befinden, so ist die elektrische Intensität in jeder Schicht $z = const$, gleich der elektrostatischen, welche von gleichen, gleichmässig vertheilten entgegengesetzten Ladungen beider Drähte erzeugt wird.

Ist der Radius der Drähte klein gegen ihren Abstand, so entsteht das Feld durch Superposition der durch jeden einzelnen Draht erzeugten

Fig. 269.



Felder. Die elektrischen Kraftlinien sind durch die Drahtaxen gehende Kreise, in den zu den Drahtaxen senkrechten Ebenen, und die Magnetkraftlinien bezw. elektrischen Potentiallinien Kreise, welche die senkrechten Trajectorien jener sind [1]).

Ist die elektrische und magnetische Intensität (R) und (P), so wird, wenn sich ϱ und ϱ_1 auf beide Drähte beziehen:

$$(R) = B \sin nt \sin mz \frac{b}{\varrho \varrho_1}, \qquad (P) = B \cos nt \cos mz \frac{b}{\varrho \varrho_1}.$$

Die Elektricitätsmenge auf der Länge dz ist

$$de = 2\pi a \frac{(R)a}{4\pi} dz = \frac{B}{\varepsilon} \sin nt \sin mz\, dz.$$

Die Potentialdifferenz zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten beider Drähte ist

$$\Phi = z \int_a^b R\, d\varrho = 2B \log \frac{b}{a} \sin nt \sin mz,$$

[1]) Vergl. die Figur bei Mascart u. Joubert, Electr. et Magn. 1, §. 136.

die Capacität der Längeneinheit

$$\alpha = \frac{de}{dz}\frac{1}{\Phi} = \frac{1}{4\log\frac{b}{a}},$$

und die Stromstärke i an der Stelle z

$$i = 2\pi a\,\frac{P(a)}{4\pi} = \frac{B}{z}\cos nt\cos mz.$$

Ferner ist die elektrische und die magnetische Energie des durch zwei unendliche Ebenen $z = 0$ und $z = z$ begrenzten Raumes τ

$$W_e = \frac{1}{8\pi}\int_\tau (R)^2 d\tau = \frac{1}{8\pi}\int_0^z B^2\sin^2 nt\,\sin^2 mz\,dz\,J,$$

$$W_m = \frac{1}{8\pi}\,(P)^2\,d\tau = \frac{1}{8\pi}\int_0^z B^2\cos^2 nt\,\cos^2 mz\,dz\,J,$$

wo

$$J = \int_{\varrho\varrho_1 = al}^{\tau} \frac{b^2}{\varrho^2\varrho_1^2}\,do$$

und do ein Element einer zu z senkrechten Ebene ist.

Ferner ist auch

$$dW_e = \tfrac{1}{2}\Phi^2\alpha\,dz,$$

also folgt

$$J = 4\pi\log\frac{b}{a}$$

und

$$dW_m = \tfrac{1}{2}i^2 q\,dz,\ \text{wo}\ q = 4\log\frac{b}{a} = \frac{1}{\alpha}$$

ist. q ist der Selbstinductionscoëfficient der Längeneinheit des Doppeldrahtes.

Bei Ausrechnung der Gleichungen für W_e und W_m erhält man

$$W_e = \frac{B^2}{4}\log\frac{b}{a}\sin^2 nt\left(z - \frac{\sin 2mz}{2m}\right),$$

$$W_m = \frac{B^2}{4}\log\frac{b}{a}\cos^2 nt\left(z + \frac{\sin 2mz}{2m}\right),$$

$$W = W_e + W_m = \frac{B^2}{4}\log\frac{b}{a}\sin 2mz\cos n^2 t\ Const.$$

1262 Es werde sodann ein Condensator zwischen zwei parallelen Metallplatten im Abstande s betrachtet. Die mittlere Normale sei die X-Axe, ein dagegen senkrechter Radius sei r. Im cylindrischen Zwischenraume, abgesehen von der Randzone, genügt folgendes System den all-

gemeinen Grundgleichungen, wobei zugleich die Kraftlinien auf den Metalloberflächen senkrecht stehen:

$$X = B_1 \sin nt f(r), \quad P = -\frac{B_1}{m} \cos nt \frac{\partial f(r)}{\partial r}, \quad m = nA,$$

wenn

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + m^2 f = 0$$

und $f(r)$ für $r = 0$ endlich bleibt. $f(r)$ ist die Bessel'sche Function $J_0(mr)$, also

$$f(r) = 1 - \frac{(mr)^2}{2.2} + \frac{(mr)^4}{2.4.2.4} - \cdots +$$

X ist die elektrische, gegen die Platten senkrechte Intensität, P die magnetische Intensität, in zu x senkrechten Ebenen und Kraftlinien um die Axe verlaufend, positiv in dem Sinne, in dem der Radius einer nach $+x$ fortschreitenden Rechtsschraube rotirt. Danach ist innerhalb der Cylinderfläche $r = r$ die elektrische Energie

$$W'_e = \frac{1}{8\pi}\int_0^r \varepsilon . 2\pi r . X(r)^2 dr = \frac{B_1^2}{8} \varepsilon r^2 \sin^2 nt \left[1 - \frac{(mr)^2}{2.2} + \frac{(mr)^4}{32} \cdots\right]$$

oder $W'_e = \frac{1}{2} c\, U(0)^2$, wenn $U(r) = B_1 \varepsilon \sin nt f(r)$ die elektromotorische Kraft zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten der Kreisscheiben und

$$c = \frac{r^2}{4\varepsilon}\left[1 - \frac{(mr)^2}{4} + \frac{(mr)^4}{32}\right] \text{ ist.}$$

Die magnetische Energie ist

$$W'_m = \frac{1}{8\pi}\int_0^r \varepsilon . 2\pi r . P(r^2) dr = \frac{B_1^2}{8} \varepsilon r^2 \cos^2 nt \left[\frac{(mr)^2}{8} - \frac{mr^4}{48} + \cdots\right].$$

Wird $mr = (\pi r / \lambda) = 0$ gesetzt, so erhalten wir die Formeln der Statik, indem X von r unabhängig wird, $U(r) = U(0)$ die Potentialdifferenz zwischen den Platten, c die elektrostatische Capacität, P und $W_m = 0$ werden. Dies geschieht, wenn $(mr)^2/4$ gegen 1 verschwindet.

1263 Es mögen beide Systeme combinirt werden, und zwar so, dass die Enden der Paralleldrähte in der Mitte der einander parallel gegenüberstehenden Condensatorplatten senkrecht zu denselben enden, wobei die z-Coordinaten in den Paralleldrähten gegen den Condensator hin und die x-Coordinaten von den mit dem ersten Draht verbundenen Platten zu den anderen hin wachsen. Beide Systeme mögen sich nicht beeinflussen, also das magnetische Feld jedes derselben mit und ohne Verbindung beider das gleiche sein, und die Kräfte an den Enden der Paralleldrähte in gleicher Weise vertheilt sein, wie in der Mitte. Ferner

sei die Capacität des Condensators dieselbe wie nach der statischen Berechnung. Dann ist:

1. die elektromagnetische Energie des gesammten Systemes unveränderlich;
2. die elektromotorische Kraft vom Endpunkte des ersten bis zum Endpunkte des zweiten Paralleldrahtes identisch mit der wesentlich von r unabhängigen elektromotorischen Kraft von der ersten Condensatorplatte zur zweiten.

In den Gleichungen ist z der Abstand eines beliebigen Punktes des Drahtes von einem Knotenpunkte, wo die elektrische Intensität verschwindet. Jetzt sei z die Coordinate des Endpunktes; dann ist nach der Bedingung (a): $\Sigma W = const$ und

$$\frac{B^2}{4} \log \frac{b}{a} \frac{\sin 2mz}{m} = \tfrac{1}{2} B_1^2 c \varepsilon^2$$

und der Bedingung (b): $\Phi(z) = U$

$$2 B \log \frac{b}{a} \sin mz = B_1 \varepsilon.$$

Beide Gleichungen geben vereint:

$$\frac{1}{m \, tg \, mz} = c : 4 \log \frac{b}{a}$$

und bei Einführung der Wellenlänge $\lambda = \pi / m$

$$tg \, \frac{\pi z}{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi c q} \text{ [1]},$$

---

[1]) Die Formel $tg \frac{\pi z}{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi c q}$ haben Cohn und Heerwagen geprüft (s. §. 550) und für den Anfang der Drahtcombination richtig gefunden. Nach Salvioni (Rendic. dei Lincei [5] 1, 1. Sem. 206, 1892; Beibl. 17, 599) ist dies ein Zufall, da die Grundlage der Rechnung, dass die Condensatoren das Ende der Schwingungen bilden, nicht vollständig gilt. Am Anfang sind die Condensatorplatten durch einen den Primärfunken enthaltenden Draht verbunden und dann gilt die Formel

$$C = c' \, [1 - tg^2 \pi (z - x) \lambda] / (1 \, tg^2 \pi \, [z + x] \lambda).$$

C' folgt unmittelbar aus der ursprünglichen Formel von Cohn und Heerwagen. C stimmt ziemlich gut mit der nach Kirchhoff berechneten statischen Capacität. Wird angenommen, dass die Schwingungen im primären Kreise während der Schliessung desselben durch den Funken andauern, so berechnet Salvioni (Perugia 36 p., 1893; Beibl. 18, 477):

$$1. \quad L = z + z' + n \lambda / 2,$$

$$2. \quad tg \frac{2 \pi z'}{\lambda} = \frac{\lambda}{8 \pi C' \log b/a},$$

$$3. \quad tg \frac{\pi (z + x)}{\lambda} = \lambda \frac{1 - tg^2 (z - x) \, \pi / \lambda}{8 \pi C \log b/a}.$$

Hier ist x die Länge eines jeden Primärdrahtes von der Funkenstrecke bis zu jedem Primärcondensator von der Capacität C; C' die Capacität des Endcondensators, L die Länge, a der Radius jedes Drahtes zwischen Primär- und End-

wo $q = 4 \log(b/a)$ der Selbstinductionscoëfficient der Längeneinheit der Paralleldrähte ist.

1264 Ist der Stromkreis bei $z = 0$ durch eine Brücke geschlossen und z klein gegen qc, dann ist auch πz klein gegen λ, die Tangente ist durch den Bogen zu ersetzen.

Dann wird aus der letzten Gleichung:

$$\lambda^2 = \pi^2 q z . c, \text{ oder da } \frac{\lambda}{T} = \frac{n}{m} = \frac{1}{A} \text{ ist,}$$

$$T = \pi A \sqrt{q z . e}.$$

$qz = p$ ist aber der Selbstinductionscoëfficient des ganzen Kreises. Die letzte Formel ist demnach diejenige von Sir W. Thomson.

1265 Die Gleichungen 5), §. 1209 für Nichtleiter und die Gleichung §. 1214 für Leiter zeigen, dass die Schwingungsgleichungen, auf welche die Maxwell'schen Formeln führen, den Erscheinungen der Dispersion und der electiven Absorption nicht Rechnung tragen, denn in ihnen kommt die Schwingungszahl der elektromagnetischen Wellen nicht vor. Hier bedurfte die Maxwell'sche Theorie einer Erweiterung. H. Ebert[1]) zeigte, dass, wenn die Schwingungen so schnell verlaufen, dass ihre Schwingungsdauer mit den Eigenperioden der Molecüle, diese als elektrische Oscillatoren von sehr kleiner Grösse aufgefasst, commensurabel werden, nicht nur die ersten, sondern auch höhere Ableitungen des „elektrokinetischen Bewegungsmomentes" p, §. 1194, nach der Zeit in Betracht kommen. Die Gleichungen D) und E) §. 1202 nehmen in diesem allgemeineren Falle die Form an:

$$p = F_x^{(1)} E_x + F_x^{(2)} E'_x + F_x^{(3)} E''_x + \cdots \qquad D')$$

u. s. w. bezw.

$$e_{x'} = \frac{1}{4\pi} K_x^{(1)} E_x + \frac{1}{4\pi} K_x^{(2)} E'_x + \frac{1}{4\pi} K_x^{(3)} E''_x + \cdots \qquad E')$$

---

condensator, z und z' der Abstand des ersten bezw. letzten Knotens vom Primär- bezw. Endcondensator, n die Zahl der Knoten. Für jede Zahl der Knoten sind Lösungen möglich.

Die durch eine Brücke gefundenen Knoten fallen mit den mit zwei Brücken gefundenen nicht zusammen, wie schon Birkeland, E. Wiedemann und Ebert gefunden haben. Letztere Knotenintervalle sind an den Primärcondensatoren am grössten. Danach sind, wenn die Länge der Primärdrähte gegen den Knotenabstand klein ist, die beobachteten und berechneten Wellenlängen gleich. Ist aber die Länge der ersteren dem Knotenabstande nahe gleich, so zeigen sich noch andere Wellenlängen, wenn in dem primären, durch den Funken geschlossenen Kreise noch Knoten existiren, deren einer im Funken liegt. Je kleiner die Wellenlänge ist, um so grösser kann der Knotenabstand sein, welcher die Condensatoren enthält. Wächst die Capacität derselben, so kann ein neuer Knoten auftreten. Weitere Versuche in Betreff der Verschiebung der Knoten durch Anlegen von Capacitäten s. Rendic. dei Lincei 7, 1. Sem. 250, 1892; Beibl. 17, 485.

[1]) H. Ebert, Wied. Ann. 48, 1, 1893. Gef. Originalmittheilung.

wo die Striche rechts oben Differentialquotienten nach der Zeit bezeichnen. Die Grössen F, E, K beziehen sich hier auf die einzelnen Molecüle. Durch Addition ergeben sich dann verallgemeinerte, den Gleichungen F) entsprechende Strömungsgleichungen, welche auf Gleichungen führen, die vollkommen den auf Grund der elektrischen Optik entwickelten Formeln von Helmholtz und Lommel für die Dispersion und Absorption gleich sind.

Ganz analog geht Helmholtz[1]) in seiner elektromagnetischen Theorie der Farbenzerstreuung vor. Er bricht aber die nach höheren Zeitableitungen der dielektrischen Momente der Molecüle fortschreitende Entwickelung schon mit Grössen zweiter Ordnung ab [das Gleichungssystem (12 d) a. a. O., S. 395 bei Helmholtz entspricht der Vectorengleichung (10), S. 21 bei Ebert, was bei der Verschiedenheit der Bezeichnungen allerdings nicht ohne Weiteres zu erkennen ist]. Bereits diese Erweiterung reicht aber hin, um aus den Maxwell'schen Gleichungen z. B. die Fresnel'schen Gesetze und zwar für alle Farben abzuleiten.

Welchen Einfluss auf die magnetischen und elektrischen, auch elektromagnetischen und elektrodynamischen Erscheinungen die elektrische und magnetische Polarisirbarkeit des umgebenden Mediums hat, ist von Stefan[2]) in einer mehr elementaren, aber sehr übersichtlichen Weise behandelt worden, weshalb wir seine Resultate hier noch mittheilen. **1266**

Durch die von einem Magnetpol m in dem Medium an einer Stelle verursachte Vertheilung, deren Intensität in der Volumeneinheit μ sei, wird daselbst erstens eine magnetische Molecularkraft $-\mu/\varkappa$ erzeugt, wo $\varkappa$ der Coëfficient der vertheilten Magnetisirung (magnetic susceptibility, vergl. Bd. III, §. 444) eine reine Zahl ist. Dann wirken auf jene Stelle die durch die Magnetisirung frei gewordenen magnetischen Massen. Liegen um den Magnetpol Kugelschalen, auf denen sie mit der Dichte σ vertheilt sind, so wirkt auf jeden Punkt einer Schale vom Radius r nur die innere negative Belegung mit der Kraft $-4\pi r^2\sigma/r^2 = -4\pi\sigma = -4\pi\mu$. Drittens wirkt der Magnetpol mit der Kraft $+m/r^2$. Daraus folgt als Gleichgewichtsbedingung

$$-\frac{\mu}{\varkappa} - 4\pi\mu + \frac{m}{r^2} = 0 \text{ oder } \mu = \sigma = \frac{\varkappa}{1+4\pi\varkappa}\frac{m}{r^2} \quad . \quad . \quad 1)$$

Die gesammte, auf der Kugelschale vom Radius r ausgeschiedene magnetische Masse $4\pi r^2\sigma = 4\pi\varkappa m/(1+4\pi\varkappa)$ ist von r unabhängig. Demnach ist auf der Aussenseite jeder Schale ebenso viel positive Masse, wie auf der Innenseite negative abgeschieden. Daher findet sich nur

[1]) H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 48, 389, 1893. — [2]) Stefan, Wien. Ber. 70 [2], 589, 1874.

freie negative Masse auf der innersten Kugelfläche, welche das Medium von dem Pol abgrenzt. Die Menge ist

$$-\frac{4\pi\varkappa m}{1+4\pi\varkappa} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Ein zweiter Pol m' in dem Medium wird vom Pol m und dieser Masse sollicitirt, welche wir im Pol m vereint denken können, also mit der Kraft

$$\left(m-\frac{4\pi\varkappa m}{1+4\pi\varkappa}\right)\frac{m'}{r^2}=\frac{1}{1+4\pi\varkappa}\frac{mm'}{r^2} \quad \ldots \quad 3)$$

Die Kraft ist also durch die Anwesenheit des Mediums im Verhältniss von $1+4\pi\varkappa:1$ verkleinert, wie wenn die Masse m in diesem Verhältniss verkleinert wäre. — Bei Berechnung des Gesammtpotentials der Massen m und m' auf einander ist zu beachten, dass es bei der Bewegung sowohl durch die eben besprochene Aenderung der Masse m, wie auch die der Masse m' beeinflusst wird, so dass es in Folge dessen wird:

$$\frac{1}{(1+4\pi\varkappa)^2}\frac{mm'}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

statt $mm'/r(1+4\pi\varkappa)$, wie es ohne diesen Einfluss wäre. Die Verringerung wird durch theilweise Entmagnetisirung des Mediums bei Entfernung der Pole von einander compensirt.

Bei elektrischer Polarisation tritt an Stelle der Magnetisirungszahl $\varkappa$ die Elektrisirungszahl ε, $1+4\pi\varepsilon$ ist die Dielektricitätsconstante (vergl. Bd. II, §. 30).

1267 Verschiebt sich der Magnetpol m in dem polarisirbaren Medium und ändert sich dadurch das magnetische Moment μ um $d\mu$, so ist die dabei geleistete Arbeit $\mu d\mu/\varkappa$, also beim Anwachsen von Null bis zum Werthe μ gleich $\frac{1}{2}\mu^2/\varkappa = \frac{1}{2}\varkappa m^2/(1+4\pi\varkappa)^2 r^4$. Um die Energie für den unendlichen Raum zu erhalten, ist dieser Werth mit $4r^2\pi dr$ zu multipliciren und von $r=0$ bis $r=\infty$ zu integriren, was einen unendlich grossen Werth giebt. Integrirt man von $r=a$ bis $r=\infty$, so dass der Pol eine Kugel vom Radius a bildet, so wird die Arbeit

$$\frac{4\pi\varkappa}{(1+4\pi\varkappa)^2}\frac{m^2}{2a} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

Dies gilt auch für elektrische Massen, wo nur ε an Stelle von $\varkappa$ zu setzen ist. Ist die elektrische Ladung auf einer Kugel vom Radius a gleichförmig vertheilt, so ist $m^2/2a$ das Potential der Ladung auf sich selbst. Der mechanische Werth der Ladung wird durch Anwesenheit des Dielektricums im Verhältnisse von $1+4\pi\varepsilon:1$ verkleinert; er ist also:

$$\frac{1}{1+4\pi\varepsilon}\cdot\frac{m^2}{2a} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

Dagegen ist das Gesammtpotential der elektrischen Massen auf der Kugel und im Medium $m^2/2a(1 + 4\pi\varepsilon)^2$, welcher Werth kleiner ist, als der unter Gleichung 6) erwähnte. Er wird zu dem letzteren ergänzt durch die der Gleichung 5) entsprechende Energie des Mediums $4\pi\varepsilon m^2/2a(1 + 4\pi\varepsilon)^2$, welche bei der Entladung gleichfalls frei wird und, zu dem Potentiale der elektrischen Massen auf der Kugel hinzugefügt, der Arbeit bei der Entladung entspricht.

Die Wirkung eines Stromelementes iDs auf einen um r von ihm entfernten Magnetpol m ist nach dem Biot-Savart'schen Gesetz $miDs\sin(\eta)/r^2$, wo η der Winkel zwischen r und Ds ist; sie steht auf der Ebene (r, Ds) senkrecht und sucht den Pol von rechts nach links zu drehen. **1268**

Das Stromelement kann durch in sich geschlossene ringförmige Magnete ersetzt werden; es tritt also kein freier Magnetismus auf, die Wirkung eines etwaigen magnetischen Zwischenmediums ist ohne Einfluss. Dagegen ist die Wirkung des Poles auf das Element darin im Verhältniss von $1 + 4\pi\varkappa : 1$ vermindert. Das Princip der Action und Reaction bleibt nicht von vornherein gewahrt, wenn nicht eine Kraft

$$\alpha = 4\pi\mu i Ds \sin\eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

zu letzterer Wirkung hinzutritt, welche die Wirkung des magnetischen Mediums auf das Stromelement darstellt und sich durch Rechnung ergiebt, wenn das magnetische Medium den Stromleiter selbst durchdringt.

Eine besondere Energie wird durch Anwesenheit eines Poles und eines Stromelementes im Medium nicht bedingt.

Die Wechselwirkung zweier Stromelemente Ds und Ds' hängt von der magnetischen Polarisation des Mediums durch das eine derselben ab, wodurch nach Formel 7) eine Einwirkung gleich $4\pi\mu i Ds \sin\eta$ auf das zweite ausgeübt wird und umgekehrt. Zerlegt man die Elemente Ds und Ds', wie bei Entwickelung der Ampère'schen Formel, so bewirken die longitudinalen Componenten eine auf der Verbindungslinie r der Elemente senkrechte Polarisation, welche keine Kraft auf das andere Element erzeugt. Die durch die transversale Componente $Ds\cos\vartheta$ auf die longitudinale Componente $Ds'\cos\vartheta'\cos\omega$ ausgeübte Kraft ergiebt sich gleich $4\pi\mu i' Ds'\cos\vartheta'$, senkrecht gegen $Ds'\cos\vartheta'$ in der Richtung von $Ds\cos\vartheta$, und die auf die transversale Componente $Ds'\sin\vartheta'\cos\omega$ ausgeübte Kraft gleich $4\pi\mu i' Ds'\sin\vartheta'\cos\omega$ in der Richtung der Verbindungslinie r. Die transversale Componente $Ds'\sin\vartheta'\sin\eta$ liegt in der Axe des magnetischen Momentes des Mediums, erfährt also keine Einwirkung.

Die in dem magnetischen Medium durch die Stromelemente Ds und Ds' bedingte Energie ist **1269**

$$\frac{4\pi\varkappa i i' Ds\, Ds'}{r}\left(\cos\vartheta\cos\vartheta' + \frac{1}{2}\sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\omega\right)$$

$$= \frac{4\pi\varkappa i i' Ds\, Ds'}{2r}(\cos\vartheta\cos\vartheta' + \cos\varepsilon) = 4\pi\varkappa . p,$$

wo die beiden Glieder der Wirkung der longitudinalen und parallelen transversalen Componenten entsprechen und ε der Raumwinkel zwischen den Elementen ist. Bei Integration über s und s' folgt, dass die Energie im Medium durch dieselben dem mit $4\pi\varkappa$ multiplicirten Potential der geschlossenen Ströme auf einander gleich ist. Der Werth p kann als Potential der Stromelemente auf einander bezeichnet werden.

Zur Berechnung der durch Aenderung der Stromintensität i' in Ds' in jedem Punkte des magnetischen Feldes erzeugten elektromotorischen Kraft nach einer bestimmten Richtung denkt man sich durch den Punkt in derselben ein Stromelement Ds von der Länge Eins und der Stromintensität Eins gelegt und berechnet die Variation des Potentials p von Ds auf Ds', wobei man auch Ds' vorher in seine drei Componenten nach den Axen der x, y, z zerlegen kann.

1270 Sind $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ die Componenten des elektrischen Momentes an einem Punkte, ε die Elektrisirungszahl, so sind die Componenten der elektrischen Molecularkraft $-\mathfrak{x}/\varepsilon$ u. s. f.; ist U das Potential der freien elektrischen Massen, so sind die von ihnen bedingten Kraftcomponenten $-dU/dx$ u. s. f., und sind die durch Aenderung der Stromstärke hervorgerufenen Componenten in elektromagnetischem Maasse in einem nicht magnetisch polarisirbaren Medium gleich $-dX/dt$ u. s. f., so sind sie in einem polarisirbaren in elektrostatischem Maasse gleich $-(1 + 4\pi\varkappa)A^2 . dX/dt$, wo $1/\sqrt{A}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Oscillationen ist u. s. f. Im Gleichgewichtszustande ist also

$$\frac{\mathfrak{x}}{\varepsilon} + \frac{dU}{dz} + (1 + 4\pi\varkappa)A^2\frac{dX}{dt} = 0.$$

Nach dieser Gleichung wird durch Elektrisirung des Mediums keine freie Elektricität ausgeschieden; also ist $d\mathfrak{x}/dx + d\mathfrak{y}/dy + d\mathfrak{z}/dz = 0$ und $\overline{\Delta}^2 U = 0$. Wird der Werth $\overline{\Delta}$ aus der obigen Gleichung gebildet, so ergiebt sich

$$\overline{\Delta}\mathfrak{x} = 4\pi\varepsilon(1 + 4\pi\varkappa)A^2\frac{d^2\mathfrak{x}}{dt^2},$$

wie auch v. Helmholtz gefunden hat (s. w. u.).

Die analoge Gleichung lässt sich für die Componenten der magnetischen Verschiebungen berechnen [1]).

[1]) Mit Hülfe der Annahme von Maxwell, dass elektrische Verschiebungen in einem Dielektricum die gleichen Wirkungen ausüben, wie gewöhnliche Ströme in Leitern, wobei eine gewisse Energie entwickelt wird, die nicht dem gal-

In allgemeinerer Weise hatte bereits früher v. Helmholtz[1]), im 1271 Anschluss an die Bewegungsgleichungen von Kirchhoff, die Bewegungen der Elektricität in einem dielektrisch und magnetisch polari-

---

vanischen Widerstande, sondern dem bei der Bewegung eines festen Körpers in einer vollkommenen Flüssigkeit entspricht, hat J. J. Thomson, Phil. Mag. [5] 11, 229, 1881; Beibl. 5, 620; vergl. auch Fitzgerald (Phil. Mag. 13, 302, 1882; Beibl. 7, 484) die Wirkung der Bewegung einer mit einer bestimmten Elektricitätsmenge e geladenen Kugel vom Radius r in einem dielektrischen Medium von der specifischen inductiven Capacität K berechnet.

Bewegt sich die Kugel parallel der X-Axe mit der Geschwindigkeit u, ist μ die magnetische Permeabilität, so ist ihre ganze kinetische Energie

$$(T) = \frac{1}{2}\left(m + \frac{4}{15}\frac{\mu e^2}{r}\right) u^2.$$

Die Wirkung ist die gleiche, wie wenn die Masse der Kugel um $4\mu e^2/15r$ vergrössert worden wäre. Der relative Zuwachs ist also für verschieden grosse Kugeln derselbe, für solche von verschiedenem Stoffe umgekehrt proportional ihrer Dichtigkeit.

Die durch die Bewegung der Kugel bewirkte magnetische Kraft in einem Punkte P ist, wo K die Elektricitätsconstante, wenn ω die Geschwindigkeit, ε der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung der Kugel und dem zu P hin gezogenen Radius vector ϱ ist, $\mu\omega \sin\varepsilon/\varrho^2$; sie steht auf der Bewegungsrichtung und dem Radius vector senkrecht.

Berechnet man die magnetische Wirkung bei dem Maximalpotential der Kugel (bei der Ladung $3 \times 10^{12} K r^2$, bei welcher nach Macfarlane eine Entladung eintritt), so ist dieselbe $1/_3\,\omega\,.\,10^8$. Rotirte die Kugel an einem Arme von solcher Länge, dass $2\varrho\pi = 1\,m$ wäre, 100 mal in der Secunde, also $\omega = 10^4$, so wäre die grösste magnetische Kraft $38\,.\,10^{-6}$, welche bei den Versuchen von Rowland, Bd. IV, §. 1425, in Betracht käme.

Sodann wird die Wirkung eines Magnetes auf eine bewegte elektrische Kugel berechnet.

Die auf der Ebene der Bewegungsrichtung der Kugel und der Richtung der magnetischen Induction senkrechte Kraft ist $1/_2\,\mu e \omega \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\,\sin\vartheta$, wo ϑ der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung und der Richtung der magnetischen Kraft, a, b, c die Componenten der magnetischen Induction nach den drei Axen sind.

Ist im C.-G.-S.-System der Radius der Kugel $r = 10^{-7}$, die Masse derselben 10^{-22}, $e = 3\,.\,10^{12} K r^2$, die mittlere Geschwindigkeit $4\,.\,10^{-5}$, die Stärke des magnetischen Feldes 10^8, so ist die Beschleunigung des Theilchens senkrecht zu der Magnetkraft 10^7, und dieselbe würde auf einem Wege von 1 dm eine Ablenkung des Theilchens von 2 mm bewirken.

Die Abstossung zweier mit den Elektricitätsmengen e und e_1 geladener, sehr kleiner Kugeln, welche sich mit gleicher Geschwindigkeit q nach derselben Richtung bewegen, ist in der Entfernung R gleich $ee'/KR^2\,.\,(1 - 1/_3\,\mu K q^2)$, oder, wenn die Lichtgeschwindigkeit gleich v ist, gleich $ee'/KR^2\,.\,(1 - 1/_3\,q^2/v^2)$. Damit die Abstossung der Kugeln in eine Anziehung übergeht, muss also $q > \sqrt{3}\,v$ sein. Die Aenderung der Wechselwirkung der Kugeln in Folge ihrer Bewegung hängt also sowohl von der relativen Geschwindigkeit derselben gegen einander, als auch von der gegen das umgebende Medium (wie beim Gesetz von Clausius und entgegen dem von Weber) ab, und auch von der magnetischen Permeabilität μ, nicht aber von der Dielektricitätsconstante (da sich K im zweiten Gliede der ersten Formel forthebt).

Diese Berechnungen könnten bei der Theorie der Gasentladungen in Betracht kommen, wenn man, was indess sehr zweifelhaft ist, bei denselben eine Fortschleuderung der Theilchen von den Elektroden aus annehmen dürfte (vergl. Bd. V).

[1]) H. Helmholtz, Journ. f. reine u. angewandte Math. 72, 3, 1870. Abhandlungen Bd. I, S. 545.

sirbaren Medium ganz allgemein verfolgt. Er hat dabei den, je nachdem $k = +1$ oder $k = -1$ oder $k = 0$ ist, zu dem Potentialwerth zweier Stromelemente nach F. E. Neumann, W. Weber oder Maxwell führenden Potentialwerth:

$$P = -\frac{1}{2} A^2 \frac{i i_1}{r} [(1+k) \cos(Ds D\sigma) + (1-k) \cos(r_1 Ds) \cos(r_1 D\sigma)] Ds D\sigma$$ [1])

benutzt, welcher Werth für geschlossene Stromkreise jedenfalls seine Gültigkeit bewahrt (vergl. §. 1048).

1272 Mit Hülfe des obigen Werthes des Potentials P berechnet v. Helmholtz, analog wie Kirchhoff (§. 1081 u. f.), die Bewegungsgleichungen der Elektricität in einem körperlichen Leiter S von endlichen Dimensionen und dem Leitvermögen $\mathfrak{k}$, der von einem Raume S_1 umgeben ist, in welchem sich Magnete oder Stromsysteme von gegebener Lage und Stärke u. s. f. befinden. Die auf der Grenzfläche beider Räume errichtete Normale N habe gegen S hin ihre negative, gegen S_1 hin ihre positive Richtung; das Potential der ruhenden Elektricität in beiden Leitern sei φ und φ_1, die Componenten der elektrodynamischen Potentiale nach den drei Coordinatenaxen seien bezw. U, V, W und U_1, V_1, W_1,

---

[1]) Aus obiger Formel berechnet sich ohne Weiteres die Grösse der im Element Ds durch einen geschlossenen Strom, dessen Element $D\sigma$ ist, inducirte elektromotorische Kraft.

Sind die Coordinaten von Ds und $D\sigma$ bezw. xyz, $x_1 y_1 z_1$ und bilden sie mit den Axen Winkel, deren Cosinus $\alpha\beta\gamma$, $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ sind, so lässt sich die Formel schreiben:

$$P = \frac{i i_1 Ds D\sigma}{r} \{(1+k)(\alpha_1\alpha + \beta_1\beta + \gamma_1\gamma) + (1-k)[(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma]\}$$

Wird nach $D\sigma$ für den geschlossenen Strom integrirt, so kann man den erhaltenen Ausdruck schreiben:

$$\int P D\sigma = i Ds [(A_1 + A_2)\alpha + (B_1 + B_2)\beta + (C_1 + C_2)\gamma],$$

wo $A_1 = (1+k)\int i_1 \frac{\alpha_1}{r} D\sigma$ u. s. f., $A_2 = (1-k)\int i_1 \frac{x_1 - x}{r} D\sigma$ u. s. f. ist.

Die gesammte in der Zeit dt inducirte elektromotorische Kraft ist

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{d(A_1 + A_2)}{dt}\alpha + \frac{d(B_1 + B_2)}{dt}\beta + \frac{d(C_1 + C_2)}{dt}\gamma\right) Ds.$$

Setzt man die Summe der Quadrate der in der Klammer enthaltenen Differentialquotienten gleich R und betrachtet R als eine Kraft, deren Richtungscosinus bezw. $1/R \,.\, d(A_1 + A_2)/dt$ u. s. f. sind, so ist die in der Richtung von Ds inducirte elektromotorische Kraft gleich der in die Richtung von $D\sigma$ fallenden Componente von $R ds$. Setzt man $k = -1$ oder $k = +1$, so erhält man die entsprechenden Werthe nach der Weber'schen oder Neumann'schen Formel. Es ist hiernach die Grösse und Richtung der inducirten elektromotorischen Kräfte durch die Annahme des Potentials der Stromelemente auf einander vollständig bestimmt. (Entgegen Einwendungen von Bertrand, Compt. rend. 73, 965, 1871.)

die Componenten der elektrischen Strömung (Stromdichtigkeit) bezw. u, v, w und u_1, v_1, w_1.

Zuerst ist in dem Raume, wo die Dichtigkeit der Elektricität endlich ist,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{4\pi} \frac{d\overline{\Delta\varphi}}{dt} \quad \text{I)}$$

die Abnahme der elektrischen Dichtigkeit in der Zeiteinheit; sodann ist an der Grenzfläche, wenn die Richtungscosinus ihrer Normale bezw. α, β, γ sind, die Anhäufung freier Elektricität auf der Einheit der Oberfläche:

$$(u - u_1)\alpha + (v - v_1)\beta + (w - w_1)\gamma = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d^2\varphi}{dt\,dN} - \frac{d^2\varphi_1}{dt\,dN}\right) \quad \text{II)}$$

Entwickelt man einen der Werthe U, V, W aus der Gleichung des vorigen Paragraphen und führt den Werth φ ein, so kann man nachweisen, falls der Werth $d\varphi/dt$ an keiner Stelle discontinuirlich ist, also nirgends veränderliche elektromotorische Kräfte auftreten, dass die Werthe U, V, W u. s. f. ausser an den Orten, wo die elektrische Strömung unendlich wird, und ebenso ihre Differentialquotienten, auch an der Grenzfläche der Leiter stetig bleiben. Dann ergeben sich die Bewegungsgleichungen der Elektricität:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{k}u &= -\frac{\partial\varphi}{\partial x} - A^2\frac{\partial U}{\partial t} \\ \mathfrak{k}v &= -\frac{\partial\varphi}{\partial y} - A^2\frac{\partial V}{\partial t} \\ \mathfrak{k}w &= -\frac{\partial\varphi}{\partial z} - A^2\frac{\partial W}{\partial t} \end{aligned}\right\} \quad \text{III)}$$

Drückt man hier u, v, w in U und φ aus, so wird

1. Im Inneren von S:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\Delta U} - (1-k)\frac{d^2\varphi}{dx\,dt} &= \frac{4\pi}{\mathfrak{k}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + A^2\frac{\partial U}{\partial t}\right) \\ \overline{\Delta V} - (1-k)\frac{d^2\varphi}{dy\,dt} &= \frac{4\pi}{\mathfrak{k}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + A^2\frac{\partial V}{\partial t}\right) \\ \overline{\Delta W} - (1-k)\frac{d^2\varphi}{dz\,dt} &= \frac{4\pi}{\mathfrak{k}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} + A^2\frac{\partial W}{\partial t}\right) \end{aligned}\right\} \quad \text{IIIa)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = -k\frac{\partial\varphi}{\partial t} \quad \text{IVa)}$$

2. Im Inneren von S_1:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\Delta U_1} - (1-k)\frac{d^2\varphi_1}{dx\,dt} &= -4\pi u_1 \\ \overline{\Delta V_1} - (1-k)\frac{d^2\varphi_1}{dy\,dt} &= -4\pi v_1 \\ \overline{\Delta W_1} - (1-k)\frac{d^2\varphi_1}{dz\,dt} &= -4\pi w_1 \end{aligned}\right\} \quad \text{IIIb)}$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial g} + \frac{\partial W_1}{\partial z} = -k\frac{d\varphi_1}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IVb)}$$

An der Grenze von S und S_1:

$$U - U_1 = V - V_1 = W - W_1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{V)}$$

$$\frac{dU}{dN} = \frac{dU_1}{dN};\ \frac{dV}{dN} = \frac{dV_1}{dN};\ \frac{dW}{dN} = \frac{dW_1}{dN} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{VI)}$$

Endlich muss in unendlicher Entfernung von den Leitern sein:

$$U = V = W = \varphi = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{VII)}$$

Die Gleichungssysteme I) bis VII) enthalten die Bedingungen zu einer vollständigen und eindeutigen Lösung der Aufgabe[1]).

1273 Berechnet man die durch die Aenderung der elektrischen Strömungen im Körper S erzeugte Arbeit Φ, so setzt sich dieselbe aus der Arbeit der elektrodynamischen und der der elektrostatischen Kräfte zusammen, von denen die erste

$$\Phi_0 = \frac{A^2}{8\pi}\int\left\{\sum\left[\left(\frac{\partial U_m}{\partial x_n} - \frac{\partial U_n}{\partial x_m}\right)^2\right] + k\left(\frac{\partial\varphi}{dt}\right)^2\right\} dx\,dy\,dz \quad \text{VIII)}$$

ist, wo U_n und U_m irgend welche Werthe von U, x_n und x_m die dazu gehörigen X Coordinaten sind; die zweite

$$\Phi_1 = {}^1\!/_8\,\pi\int\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right] dx\,dy\,dz \quad . \quad . \quad \text{VIIIa)}$$

ist.

Wenn äussere inducirende Kräfte nicht vorhanden sind, kann nur elektrische Arbeit, z. B. in Form von Wärme, in dem Körper S erzeugt werden, wenn sich zugleich das elektrostatische Potential der vertheilenden Elektricitäten ändert, also

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\int \mathfrak{k}\,(u^2 + v^2 + w^2)\, dS \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IX)}$$

---

[1]) Es ist zu beachten, dass obige Gleichungen mit den Gleichungen für die Bewegung eines Gases unter Einfluss der Reibung nach **Maxwell**:

$$-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{du}{dt} - \mu\,\Delta u - \nu\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \text{ u. s. f.}$$

und

$$-\frac{1}{\varrho}\frac{d\varrho}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

analog sind. In letzteren bezeichnen u, v, w die Componenten der Strömungsgeschwindigkeit, p_0 und p, sowie ϱ_0 und ϱ den Druck und die Dichtigkeit der ruhenden und bewegten Flüssigkeit, welche so wenig von einander verschieden sind, dass die Glieder zweiter Ordnung in Bezug auf ihre Differenzen zu vernachlässigen sind. Diese Gleichungen gehen in die elektrischen Bewegungsgleichungen über, wenn u, v, w durch U, V, W, $(p - p_0)/\varrho_0$ durch φ/A^2, $(\varrho - \varrho_0)/\varrho_0$ durch $k\varphi$, μ durch $\mathfrak{k}/4\pi A^2$, ν durch $(1 - k)/k \,.\, \mathfrak{k}/4\pi A^2$ ersetzt werden, so dass also auch hier Bewegungszustände und Fernewirkungen analogen Gesetzen unterworfen sind.

ist. Nach dieser Gleichung, welche mit den Gleichungen I) bis V) in Uebereinstimmung ist, so dass beide gleichzeitig dem Princip von der Erhaltung der Kraft entsprechen, muss $d\Phi/dt$ negativ sein, da die rechte Seite ausser den positiven Werthen $\mathfrak{k}$ und dS nur positive Quadrate enthält.

Nun folgt aus Gl. VIII) und VIIIa), dass, so lange k positiv oder Null ist, Φ_0 und Φ_1 stets einen positiven Werth behalten. Es kann demnach Φ nicht unter Null sinken. Nach Gl. IX) wird es also, wenn es einmal während der Bewegung auf Null gesunken ist, dann auch diesen Werth behalten und nicht wieder im positiven Sinne grösser werden. Dann müssen auch die Bestandtheile von Φ_1, d. h. $(\partial\varphi/\partial x)^2 = (\partial\varphi/dy)^2 = (\partial\varphi/\partial z)^2 = 0$ sein, also muss auch, da φ in der Unendlichkeit gleich Null ist, dasselbe überall gleich Null sein oder nirgends im Raume sich freie Elektricität vorfinden.

Ist k aber negativ, wie für das Weber'sche Gesetz, so kann Φ negativ werden und wächst dann, da $d\Phi/dt$ negativ ist, in negativem Sinne immer weiter, wobei zugleich $d\varphi/dt$, u, v, w ins Unendliche wachsen. Es steigert sich also die elektrische Bewegung bis ins Unendliche, das Gleichgewicht der ruhenden Elektricität in den Leitern ist ein labiles.

Eine Berechnung der radialen Bewegung der Elektricität in einer Kugel, die etwa durch Verengerung oder Erweiterung einer dieselbe concentrisch umgebenden, mit Elektricität geladenen Kugelschale bewirkt werden könnte, zeigt dieses Verhältniss besonders deutlich, selbst wenn man der Elektricität noch träge Masse beilegt[1]).

Die Grössen U, V, W enthalten k. Sie lassen sich in zwei Summanden zerlegen, von denen nur der eine von k abhängig ist, und man kann setzen: **1274**

$$\mathfrak{U} = U + \frac{k}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial x},\quad \mathfrak{V} = V + \frac{k}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial y},\quad \mathfrak{W} = W + \frac{k}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial z},$$

wenn $\Psi = \frac{1}{4\pi}\int r\,\frac{dE}{dt}\,d\xi\,d\eta\,d\zeta$ und $\overline{\Delta\psi} = 2\,\frac{d\varphi}{dt}$ ist.

In Ψ bezeichnet E die freie Elektricität, ξ, η, ζ sind die Coordinaten der beweglichen elektrischen Massen. Sind obige Functionen in ihrer Abhängigkeit von der Zeit t dadurch bestimmt, dass sie den Factor e^{nt} enthalten, so ergiebt sich bei Einführung dieser Werthe in die Gleichungen

[1]) Gegen diese Beweisführung wendet C. Neumann (Pogg. Ann. 155, 219, 1875) ein, dass die Gleichungen von Kirchhoff accessorische Annahmen enthalten (§. 1081) und die Einwände die letzteren eher als das Gesetz von W. Weber treffen könnten. Auch erwähnt er, dass ein in einer gleichmässig elektrischen Kugelschale sich bewegender Punkt nur dann eine unendlich grosse Beschleunigung erhalten kann, wenn der Radius der Kugelfläche über 400 Sonnenweiten betrüge. Dann ist aber eben wieder das Weber'sche Gesetz auf gewisse Grenzen beschränkt.

I) bis V) ein System von Gleichungen, in denen k nur als Factor der Function Ψ auftritt. Aus denselben lässt sich dann ableiten:

$$0 = \left(\frac{n\mathfrak{k}}{4\pi} + 1\right)\overline{\Delta\varphi} - A^2kn^2\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad X)$$

welcher Gleichung durch das particuläre Integral

$$\varphi = \frac{B}{\varrho} e^{l\varrho + nt}, \text{ wo } \varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2,\ l^2 = \frac{4\pi A^2kn^2}{\mathfrak{k}n + 4\pi} \quad . \quad . \quad . \qquad XI)$$

genügt wird.

Ist n imaginär, so stellt die Gleichung X) ein System von Schwingungen dar.

Ist die Leitfähigkeit $\mathfrak{k} = 0$, so wird $l = nA\sqrt{k}$, und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen ist ein Maximum, und zwar gleich $1/A\sqrt{k}$. Wird $\mathfrak{k}$ grösser, so nimmt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ab, und zugleich tritt eine Absorption der Wellen auf. (Indess selbst für Kupfer würde, wenn die Schwingungsdauer nur ein Milliontel Secunde betrüge, $\mathfrak{k}n$ gegen 4π noch verschwinden.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der durch Gl. X) dargestellten Oscillationen hängt von dem Werthe k ab. Es lässt sich indess nachweisen, dass in irdischen Leitern die Verhältnisse sich, wenn k nicht sehr viel grösser als Eins ist, nahezu ebenso gestalten, wie wenn $k = 0$ wäre, wodurch sich die Berechnungen wesentlich vereinfachen.

Ist $k = 1$, so ist der Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Oscillationen $= 1/\sqrt{A}$, also nahe gleich der des Lichtes. — Ist $k = 0$, so wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unendlich; dann wird in Gl. X.) entweder

$$n = -\frac{4\pi}{\mathfrak{k}}, \text{ woraus } \varphi = f(x\ y,\ z) . e^{-\frac{4\pi}{\mathfrak{k}}t}$$

folgt, oder $\overline{\Delta\varphi} = 0$.

Hieraus ergiebt sich unter der letztgenannten Annahme, dass, wenn im Inneren eines Leiters elektrische Bewegungen durch äussere Kräfte nach vorhergegangenem Gleichgewicht hervorgerufen werden können, freie Elektricität sich nur auf der Oberfläche und den Grenzflächen der Leiter, nicht aber in ihrem Inneren findet [1]).

1275 Ist das Medium, in welchem die von der Elektricität durchströmten Leiter liegen, ein d i e l e k t r i s c h p o l a r i s i r b a r e r Isolator, so hat es auf die Resultate einen Einflus. Es möge dabei die elektrische Absorption vernachlässigt werden. Ist dann ε die als constant angenommene elektrische Vertheilungsconstante (vergl. Bd. II, §. 30), sind die Compo-

---

[1]) In Betreff der Berechnung der Bewegung der Elektricitäten in einem unendlichen Cylinder müssen wir auf die Originalabhandlung verweisen.

nenten der äusseren Kräfte X, Y, Z, ist das Potential der vertheilten Elektricität φ und sind die Componenten der der elektrischen Vertheilung entsprechenden Momente $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$, so ist:

$$\mathfrak{x} = \varepsilon\left(X - \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right); \quad \mathfrak{y} = \varepsilon\left(Y - \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right); \quad \mathfrak{z} = \varepsilon\left(Z - \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) \quad \text{XII)}$$

oder, wenn das den äusseren elektrischen Einwirkungen entsprechende Potential ψ ist:

$$\mathfrak{x} = -\varepsilon\frac{\partial(\psi + \varphi)}{\partial x}; \quad \mathfrak{y} = -\varepsilon\frac{\partial(\psi + \varphi)}{\partial y}; \quad \mathfrak{z} = -\varepsilon\frac{\partial(\psi + \varphi)}{\partial z} \quad \text{XIIa)}$$

Die Dichtigkeit der Elektricität ergiebt sich gleich

$$-\left(\frac{\partial \mathfrak{x}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial z}\right) = -\frac{1}{4\pi}\overline{\Delta \varphi} \quad . \quad . \quad . \quad \text{XIIb)}$$

Endlich ist an einer Stelle einer Oberfläche, wo die Werthe $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}, \varphi$ plötzlich in $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{y}_1$, $\mathfrak{z}_1$, φ_1 übergehen, und die Richtungscosinus ihrer Normale N gleich α, β, γ sind:

$$(\mathfrak{x} - \mathfrak{x}_1)\,\alpha + (\mathfrak{y} - \mathfrak{y}_1)\,\beta + (\mathfrak{z} - \mathfrak{z}_1)\,\gamma = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial N} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial N}\right) \quad \text{XIIc)}$$

Sind die äusseren Kräfte durch die Einwirkung einer elektrischen Masse, deren Dichtigkeit E ist, hervorgerufen und entsprechen sie den negativen partiellen Differentialquotienten einer Function ψ nach den drei Coordinatenaxen, so ist $E = -1/4\pi \,.\, \overline{\Delta \psi}$.

Führt man die Werthe von $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ in die Gleichung XIIa), so erhält man

$$\frac{E}{1 + 4\pi\varepsilon} = \frac{\overline{\Delta(\psi + \varphi)}}{4\pi}.$$

Wäre das Medium nicht dielektrisch polarisirbar, also $\varepsilon = 0$, so würde $E = \overline{\Delta(\psi + \varphi)}/4\pi$. Durch die dielektrische Polarisation wird also die Dichte E im Verhältniss von $1 : 1 + 4\pi\varepsilon$ vermindert; wie wenn zu E noch eine dieselbe theilweise neutralisirende, entgegengesetzte Elektricität von der Dichtigkeit $-E.4\pi\varepsilon/(1 + 4\pi\varepsilon)$ hinzugefügt wäre. Da diese bei einer Verschiebung von E der letzteren überall folgt, so wirken die auf E von anderen Elektricitätsmengen ausgeübten Kräfte, wie wenn jene neutralisirende Elektricität nicht vorhanden wäre. Hiernach ist die Potentialfunction einer elektrischen Masse E_1 von sehr kleiner Ausdehnung in einem dielektrisch polarisirbaren Medium gleich $E_1/(1 + 4\pi\varepsilon)r$, und ihre Abstossung auf die gleichnamige Masse E gleich

$$\frac{E E_1}{(1 + 4\pi\varepsilon)r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{XIII)}$$

Wird also die Abstossung der Massen E und E_1 in dem dielektrisch polarisirbaren Medium gemessen, so erscheint sie im Verhältniss von

$1 : \sqrt{1 + 4\pi\varepsilon}$ kleiner, als in einem nicht dielektrisch polarisirbaren Medium. — Versuche über elektrostatische Abstossungen u. s. f. in verschiedenen Medien, z. B. in Luft, bezw. dem mit Aether erfüllten luftleeren Raume, können daher nur das Verhältniss der Grössen $1 + 4\pi\varepsilon$ in denselben Medien ergeben, nicht aber ihren absoluten Werth. Ebenso wird der Werth der Constanten A^2, welche die elektrodynamische Wechselwirkung zweier Stromeselemente misst, in denen die Intensität in elektrostatischem Maasse gleich Eins ist, in einem dielektrisch polarisirbaren Medium von der Polarisationsfähigkeit ε_0, z. B. in Luft, bezw. $1 + 4\pi\varepsilon_0$ mal zu gross gefunden gegen den Werth, den dieselbe im absolut (luft- und äther-) leeren Raume erhalten würde.

Werden die Werthe von $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ in die Gleichung XIIc) eingeführt, so ergiebt sich an der Grenze zweier Leiter, in denen die Potentialfunction φ die Werthe φ und φ_1 hat, und die Vertheilungsconstante die Werthe ε und ε_1 erhält:

$$(1 + 4\pi\varepsilon)\frac{\partial(\psi + \varphi)}{\partial N} = (1 + 4\pi\varepsilon_1)\frac{\partial(\psi + \varphi_1)}{\partial N} \quad \text{XIId)}$$

Während sich also im Inneren der Körper das Potential continuirlich ändert, macht es an der Grenze derselben einen Sprung; und dabei hängt das Verhältniss $\partial(\psi + \varphi)/\partial N : \partial(\psi + \varphi_1)/\partial N$ nur von den Werthen der Vertheilungsconstanten ε und ε_1 ab.

1276 Bei der Betrachtung der Bewegung der Elektricität in einem dielektrischen Medium treten zu den sonstigen, dem Ohm'schen Gesetze folgenden Bewegungen der Elektricität, welche denen in den Leitern entsprechen, und deren Strömungscomponenten u_2, v_2, w_2 seien, noch die durch die dielektrische Polarisation bedingten Verschiebungen hinzu. Da nach §. 1273, Gl. XIIa) die auf die Einheit der Elektricität wirkenden, verschiebenden Kräfte $\mathfrak{x}/\varepsilon$, $\mathfrak{y}/\varepsilon$, $\mathfrak{z}/\varepsilon$ sind, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze $u_2 = \mathfrak{x}/\varepsilon\mathfrak{k}$, $v_2 = \mathfrak{y}/\varepsilon\mathfrak{k}$, $w_2 = \mathfrak{z}/\varepsilon\mathfrak{k}$. Diesen Geschwindigkeiten sind in Folge der dielektrischen Polarisation die Werthe $d\mathfrak{x}/dt$, $d\mathfrak{y}/dt$, $d\mathfrak{z}/dt$ beizufügen, so dass die Gesammtgeschwindigkeiten der Elektricitäten

$$u = \frac{d\mathfrak{x}}{dt} + \frac{\mathfrak{x}}{\varepsilon\mathfrak{k}};\quad v = \frac{d\mathfrak{y}}{dt} + \frac{\mathfrak{y}}{\varepsilon\mathfrak{k}};\quad w = \frac{d\mathfrak{z}}{dt} + \frac{\mathfrak{z}}{\varepsilon\mathfrak{k}} \quad \text{XIV)}$$

werden, zu welchen Gleichungen die übrigen Gleichungen der elektrodynamischen Kräfte u. s. f. hinzutreten.

1277 Ist das Medium magnetisch polarisirbar, so ändern sich auch hierdurch die Bedingungen für die Induction eines Stromes in einem Stromesleiter durch einen anderen Strom.

Sind die Componenten des an einer Stelle x, y, z erzeugten magnetischen Momentes λ, μ, ν, ist das magnetische Potential daselbst χ, ist $\varkappa$ die Magnetisirungsconstante, und bezeichnen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ die durch die

Componenten u, v, w eines am Orte ξ, η, ζ gelegenen Stromelementes erzeugten magnetisirenden Kräfte in x, y, z, so ist ganz entsprechend den Gleichungen des §. 1273 für die elektrischen Momente, so hier für die magnetischen Momente

$$\lambda = \varkappa\left(\mathfrak{L} - \frac{\partial \chi}{\partial x}\right);\ \mu = \varkappa\left(\mathfrak{M} - \frac{\partial \chi}{\partial y}\right);\ \nu = \varkappa\left(\mathfrak{N} - \frac{\partial \chi}{\partial z}\right) \qquad \text{XV)}$$

Ist ferner r der Abstand des Stromelementes vom Punkte x, y, z, und sind $U = u/r$, $V = v/r$, $W = w/r$ die Potentiale der Componenten desselben auf Punkt x, y, z, so sind

$$\mathfrak{L} = A\left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial y}\right);\ \mathfrak{M} = A\left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial z}\right);\ \mathfrak{N} = A\left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}\right) \qquad \text{XVI)}$$

Ausserdem stellt

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial \nu}{\partial z} = \frac{1}{4\pi}\overline{\Delta \chi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \text{XVII)}$$

die Dichtigkeit des freien Magnetismus an der betreffenden Stelle dar. Sind die Richtungscosinus der Normale N an einer Stelle der Grenzfläche des betrachteten Mediums mit einem anderen Medium, für welches die magnetischen Momente und das magnetische Potential λ_1, μ_1, ν_1, χ_1 sind, gleich α, β, γ, so häuft sich an jener Stelle auf der Einheit der Oberfläche der freie Magnetismus an:

$$(\lambda - \lambda_1)\alpha + (\mu - \mu_1)\beta + (\nu - \nu_1)\gamma = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\chi}{dN} - \frac{d\chi_1}{dN}\right) \qquad \text{XVIII)}$$

Die durch die Inductionswirkungen in Folge der Aenderungen von λ, μ, ν nach den drei Axen in $x\,y\,z$ inducirten elektromotorischen Kräfte sind:

$$A\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right);\ A\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}\right);\ A\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial y}\right),$$

wenn

$$L = \int\!\!\int\!\!\int \frac{\lambda}{r}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta,\ M = \int\!\!\int\!\!\int \frac{\mu}{r}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta,$$

$$N = \int\!\!\int\!\!\int \frac{\nu}{r}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \text{XIX)}$$

ist. Fügen wir diese Componenten zu den durch die dielektrische Polarisation hervorgerufenen Componenten (Gl. XII) hinzu und bezeichnen etwaige äussere Kräfte, die thermoelektrischen oder hydroelektrischen Ursprungs sein können, mit $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$, so wird nach Gl. III)

$$\frac{1}{\varepsilon}\mathfrak{x} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} - A^2\frac{dU}{dt} + A\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right) + \mathfrak{X} \qquad \text{XX)}$$

und analog für $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$.

Ausser Gleichung XX) und XVI) ist dann noch, wenn E die freie Elektricität ist,

$$-\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \text{XXI)}$$

Sind die Werthe $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$, λ, μ, ν, ε im ganzen Raume bekannt, so folgt aus den Gl. XIV) u, v, w und aus Gl. XVII) der freie Magnetismus an allen Stellen, und sodann sind die übrigen Werthe φ, X, U, V, W, $\mathfrak{L}$, M, N durch die sieben Gleichungen XV) bis XXI) vollständig und eindeutig bestimmt.

1278 Einfacher gestalten sich die Verhältnisse, wenn die äusseren Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z} = 0$ sind, und in dem Körper sowohl ε als auch $\varkappa$ constant, $\mathfrak{k} = \infty$ ist. Man erhält sodann folgende Gleichungen:

$$\overline{\Delta}\mathfrak{x} = 4\pi\varepsilon(1 + 4\pi\varkappa)\, A^2 \frac{d^2\mathfrak{x}}{dt^2} +$$

$$+\left(1 - \frac{(1 + 4\pi\varkappa)(1 + 4\pi\varepsilon)}{k}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathfrak{x}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial z}\right) \quad \text{XXII)}$$

Analoge Gleichungen ergeben sich für $\overline{\Delta}\mathfrak{y}$ und $\overline{\Delta}\mathfrak{z}$.
Ist in dem Körper keine freie Elektricität, so wird

$$\overline{\Delta}\mathfrak{x} = 4\pi\varepsilon(1 + 4\pi\varkappa)\, A^2 \frac{d^2\mathfrak{x}}{dt^2} \quad \ldots\ldots \quad \text{XXIII)}$$

Ferner ist:

$$\overline{\Delta\lambda} = 4\pi\varepsilon(1 + 4\pi\varkappa)\, A^2 \frac{d^2\lambda}{dt^2} \quad \ldots\ldots \quad \text{XXIIIa)}$$

und analog für $\overline{\Delta\mu}$ und $\overline{\Delta\nu}$. Endlich ergiebt sich

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial \nu}{\partial z} = 0 \quad \ldots\ldots \quad \text{XXIV)}$$

Wir haben schon §. 1270 erwähnt, dass auch Stefan die Gleichung XXIII) entwickelt hat.

1279 Die Gleichungen XXII) und XXIII) für die elektrischen Verschiebungen entsprechen ganz denen für die Verschiebungen der einzelnen Theile in einem festen elastischen Körper, welche theils Transversal-, theils Longitudinalwellen zur Folge haben, von denen die Transversalwellen eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich $1/A\sqrt{4\pi\varepsilon(1 + 4\varkappa)}$, die Longitudinalwellen eine solche gleich $1/A\sqrt{(1 + 4\pi\varepsilon)/\varepsilon k}$ haben.

Dagegen entsprechen die Gleichungen XXIIIa) und XXIV) für die magnetischen Verschiebungen den Bewegungen im Inneren eines incompressiblen flüssigen elastischen Körpers; in demselben haben die Transversalwellen dieselbe Geschwindigkeit, wie bei den elektrischen Verschiebungen; die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen ist aber unendlich gross. Ist $k = 0$, ε und $\varkappa$ unendlich gross, wie bei Maxwell, so wird auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Longitudinalwellen unendlich, und es finden die elektrisch-magnetischen Oscillationen in den zwei, der Polarisationsebene des Lichtes und der darauf senkrechten Ebene entsprechenden Ebenen statt.

In einem dielektrischen Raume, für welchen die Leitungsfähigkeit $\mathfrak{k}$ so klein ist, dass die Geschwindigkeit $d\mathfrak{x}/dt$ in Folge der dielektrischen Polarisation gegen die durch die Leitung bedingte Geschwindigkeit $\mathfrak{x}/\varepsilon\mathfrak{k}$ sehr gering ist, ergiebt sich, dass in Folge der Magnetisirbarkeit des Mediums statt A^2 der Werth $A^2(1+4\pi\varkappa)$, statt k der Werth $k/(1+4\pi\varkappa)$ eintritt. Bei Versuchen in der Luft über magnetische Vertheilung erhält man daher nicht den Werth A^2, sondern $A^2(1+4\pi\varkappa_0)$, wenn der Werth $\varkappa_0$ für die Luft gilt. Da ferner A^2 in Folge der dielektrischen Polarisation ebenfalls $\sqrt{1+4\pi\varepsilon_0}$ mal kleiner erscheint, wenn ε_0 die dielektrische Polarisationsconstante der Luft ist, so ist, wenn in der Luft der der Lichtgeschwindigkeit nahe gleiche Werth $\mathfrak{A}$ von $1/A$ beobachtet ist, der wahre Werth von A gegeben durch

$$\frac{1}{A} = \mathfrak{A}\sqrt{1+4\pi\varepsilon_0}\sqrt{1+4\pi\varkappa_0}$$

und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft, resp. in einem anderen isolirenden Medium, dessen elektrische und magnetische Polarisationsfähigkeit ε und $\varkappa$ ist, wird

	Luft	Medium
longitudinal:	$\mathfrak{A}(1+4\pi\varepsilon_0)\sqrt{\dfrac{1+4\pi\varkappa_0}{4\pi\varepsilon_0 k}}$;	$\mathfrak{A}\sqrt{\dfrac{(1+4\pi\varepsilon)(1+4\pi\varepsilon_0)(1+4\pi\varkappa_0)}{4\pi\varepsilon k}}$.
transversal:	$\mathfrak{A}\sqrt{\dfrac{1+4\pi\varepsilon_0}{4\pi\varepsilon_0}}$;	$\mathfrak{A}\sqrt{\dfrac{(1+4\pi\varepsilon_0)(1+4\pi\varkappa_0)}{4\pi\varepsilon(1+4\pi\varkappa)}}$.

Während somit durch die elektrostatischen Phänomene das dielektrische Verhalten des umgebenden Mediums nicht bestimmt werden kann (vergl. Gl. XIII u. flgde.), verhält sich dies bei den elektrodynamischen Phänomenen anders; bei denselben wäre also die Vertheilungsconstante ε_0 der Luft, etwa durch Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Transversalwellen zu bestimmen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrostatischen Bewegung würde nach Gl. XI) u. flgde. von dem Werthe von k abhängen, die Fortpflanzung der elektromagnetischen aber nicht; ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit würde je nach dem Werthe von ε und $\varkappa$ gleich oder grösser als die des Lichtes sein.

Nach den Berechnungen von v. Helmholtz ändert sich die zur Grenzfläche normale Componente der elektrischen Kraft an der Trennungsfläche zweier Dielektrica in einem bestimmten, nur von den Vertheilungsconstanten ε und ε_1 der beiden Medien abhängigen Verhältniss. Ist P und P_1 das elektrische Potential in beiden, und wird $1+4\pi\varepsilon = D$, $1+4\pi\varepsilon_1 = D_1$ gesetzt, wo D und D_1 die Dielektricitätscoëfficienten der Medien sind, so verhält sich nach Gleichung XII d) 1280

$$D : D_1 = \frac{dP_1}{dN} : \frac{dP}{dN}.$$

Für die Luft ist $D = 1$ zu setzen. Ausserdem muss im Inneren der Dielektrica $\overline{\Delta P} = 0$ sein.

Wird zwischen die Platten eines Condensators eine isolirende Zwischenplatte gestellt, deren Dicke δ, deren Dielektricitätscoëfficient D ist, ist der Abstand der Platten des Condensators nach Abzug der Dicke δ des Isolators gleich B, so ergiebt sich hiernach die Capacität desselben, abgesehen von den Randwirkungen, umgekehrt proportional dem Werthe $B + \delta / D$ und unabhängig von der Stellung der Platten zwischen den beiden Condensatorplatten, wie auch die Versuche zeigen.

1281 Wir haben schon §. 1150 angeführt, dass die Verhältnisse im Magnetfelde denen einer incompressiblen strömenden Flüssigkeit sehr analog sind und die Veränderungen des Potentials in ersterem analogen Veränderungen des Druckes in letzterer entsprechen. Diese Vergleichung lässt sich nach Maxwell noch weiter ausführen.

Ist ein Element $dx\,dy\,dz$ eines Körpers nach den drei Axen mit den Intensitäten A, B, C magnetisirt, und sind die äusseren magnetischen Kräfte nach diesen Richtungen α, β, γ, so ist die potentielle Energie der Magnetisirung des Elementes

$$-(A\alpha + B\beta + C\gamma)\,dx\,dy\,dz$$

und die das Element in der Richtung der x bewegende Kraft $X_1 dx\,dy\,dz$, wo

$$X_1 = A\frac{\partial \alpha}{\partial x} + B\frac{\partial \beta}{\partial y} + C\frac{\partial \gamma}{\partial z}.$$

Fliesst in dem Körper ein Strom, dessen Dichtigkeitscomponenten u, v, w sind, so addirt sich hierzu die Kraft $X_2 = vc - wb$.

Werden die Werthe a, b, c an Stelle von A, B, C [$a = \alpha + 4\pi A$ u. s. f. Gleichung 1), Bd. III, §. 444] und α, β, γ an Stelle von u, v, w [Gleichung C), §. 1197] eingeführt, so wird, da $\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z} = 0$ ist (§. 1201), die auf die Volumeneinheit wirkende gesammte Kraft

$$X = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial a\alpha}{dx} + \frac{\partial b\beta}{dy} + \frac{\partial c\gamma}{dz}\right) + \frac{1}{8\pi}\frac{\partial(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)}{\partial x}.$$

Ferner ist das Drehungsmoment, welches das Element um die X-Axe in der Richtung von der Y- zur Z-Axe dreht,

$$L = B\gamma - C\beta = \frac{1}{4\pi}(b\gamma - c\beta).$$

1282 Ist in einem flüssigen Medium ein Element $dx\,dy\,dz$ abgegrenzt, und sind die Spannungen, welche auf die Einheit der Fläche von $dy\,dz$ wirken, in der Richtung der drei Axen resp. P_{xx}, P_{xy}, P_{xz}, und analog auf die anderen Flächen (wobei, wenn in dem Medium eine Rotation stattfindet, P_{xz} und P_{zx} u. s. f. nicht einander gleich sind), so ist die auf das Element in der Richtung der X-Axe wirkende gesammte Kraft

$$X_0\, dx\, dy\, dz = \left(\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zx}}{\partial x}\right) dx\, dy\, dz,$$

und das Drehungsmoment, welches das Element um die X-Axe in der Richtung von der Y- zur Z-Axe dreht,

$$L_0\, dx\, dy\, dz = (P_{yz} - P_{zy})\, dx\, dy\, dz.$$

Analog entwickeln sich die entsprechenden Gleichungen für die anderen Axen.

Die Werthe X_0 und L_0 werden mit den im vorigen Paragraphen gegebenen Werthen X und L identisch, wenn die Spannungen

$$P_{xx} = \frac{1}{4\pi}\,[a\alpha - {}^1/_2(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)]$$

$$P_{yy} = \frac{1}{4\pi}\,[b\beta - {}^1/_2(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)]$$

$$P_{zz} = \frac{1}{4\pi}\,[c\gamma - {}^1/_2(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)]$$

$$P_{yz} = \frac{1}{4\pi}\,b\gamma;\ P_{zy} = \frac{1}{4\pi}\,c\beta;\ P_{zx} = \frac{1}{4\pi}\,c\alpha;\ P_{xz} = \frac{1}{4\pi}\,a\gamma$$

$$P_{xy} = \frac{1}{4\pi}\,a\beta;\ P_{yx} = \frac{1}{4\pi}\,b\alpha$$

gesetzt werden. — Wird der Winkel 2ε zwischen den Richtungen der magnetischen Kraft H und der magnetischen Induction M durch die X-Axe halbirt, so ist

$$\alpha = H\cos\varepsilon, \qquad \beta = H\sin\varepsilon, \qquad \gamma = 0;$$
$$a = M\cos\varepsilon, \qquad b = -M\sin\varepsilon, \qquad c = 0.$$

Bei Einführung dieser Werthe zeigt sich, dass folgende Kräfte wirken: 1) nach allen Richtungen ein Druck $H^2/8\pi$; 2) eine Dehnung in der Richtung der X-Axe, gleich $MH\cos^2\varepsilon/4\pi$; 3) ein Druck in der den Supplementwinkel zu 2ε halbirenden Richtung gleich $MH\sin 2\varepsilon/4\pi$; 4) ein Kräftepaar, welches jedes Element in der Ebene von H und M von M nach H dreht und gleich $\pm MH\sin 2\varepsilon/4\pi$ ist. Ist $\varepsilon = 0$, so fällt letzteres fort, und die Dehnung in der Richtung der X-Axe ist $(MH - \frac{1}{2}H^2)/4\pi$; in der der Y-Axe $-H^2/8\pi$. Ist keine Magnetisirung vorhanden, also $H = M$, so besteht nur eine Dehnung $H^2/8\pi$ in der Richtung der Kraftlinien und ein Druck $H^2/8\pi$ in allen Richtungen senkrecht zu denselben.

Wir haben schon früher angedeutet, dass sich die elektrostatischen **1283** und magnetischen Attractionserscheinungen in ganz analoger Weise verhalten. Somit können beide Erscheinungsgebiete in gleicher Weise mit den Druckverhältnissen einer Flüssigkeit parallelisirt werden. Da nun die zur Z-Axe normalen elektrischen und magnetischen Schwingungen

nach §. 1212 auf einander senkrecht stehen, so entspricht die elektrostatische Energie einem Drucke D in der Richtung der Y- und Z-Axe, einer Dehnung D in der Richtung der X-Axe; die elektromagnetische Energie dagegen einem Drucke D in der Richtung der X- und Z-Axe, einer Dehnung D in der Richtung der Y-Axe; beide vereint also geben einen Druck $2D$ in der Richtung der Fortpflanzungsrichtung Z der Welle[1]).

1284 Die elektromagnetischen Erscheinungen, die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes u. s. f. deuten darauf hin, dass die Elemente des elastischen Mediums, in welchem dieselben auftreten, in rotatorischer Bewegung sind. Bereits §. 1141 haben wir erwähnt, dass v. Helmholtz diese Analogie hervorgehoben hat. Nimmt man mit Maxwell[2]) an, dass diese Wirbel ihre Axen in der Richtung der Magnetkraftlinien haben, ihre Drehungsrichtung der Richtung der supponirten Ampère'schen Molecularströme entspricht, so kann man die Spannungen in dem Medium in folgender Art ableiten. Es sei die mittlere Dichtigkeit eines Wirbels gleich ϱ, die Geschwindigkeit am Rande gleich v, der Druck in der Richtung der Axe p_1, der Ueberschuss des Druckes an dem Rande des Wirbels in äquatorialer Richtung zu seiner Drehungsaxe $p_1 - p_2 = \mu v^2/4\pi$, wo $\mu/4\pi$ eine der Dichtigkeit ϱ proportionale, von der Gestalt des Wirbels und der Vertheilung der Dichtigkeit darin abhängige Constante ist. Dann ist das Verhalten des Mediums das gleiche, wie wenn es nach allen Richtungen einem hydrostatischen Drucke p_1 unterworfen wäre und in der Richtung der Axe eine entsprechende Spannung $p_1 - p_2$ hinzuträte. Ist P_{xx} die in der Richtung parallel der X-Axe stattfindende Spannung, sind P_{yz} und P_{zx} die in den Coordinatenebenen XY und XZ statt-

---

1) Ist die Formel für die Schwingungen des Lichtes

$$F = A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(z - Vt),$$

so ist die derselben entsprechende, sie erzeugende elektromotorische Kraft

$$P = -A\frac{2\pi}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda}(z - Vt),$$

also die Energie in der Volumeneinheit gleich $P^2/8\pi\mu V^2$, wenn P der Maximalwerth der erregenden elektromotorischen Kraft ist. Diese Energie ist zur Hälfte den magnetischen, zur Hälfte den elektrischen Bewegungen zuzuschreiben. In der Zeiteinheit geht also durch die Flächeneinheit die Energie $W = P^2/8\pi\mu V$ hindurch, wodurch sich die elektromotorische Kraft $P = \sqrt{8\pi\mu V W}$ ergiebt. Fällt Sonnenlicht auf eine Fläche, z. B. einen Quadratfuss der Erde, so ist die Energie derselben in der Secunde 83,4 Fusspfund (auf ein Quadratmeter der Erde etwa 102 Meterkilogramm), woraus sich in elektromagnetischen Einheiten die elektromotorische Kraft gleich 67 oder nahe der von 600 Daniell'schen Elementen für jeden Meter ergiebt. Das Maximum der magnetischen Kraft, welche dabei auftritt, ist etwa etwas mehr als $^1/_{10}$ der horizontalen magnetischen Intensität in England (Maxwell, l. c.).

2) Maxwell, Phil. Mag. [4] 21, 161, 281, 338, 1861; 23, 12, 85, 1862. Wir deuten diese Betrachtungen nur an.

findenden tangentialen Spannungen, sind die Richtungscosinus der Axen der Wirbel ξ, η, ζ, so ist

$$P_{xx} = \frac{\mu}{4\pi} v^2 \xi^2 - p_1; \quad P_{yx} = \frac{\mu}{4\pi} v^2 \eta \zeta; \quad P_{zx} = \frac{\mu}{4\pi} v^2 \zeta \xi.$$

Wird hier $p_1 = 1/8\pi \cdot (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$, $v\xi = \alpha$, $v\eta = \beta$, $v\zeta = \gamma$ gesetzt, so stimmen diese Gleichungen mit denen des §. 1019 überein, da $\mu\alpha = a$, $\mu\beta = b$, $\mu\gamma = c$ ist. Die Annahme solcher Wirbel führt also zu denselben Resultaten, wie die aus den mechanischen Gleichungen entwickelte Theorie.

1285 Glazebrook[1]) hat dann weiter berechnet, dass aus der Annahme, die magnetische Kraft an einer Stelle des magnetischen Fluidums sei der

[1]) Glazebrook, Phil. Mag. [5] 11, 397, 1881; Beibl. 5, 906. Siehe ebendaselbst eine Erklärung des Hall'schen Phänomens nach denselben Principien. — Etwas anders als Maxwell hat Rowland (Amer. Journ. of Math. 3, 89, 1880; Beibl. 5, 313) die magnetischen Erscheinungen zu erklären versucht, indem er den Raum mit einem leitenden Medium erfüllt ansieht, in welchem von einzelnen elektrischen Punkten von der Stärke e Elektricitätsmengen $4\pi e$ ausströmen; ganz analog, wie für die magnetischen Phänomene angenommen wird, dass von einem Pol von der Stärke m je $4\pi m$ Kraftlinien ausgehen.

Elektrische und magnetische Punkte können je unter einander nur in ihrer Verbindungslinie wirken, dagegen kann ein elektrischer Punkt und ein magnetischer Pol keine rein magnetischen Wirkungen auf einander ausüben, daher können es auch nicht ungeschlossene elektrische Ströme.

Liegt eine Reihe abwechselnd gleich stark positiver und negativer elektrischer Punkte neben einander, so können sie ebenfalls nicht rein magnetisch wirken; werden sie aber verbunden, und veranlasst eine elektromotorische Kraft einen der Stärke der Punkte gleichen in sich geschlossenen Strom, so wirkt er magnetisch. So wird die Wechselwirkung zwischen elektromotorischen Kräften und Magneten an Stelle der zwischen Strömen und Magneten gesetzt.

In ähnlicher Weise wird zwischen magnetischen Punkten, zwischen denen eine ihrer Stärke gleiche Zahl von Kraftlinien hindurchgeht, dieser Durchgang auf eine magnetomotorische Kraft bezogen, welche dem früheren Begriffe der Magnetisirung entspricht. Auch die Linien der magnetischen Induction sind wie die der elektrischen Ströme geschlossen. Dann geben alle Gleichungen zwischen elektrischen Strömen und elektromotorischer Kraft auch die zwischen magnetischer Induction und magnetomotorischer Kraft. Stromelemente und Molecularmagnete entsprechen in ihrer Richtung wirkenden elektromotorischen und magnetomotorischen Kräften. Wird ein geschlossener Strom durch eine magnetische Doppelfläche ersetzt, so wirkt normal zu derselben eine magnetomotorische Kraft. Ein elektromotorischer Punkt sucht quer durch die Magnetkraftlinien hindurchzugehen, deshalb rotirt ein Magnetpol um einen elektromotorischen Punkt, und umgekehrt sucht ein magnetomotorischer Punkt durch einen Strom senkrecht hindurchzugehen und deshalb rotirt ein elektrischer Punkt um einen magnetomotorischen. Jedes magnetomotorische Element ist von einem Kreisstrom oder vielmehr einer elektromotorischen Kraft umgeben, die Kraftlinien umgeben es von allen Seiten.

So ist auf diese Erscheinungen die Wirbeltheorie anzuwenden, indem angenommen wird, dass sich die Wirbel in einer vollkommenen Flüssigkeit bewegen. Da nach v. Helmholtz Wirbelringe durch äussere, auf eine Flüssigkeit wirkende Kräfte weder erzeugt, noch zerstört werden können, nimmt Rowland an, dass eine elektromotorische Kraft um sich herum Wirbelringe erzeugt, welche je nach ihrer Bildung voranschreiten, bis der ganze Raum mit ihnen erfüllt ist und Gleichgewicht eintritt.

Winkelgeschwindigkeit des Molecularwirbels einer an Stelle derselben gesetzten zähen Flüssigkeit daselbst gleich, während die Dichte der Flüssigkeit der magnetischen Inductionsfähigkeit proportional ist, wenn k der Reibungscoëfficient, ϱ die Dichte des Mediums, und $4\pi\mu k/\varrho$ gleich dem elektrischen Widerstande ist, die Gleichungen von Maxwell für das elektromagnetische Feld folgen. Bei einer ganz gleichen Behandlung ergeben sich die Gleichungen für das magnetische Feld in einem Dielektricum aus den Gleichungen der Bewegung eines elastischen festen Körpers, dessen Starrheitscoëfficient B ist, wenn man die specifische Inductionscapacität $k = \varrho/\mu B$ setzt.

1286 Befindet sich ein Nordpol zwischen den Polen eines festen Magnetes, so gehen von ihm Kraftlinien aus, welche gleiche Richtung mit den vom Nordpol zum Südpol des festen Magnetes laufenden Kraftlinien besitzen. Die Geschwindigkeit der Wirbel wird nach Maxwell auf der Seite dieses letzteren Poles beschleunigt, ebenso wie sie auf der Seite des Nordpoles verzögert wird; daher bewegt sich der Nordpol zum Südpol des Magnetes hin. Wird an Stelle des Nordpoles ein Südpol gesetzt, so laufen von diesem die Kraftlinien in entgegengesetzter Richtung; es tritt also gerade das umgekehrte Verhalten ein. Aus derselben Betrachtung würde folgen, dass Körper, welche im Magnetfelde stärker magnetisch erregt werden, als die Umgebung, sich zu Orten grösserer magnetischer Intensität, Körper, die schwächer erregt werden, zu Orten kleinerer Intensität hinbewegen; dass die Abstossung eines Magnetpoles durch einen gleichnamigen Pol umgekehrt dem Quadrate der Entfernung entspricht. Ferner muss die Anziehung zweier Pole in magnetischen Medien kleiner sein, als in schwächer magnetischen. Umgekehrt sollte die Anziehung zweier Stromleiter sich verhalten.

Da die neben einander um parallele Axen rotirenden Massen des magnetischen Fluidums sich gegenseitig in ihrer Bewegung stören würden, so macht Maxwell l. c. die Annahme, dass zwischen ihnen Partikel liegen, welche äusserst klein und in äusserst geringer Masse vorhanden

---

Dann müsste aber nach J. J. Thomson (Nature 24, 204; Beibl. 6, 46) das ganze Fluidum durch den kleinen Ort der elektromotorischen Kraft nach einer bestimmten Richtung in der unmessbar kurzen Zeit hindurchgehen, in welcher sich auf dem Körper die magnetische Oberfläche bildet, und überdies müsste dann die eine Hälfte des Körpers ohne magnetische Ringe und somit unmagnetisch sein.

Die Anziehung zweier Magnete soll von der durch die Wirbel in ihrer Verbindungslinie erzeugten Spannung, welche mit einem transversalen Drucke verbunden ist, herrühren.

Auch hier zeigt J. J. Thomson, dass diese Rotation die Spannung nicht allein erklären könne.

Im Weiteren wendet Rowland seine Theorie auf das Hall'sche Phänomen und die magnetische Drehung der Polarisationsebene an, für welche letztere er zu denselben, den Versuchen nicht ganz entsprechenden Formeln, wie Maxwell, kommt. Beide Erscheinungen sollen auf derselben Ursache beruhen.

Weitere Einwände s. J. J. Thomson, l. c.

sein sollen, die für sich keine Bewegung erhalten, sondern gewissermaassen wie Transmissionsräder von den magnetischen Wirbeln in eine ihrer Rotation entgegengesetzte Drehung versetzt werden; so dass also jeder Wirbel vermittelst dieser Transmission einen benachbarten Wirbel in gleicher Richtung mit der ihm schon ertheilten Drehung weiter zu drehen strebt. Wenn von aussen eine elektromotorische Kraft die Zwischenpartikel bewegt, so ist das Verhalten der Leiter von dem der Nichtleiter (dielektrischen Körper) zu unterscheiden. In ersteren entsteht ein Strom, indem die Zwischenpartikel (wie durch eine poröse Membran) von einem Molecüle zum anderen übergehen, wobei sich die elektrische Energie in Wärme umsetzt und somit durch einfache Umkehrung des Processes nicht wieder gewonnen werden kann. In letzteren entsteht eine Spannung der Elektricitäten in jedem Molecül, wie in einem elastischen Medium, die bei Fortfallen der vertheilenden elektromotorischen Kraft wieder verschwindet. Dieser Zustand wird dadurch bedingt, dass die Zwischenpartikel bei ihrer Verschiebung in tangentialer Richtung auf die zwischen ihnen befindliche elastische, magnetische Masse drücken und ihre Gestalt verändern. Hört die Kraft auf zu wirken, so führt dieser elastische Druck umgekehrt die Zwischenpartikel wieder in ihre Ruhelage zurück.

Werden die Zwischenpartikel durch die elektromotorische Kraft in einem Leiter von Molecül zu Molecül in einer bestimmten Richtung zwischen den umgebenden magnetischen Massen bewegt, so setzen sie dieselben in eine Rotation, welche auf der den Zwischenpartikeln zugekehrten Seite in gleichem Sinne mit der Bewegung der letzteren stattfindet. Auf diese Weise soll sich die Anordnung der Magnetkraftlinien um einen Stromleiter herum erklären.

Würde sich zwischen den magnetischen Wirbeln, welche durch die im Strome bewegten Zwischenpartikel erregt werden, eine andere, noch ruhende, der bewegten Reihe von Zwischenpartikeln parallele Reihe gleicher Molecüle befinden, so würden zunächst neben den bewegten Partikeln magnetische Wirbel entstehen, welche ihre Bewegung auf die zweite Reihe der Partikel übertragen. Diese würden sich dadurch in entgegengesetzter Richtung fortschieben, wie die erste Reihe; ihre Bewegung entspräche einem inducirten Strome, der so lange andauerte, bis die magnetischen Molecüle auf der anderen Seite der Partikel eine gleiche Drehungsgeschwindigkeit erlangt hätten, wie die Molecüle zwischen der ersten und zweiten Reihe der Partikel. Der inducirte Strom dauerte also an während der Mittheilung der Bewegung der magnetischen Wirbel durch die zwischenliegende Reihe der Partikel. Wird in ähnlicher Weise ein Stromleiter oder ein Magnet in der Nähe eines Leiters bewegt, so ändert sich die Rotationsgeschwindigkeit der Wirbel, und auch so können die Zwischenpartikel bewegt werden, und es kann ein inducirter Strom entstehen. Die tangentiale Kraft also, mit welcher die bewegten magnetischen Molecüle auf die Partikel drücken, würde die elektromotorische

Kraft, der Druck der Partikel gegen einander die Spannung zwischen ihnen darstellen.

1287 Auf die Annahme eben solcher Wirbel basirt Maxwell[1]) die Berechnung der magnetischen Drehung der Polarisationsebene, indem er dabei das von v. Helmholtz[2]) gewonnene Resultat benutzt, dass, wenn ein aus bestimmten Flüssigkeitstheilchen bestehender Wirbel sich in der Flüssigkeit verschiebt, das Product aus seiner Rotationsgeschwindigkeit mit seinem Querschnitt constant bleibt. Er nimmt ferner an, dass die Winkelgeschwindigkeit des durch die Lichtbewegung in (gleichzeitig rechts und links herum stattfindende) Rotationen versetzten Lichtäthers mit der Bewegung des Aethers sich combiniren kann, welche die magnetischen Erscheinungen bedingt. Er gelangt hierdurch zu der schon Bd. III, §. 1513, Gleichung 7) citirten Formel

$$\varrho = const \frac{4\pi^2 m}{V} \frac{n^2}{\lambda_0^2} \left(n - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda}\right),$$

wo ϱ die Drehung, m die Intensität des Magnetismus in der Richtung des Lichtstrahles, V die Lichtgeschwindigkeit, λ_0 die Wellenlänge im Vacuum, n der Brechungsindex der Substanz ist. Da dieselbe indess nach den Bd. III, §. 1523 angeführten Versuchen von Verdet nicht genügend mit der Beobachtung übereinstimmt, so glauben wir für die weitere Ausführung der Rechnung auf das Original verweisen zu können.

1288 In sehr eigenartiger Weise ist die Gesammtheit aller, die Zustände des elektromagnetischen Feldes beschreibenden Gleichungen Maxwell's durch Poynting[3]) in einem einzigen Ausdruck zusammengefasst worden. Er erkannte, dass die zeitliche Aenderung an elektrischer und magnetischer Energie innerhalb eines Raumes nach diesen Gleichungen durch eine Grösse darstellbar ist, welche sich nur auf die einzelnen Oberflächenelemente dieses Raumes bezieht.

Die in dem elektrisch und magnetisch gestörten Felde vorhandene Energie lässt sich nach Gl. 2, §. 1218 durch die Componenten der elektrischen und magnetischen Kraft an jeder Stelle angeben; die auf die Volumeneinheit bezogene Energie an der Stelle (x, y, z) ist

$$e = \frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2).$$

Poynting zeigte, dass, wenn sich die in einem allseitig geschlossenen Raume R zur Zeit t vorhandene Gesammtenergie

---

[1]) Maxwell, Treatise on electricity and magnetism 2, 399, 1873; 2. edit. p. 410, 1881; vergleiche auch W. Thomson, Proceed. Roy. Soc. 1856, June; auch Phil. Mag. [4] 23, 85, 1862. — [2]) v. Helmholtz, Crelle's Journ. 55, 1, 1858. — [3]) J. H. Poynting, Phil. Trans. 2, 343, 1884. Die vorstehende Darstellung der Theorie von Poynting verdanke ich der Güte des Herrn Ebert.

$$E = \int\int_R\int = e\,dR$$

ändert, man die in der Zeit dt hinzugekommene oder in dem Raume R verloren gegangene Energiemenge dE als durch die Oberfläche F von R ein- oder ausgetreten betrachten kann. Man geht am besten von der Hertz'schen Form der Maxwell'schen Feldgleichungen[1]), wie sie in §. 1219 gegeben wurde, aus. Multiplicirt man das Gleichungssystem 3) mit L, M und N, das System 3a) mit X, Y, Z, addirt alle Gleichungen, multiplicirt beide Seiten der erhaltenen Gleichung mit dem Raumelement dR und integrirt endlich über den ganzen Raum, so erhält man links

$$A\int\int_R\int \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\mu(L^2+M^2+N^2)+\varepsilon(X^2+Y^2+Z^2)\right]dR$$

oder

$$4\pi A\,\frac{\partial E}{\partial t}.$$

Rechts kann man die auftretenden Raumintegrale durch theilweise Integration in je ein Oberflächen- und ein anderes Raumintegral zerlegen, z. B.

$$\int\int_R\int L\frac{\partial Z}{\partial y}\,dR = \int\int_F L\,Z\cos(r,y)\,d\sigma - \int\int_R\int Z\frac{\partial L}{\partial y}\,dR$$

$$-\int\int_R\int L\frac{\partial Y}{\partial z}\,dR = -\int\int L\,Y\cos(r,z)\,d\sigma + \int\int_R\int Y\frac{\partial L}{\partial z}\,dR$$

u. s. w.

Man erkennt, dass bei der Addition sämmtliche von den Gliedern der Gleichungen 3) herrührenden Raumintegrale durch die entgegengesetzt gleichen der Gleichungen 3a) aufgehoben werden, und nur die sechs Glieder des Flächenintegrales

$$\int\int_F[(NY-MZ)\cos(r,x)+(LZ-NX)\cos(r,y)+ \\ +(MX-LY)\cos(r,z)]\,d\sigma$$

übrig bleiben. Der unter dem Integralzeichen stehende Ausdruck ist aber die Projection der doppelten Dreiecksfläche $2\varDelta_r$, welche die Vectoren der elektrischen und magnetischen Kraft in jedem Punkte der Oberfläche mit einander bilden, auf die Tangentialebene. Man hat also

$$dE = dt\,\frac{1}{4\pi A}\int\int 2\varDelta_r\,.\,d\sigma.$$

Die in der Zeit dt eingetretene Veränderung der in dem Raume R enthaltenen Gesammtenergie wird also durch die Werthe der Kraft an

[1]) Vergl. H. Hertz, Wied. Ann. 36, 3, 1889.

der Oberfläche von R zur Zeit t vollkommen bestimmt. Betrachtet man die Energievermehrung als eingetreten durch die Oberfläche, wie wenn die in R enthaltene Energie eine Substanz wäre, so hat man als Maass der durch die Oberflächeneinheit eintretenden Energiemenge das Product der in die Fläche fallenden Componenten der elektrischen und magnetischen Kraft multiplicirt mit dem Sinus des Winkels zwischen diesen Componenten und dividirt durch $4\pi A$ zu wählen.

Poynting giebt a. a. O. eine Reihe von Anwendungen auf speciellere Beispiele, so namentlich dasjenige eines geradlinigen Stromträgers und das der freien elektromagnetischen Energiestrahlung, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit er zu $1/A\sqrt{\mu\varepsilon}$ berechnet.

1289 Man hat gegen die Poynting'schen Ableitungen eingewendet, dass der von ihm gefundene Satz über die Energiewanderung unvollständig sein kann, weil sich bei der Integration über eine geschlossene Oberfläche gewisse Glieder fortheben könnten, welche die Einzelerscheinungen wesentlich mit bestimmen. Dieses Bedenken wäre gerechtfertigt, wenn man aus dem Satze die Maxwell'schen Gleichungen ableiten wollte. Poynting zeigt aber umgekehrt, dass sich diese Gleichungen in dem Satze zusammenfassen lassen, eine Unbestimmtheit kann nicht eintreten. Die begriffliche Schwierigkeit, welche der Vorstellung einer Wanderung der Energie an sich anhaftet, auf die H. Hertz[1]) hinweist, dürfte nicht principieller Natur sein.

Modelle, welche die Energiewanderung im Felde veranschaulichen, sind von Fitzgerald[2]) und Ebert[3]) construirt worden.

1290 Neben diesen Untersuchungen haben wir eine eigenartige Reihe von Forschungen zu erwähnen, die Arbeiten von Oliver Heaviside[4]), die, wenn auch in manchen Punkten mit den bisher besprochenen übereinstimmend, doch ein zusammenhängendes Ganzes bilden. Vom Jahre 1872 an, während etwa 20 Jahren, betrafen die Arbeiten von Heaviside Gegenstände, welche mit dem Telegraphenwesen zusammenhängen und hier nicht besprochen werden können. Daran schlossen sich längere Reihen von Abhandlungen, die unter verschiedenen Sammeltiteln erschienen sind und sich namentlich durch viele Bände der Zeitschrift „The Electrician“ hinziehen. In diesen kamen der Reihe nach fast alle Probleme der Theorie der Elektricität zur Sprache. Im Jahre 1892 gab Heavi-

---

[1]) H. Hertz, Werke 2, 294, 1894. — [2]) Fitzgerald, Dubl. Proc. Roy. Soc. p. 407, 1885. — [3]) H. Ebert, Wied. Ann. 51, 293, 1894, und Magnetische Kraftfelder, 18. Capitel, S. 356 u. flgnde. — [4]) Herr Prof. Föppl hat die Güte gehabt, diese Uebersicht über die Arbeiten von Heaviside auszuarbeiten, um so einen Ueberblick über dieselben zu ermöglichen. Wegen eines eingehenderen Studiums derselben verweisen wir auch auf das Werk desselben: Professor Dr. A. Föppl, Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektricität, Leipzig, Teubner, 8⁰, 413 S., 1894, mit Bemerkung der Vectorgrössen und Quaternionen.

side alle früheren Abhandlungen, gesammelt in zwei Bänden[1]), heraus; die späteren sollen in derselben Weise in einem Werke „The electromagnetic Theory" vereinigt werden, von dem bisher der erste Band[2]) erschienen ist.

Von Anfang an war Heaviside ein Vorkämpfer der Maxwell'schen Theorie, die er nach vielen Richtungen hin weiter ausgestaltete. Die Zahl neuer Ergebnisse oder neuer Fassungen von älteren theoretischen Lehren in sehr bestimmter selbständiger Form, zu denen er dabei gelangte, ist so gross und das Gebiet, auf das sich diese Untersuchungen beziehen, ist so umfassend, dass es nicht wohl möglich ist, in kurzer Form einen Abriss von Allem zu geben. Aber auch die Auswahl, die hiernach zu treffen ist, bietet nicht geringe Schwierigkeiten, da vorläufig schwer abzusehen ist, welche der oft nur in ganz kurzen, aber inhaltschweren Sätzen wiedergegebenen Gedanken näher dazu berufen sein werden, später zu grösserer Bedeutung zu gelangen. So gross nämlich auch der Umfang der Heaviside'schen Abhandlungen ohnehin schon ist, muss man doch beim Lesen oft genug die überaus knappe Fassung bedauern, die er ihnen gegeben hat, durch die das Verständniss oft genug erheblich erschwert wird.

Die von der Maxwell'schen Ueberlieferung vielfach abweichende Art der Auffassung und Darstellung hat es zwar verhütet, dass Heaviside häufiger zu den gleichen Resultaten, wie andere Forscher, mit denen er den Ruhm der Entdeckung zu theilen hätte, gelangte; in einigen, besonders wichtigen Fällen blieb dies aber doch nicht aus. So kommt es, dass seine bedeutendste Leistung, der Aufbau der Maxwell'schen Theorie auf die jetzt allgemein bekannten Grundgleichungen nach dem „Duplex-System", wie er es nennt, heute gewöhnlich unter der Bezeichnung der Hertz'schen Theorie bekannt ist. Weniger wichtig ist vielleicht, dass er ungefähr zur selben Zeit und unabhängig von Poynting (s. §. 1287) die nach diesem benannte Lehre vom Energiestrome im elektromagnetischen Felde aufgestellt hat[3]).

1291 Diese Dinge selbst — namentlich die Heaviside-Hertz'sche Theorie — sind schon an anderer Stelle dieses Buches dargestellt, so dass es nicht nöthig ist, hier ausführlicher darauf einzugehen. Nur die Beziehung, in der die Heaviside'sche Leistung zu den Arbeiten von Hertz steht, möge hier kurz besprochen werden. Heaviside hat das „Duplex-System" im Jahre 1885[4]) veröffentlicht; es blieb aber zunächst fast ganz unbeachtet und wurde einem weiteren Kreise erst durch die Darstellung bekannt, die Hertz im Jahre 1890 davon gegeben hat[5]).

---

[1]) O. Heaviside, Electrical Papers, 2 Vol., London 1892. — [2]) O. Heaviside, Electromagnetic Theory, Vol. 1, The Electrician Series, London 1893. — [3]) Electr. papers **1**, 378, 449. — [4]) Electr. papers **1**, 449; zuerst veröffentlicht am 21. Febr. 1885. — [5]) H. Hertz, Wied. Ann. **40**, 577; Untersuchungen über die Ausbreitung der elektr. Kraft, S. 208, Leipzig 1892.

Richtig ist nun allerdings, worauf man jetzt zuweilen hinweist[1]), dass die Grundgleichungen dieses Systems in der heute allgemein angenommenen Form schon in einer im Jahre 1884 erschienenen Abhandlung von Hertz[2]) vorkommen. Der Unterschied zwischen dieser Veröffentlichung und der Heaviside'schen bezw. der späteren von Hertz ist aber sehr erheblich. In jener Abhandlung sucht Hertz nachzuweisen, dass die älteren deutschen elektrodynamischen Theorien nicht vollständig sein können, dass man in ihre Gleichungen vielmehr noch Glieder einfügen müsse, die bis dahin vernachlässigt waren, und er machte es wahrscheinlich, dass diese Ergänzungen schliesslich zu dem fraglichen Gleichungssystem führten, von dem er dann aussagt, dass es das Charakteristische der Maxwell'schen Theorie sei. Ohne Zweifel hat also Hertz schon damals die wichtige Rolle erkannt, die diesem Gleichungssysteme zuzuschreiben sei; seine Darstellung bricht aber ab, sobald er zu ihm gelangt ist. Umgekehrt geht Heaviside — und ebenso Hertz in seiner späteren Abhandlung — von diesen Gleichungen aus, in denen er nur einfache mathematische Umschreibungen des Gesetzes über die ponderomotorische Wirkung eines Stromes auf einen Magnetpol und des Faraday'schen Inductionsgesetzes erblickt, und er leitet daraus alle weiteren Lehren der Maxwell'schen Theorie ab. In der Heaviside'schen Darstellung spielen diese Gleichungen von vornherein etwa dieselbe Rolle, wie die Newton'schen Bewegungsgesetze in der Mechanik, und das Hauptverdienst von Heaviside bei dieser Untersuchung besteht gerade darin, die Gleichungen in diese Rolle gerückt zu haben. Hertz hat sich dieser Wendung in seiner späteren Abhandlung einfach angeschlossen und man sieht, wenn man sich die vorher dargelegten Umstände vor Augen führt, leicht ein, wie Hertz dazu kam und dazu kommen musste, Heaviside in Bezug auf diesen Aufbau der Theorie von vornherein ausdrücklich die Priorität einzuräumen[3]), obgleich er schon vor Heaviside das charakteristische Gleichungssystem veröffentlicht hatte und dabei aufmerksam darauf geworden war, dass es auf besondere Beachtung Anspruch machen dürfe.

Bei allen Rechnungen führt Heaviside die gerichteten Grössen der elektromagnetischen Felder als solche in die Gleichungen ein, anstatt mit den Componenten zu rechnen. Er zeigte, wie man ohne Benutzung der schwierigen Quaternionentheorie mit den in der mathematischen Physik vorkommenden Vectoren auf einfache Art rechnen kann. So schreibt er die beiden Grundgleichungen, von denen vorher die Rede war, in der Form

$$\begin{aligned} curl\,(H-h) &= J \\ -\,curl\,(E-e) &= G, \end{aligned}$$

[1]) H. Ebert, Magnetische Kraftfelder 2, 398. Leipzig 1897. — [2]) H. Hertz, Wied. Ann. 23, 84, 1884. — [3]) H. Hertz, Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft, S. 209.

worin H die gesammte magnetische Kraft, h der „eingeprägte“ Theil davon, E und e ebenso die elektrischen Kräfte, J den elektrischen und G den magnetischen Strom bedeuten. Alle Grössen sind als gerichtete aufzufassen und *curl* bedeutet diejenige Operation, durch die man den Wirbel findet, wenn die zugehörige gerichtete Grösse durch ein Geschwindigkeitsfeld abgebildet wird. Mit anderen Worten: in solchen Theilen des Feldes, in denen keine eingeprägten Kräfte vorkommen, sind diese Gleichungen mit dem bekannten Hertz'schen Gleichungssystem gleichbedeutend (§. 1219).

1292 Schon in diesen Grundgleichungen treten uns die „eingeprägten“ Kräfte entgegen. Die sorgfältige Behandlung der eingeprägten elektrischen und magnetischen Kräfte (*impressed forces*) ist überhaupt ein charakteristischer Zug der Heaviside'schen Theorie. Unter eingeprägte Kraft ist hier dasselbe zu verstehen, was man in der Mechanik als äussere Kraft an einem nicht vollständig in sich abgeschlossenen System bezeichnet. Sobald man das System zu einem vollständigen erweitert, gehen jene äusseren Kräfte in innere Kräfte des Systems über. Nun umfasst heute die Theorie der Elektricität noch nicht das ganze Gebiet der elektromagnetischen Erscheinungen; von den elektrischen Kräften fasst sie in erster Linie nur die elektrostatischen und die durch elektromagnetische Induction hervorgerufene ins Auge. Alle anderen, wie die galvanischen, thermoelektrischen, pyroelektrischen Kräfte u. s. f. werden in der Regel gleich Null vorausgesetzt, so dass ihr Vorkommen einer besonderen Behandlung vorbehalten bleibt. Das ist nun freilich von jeher in jeder Theorie so gemacht worden; die von Heaviside eingeführte Neuerung besteht aber darin, dass er alle diese Kräfte als äussere oder als eingeprägte an einem unvollständigen System auffasst und sie als solche in die Grundgleichungen und damit in alle übrigen Rechnungen von vornherein einführt. Diese werden dadurch so erweitert, dass sie nun das ganze Gebiet, wenigstens in allgemeinen Umrissen, umfassen, wenn auch eine weitere Untersuchung der zugehörigen Phänomene im Einzelnen dadurch nicht entbehrlich gemacht werden kann. — Zu den eingeprägten elektrischen (oder magnetischen) Kräften rechnet übrigens Heaviside, was besonders zu beachten ist, auch die durch Bewegung in einem elektromagnetischen Felde inducirten Kräfte. — Er erreicht dadurch, dass die Grundgleichungen in demselben allgemeinen Ansatze sowohl für ruhende als für bewegte Körper beibehalten werden können. Uebrigens stimmen die explicite ausgedrückten Glieder für diese Kräfte vollständig mit jenen überein, die Hertz in seiner Abhandlung über die Elektrodynamik bewegter Körper gefunden hat.

Als entscheidendes Kennzeichen dafür, dass eine eingeprägte Kraft an einer gegebenen Stelle auftritt, betrachtet Heaviside den umkehrbaren Energieumsatz, der unter geeigneten Umständen an dieser Stelle zu Stande kommt. Lässt man nämlich einen elektrischen Strom J in

der Richtung von e fliessen, so wird dem System von aussen her durch Vermittelung der eingeprägten Kraft e die Energie Je zugeführt. Sind J und e nicht gleich gerichtet, so ist unter Je das innere (oder *scalare*) Product zu verstehen, d. h. das Product beider Grössen mal dem *Cosinus* des Neigungswinkels.

1293 Wiederholt beschäftigt sich Heaviside mit der Frage, welche Strömungen u. s. f. durch eine gegebene Vertheilung eingeprägter Kräfte hervorgerufen werden, wenn die Leitungsfähigkeit u. s. w. überall gegeben sind. Von Wichtigkeit ist das Ergebniss, zu dem er dabei gelangt, dass es nur auf den Wirbel der eingeprägten Kraft ankommt. Denkt man sich nämlich die eingeprägte Kraft in solcher Vertheilung gegeben, dass sie überall von einem eindeutigen Potentiale abgeleitet werden kann, so kommt gar keine Strömung zu Stande[1]). Es kommt daher nur auf jenen Antheil der eingeprägten Kraft an, der zu einem reinen Wirbelfelde gehört, und dieses ist durch den Wirbel an jeder Stelle schon vollständig definirt.

1294 Besonderes Interesse beansprucht die Anwendung dieser Schlüsse auf die Theorie der galvanischen Kette. Man denke sich ein Stück Zink und ein Stück Kupfer in der Luft in Berührung mit einander gebracht. Nach Heaviside nehmen beide, wenn man von den zu den thermoelektrischen Erscheinungen führenden eingeprägten Kräften absieht, das gleiche Potential an und der scheinbare Potentialunterschied von etwa 0,75 Volt erklärt sich durch die verschiedene Potentialdifferenz beider Metalle gegen die Luft[2]). Eingeprägte Kräfte treten überall auf, wo zwei verschiedene Medien an einander grenzen, also hier zwischen Zink und Luft, zwischen Kupfer und Luft und zwischen Zink und Kupfer. Bei alledem kommt es aber nur auf den Wirbel dieser Vertheilung eingeprägter Kräfte an und dieser concentrirt sich hier auf die Linie, längs deren die drei Medien Zink, Kupfer und Luft zusammenstossen. Denkt man sich einen fingirten magnetischen Strom längs dieser Linie als Strombahn, so bringt er dieselben Erscheinungen hervor, wie die eingeprägten elektrischen Kräfte. Dieser fingirte magnetische Strom bildet im Sinne des Duplex-Systems das Gegenstück zu den Ampère'schen elektrischen Strömen zur Erklärung des Magnetismus.

Heaviside spricht sich scharf gegen die Helmholtz'schen Doppelschichten zur Erklärung der Potentialdifferenzen aus[3]). Wenn man aber beachtet, dass jene beiden Grössen, die Hertz später als wahre

---

[1]) Electr. papers 1, 351, 472; 2, 361; Electromag. Theory 1, 110 u. s. w. Hier wie bei anderen Citaten ist zu beachten, dass derselbe Gedanke an verschiedenen Stellen wiederholt in etwas anderer Form auftritt; alle Stellen anzuführen, die für eine bestimmte Untersuchung in Betracht kommen, ist bei der Heaviside'schen Art, zu schreiben, kaum möglich.

[2]) Electr. papers 1, 338. — [3]) Ibid. 342.

und als freie Elektricität von einander unterschieden hat, früher oft mit einander verwechselt wurden und die Helmholtz'schen Doppelschichten als Schichten freier Elektricität deutet, werden die Einwendungen von Heaviside gegenstandslos. Heaviside betrachtet nur die Hertz'sche wahre Elektricität als eine physikalisch bedeutsame Grösse und meint diese auch dort überall, wo er von „free electrification" redet. Kommt ihm bei einer Rechnung gelegentlich die andere vor, so bezeichnet er sie als „apparent" oder als „no real electrification".

Hinsichtlich der Erklärung, die Heaviside von den Rückstandsbildungen in einem Condensator und von verwandten Erscheinungen giebt, sei hier nur kurz auf die Quelle verwiesen [1]).

1295 Ganz besonders umfang- und ergebnissreich sind ferner die Untersuchungen über die elektromagnetischen Wellen, namentlich diejenigen, die sich längs eines Leitungsdrahtes fortpflanzen. Hierhin gehört auch der heute allgemein bekannt gewordene Nachweis, dass beim Stromschlusse der Strom zunächst in den Oberflächenschichten auftritt und von da aus allmählich in das Innere des Drahtquerschnittes eindringt. Bei sehr schnellen Stromschwankungen (bei Wechselströmen von hoher Frequenz) beschränkt sich die Strömung daher fast ausschliesslich auf die Oberflächenschichten. Hierdurch kommt die scheinbare Erhöhung des Ohm'schen Widerstandes des Drahtes zu Stande, die man bei Hochfrequenzströmen beobachtet (in der elektrotechnischen Literatur als der „thick wire effect" bekannt). Zuerst hatte Heaviside in einer Artikelreihe „The induction of currents in cores" [2]) das Eindringen des Magnetismus und der inducirten Ströme in den Eisenkern eines langen, geradlinigen Solenoids untersucht. Hier ist die magnetische Kraft longitudinal und der elektrische Strom circular gerichtet. Als bald darauf Hughes die scheinbare Erhöhung des Ohm'schen Widerstandes bei schnellen Stromwechseln auf experimentellem Wege gefunden hatte, konnte Heaviside seine früheren Untersuchungen ohne Weiteres auf diesen Fall übertragen, bei dem umgekehrt die magnetische Kraft circular und der elektrische Strom longitudinal gerichtet ist. Die Lösung wird mit Hülfe von Bessel'schen Functionen gegeben.

Als Beispiel dafür diene hier der Fall, dass ein Draht vom Radius a unmittelbar von einer Röhre umgeben ist, die zur Rückleitung dient, deren äusserer Radius mit b und deren Wanddicke daher mit $b-a$ bezeichnet seien. Der Draht sei zunächst von einem constanten Strome durchflossen, dessen Dichte mit Γ bezeichnet sei. Nun schalte man die eingeprägte Kraft, die den Strom unterhielt, aus, indem man die Batterie kurz schliesst. Es handelt sich darum, zu untersuchen, wie der ursprünglich gegebene Strom und das mit ihm verbundene magnetische Feld in der immer noch geschlossenen Leitung mit der Zeit dahinschwindet.

[1]) Electr. papers 1, 491. — [2]) Ibid. 353—416.

Im Abstande r von der Axe wird die Stromdichte γ nach Ablauf der Zeit t, wie Heaviside zeigt, durch die Gleichung[1]):

$$\gamma = \frac{2 a \Gamma}{b^2 - a^2} \sum \frac{J_1(na) J_0(nr) e^{pt}}{n J_0^2(nb)}$$

gegeben, in der die J die Functionszeichen für die Bessel'schen Functionen nullter und erster Ordnung sind, die Constanten p und n durch die Beziehung

$$n^2 = -4\pi\mu k p$$

mit einander verknüpft sind (μ = Permeabilität, k = Leitungsfähigkeit) und n irgend eine der Wurzeln der Gleichung

$$J_1(nb) = 0$$

bedeutet. Die Summirung bezieht sich auf alle (unendlich vielen) Wurzeln der letzten Gleichung. Das erste Glied in der Summe ist indessen das wichtigste, da es wegen des Factors e^{pt} am langsamsten mit der Zeit abnimmt. Nach kurzer Zeit kommen die anderen und namentlich die höheren Glieder neben ihm nur noch wenig in Betracht.

Ganz ähnlich kann auch der Fall des allmählichen Entstehens des Stromes nach Schliessen der Leitung oder der Fall behandelt werden, dass die Rückleitung in anderer Weise angeordnet ist u. s. f. In ausgedehnten Leitermassen erfolgen die Aenderungen vergleichsweise sehr langsam. Von Interesse sind hier namentlich auch die Schlüsse, die sich daraus auf die langsamen Aenderungen der Erdströme während magnetischer Stürme ziehen lassen.

1296 Heaviside hat auch eine hydrodynamische Analogie angegeben, durch die das allmähliche Eindringen des Stromes in das Innere eines dicken Drahtes nach Stromschluss veranschaulicht wird[2]). Man denke sich eine Röhre mit einer zähen Flüssigkeit angefüllt. Fängt man nun an, die Röhre in circularer oder in longitudinaler Richtung zu bewegen, so überträgt sich die Bewegung durch die Reibung zunächst nur auf die unmittelbar anliegenden Flüssigkeitsschichten und von da aus allmählich weiter auf die inneren. Der Permeabilität μ entspricht hier die specifische Masse, und dem elektrischen Widerstande der Reibungscoëfficient der Flüssigkeit. Die Gesetze des Eindringens des Feldes in das Innere sind mit der Zeit in beiden Fällen genau dieselben. In einem vollkommenen Leiter (entsprechend dem Falle einer reibungsfreien Flüssigkeit) könnte überhaupt keine elektromagnetische Störung ins Innere dringen; die Stromleitung bliebe also stets auf die Oberfläche beschränkt.

Bei einer anderen ausgedehnten Reihe von Untersuchungen wird der Draht als so dünn angenommen, dass er als linearer Leiter betrachtet werden kann. Hier hatte Heaviside zunächst an die bekannte, von

---

[1]) Electr. papers 2, 46. — [2]) Ibid. 1, 378.

W. Thomson aufgestellte „Telegraphengleichung“ anzuknüpfen, bei der die Selbstinduction des Drahtes oder Telegraphenkabels vernachlässigt und nur auf die elektrostatische Capacität und den Ohm'schen Widerstand der Leitung geachtet wird. Diese Gleichung ist von der Form der Fourier'schen Gleichung für die Wärmeleitung und sie stellt daher keine eigentliche Welle dar. Nach ihr tritt unmittelbar nach Stromschluss am einen Ende des Kabels, ohne dass inzwischen eine angebbare Zeit verlaufen wäre, am anderen Ende eine, wenn auch zunächst nur sehr schwache Strömung auf. Dieses Resultat ändert sich aber vollständig, sobald man auf die Selbstinduction Rücksicht nimmt. Ausser dieser achtet Heaviside auch noch auf die wegen unvollkommener Isolation auftretenden Stromverluste.

1297 Das schönste Resultat dieser Untersuchungen besteht in der Theorie der „verzerrungsfreien“ Leitung (distortionless circuit [1]). Man bezeichne mit R den Widerstand, mit L den Selbstinductionscoëfficienten, mit S die elektrostatische Capacität der Leitung und mit K die Leitfähigkeit der unvollkommen isolirenden Schicht zwischen Hin- und Rückleitung des Kabels, alle bezogen auf die Längeneinheit der Leitung. Man hat dann für das Potential V und den Strom C die Gleichungen:

$$-\frac{dV}{dz}=\left(R+L\frac{d}{dt}\right)C;\qquad -\frac{dC}{dz}=\left(K+S\frac{d}{dt}\right)V.$$

Verzerrungsfrei werden die elektromagnetischen Wellen längs des Kabels fortgeleitet, wenn zwischen den Constanten der Leitung die Beziehung

$$\frac{K}{S}=\frac{R}{L}$$

besteht. In diesem Falle erhält man nämlich durch Elimination von C (oder umgekehrt von V mit demselben Erfolge) aus beiden Differentialgleichungen, wenn zur Abkürzung $K=qS$, also auch $R=qL$ und $SL=1/v^2$ gesetzt wird,

$$v^2\frac{d^2V}{dz^2}=\left(q+\frac{d}{dt}\right)^2V,$$

und die vollständige Lösung dieser Differentialgleichung ist

$$V=e^{-qt}\{f_1(z-vt)+f_2(z+vt)\},$$

[1]) Hiervon handelt besonders die Abhandlung „On the selfinduction of wires“, part VIII, Electr. papers 2, 307. Die Abhandlung wurde anfänglich von den Redactionen zurückgewiesen und wurde daher zuerst in den Papers veröffentlicht, während die sieben vorausgehenden Theile der Artikelreihe dieses Titels zuerst in den Jahren 1886/87 im Phil. Mag. abgedruckt waren. In diesem Falle hat gerade die Schwierigkeit, die man Heaviside mit der Veröffentlichung machte, dazu geführt, dass derselbe Gegenstand stückweise in etwas veränderter Form in vielen anderen Abhandlungen wiederkehrt.

worin f_1 und f_2 zwei willkürliche oder mit Hülfe der Anfangsbedingungen zu bestimmende Functionen sind. Die eine entspricht einer Welle, die in der positiven, die andere einer solchen, die in der negativen Richtung längs des Drahtes fortgeleitet wird. Die Geschwindigkeit des Fortschreitens ist $v = (LS)^{-1/2}$. Betrachtet man zunächst nur die in der positiven Richtung fortschreitende Welle

$$V_1 = e^{-qt} f_1(z - vt),$$

so erhält man den Zustand nach der Zeit t aus dem beliebig gegebenen Anfangszustande, indem man alle Werthe von V zunächst um das Stück vt fortschiebt und dann noch jeden Werth im Verhältnisse e^{-qt} vermindert. An der charakteristischen Gestalt der Welle wird dadurch nichts geändert und dasselbe gilt auch für die Werthe von C. Daher kommt die Bezeichnung der Leitung als einer „verzerrungsfreien". Eine Leitung von dieser Art (oder wenigstens eine, die näherungsweise der Bedingungsgleichung zwischen den Constanten entspricht) eignet sich besonders für telephonische Uebertragungen, denn wenn ein Ton seiner Klangfarbe nach möglichst getreu wiedergegeben werden soll, darf in der Leitung selbst keine erhebliche Verzerrung der charakteristischen Gestalt der auf einander folgenden Stromimpulse herbeigeführt werden.

1298 Bis jetzt war stillschweigend angenommen, dass die Leitung unbegrenzt lang sei. Wenn aber die Welle an einem Ende angelangt ist, das auf irgend eine Art (durch ein Solenoid, einen Widerstand, einen Condensator oder irgend eine Combination aus solchen) mit der Rückleitung verbunden sein mag, so tritt im Allgemeinen eine theilweise Reflexion der Welle ein und der zurückgeworfene Theil schreitet nun ebenfalls unverzerrt mit der Dämpfung e^{-qt} und der Geschwindigkeit v in der entgegengesetzten Richtung weiter und lagert sich über die von der anderen Seite nachrückenden Wellentheile.

Wenn die Bedingungsgleichung $K/S = R/L$ nicht erfüllt ist, wird jede Welle während ihres Fortschreitens verzerrt. Ueber den allgemeinen Verlauf des Phänomens kann Heaviside auch in diesem Falle leicht annähernde Rechenschaft geben. Man nehme etwa an, dass auf eine Leitung, die nach beiden Seiten hin unbegrenzt lang sein mag, in der Mitte ein elektrischer Funken überspringe. Die Leitung sei vollständig isolirt; es fragt sich, wie sich die zuerst an einer einzigen Stelle mitgetheilte Ladung ausbreitet. Man findet, dass sich die Ladung sofort in zwei Hälften spaltet, von denen die eine nach rechts, die andere nach links hin fortgeleitet wird. Zugleich wird aber jeder dieser Theile fortwährend vermindert, indem sich ein „Schweif" hinter ihm bildet, der aus Bruchstücken der ursprünglichen Ladung besteht, die mit geringerer Geschwindigkeit fortgeschritten sind, als der „Kopf".

Bei dieser Untersuchung linearer Leiter bleibt Heaviside aber nicht stehen und er kann dies auch nicht, da, wie er zeigte, die Wellen

in Wirklichkeit gar nicht in den Leitern selbst, sondern nur längs der Leiter im dielektrischen Medium fortschreiten. Diese zwei- oder auch dreidimensionalen Probleme sind namentlich in den sechs Abhandlungen „On electromagnetic waves"[1]) untersucht. Es wird da z. B. angenommen, dass plötzlich eine gewisse Vertheilung eingeprägter Kräfte im Dielektricum auftritt, und untersucht, wie die hierdurch hervorgerufenen ebenen, kugel- oder cylinderförmigen Wellen fortschreiten. Ein kurzer Auszug kann davon nicht gegeben werden.

Viel Mühe hat sich Heaviside damit gegeben, eine Aenderung des heute gebräuchlichen Systems der elektromagnetischen Einheiten zu befürworten. Sein Vorschlag kommt darauf hinaus, als Einheit der elektrischen oder magnetischen Masse nicht diejenige zu wählen, die auf eine ihr gleiche in der Einheit der Entfernung die Einheit der Kraft ausübt, sondern diejenige, welche die Quelle eines Feldes von dem Flusse 1 bildet. Der Erfolg würde darin bestehen, dass der lästige Factor 4π in den wichtigsten Gleichungen der Elektricitätslehre fortfiele (während er in dem Coulomb'schen Gesetze allerdings dadurch neu eingeführt würde). Die Formeln in den späteren Heaviside'schen Abhandlungen gelten alle nur für dieses „rationelle" Maasssystem[2]).

Ueber die Energie des elektromagnetischen Feldes stellt Heaviside einige Sätze auf, deren Erörterung hier zu weit führen würde. Auch auf die Untersuchungen über das Feld, das durch die Bewegung einer elektrisch geladenen oder einer magnetisirten Kugel durch den Luftraum hervorgerufen wird, ebenso auf die Betrachtungen über den zweiten Hauptsatz der Energetik und seine Anwendungen in der Elektricitätslehre (Papers **1**, 481) kann nur flüchtig hingewiesen werden, so inhaltreich diese Betrachtungen an sich auch sind. — Manche Arbeiten sind auch von rein mathematischer Art und kommen hier schon aus diesem Grunde nicht in Betracht.

Cykeltheorie. Die Folgerungen, zu denen Maxwell in Bezug auf das Vorhandensein von Dreh- oder Wirbelbewegungen im elektromagnetischen Felde geführt wurde (§. 1284, 1287; „axialer Charakter der Magnetkraftlinien"), finden eine bemerkenswerthe Erweiterung und Vertiefung durch Helmholtz' Untersuchungen über „cyklische Systeme"[3]). **1299**

Es giebt in der Natur weit verbreitete und wichtige Bewegungsformen, bei denen sich die bewegten Systeme niemals weit von einem gewissen mittleren Zustande entfernen oder sich die Gesammtconfiguration aller einzelnen Theile immer in gleicher Weise weiter reproducirt.

---

[1]) Elektr. papers **2**, 375. — [2]) Siehe auch Nature **41**, 292, 1892; Beibl. **17**, 487. — [3]) Nach gütiger Bearbeitung von Herrn Prof. Ebert. H. v. Helmholtz, Sitzungsber. d. preuss. Akademie d. Wissensch. Math. naturw. Mittheil. S. 67, 153, 375, 693, 1884; ferner Journ. f. reine u. angew. Math. **97**, 111, 317, 1884; hierzu L. Kronecker, ibid. **97**, 141, 1884. Vergl. auch L. Boltzmann, Sitzungsber. Wien. Akad. **90** [2], 231 und **92** [2], 853, 1885.

Hierher gehören insbesondere alle in sich zurückkehrenden Bewegungen, von denen die Rotation mit constanter Winkelgeschwindigkeit eines homogenen Umdrehungskörpers, die Strömung einer Flüssigkeit in einem in sich zurücklaufenden Canale oder die Wirbelbewegungen specielle Beispiele sind. Diese Bewegungsformen sind analytisch dadurch charakterisirt, dass es bei ihnen auf den Werth der allgemeinen Coordinaten ψ und φ, §. 1185, selbst gar nicht ankommt, sondern alle für das System maassgebenden Grössen, insbesondere die Werthe der Energie, nur von den Ableitungen $\dot{\psi} = d\psi/dt$ u. s. f. dieser Coordinaten nach der Zeit abhängen. Wird z. B. in dem Wassercanale an jeder Stelle ein jedes Wassertheilchen in jedem Momente durch ein gleich beschaffenes, gleich bewegtes Theilchen sofort ersetzt, so ändert sich die Configuration des ganzen Systemes gar nicht, die die Lage der einzelnen Theilchen bestimmenden Coordinaten sind irrelevant. Ein solches System nennt Helmholtz ein cyklisches, die dasselbe charakterisirenden Grössen $\dot{\psi}$ sind die cyklischen Geschwindigkeiten oder cyklischen Intensitäten (Hertz).

Ein solches System kann auch dann noch als cyklisches angesehen werden, wenn sich die $\dot{\psi}$ ändern, falls diese Aenderungen nur so langsam vor sich gehen, dass die $\ddot{\psi}$ klein sind im Vergleiche zu den $\dot{\psi}$ selbst.

1300 Neben diesen, die in sich zurücklaufenden Bewegungen kennzeichnenden sogenannten cyklischen Coordinaten ψ können aber das System noch andere verallgemeinerte oder Lagrange'sche Coordinaten φ (§. 1185) beherrschen, welche die Art und Weise näher bestimmen, wie die Cykelbewegung vor sich gehen: die „Parameter". Sie werden im Allgemeinen ebenfalls nicht constant, sondern in Veränderung begriffen sein, aber in „langsamer" im Vergleiche zu dem viel rascheren Ablaufe der Cykelbewegung selbst. So kann die Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung als cyklische Intensität dieses Cykels, die Bestimmungsstücke der langsamen Präcessions- und Nutationsbewegungen als „langsam veränderliche Parameter" dieser Cykelbewegung angesehen werden.

Wir erhalten also für eine Helmholtz'sche Cykelbewegung die folgenden Merkmale:

Cyklische Coordinaten:	Langsam veränderliche Coordinaten oder Parameter:
ψ: kommen in den die Bewegung bestimmenden Ausdrücken nicht vor;	φ: kommen selbst in den Bewegungsgleichungen vor;
$\dot{\psi}$: beherrschen die Cykelbewegungen;	$\dot{\varphi}$: sind klein;
$\ddot{\psi}$: sind klein im Vergleiche zu den $\dot{\psi}$.	$\ddot{\varphi}$: sind klein von höherer Ordnung als die $\dot{\varphi}$.

Je nachdem ein System ein, zwei oder mehr rasche in sich zurücklaufende Bewegungen und damit cyklische Intensitäten hat, heisst es ein Mono-, Di- oder Polycykel.

1301 Wendet man die eben angeführte Unterscheidung auf die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen (§. 1185) an, so findet man unmittelbar für die Kräfte, welche an cyklischen Intensitäten angreifen

$$\Psi = \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{\psi}}\right),$$

da T die ψ nicht enthält, und für die Parameterkräfte

$$\Phi = -\frac{dT}{d\varphi},$$

wenn wir in der homogenen Function T in Bezug auf die Geschwindigkeiten die kleinen Glieder erster und höherer Ordnung fortlassen, so dass sie nur noch von den $\dot{\psi}$ abhängt. Man erkennt, dass die erste Gleichung der Gleichung für die inducirte elektromotorische Kraft Ξ_e in §. 1189, die zweite der Gleichung für die ponderomotorische Wirkung X_e der die Gestalt oder Lage einer Strombahn angreifenden magnetischen Kräfte des §. 1186 vollkommen entspricht.

1302 Hiernach erscheint die Intensität eines Stromes, welche die Stärke des Magnetfeldes desselben bestimmt, als cyklische Intensität eines den Strom begleitenden, dem directen Einblick zunächst allerdings „verborgenen" Systemes in sich zurücklaufender Bewegungen; die diese Intensität beeinflussende Kraft ist die elektromotorische Kraft; die die Lage, Gestalt u. s. w. der Leiterbahn und damit die Anordnung ihres Magnetfeldes bestimmenden Grössen, die sich im Vergleiche zu den Cykelbewegungen nur verhältnissmässig sehr langsam ändern, stellen die Parameter des Systemes dar.

1303 Schon durch Maxwell selbst wurde diese Auffassung für den speciellen Fall zweier gegenseitig inducirend auf einander wirkender Stromkreise durch ein mechanisches Modell veranschaulicht, welches Boltzmann[1]) wesentlich vervollkommnete; Ebert[2]) vereinfachte das Boltzmann'sche Modell. Bei demselben treten zwei Axendrehungen durch ein Planetenradgetriebe in gegenseitige Wechselwirkung; da zwei in sich zurücklaufende Bewegungen mit selbständigen Antriebspunkten vorkommen, so stellt der Mechanismus einen Dicykel (§. 1299) dar.

1304 Die Drehungsgeschwindigkeiten beider Cykel entsprechen den Stromstärken der beiden Stromkreise; die sie antreibenden Kräfte den elektro-

---

[1]) L. Boltzmann, Vorlesungen über Maxwell's Theorie der Elektricität und des Lichtes 1, 42, 1891. — [2]) H. Ebert, Wied. Ann. 49, 642, 1893.

motorischen Kräften. Bei einer Vermehrung der einen Drehungsgeschwindigkeit (Stromstärke) wird eine retrograde Bewegung im anderen Cykel (entgegengesetzt gerichteter Stromimpuls im anderen Schliessungskreise) inducirt; bei Verminderung (Stromschwächung, Entfernen der Primärspirale, Stromöffnung) eine gleich gerichtete. Die Selbstinduction der beiden Stromkreise wird durch die Trägheitsmomente der beiden Cykel, der Coëfficient der wechselseitigen Induction durch das Trägheitsmoment des die Bewegung übertragenden Zwischenmechanismus (Zwischenmittels) dargestellt. Vermehrung desselben entspricht dem Einschieben eines Eisenkernes in das Innere der Inductionsspiralen.

1305 Der Träger und Vermittler der cyklischen Bewegungen ist demnach das Magnetfeld. Dass die Symmetrieeigenschaften eines von magnetischen Kraftlinien durchzogenen Mediums in der That auf das Vorhandensein eines Zustandes hinweisen, welcher kinematisch gedeutet von der Art einer Drehung um die Kraftlinien als Axen („Rotor") sein muss, ist in neuerer Zeit oft betont und benutzt worden (Lord Kelvin, Curie, Ebert, Jaumann, Wiechert, Lorentz, Zeeman). Durch diese Betrachtungen erhalten die älteren von Maxwell in §. 1281 und 1284 dargestellten neue Stütze.

1306 Dass man auch umgekehrt aus dieser Vorstellung vom axialen Charakter der Magnetkraftlinien sämmtliche von Maxwell und Hertz aufgestellten Gleichungen für leitende und nichtleitende, ruhende und bewegte Medien ohne Zuhülfenahme weiterer Annahmen als des Energieprincipes ableiten könne, zeigte Ebert[1]). Die Erfahrung lehrt, dass die elektrischen Erscheinungen mit den magnetischen derart verknüpft sind, dass die ersteren Drehungsverschiedenheiten in benachbarten Punkten (bezw. den aus ihnen hervorgehenden Spannungen) entsprechen, wenn die letzteren den Drehungsgeschwindigkeiten proportional gesetzt werden (wie in der MacCullagh'schen Lichttheorie und bei dem quasielastischen Aether Lord Kelvin's).

Sind die Drehungscomponenten an einer Stelle ξ, η, ζ, die Drehungsgeschwindigkeit ξ', η', ζ' und setzt man die Componenten der magnetischen Kraft $L = k\xi'$, $M = k\eta'$, $N = k\zeta'$, so sind die räumlichen Unterschiede der Drehungen (die Drehungscomponenten) $\partial\eta/\partial z - \partial\zeta/\partial y$, $\partial\zeta/\partial x - \partial\xi/\partial z$, $\partial\xi/\partial y - \partial\eta/\partial x$. Setzt man die elektrischen Kraftcomponenten diesen proportional, $X = l/\varepsilon(\partial\eta/\partial z - \partial\zeta/\partial y)$ u. s. f., so erhält man durch Differentiiren nach der Zeit unmittelbar das erste Hertz'sche Gleichungssystem:

$$A\varepsilon\, dX/dt = \partial M/\partial z - \partial N/\partial y \text{ u. s. f.,}$$

wo $A = k/l$ eine „innere Constante" des Feldmediums (§. 1219) ist. Das entsprechende System für dM/dt u. s. f. erhält Ebert durch Anwendung des Hamilton'schen Principes. Bei Ableitung der Gleichungen für

[1]) H. Ebert, Wied. Ann. 51, 268, 1894.

bewegte Medien benutzt er das von V. Volterra [1]) eingeführte Bezugssystem, welches in gleicher Weise für ruhende, wie für bewegte Medien verwendbar ist.

1307 Die wichtigsten Eigenschaften der cyklischen Systeme sind ihre sogenannten „reciproken Eigenthümlichkeiten", von denen einige bereits Helmholtz in den oben §. 1299 citirten Abhandlungen mittheilte; die für die Elektrodynamik und Induction besonders in Betracht kommenden (dem Lenz'schen Gesetze entsprechenden) leitete Ebert [2]) ab; weitere solche Reciprocitätseigenschaften entwickelte Hertz [3]) in seinen Principien der Mechanik, woselbst er auch eine Eintheilung der cyklischen Systeme in isocyklische und adiabatisch cyklische einführte, entsprechend gewissen Vorgängen der Thermodynamik, für welche die Bedeutung der Cykeltheorie schon von Helmholtz, Boltzmann und Poincaré hervorgehoben war. Das allgemeine Schema dieser Reciprocitätsverhältnisse ist kurz folgendes: Wenn Steigerung eines Bestimmungsstückes des cyklischen Systemes, z. B. einer Intensität (Stromstärke) ein anderes wachsen lässt, z. B. die Kraft, die an einem Parameter angreift (ponderomotorische Kraft zwischen zwei Stromkreisen), so ruft die Vermehrung der der Kraft entsprechenden Coordinate eine Verminderung der der Intensität entsprechenden Kraft hervor (inducirt eine entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kraft). Das Zutreffen derartiger Reciprocitäten beruht auf der §. 1300 erwähnten Grössenordnung der einzelnen Coordinaten und ihrer Ableitungen und ist für die cyklischen Systeme so sehr charakteristisch, dass umgekehrt aus dem Auftreten solcher reciproker Beziehungen zwischen den Bestimmungsstücken, z. B. der elektrodynamischen Erscheinungen einerseits und der Inductionswirkungen andererseits auf das Vorhandensein solcher in sich zurückkehrender Bewegungsformen oder Zustandsänderungen geschlossen werden kann (vergl. Ebert a. a. O. S. 419).

Hertz deutet in dem genannten nachgelassenen Werke weitere Anwendungen dieser zunächst rein mechanischen Sätze, z. B. für die Elektrostatik (575, S. 244) an; das gesammte Gebiet, insbesondere die von Hertz entwickelten Folgerungen, stellt Ebert in dem letzten Capitel seiner „Magnetischen Kraftfelder" im Zusammenhange dar, die Hertz'schen Sätze losgelöst von dessen System der Mechanik und „in die Redeweise der Elektrodynamik übersetzt" (vergl. Hertz a. a. O. 578, S. 246).

1308 Durch die Betrachtungen von Maxwell und von von Helmholtz sind wir dahin gelangt, die Fortpflanzung der elektrischen und magnetischen Störungen auf Gleichungen zurückzuführen, welche mit denen

---

[1]) V. Volterra, Nuov. Cimento [3] 29, 53, 1891. — [2]) H. Ebert, Wied. Ann. 52, 417, 1894 und „Magnetische Kraftfelder", 20. bis 23. Capitel. — [3]) Hertz, Principien der Mechanik, Abschn. 5 u. flgde.

zweier auf einander senkrechter Lichtschwingungen völlig identisch sind. Es liegt daher nahe, die elektrischen und magnetischen Störungen auf entsprechende Bewegungen des Lichtäthers zu reduciren. Dadurch ist aber umgekehrt die Möglichkeit gegeben, das ganze Gebiet der Optik von diesem Standpunkte aus zu betrachten.

Auf dieses Feld hier einzugehen, liegt ausserhalb des Bereiches dieses Werkes, in welchem wir uns auf die Erscheinungen der Elektricität und des Magnetismus und ihre Erklärungen beschränken müssen [1]).

Gelingt es noch weiter, die elektrischen Phänomene auf Bewegungen des Aethers zurückzuführen, so würden dadurch nicht nur zwei grosse Gebiete der Physik zu einem einzigen verschmolzen, sondern wir hätten alle physikalischen Erscheinungen nur allein auf die Bewegungen zweier Arten von Materie, der Molecüle und Atome der Körper und der Aethertheilchen, zurückgeführt.

Wir fügen der vorhergehenden zusammenhängenden Darstellung eine Anzahl von Citaten bei, ohne dabei eine Vollständigkeit erreichen zu wollen. Zum Theil betreffen sie grössere Werke, die zum Theil in Form von zusammenhängenden Vorlesungen die theoretischen Grundprincipien und ihre Anwendungen zusammenfassen. Dazu gehören vor Allem die vortrefflichen Publicationen von:

L. Boltzmann, Ueber Maxwell's Theorie der Elektricität und des Lichtes. Leipzig, Joh. Ambr. Barth, 1891. 8⁰. I. Thl., 166 S.

H. Poincaré, Électricité et Optique I. Les Théories de Maxwell et la théorie électromagnétique de la lumière. Leçons 1888—1889. Paris, H. Carré, 1890. 314 p. II. Ampère, Weber, Helmholtz, Hertz. Deutsch von Jäger und Gumlich, 1892. 222 S.

H. Poincaré, Les oscillations électriques. Paris, H. Carré, 1894.

O. Drude, Physik des Aethers auf elektromagnetischer Grundlage, 1894. gr. 8⁰. 592 S. Stuttgart, Enke, 1894.

H. Ebert, Magnetische Kraftfelder. Leipzig, Joh. Ambr. Barth, 1897. gr. 8⁰. 449 S.

O. Heaviside, Electromagnetic Theory. London, The Electrician, 1893. Vol. 2. gr. 8⁰. 366 p.

A. Föppl, Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektricität, mit einem einleitenden Abschnitt über die Vectorgrössen. Leipzig, Teubner, 1894. gr. 8⁰. 413 S.

E. Mascart, Leçons sur l'électricité et le magnetisme. Paris, Masson et Gauthier-Villars, 1896/97. gr. 8⁰. 2 Vol., 838, 917 pp.

H. v. Helmholtz, Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichts. Hrsg. v. Arth. König u. Carl Runge. Leipzig, Joh. Ambr. Barth, 1897. Lex. 8⁰. 382 S.

G. Lodge, Modern Views of Electricity. London, Macmillan, 1889. 8⁰. 422 p. Deutsch von Anna v. Helmholtz, Estelle Du Bois-Reymond und R. Wachsmuth. Leipzig, Barth, 1896. 8⁰. 539 S.

---

[1]) Dieses Gebiet ist im Zusammenhange mehrfach dargestellt worden, so von Tumlirz, Elektromagnetische Theorie des Lichtes. Leipzig, Teubner, 1883. 8⁰. 158 S., von Poincaré, Drude, H. v. Helmholtz u. A.

Sodann erwähnen wir eine Anzahl einzelner, bedeutungsvoller Abhandlungen, deren Inhalt, namentlich wegen seiner rein mathematischen Behandlung, sich nicht wohl in abgekürzter Form für ein volles Verständniss wiedergeben lässt, sondern eingehendes Studium erfordert.

O. Duhem, Anwendungen der Thermodynamik auf die Wirkungen zwischen elektrischen Strömen und Magneten. Helsingfors 1889. Acta societati fennicae **16**, 104, 1887; **17**, 100; Beibl. **12**, 808; **14**, 534.

Duhem, Maxwell'sche Elektrodynamik dielektrischer Körper. Congr. Scient. national des Catholiques. Bruxelles 1894; Beibl. **19**, 593.

Duhem, Elektrodynamische und elektromagnetische Wirkungen. Functionen von Helmholtz. Annales de la Faculté. Scientifiques de Toulouse 7, 1863; Beibl. **18**, 429.

Duhem, Theoretische Deutung Hertz'scher Versuche. Éclairage électrique 1895; Beibl. **20**, 151.

H. v. Helmholtz, Ueber das Princip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik. Wied. Ann. **47**, 1, 1892.

J. H. Poynting, Uebertragung der Energie im elektromagnetischen Felde. Phil. Trans. **2**, 343, 1884; Beibl. **9**, 474.

J. H. Poynting, Ueber den Zusammenhang zwischen den elektrischen Strömen und den elektrischen und magnetischen Verschiebungen im umgebenden Mittel (Auszug). Proc. Roy. Soc. **38**, 168, 1885; Beibl. **10**, 129.

J. H. Poynting, Entladung von Elektricität in einem unvollkommenen Isolator. Phil. Mag. [5] **21**, 419, 1886; Beibl. **10**, 429.

J. H. Poynting, Der elektrische Strom und seine Beziehung zum umgebenden Felde. Proc. Birmingham Phil. Soc. **5**, 2, 1887; Beibl. **15**, 216.

J. H. Poynting, Molecularelektricität. Electrician 1895; Beibl. **20**, 218.

K. Birkeland, Elektrische Wellen in Drähten, elektrische Kraft in der Nähe des Leiters. Compt. rend. **116**, 499, 1893; Beibl. **17**, 1100 (mit Hülfe der Formeln von Poynting).

K. Birkeland, Elektrische Wellen längs dünner Drähte. Berechnung der Depression. Compt. rend. **116**, 625, 1893; Beibl. **17**, 1099 (ebenso).

K. Birkeland, Ueber die Reflexion elektrischer Wellen am Ende eines Leiters. Compt. rend. **116**, 803, 1893; Beibl. **17**, 1099 (ebenso).

K. Birkeland, Allgemeine Lösung der Maxwell'schen Gleichungen für ein homogenes und isotropes absorbirendes Medium, welche dem Verf. gelungen ist. Die Hertz'sche Form wird zu Grunde gelegt. Doch lassen die umfangreichen Integralformeln keinen Auszug der wichtigen Arbeit zu. Compt. rend. **120**, 1046, 1895. Arch. de Genève **33**, 5, 1895; Beibl. **19**, 810; **20**, 217. Integration der Hertz'schen Gleichungen.

K. Birkeland, Kraftübertragung, besonders im elektromagnetischen Felde. Norsk teknisk Tidsskrift **12**, 180, 1894. Arch. des scienc. phys. et nat. **23**, 297, 1895; Beibl. **19**, 664. Uebersicht über die Lehre der Wanderung der Energie, insbesondere nach Poynting.

J. Delsaulx, Ueber die elektrische Spannung der dielektrischen Medien längs der Kraftlinien. Ann. de Soc. sc. de la Bruxelles **12**, 1887—1888; Beibl. **12**, 390.

Lamprecht, Zur Theorie der Elektrodynamik. Besprechung der Maxwell'schen und Hertz'schen Geichungen. Jahresber. des Gymnasiums Zittau. Ostern 1891. Beibl. **16**, 308.

Blakesley, Differentialgleichung des elektrischen Stromes. Phil. Mag. [5] 35, 419, 1893; Beibl. 17, 973.

Cesáro, Erweiterung der Maxwell'schen Formeln. Rendic. R. Acc. dei Lincei 5, 199, 1889; Beibl. 13, 572.

H. A. Lorentz, Elektromagnetische Theorie von Maxwell für bewegte Körper. Ableitung der Gleichungen von Maxwell, Hertz, Heaviside. Arch. Neerland. 25, 363, 1892; Beibl. 17, 544.

H. A. Lorentz, Elektricität und Aether. Hand van het derde. Nyded. Nat. en Gen.-Congres. Utrecht, 3. bis 4. Apr., 40, 1891; Beibl. 18, 482. Populäre Auseinandersetzung der Maxwell'schen Theorie und ihre Vortheile vor der von Helmholtz.

H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leyden, E. J. Britt, 1898; Beibl. 19, 259.

Beltrami, Formeln von Maxwell. Mem. del Ist. di Bologna [4] 7, 1886; Beibl. 10, 785. Die Druckcomponenten im elektrischen Felde nach Maxwell entsprechen nur in seltenen Fällen denen eines gewöhnlichen isotropen elastischen Mediums.

MacAulay, Mathematische Theorie des Elektromagnetismus. Abänderung der Maxwell'schen Elektricitätslehre. Phil. Trans. Roy. Soc. 183, 685, 1892. Proc. Roy. Soc. 51, 400, 1892 (Auszug). Phil. Mag. [5] 36, 175, 1893; Beibl. 17, 668; 18, 242. Es ist nicht möglich, diese mittelst der Quaternionen durchgeführte Darstellung in Kürze wiederzugeben.

A. Föppl, Magnetische Ströme. Elektrotechn. Zeitschr. 12, 203, 1891; Beibl. 15, 602.

Christiansen, Elektromagnetische Lichttheorie. Overs. der k. danske Viderkak Selbk Forhandl 14, 419.

B. Brunhes, Unterschied der Helmholtz'schen und der Maxwell'schen Elektrodynamik. Lum. élect. 40, 15, 1893; Beibl. 15, 606.

C. Raveau, Elektromagnetische Theorie von Maxwell. Lum. élect. 39, 557, 1891; Beibl. 15, 608.

Lamprecht, Verbesserung der Ableitung der Maxwell'schen Gleichungen für die elektromagnetische ponderomotorische Kraft, welche auf einen stromführenden Leiter wirkt, der sich in einem magnetischen Felde bewegt. Wied. Ann. 43, 835, 1891.

G. F. Fitzgerald, Scient. Proc. Roy. Dublin Soc. N. S. 4, 489, 1886; Beibl. 10, 519. Ebenso, wie man elektrische Ströme und Ströme von incompressiblen Flüssigkeiten, elektrische Quantität und Flüssigkeitsvolumen, elektrisches Potential und Flüssigkeitsdruck parallelisiren kann, so kann man auch elektrische Quantität mit Entropie, elektrisches Potential mit Temperatur parallelisiren. Diese Parallelen zeigen aber nur Analogien, durchaus nicht wirkliche Identität der Phänomene an.

G. Fitzgerald, Die dem Aether durch einen variablen Strom mitgetheilte Energiemenge. Nature 29, 167, 1884; Beibl. 9, 61.

G. Fitzgerald, Durch Strahlung verlorene Energie alternirender Ströme. Rep. Brit. Assoc. Southport 1883, 400; Beibl. 10, 648.

G. Fitzgerald, Elektromagnetische Strahlung. Roy. Inst. of Great-Britain, 21. März 1890; Beibl. 17, 359. Ein sehr interessanter Vortrag über die Hertz'schen Versuche, wobei der Zustand des Aethers durch ein Modell mit Rädern, die durch elastische Bänder getrieben werden, dargestellt wird. Bei der Rotation nach einer Richtung entspricht dieselbe der magnetischen

Kraft; ist die Rotation verschieden, so werden die Bänder gedehnt und man erhält einen den elektrischen Kräften analogen Zug.

V. Volterra, Die Fundamentalgleichungen von Hertz für den Fall ruhender Körper lassen sich durch Variationsrechnung finden. Rendic. R. Acc. dei Lincei 7, 1. Semester, 177, 1891; Beibl. 16, 377. Siehe auch Nuovo Cimento [3] 29, 53, 1891; Beibl. 16, 772.

A. Garbasso, Einfache Ableitung der Hertz'schen Gleichungen unter der Annahme des Coulomb'schen Gesetzes, des Gesetzes von Biot und Savart und der Annahme, dass, wenn an der Oberfläche eines geschlossenen Volumens keine elektrischen und magnetischen Kräfte wirken, die elektromagnetische Energie in diesem Volumen constant ist. Rivista di Matemat 1893; Beibl. 18, 967.

H. Poincaré, Elektrodynamisches Gesetz von Weber. Compt. rend. 110, 825, 1890, Beibl. 14, 834. Durch Zusatz von Gliedern zu den Formeln von Maxwell gelangt der Autor zu dem Inductionsgesetz von W. Weber, indess bei gewissen Voraussetzungen.

H. Poincaré. Theorie der Versuche von Hertz. Compt. rend. 111, 322, 1890; Beibl. 14, 1164. Nach der Formel von Sir W. Thomson ergiebt sich die von Hertz berechnete Periode $\sqrt{2}$ mal so gross als die wahre. Dann wäre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft $\sqrt{2}$ mal so gross als die des Lichtes. Dies Verhältniss kann indess durch Vernachlässigung der Verschiebungsströme um den Erreger bedingt sein u. s. f. Auch nach Maxwell's Theorie erhält man die Periode des Excitators, wobei der unbegrenzte Raum bezw. in einer geschlossenen Hülle sich befindet, und im ersten, den Versuchen entsprechenden Raume Energie durch Strahlung verliert und die Amplitude abnimmt.

H. Poincaré, Berechnung der Periode des Hertz'schen Erregers. Arch. de Genève [3] 25, 5, 1891; Beibl. 15, 442. Die Berechnungen werden auf Grund der Maxwell'schen Gleichungen und unter Verwerfung der nicht zu genauen Resultaten führenden Formel von Sir W. Thomson ausgeführt.

H. Poincaré, Theorie der Hertz'schen Schwingungen. Compt. rend. 113, 515, 1891; Beibl. 16, 690, 1891.

H. Poincaré, Fortpflanzung elektrischer Schwingungen. Compt. rend. 114, 1046, 1892; Beibl. 16, 712. Die Theorie von Hertz soll wegen der schnellen Dämpfung der elektrischen Schwingungen nicht mehr ausreichen, wonach die Berechnung geführt wird.

H. Poincaré, Gleichgewicht dielektrischer Flüssigkeiten in einem elektrischen Felde. Compt. rend. 112, 555—557, 1891; Beibl. 15, 574.

H. Poincaré, Théorie de Larmor. Éclairage électrique 48, 385.

Trouton, Beschleunigung secundärer magnetischer Wellen. Phil. Mag. [5] 29, 268, 1890; Beibl. 14, 832.

A. Potier, Fortpflanzung der Elektricität längs der Leiter. Journ. de phys. [3] 3, 107, 1894; Beibl. 18, 792. Bei schnellen Oscillationen verlaufen die elektrischen Schwingungen auf der Oberfläche der Leiter. Dann erhält man für geradlinige, cylindrische Leiter nach der Weber'schen und Maxwell'schen Theorie dieselbe Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität längs der Leiter. Hieraus ist also kein Kriterium für die Richtigkeit der einen oder anderen Anschauung abzuleiten. Ebenso wenig entscheidet die Ausbreitung der elektrischen und magnetischen Kräfte bei Elektrisirung

eines Punktes eines geradlinigen Leiters; wohl aber, wenn der zeitliche Verlauf der Ausbreitung verschieden ist.

J. J. Thomson, Darstellung der Eigenschaften des elektrischen Feldes mit Hülfe von elektrostatischen Inductionsröhren. Phil. Mag. [5] **31**, 149, 1891; Beibl. **15**, 603.

J. J. Thomson, Elektromotorische Kräfte in bewegten Leitern. Lum. électr. **50**, 42, 1893; Beibl. **18**, 245. Den Gleichungen von Maxwell werden noch weitere Glieder beigefügt, so dass das elektrostatische Potiential um $Fu + Gv + Hw$ erhöht erscheint.

J. Pupin, Elektromagnetischer Inductionsfluss. Sill. Journ. [3] **50**, 326, 1895; Beibl. **20**, 217. Zu dem elektrischen Verschiebungsstrom wird noch der magnetische Strom, d. h. die Veränderung der magnetischen Induction in der Zeiteinheit hinzugefügt.

Vaschy, Elektrische Wirkungen im isolirenden Medium. Compt. rend. **103**, 1106, 1886; Beibl. **11**, 74. Compt. rend. **104**, 51, 1887; Beibl. **11**, 605.

Vaschy, Wirkung eines elektrostatischen Feldes auf einen variablen Strom. Compt. rend. **104**, 1609, 1887; Beibl. **11**, 738.

Vaschy, Untersuchung der Möglichkeit einer gegenseitigen Wirkung zwischen einem elektrisirten Körper und einem Magneten. Compt. rend. **114**, 1474, 1892; Beibl. **17**, 478. Unter der Voraussetzung, dass die Eigenschaften des Mediums durch zwei Constanten, etwa Dielektricitätsconstante und Permeabilität, hinreichend ausgedrückt werden, müsste unter dem Gesetz der Homogenität der Gleichung in Bezug auf die Grundeinheiten, falls eine Wirkung stattfindet, dieselbe das Mittel der Kraft zwischen zwei elektrischen bezw. zwei magnetischen Einheiten sein.

Vaschy, Neue Theorie der Elektrostatik. Compt. rend. **116**, 1286—1289, 1893. — Allgemeine Eigenschaft des Feldes, das kein Potential zulässt. Ibid. 1355—1357. — Allgemeine Eigenschaft der elektrischen und magnetischen Felder. Ibid. 1437—1440. — Kräfte, denen die Körper im elektromagnetischen Felde unterworfen sind. Ibid. **117**, 726—729. — Elektromagnetische Kräfte nach der Maxwell'schen Theorie. Ibid. 1065—1067; Beibl. **18**, 612.

Vaschy, Gesetz der Energieübertragung zwischen Stromquelle und Leiter bei einem stationären Strome. Compt. rend. **120**, 80, 1895; Beibl. **19**, 584.

Gibbs, Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrostatischen Kraft. Nature **53**, 509, 1896; Beibl. **20**, 812. Die Berechnung geschieht mittelst der Maxwell'schen Gleichungen.

A. Gray, Dynamische Theorie der elektromagnetischen Wirkung. Phil. Mag. [5] **30**, 441. 1890. Betrachtung der elektrokinetischen Energie bei Bewegung zweier Stromkreise; Beibl. **15**, 341.

L. Boltzmann, Das den Newton'schen Farbenringen analoge Phänomen beim Durchgang Hertz'scher elektrischer Planwellen durch planparallele Metallplatten. Wied. Ann. **48**, 63, 1893.

L. Boltzmann, Ein Medium, dessen mechanische Eigenschaften auf die von Maxwell für den Elektromagnetismus aufgestellte Gleichungen führen. Wied. Ann. **48**, 78, 1893.

L. Boltzmann, Einige, die Maxwell'sche Elektricitätstheorie betreffende Fragen. Wied. Ann. **48**, 100, 1893.

Mewes, Theorie von Maxwell. Die elektrischen Vorgänge werden auf Emission und Absorption von Aetherschwingungen zurückgeführt. Naturw. Rundschau **10**, 53, 1895; Beibl. **19**, 447.

de Colnet-d'Huart. Die Maxwell'schen Gleichungen der Elektricität und des Lichtes, sowie die der Boltzmann'schen Stromtheorie, hergeleitet aus sechs, das erzwungene Gleichgewicht eines Molecüls beherrschenden Gleichungen. Publications de l'Institut grand-ducal de Luxembourg. Sect. scienc. nat. et math. Separatabdruck. 43 S. 1895; Beibl. **20**, 596.

W. B. Morton, Elektromagnetische Theorie von sich bewegenden Ladungen. Phil. Mag. **41**, 253, 488, 1896; Beibl. **20**, 1020. Es werden die Veränderungen an einer geladenen Kugel und eines Ellipsoids bei ihrer Bewegung durch ein Dielektricum studirt.

J. Larmor, Theorie der Elektrodynamik (im Anschluss an die Theorie von H. v. Helmholtz). Proc. Roy. Soc. **49**, 521—536, 1891; Beibl. **16**, 97.

J. Larmor, Theorie der Elektrodynamik in ihrer Beziehung zur Natur des mechanischen Zwanges im Dielektricum (unter Annahme einer der magnetischen ähnlichen elektrischen Polarisation des Dielektricums neben der Verschiebung). Proc. Roy. Soc. **52**, 55—66, 1892; Beibl. **17**, 242.

J. Larmor, Eine dynamische Theorie des elektrischen und lichttragenden Mediums. Theorie des Elektrons. Phil. Trans. **186**, 695, 1896; Beibl. **19**, 920.

J. Larmor, Ueber die Theorie von sich bewegenden Elektrons und elektrischen Ladungen. Phil. Mag. **42**, 201, 1896. Der Verf. vertheidigt seine Theorie (Beibl. **20**, 597) gegen Einwände von Morton (Phil. Mag. **41**, 488, 1896). Die Einzelheiten gestatten keinen Auszug.

J. J. Thomson, Ueber elektrische Oscillationen und die durch die Bewegung einer elektrisirten Kugel entstehende Bewegung. Proc. of the London Math. Soc. **15**, Nr. 227 und 228, 1884; Beibl. **9**, 473. Der Verf. stellt für zwei physikalisch gesonderte Probleme eine gemeinsame mathematische Lösung auf, und zwar erstens für die Behandlung von Schwingungen, die in der elektrischen Vertheilung auf der Oberfläche einer Kugelschale entstehen, wenn die eine unregelmässige Vertheilung bewirkende Ursache plötzlich verschwindet, und zweitens für die Wirkungen, welche die Bewegung einer von Anfang an elektrisirten Kugel erzeugt.

J. J. Thomson, Elektrische Schwingungen in cylindrischen Leitern. Proc. London Math. Soc. **17**, Nr. 272, p. 310, 1886; Beibl. **12**, 80; Proc. **19**, 520, 1869; Beibl. **14**, 198.

J. J. Thomson, Magnetische Wirkung einer Bewegung im elektrischen Felde. Phil. Mag. [5] **28**, 1, 1889; Beibl. **14**, 66.

R. Blondlot, Elementargesetz der elektromagnetischen Induction. Journ. de Phys. [2] **9**, 177; Beibl. **14**, 825. Es wird der Satz bewiesen: Die gleiche Verrückung einer Elektricitätsmenge oder eines Magnetpoles von gleichem numerischen Werthe erzeugt in jedem Punkte des Raumes eine magnetische bezw. elektrische Kraft, welche völlig mit einander übereinstimmen.

A. Blondlot, Elementarer Beweis des Maxwell'schen Satzes in Betreff der Wechselwirkung elektrisirter Körper. Journ. de Phys. [2] **6**, 507—509, 1887; Beibl. **12**, 105.

Sir W. Thomson, Hypothese über die elektromagnetische Induction in unvollständigen Stromkreisen und daraus hervorgehende Gleichungen für die elektrische Bewegung in feststehenden homogenen oder heterogenen festen Körpern. Rep. Brit. Assoc. Bath p. 567—570, 1888. — Bewegung der Elektricität in einem homogenen festen Leiter. Ibid. 570—571; Beibl. **14**, 922.

P. Szymanski, Experimentelle Einführung in die Theorie der Magnetinduction unter Zugrundelegung der Theorie der magnetischen Kraftlinien. Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. 7, 10, 1893; Beibl. 18, 598.

G. Lippmann, Gesetz der Induction in widerstandslosen Leitern. Compt. rend. 109, 251, 1889; Beibl. 13, 967.

L. de la Rive, Theorie der Interferenzen der elektrischen Welle in einem Draht und des Resonators. Arch. de Gen. [3] 23, 391, 1890; Beibl. 14, 826. Theoretische Begründung der multiplen Resonanz, entsprechend der vielfachen Reflexion des Schalles an den Enden einer beiderseits offenen Röhre. Die Geschwindigkeit der Schallschwingung entspricht an jeder Stelle der elektromotorischen Kraft.

L. de la Rive, Theorie des elektrostatischen Druckes. Arch. de Gen. [3] 26, 416, 1891 und 27, 285, 1892. Compt. rend. 113, 429, 1891; Beibl. 16, 439.

L. de la Rive, Ueber die Theorie des elektrostatischen Druckes. Arch. de Gen. [3] 27, 285, 1892; Beibl. 17, 575.

M. Planck, Absorption und Emission elektrischer Wellen durch Resonanz. Wied. Ann. 57, 1, 1896. Elektrische Schwingungen, welche durch Resonanz erregt und durch Strahlung gedämpft werden, ibid. 60, 577, 1897. Das Mitschwingen eines Leiters für eine elektromagnetische primäre Welle von nahe gleicher Eigenperiode erfolgt in drei Epochen, dem Anschwellen, dem stationären Zustand unter jeweiliger Aufnahme von so viel strahlender Energie, als er zum Ersatz des Verlustes durch die erzeugte Joule'sche Wärme bedarf und dem Abklingen. Der stationäre Zustand eines zu secundären linearen Schwingungen erregten secundären Leiters wird betrachtet, in dem keine Joule'sche Wärme erzeugt wird, sondern der nur gerade so viel strahlende Energie von der primären Welle erhält, als er durch seine Schwingungen nach aussen ausgiebt. Die Grundgleichungen sind von Hertz (Wied. Ann. 36, 1) gegeben und die Rechnung wird mit Hülfe des Poynting'schen Satzes durchgeführt. — In einer weiteren Abhandlung werden Schwingungen von veränderlicher Amplitude und Wellenlänge betrachtet, namentlich in Betreff der Phasendifferenz zwischen der Periode der primären Schwingung und Eigenperiode des Resonators.

Ausführliches Inhaltsverzeichniss.

(Die arabischen Zahlen bezeichnen den Paragraphen.)

Erster Band.

I. Allgemeine Eigenschaften der Elektricität.

Historische Einleitung.

Uebersicht über die älteren Beobachtungen auf dem Gebiete der Elektricitätslehre.

Erstes Capitel.

Erregung der Elektricität. Anziehung und Abstossung der beiden Elektricitäten. Leiter und Nichtleiter. Influenz. Elektrischer Strom und seine Wirkungen.

Zweites Capitel.

Gesetze der elektrostatischen Wechselwirkung.

Drittes Capitel.

Elektroskope und Elektrometer.

II. Elektricitätserregung durch Berührung heterogener Körper.

A. Leiter.

Grundgesetze des galvanischen Stromes.

Erstes Capitel.

Elektricitätserregung durch Berührung heterogener Körper.

III. Bestimmung der elektromotorischen Kraft.

1. Einheit der elektromotorischen Kraft.

2. Bestimmungsmethoden.

3. Numerische Bestimmungen.

Viertes Capitel.

Galvanische Elemente.

IV. Strömungsströme, elektrische Endosmose.

1. Diaphragmenströme, Strömungsströme.

2. Elektrische Endosmose.

Zweiter Band.

B. Nichtleiter (Fortsetzung).

Zweites Capitel.

Dielektrische Ladung der Körper.

I. Ladung ohne Mittheilung freier Elektricität.

II. Ladung mit Zufuhr freier Elektricität.

Drittes Capitel.

Töne beim Elektrisiren. Aenderung des Volumens, der Gestalt, der Elasticität und des optischen Verhaltens.

III. Beziehungen zwischen Elektricität und Wärme.

Erstes Capitel.

Thermische und mechanische Wirkungen des elektrischen Stromes.

Zweites Capitel.

Thermoelektricität, Temperaturänderungen der Contactstellen heterogener Leiter.

Drittes Capitel.

Elektricitätserregung in Krystallen durch Temperaturänderungen und Druck.

IV. Elektrochemie.

Erstes Capitel.

Elektrolyse.

Zweites Capitel.

Einfluss der Elektrolyse auf den Leitungswiderstand und die elektromotorische Kraft im Schliessungskreise.

Drittes Capitel.

Veränderungen der elektromotorischen Kraft der Metalle durch Einwirkung der umgebenden Flüssigkeit.

Viertes Capitel.

Theorie der Elektrolyse und Leitfähigkeit der Elektrolyte.

Fünftes Capitel.

Theorie der Elektricitätsbewegung beim Contact heterogener Körper.

Sechstes Capitel.

Dritter Band.

V. Wirkungen der elektrischen Ströme in die Ferne.

A. Elektrodynamik.

Erstes Capitel.

Anziehung und Abstossung elektrischer Ströme.

Zweites Capitel.

Magnetische und elektromagnetische Messmethoden.

Drittes Capitel.

Gesetze der Magnete und Elektromagnete.

Viertes Capitel.

Wechselbeziehungen zwischen dem Magnetismus und dem mechanischen Verhalten der Körper.

Fünftes Capitel.

Beziehungen des Magnetismus zur Wärme.

C. Magnetisches Verhalten schwach magnetischer und diamagnetischer Körper.

Erstes Capitel.

Diamagnetismus.

Zweites Capitel.

Einfluss des Magnetismus auf das dielektrische Verhalten, die Länge, die Leitfähigkeit und das thermoelektrische Verhalten diamagnetischer Stoffe.

Drittes Capitel.

Beziehungen des galvanischen Stromes und des Magnetismus zum Licht und zur strahlenden Wärme.

Viertes Capitel.

Beziehung des Magnetismus zur dielektrischen Polarisation, zur chemischen Verwandtschaftskraft, zur Krystallisation, Cohäsion und Gravitation.

Vierter Band.

Wirkungen der elektrischen Ströme in die Ferne (Fortsetzung).

D. Induction.

Erstes Capitel.

Induction in linearen Leitern.

Zweites Capitel.

Einfluss der inducirten Ströme auf den zeitlichen Verlauf der elektrischen Ströme in linearen in sich geschlossenen Leitern.

Drittes Capitel.

Oscillatorische Entladungen.

Viertes Capitel.

Induction in körperlichen Leitern. Rotationsmagnetismus.

Fünftes Capitel.

Inductionsapparate.

Anhang.

Telephon.

VI. Absolutes Maass der elektrischen Constanten.

VII. Theoretisches Schlusscapitel.

Hypothetische Ansichten über das Wesen und die Wirkungsweise der Elektricität.

NAMENREGISTER.

Die mit römischen Ziffern gedruckten Zahlen bezeichnen den Band, die mit arabischen Ziffern gedruckten die Seite.

A.

B.

C.

D.

E.

F.

G.

H.

I.

J.

K.

L.

M.

N.

O.

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Y.

Z.

SACHREGISTER.

Die mit römischen Ziffern gedruckten Zahlen bezeichnen den Band, die mit arabischen gedruckten die Seite.

B.

C.

D.

E.

F.

G.

H.

I.

K.

L.

M.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Z.